

曲げを受ける曲線桁橋腹板の解析と設計に関する一研究*

A STUDY ON ANALYSIS AND DESIGN OF WEB PLATE IN CURVED GIRDER BRIDGES SUBJECTED TO BENDING

中井 博**・北田俊行***・大南亮一****・川井 正*****

By Hiroshi NAKAI, Toshiyuki KITADA, Ryoichi OHMINAMI and Tadashi KAWAI

This paper presents a design method of the web slenderness ratio and the corresponding rigidity of longitudinal stiffeners in the curved plate girders. The elastic non-linear behaviors of the curved web panels with/without longitudinal stiffeners subjected to pure bending are inquired by means of analysis using the up-dated lagrangian and an isoparametric finite element method. Based upon these analysis, a required slenderness ratio of web panels is investigated by setting a limit state concerning the maximum out-of-plane deflections and bending stresses. In order to evaluate the strength of the longitudinal stiffeners in the ultimate limit state of curved web panel, a curved beam-column model is proposed, then a design method for the required relative stiffness of the stiffeners is, moreover, recommended by adopting interaction curve of this beam-column model.

1. ま え が き

近年、諸外国では構造物の設計指針^{1)~5)}が着々と整備されており、限界状態設計や荷重係数設計法が取り入れられてきている。このうち限界状態設計法では、疲労限界状態を除くと、使用限界状態と終局限界状態との2つについて十分に配慮した設計が行えるフォーマットが提示されている。

わが国の直線桁橋の腹板の設計法では、腹板の座屈強度を使用限界とみなしている。そして、座屈ののち終局限界状態に至るまでの余剰耐荷力を見込み、安全率を低下させるという形で幅厚比規定が定められている。しかしながら、曲線桁腹板では、曲率の影響により、低荷重段階から腹板に面外たわみが生じ、荷重の増加に伴ってこのたわみも増大するため、直線桁と同様な設計法を踏

襲することは現実的でないように思う。

ところで、純曲げを受ける曲線桁腹板に関する研究に着目すれば、これまでに Culver・Dym・Brogan⁶⁾および Culver・Dym・Uddin⁷⁾らの簡易腹板モデルを用いた研究、Abdel-Sayed⁹⁾による座屈固有値解析、Dabrowski・Wachowiak⁸⁾、三上・古西・米沢^{10),11)}および倉西・樋渡^{12),13)}など、腹板の幾何学的非線形挙動でも考慮した研究が挙げられる。実験的研究としては、アメリカ合衆国の CURT (大学研究チーム)による研究が著名である。これらの研究成果のうち、特に文献14)の成果は、AASHTO¹⁵⁾の曲線I桁に関する設計法に反映されている。ところが、この設計法は、文献6),7)の簡易腹板モデルに基づくものであるため、かなり安全側に規定がつくられており、検討すべき点もあると考える。また、中井・北田・大南¹⁶⁾による実験的研究では曲線桁模型による曲げ座屈と崩壊挙動が考察されているが、これらの研究は耐荷力に主眼をおいた基礎的な研究であり、曲線桁腹板の設計法を提案するまでには至っていない。

本研究では、以上の諸点にかんがみ、設計上の曲率以外に初期たわみも有する曲線桁腹板の非線形弾性挙動を、アイソパラメトリック・シェル要素を用いた有限要素法^{17),18)}で解析する手法をまず述べる。そして、実橋¹⁹⁾

* 第38回土木学会年次学術講演会にて概要発表済み(昭和58年10月)

** 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

*** 正会員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科 (同七)

**** 正会員 工修 川崎重工業株式会社技術研究所 (〒673 明石市川崎町1-1)

***** 学生会員 大阪市立大学大学院 工学研究科 修士課程在学中

を再現するような構造寸法および境界条件を有する解析モデルについてパラメトリック計算を行い、曲線桁腹板に生ずる応力・たわみなどの変動特性を調べる。次に、これらの計算結果をもとに、曲線桁腹板の応力やたわみについてある制限、すなわち限界値を設定し、それらに対応する腹板の必要幅厚比を提案する。さらに、フランジが降伏に至っても水平補剛材が十分な強度を有するための条件について調べる。そのため、水平補剛材とそれに協力する腹板とで構成されたT字形断面のはり-柱モデルを、Perry-Robertsonの考えに基づいて強度解析する。そして、この強度に見合うための剛度を軸方向圧縮力と曲げを受けるはり-柱の相関曲線から調べ、最後に水平補剛材の必要剛度に関する設計式を提案する。

2. 解析手法および腹板解析モデルに対する妥当性の検討

(1) 解析手法

曲線桁腹板の種々なパラメーターによる静的変動特性を定量的に調べるため、有限変位理論に基づいた有限要素法を用いて解析を行った。

この解析では、曲線桁腹板が複雑な初期形状をもつことを考慮し、任意形状のシェル構造解析に適した Fig. 1 に示す 8 節点のアイソパラメトリック・シェル要素¹⁷⁾を用いた。また、非線形性に対処するための有限変位解析は、Updated Lagrangian 法¹⁸⁾による増分理論に基づいて定式化した。開発したプログラムの精度は、正解の与えられている計算例¹⁷⁾によって確かめたが、いずれの場合にも十分な精度が得られた。Fig. 2 には、本文で用いたプログラムのフローチャートを示す。



Fig. 1 Isoparametric Element.

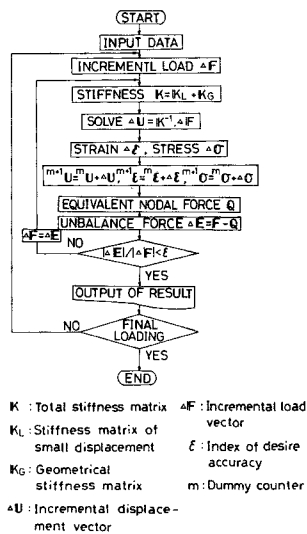


Fig. 2 Flow chart for Program.

(2) 腹板解析モデルに対する妥当性の検討

a) フランジ辺の境界条件の影響

フランジと垂直補剛材とで区切られた腹板パネルを、Fig. 3 に示すような 3 種類の境界条件を有する解析モデルとして理想化した。すなわち、

① 腹板パネルのみのモデル

Case 1; フランジ辺の境界条件が単純支持 (S. S.)

Case 2; フランジ辺の境界条件が固定支持 (F. S.)

② フランジを有する I 桁モデル

Case 3; 上下同一のフランジによる弾性支持 (E. S.)

各モデルの垂直補剛材位置における境界条件は、すべて単純支持とした。また、載荷辺 \overline{AB} , \overline{CD} は平面を保つものと仮定し、断面回転角 θ と円周方向の剛体変位 \bar{v} との自由度を有する剛棒を載荷辺に取り付け、断面回転角 θ を強制変位として与えて純曲げ状態を再現した。この場合、実際の挙動と合致させるため、載荷辺の円周方向の剛体変位は自由 (軸力=0) とした。さらに、解析モデルの対称性からその半分を取り出した。フランジを有するモデルでは、腹板と同様な剛棒を載荷辺に取り付け、面内回転角によりそり応力が与えられるようにした。そして、解析精度の検討を行ったのち、最終的に腹板パネルは 3×6 、上下フランジはそれぞれ 3×2 の要素に分割した。

Fig. 4 は、荷重の増加に伴う腹板の最大面外たわみ δ_{max} の変化を示したものである。同図において、作用曲げモーメント M は、初等はり理論に基づく腹板の初期降伏曲げモーメント M_y により無次元化されている。

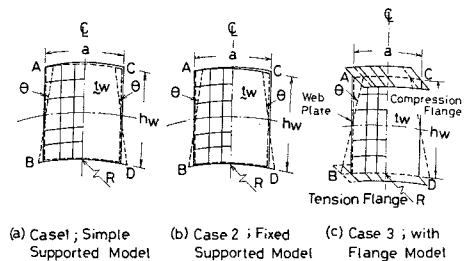


Fig. 3 Analytical Model of Web Plate.

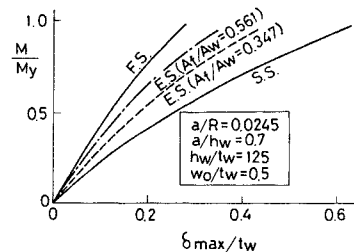


Fig. 4 Relationship between M / M_y and δ_{max} / t_w .

また、 A_f/A_w は、フランジと腹板との断面積比である。なお、 w_0 は半波長の 2 重正弦波形により与えた腹板の最大初期たわみ量である。

次に、腹板の中央断面における橋軸方向の直応力度 σ_m の分布、および、桁深さ方向の面外曲げ応力度 σ_{bm} の分布を、それぞれ Fig. 5 (a), (b) に示す。同図では、最大直応力度（圧縮フランジとの接合点に発生）が SS 41 材の公称降伏点 $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ (235.2 MPa) に達する場合の応力分布がプロットされている。このとき、腹板が受け持つ抵抗モーメントを M_{we} 、桁全体の抵抗モーメントを M_e と表わすことにする。

以上の計算結果から、各境界条件に対する δ_{max} 、 M_{we} および圧縮フランジと腹板との接合点における面外曲げ応力度 σ_{bm} の値を、固定支持 (F.S.) の値を 1.0 とした比の形でまとめると、Table 1 が得られる。なお、 δ_{max} も腹板が受け持つ抵抗モーメントが M_{we} に等しくなるときの値と比較している。この表より、 δ_{max} の値は、F.S. に比べて S.S. では 2 倍程度大きく、また σ_{bm} の値は、S.S. の場合にはもちろん 0 となるが、フランジを有する E.S. の場合には F.S. に近い値となっている。さらに、Fig. 5 (a) の直応力分布から明らかなように、腹板の受け持つ抵抗モーメント M_{we} は、はり理論による値より減少し、S.S. の場合には F.S. に比較し約 20% も低下する。これらの計算結果を総合的に判断すると、パラメトリック解析においては、腹板の変位およ

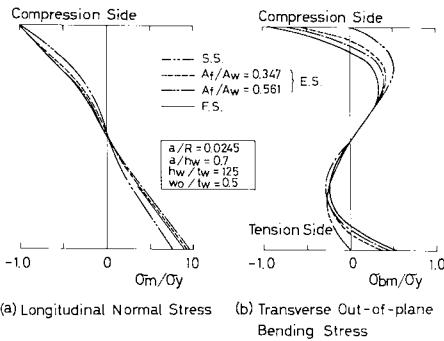


Fig. 5 Stress Distribution in Web Plate.

Table 1 Influence of Boundary Condition.

Item	S.S.	F.S.	E.S.	
			$A_f/A_w=0.347$	$A_f/A_w=0.561$
Maximum Out-of-Plane Deflection $\frac{\delta_{max}}{tw}$	1.0	0.524	0.830	0.693
Resisting Bending Moment $\frac{M_{we}}{M_{wy}}$	0.833	1.0	0.919	0.906
Maximum Bending Stress $\frac{\sigma_{bm}}{\sigma_y}$	0.0	1.0	0.825	0.699

び応力が、実際の曲線桁の挙動に近いと考えられるフランジを考慮した Case 3 (Fig. 3 (c)) のモデルを用いるほうがよいことがわかる。

b) 曲率によるフランジのそり応力の影響

曲線プレートガーダーのフランジには、曲げによる垂直応力 σ_{bf} と同時に、フランジの曲率による局部曲げ応力 σ_w も発生する。応力 σ_w と垂直応力 σ_{bf} との比 ξ は、次式により近似することができる。

$$\xi = \pm k(L^2/RW_f)(A_f + A_w/6) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 L : フランジ固定点間距離、 W_f : フランジの鉛直軸まわりの断面係数、 $k=0.106$: 無限連続桁の曲げモーメントを求めるための係数²⁰⁾。

実績調査結果¹⁹⁾を再整理すると、実橋の ξ は $-0.5 \sim 0.5$ の範囲内に分布しているため、 $\xi = -0.5, 0$ および 0.5 とした場合の解析を行った。Fig. 6 は腹板とフランジにおける橋軸方向の直応力度の分布、また Fig. 7 は作用曲げモーメント M と腹板の最大曲げ応力度 σ_{bm} との関係を示したものである。

これらの図から、 M が M_e 以下の範囲では、腹板の垂直応力および面外曲げ応力は、フランジの曲率による局部曲げ応力の影響をほとんど受けないことがわかる。

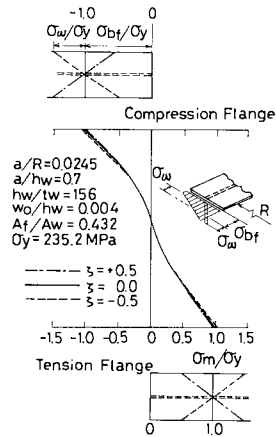


Fig. 6 Influence of Warping Stress in Flange Plate on Longitudinal Normal Stress Distribution.

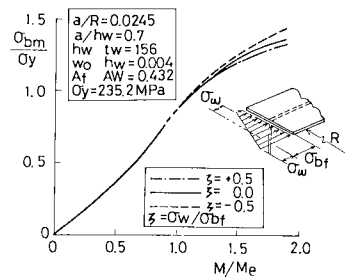


Fig. 7 σ_{bm}/σ_y and M/M_e Curves for Warping Stress in Flange Plate.

したがって、以下の解析ではこの応力を無視することにする。

c) 腹板の初期たわみの影響

実橋における腹板では、垂直補剛材あるいは水平補剛材の溶接取付面の差異により、初期たわみ形状が異なることが明らかにされている¹⁶⁾。この初期たわみ形状の差異が、桁の抵抗モーメント M_e に与える影響を調べる。

まず、水平補剛材のない腹板では、最大たわみが曲率中心の内側（鞍状）および外側（樽状）となる半波長の2重正弦波形により初期たわみを与えた。また、初期たわみの最大値 w_0 は、道路橋示方書²¹⁾（以下、JSHB とよぶ）の許容初期たわみ量 $w_0 = h_w/250$ を適用した。

Fig. 8 は、上記の初期たわみモードに対する桁の抵抗モーメント M_e の変化を示したものである。同図より、鞍状の初期たわみの場合、初期たわみのない場合に比べかえって M_e/M_y が上昇し、樽状の場合、最も M_e/M_y が低下することがわかる。

次に、水平補剛材を1段用いる腹板については、実測結果¹⁶⁾を参考にして、Table 2 に示すA~Fの合計6タイプの初期たわみを有するモデルについて解析した。同表の A_s は、水平補剛材の断面積である。解析結果、同表に示すように、Fタイプのモデルの抵抗モーメント M_e が最小となった。

水平補剛材を2段有する場合についても同様な解析を行った。その結果、水平補剛材のない場合と同様に、腹

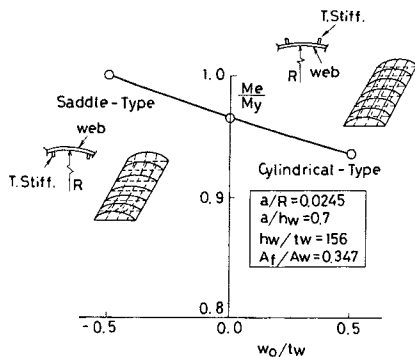


Fig. 8 Sensitivity of Initial Deflection of Web Plate to Resistance Bending Moment.

Table 2 Variations of M_e/M_y due to Initial Deflection Modes ($a/R=0.0245$, $a/h_w=0.7$, $h_w/t_w=233$, $A_f/A_w=0.647$, $A_s/A_w=0.048$).

TYPE	A	B	C	D	E	F
Initial Deflection Mode						
M_e/M_y	0.987	0.986	0.984	0.963	0.963	0.957

$W_1/h_w=1/250$, $W_2/h_w=1/737$

板全体が曲率中心の外側にたわむ樽状の初期たわみモードに対する抵抗モーメント M_e が最小となった。

3. パラメトリック解析による曲線桁腹板の弾性挙動

(1) 解析パラメーター

ここでは、実橋を対象として、水平補剛材が2段までの曲線桁腹板についてのパラメトリック解析を行った。

水平補剛材を有する腹板では、Fig. 3 (c) の要素分割をさらに細かくし、水平補剛材の取付位置に節点を設けた。そして、水平補剛材も要素分割して解析した。その際、腹板解析モデルの境界条件は、Fig. 3 (c) の Case 3 とし、載荷条件は、フランジのそり応力を無視した純曲げ載荷とした。また、初期たわみ形状としては、すべて曲率中心の外側にたわむ樽状とした。そして、解析パラメーターとしては、曲線桁橋の実績調査¹⁹⁾および JSHB²¹⁾を参考に Table 3 に示す a/R , h_w/t_w および A_f/A_w を抽出し、合計 60 ケースの組合せを考えた。また、鋼材としては、SS 41 材（公称降伏点 $\sigma_y=2400 \text{ kg/cm}^2$ (235.2 MPa)) および SM 50 Y 材（公称降伏点 $\sigma_y=3600 \text{ kg/cm}^2$ (352.8 MPa)) を対象とした。

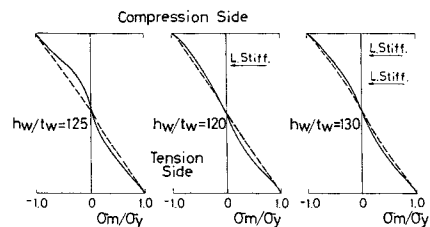
(2) パラメトリック解析結果とその考察

a) 抵抗モーメント特性

Fig. 9 は、腹板の橋軸方向の最大曲げ応力度 σ_m が公

Table 3 Curvature Parameter a/R and Slenderness Ratio h_w/t_w .

Number of L.Stiff.	Combinations of Curvature Parameter a/R and Slenderness Ratio h_w/t_w					Ratio A_f/A_w	
	a/R	0.0	0.0098	0.0245	0.049		
0	h_w/t_w	100	112	125	140	156	0.449~0.698
	a/R	0.0	0.0098	0.0245	0.049		
1	h_w/t_w	90	120	150	210	233	0.250~0.722
	a/R	0.0	0.0098	0.0245	0.049		
2	h_w/t_w	130	190	250	310		0.467~1.113
	a/R	0.0	0.0098	0.0245	0.049		



(a) Without L.Stiff. (b) With one L.Stiff. (c) With two L.Stiff. — $a/R=0.049$ - - - $a/R=0$

Fig. 9 Longitudinal Normal Stress Distribution ($a/h_w=0.7$, $w_0/h_w=0.004$, $\sigma_y=235.2 \text{ MPa}$).

称降伏点 σ_y に達するときの分布図を示したものである。このときの抵抗モーメント M_e を桁の降伏モーメント M_y で無次元化し、 M_e/M_y 値を垂直補剛材間隔と曲率半径との比 a/R および幅厚比 h_w/t_w についてプロットしたものが Fig. 10 である。

水平補剛材の有無にかかわらず、 M_e/M_y 値は h_w/t_w の影響をほとんど受けずほぼ一定となる。また、 a/R の増大に伴って、 M_e/M_y 値は低下するが、実橋の a/R の使用範囲内では M_e/M_y が 0.9 より小さくなることはない。これは、作用モーメントがほとんどフランジで受け持たれ、腹板の分担モーメントが小さいためであると考えられる。

b) 面外たわみ特性

同様に作用モーメント M が抵抗モーメント M_e になるときの面外たわみを、Fig. 11 に示す。

この図から、水平補剛材のない場合、圧縮側の腹板で最大面外たわみ δ_{max} が生じ、その位置は $0.25 h_w$ 付近である。JSHB による位置 $b=0.2 h_w$ 、あるいは、 $b_1=0.14 h_w$ および $b_2=0.32 h_w$ に水平補剛材をそれぞれ 1 本および 2 本入れると、この変位は効果的に止められることがわかる。

Fig. 12 は、水平補剛材のない場合の δ_{max} の a/R および h_w/t_w による変動を例示したものである。一般に、 h_w/t_w が大きいほど、また a/R が大きいほど δ_{max} は大きくなる傾向をもつ。

c) 面外曲げ応力特性

全く同様にモデルの載荷辺における反力から算定され

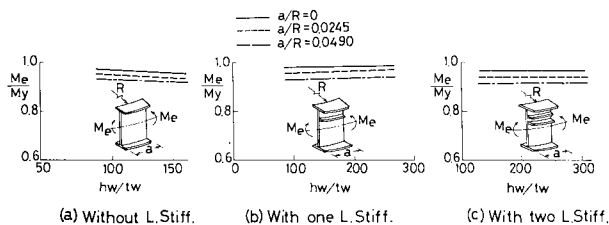


Fig. 10 Variations of M_e/M_y due to h_w/t_w and a/R

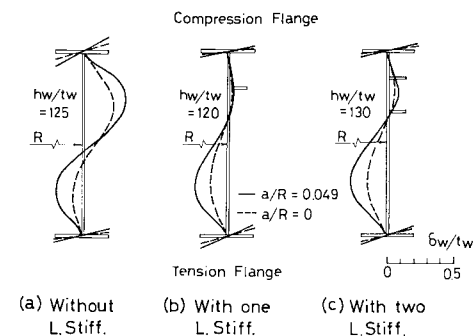


Fig. 11 Out-of-Plane Deflection of Web Plate ($a/h_w=0.7$, $w_0/h_w=0.004$, $\sigma_y=235.2$ MPa).

る作用モーメント M が抵抗モーメント M_e になるときの水平補剛材のない腹板における桁深さ方向の面外曲げ応力 σ_{bm} は、Fig. 13 (a) に示す分布をし、その最大値は腹板と圧縮フランジとの接合点に生じることがわかる。また、水平補剛材を有する腹板の場合には、Fig. 13 (b), (c) に示す分布を呈する。水平補剛材剛度は、JSHB の必要最小剛比に対する値になるようにした。

これらの図より、水平補剛材が腹板の面外たわみを拘束するために、それらの位置における面外曲げ応力分布は、連続桁の橋軸方向の支点上傍における曲げ応力分布と類似し、面外曲げ応力度の最大は、引張フランジとの接合点に生じることがわかる。

最大面外曲げ応力 σ_{bm} を σ_y で無次元化し、 σ_{bm}/σ_y と a/R および幅厚比 h_w/t_w との関係プロットすると、Fig. 14 が得られる。

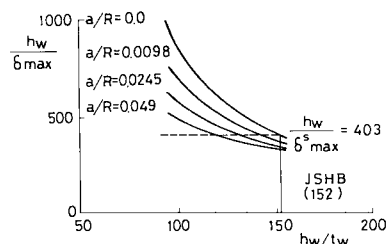


Fig. 12 $h_w/\delta_{max}-h_w/t_w$ Curves for Curvature Parameter a/R (Without L.Stiffener : $\sigma_y=235.2$ MPa).

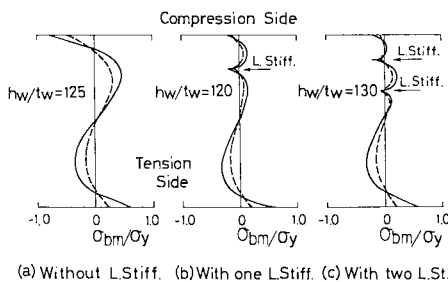


Fig. 13 Transverse Out-of-Plane Bending Stress Distribution ($a/h_w=0.7$, $w_0/h_w=0.004$, $\sigma_y=235.2$ MPa).

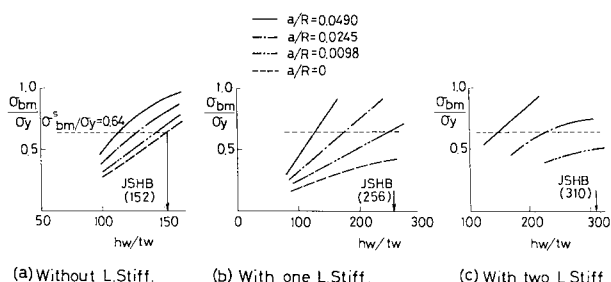


Fig. 14 $\sigma_{bm}/\sigma_y-h_w/t_w$ Curve for Curvature Parameter a/R ($\sigma_y=235.2$ MPa).

いずれの場合にも、 a/R が大きくなるほど、また h_w/t_w が大きくなるほど σ_{bm}/σ_y は大きくなる。

4. 腹板の必要幅厚比に関する一提案

(1) 腹板の面外曲げ応力とたわみとの限界値

曲線桁腹板では低荷重段階から面外たわみが進み、顕著な座屈現象がみられないため、直線桁と同じ方法で必要幅厚比を決定することができない。ここでは、腹板のたわみ、あるいは、応力に着目した限界値を設定し、それをもとに必要幅厚比を検討する。

その規準としては、 a/R を0としたJSHBの直線桁腹板厚規定に従うこととした。そして、その規準による限界幅厚比で設計された直線桁腹板（もちろん初期たわみを有する一種のシェル）に発生する最大面外たわみ δ_{max}^s と最大面外曲げ応力 σ_{bm}^s とを求め、曲線桁腹板の面外たわみ δ_{max}^s と面外曲げ応力 σ_{bm}^s とが、上記以内の値に納まるような限界値を定めることとした。すなわち、

$$\delta_{max}^s \leq \delta_{max}^s, \quad \sigma_{bm}^s \leq \sigma_{bm}^s \dots\dots\dots (2 \cdot a, b)$$

特に、応力 σ_{bm}^s としては、最近、直線桁腹板の面外曲げに伴う疲労強度としてとらえる研究も活発であるが^{(22), (23)}、直線桁のこれまでの健全性の実績を踏まえ^{(24), (25)}、とりあえず上述のように設定することとした。疲労強度の具体的な値が提示されれば、それに従って検討することもできると考える。

(2) 幅厚比と曲率パラメーターとの関係

Fig. 14の点線は、JSHBの限界幅厚比を有する直線桁腹板に生じる最大面外曲げ応力度 ($\sigma_{bm}^s/\sigma_y=0.64$) から求められる曲線桁腹板の面外曲げ応力の限界値を示したもので、同図の点線と実線との交点が式(2-b)の等号の条件を満足する。これらの交点に対応した h_w/t_w の値が、曲線桁腹板の必要幅厚比とすることができる。

同様に、Fig. 12におけるたわみに関する限界値(点線)から必要幅厚比を規定することができる。

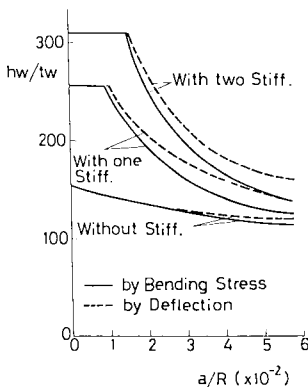


Fig. 15 $h_w/t_w - a/R$ Curves for Curved Web Panel (SS 41).

以上のようにしてパラメトリック解析結果を整理すると、Fig. 15に例示するような h_w/t_w と a/R との関係が得られる。

(3) 最大面外曲げ応力とたわみとの関係

σ_{bm}^s が生じるときの最大面外たわみ δ_{max} を求め、 h_w/δ_{max} と a/R との関係をプロットすると、Fig. 16が得られる。同図から a/R が変化しても、 h_w/δ_{max} の値はほとんど一定であることがわかる。したがって、 a/R の値にかかわらず一定の面外たわみの限界値（たとえば、フランジの公称降伏点 $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ (235.2 MPa) の場合、 $h_w/\delta_{max} \cong 400$)を設定すれば、面外曲げ応力の限界値を設定した場合とほぼ同じ結果が得られることになる。

また、同図において、各曲線に対する h_w/δ_{max} の値が $a/R=0$ (直線桁)の値よりわずかに大きくなっている。この場合には、曲げ応力を限界値とした方が厳しい条件となる。Fig. 15においても、たわみの限界値に基づいた必要最大幅厚比の曲線の方が、曲げ応力に基づいた値より大きいことを示している。

(4) 必要幅厚比に関する設計式の提案

最大面外たわみ、あるいは、曲げ応力に限界値を設けることにより、曲線桁腹板の必要最大幅厚比の値を求めることができる。その際、最大曲げ応力を限界値とした場合の方が安全側の設計となるので、最終的な h_w/t_w と a/R との関係をプロットすると、Fig. 17に示すようになる。なお、Fig. 17 (a)中には、参考のため

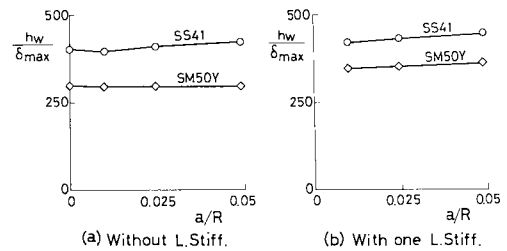


Fig. 16 Relationship between Maximum Deflection and Maximum Bending Stress.

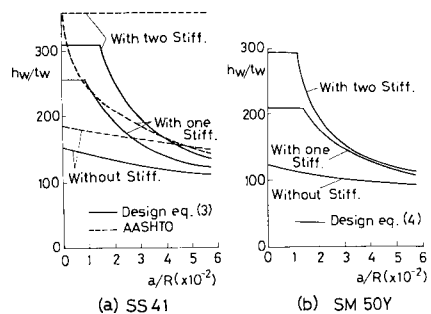


Fig. 17 Proposed Slenderness Ratio for Curved Web Panel.

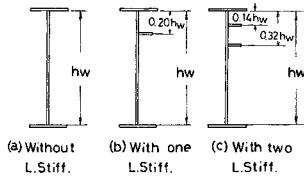


Fig. 18 Location of Longitudinal Stiffener.

AASHTO¹⁵⁾ の設計曲線も併記してある。

これらの図で表わされる設計曲線を最小二乗法により回帰すれば、次式を得る。

a) SS 41 材相当 ($\sigma_y=2\,400\text{ kg/cm}^2$ (235.2 MPa))

水平補剛材のない場合;

$$h_w/t_w=22.95/(a/R+0.151)$$

水平補剛材を 1 段用いる場合;

$$h_w/t_w=256, \quad (a/R \leq 0.009)$$

$$=256[1.232-29.82(a/R)+303.7(a/R)^2], \quad (a/R > 0.009)$$

水平補剛材を 2 段用いる場合;

$$h_w/t_w=310, \quad (a/R \leq 0.015)$$

$$=310[1.643-51.19(a/R)+556.8(a/R)^2], \quad (a/R > 0.015)$$

.....(3・a~c)

b) SM 50 Y 材相当 ($\sigma_y=3\,600\text{ kg/cm}^2$ (352.8 MPa))

水平補剛材のない場合;

$$h_w/t_w=26.67/(a/R+0.218)$$

水平補剛材を 1 段用いる場合;

$$h_w/t_w=209, \quad (a/R \leq 0.014)$$

$$=209[1.748-55.17(a/R)+631.0(a/R)^2], \quad (a/R > 0.014)$$

水平補剛材を 2 段用いる場合;

$$h_w/t_w=294, \quad (a/R \leq 0.011)$$

$$=294[1.510-53.20(a/R)+625.6(a/R)^2], \quad (a/R > 0.011)$$

.....(4・a~c)

これらの式で、水平補剛材の取付位置は、前述の腹板の面外たわみ (Fig. 11) と面外曲げ応力 (Fig. 13) とを参照し、特に厳密な解析を行わないとき、Fig. 18 に示すように直線桁と同じとした。

5. 水平補剛材の必要剛度に関する提案

(1) 水平補剛材のモデル化

曲線桁腹板における水平補剛材は、フランジが降伏に至っても十分な強度を有するように設計する必要がある。このとき、腹板の水平補剛材が受ける外力は、その取付位置に生じる腹板の橋軸方向の直応力から推定される。

したがって、水平補剛材を Fig. 19 に示すような曲率

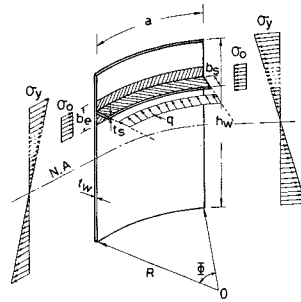


Fig. 19 Forces Acting on Longitudinal Stiffener.

を有し、腹板の有効幅をもつ T 形断面のはり-柱モデルに置換できるものと仮定する。すると、はり-柱モデルは橋軸方向の圧縮力 P と曲率による半径方向の等分布荷重 q 、すなわち A_{we} を腹板の有効断面 ($A_{we}=b_e \cdot t_w$)、 ψ を水平補剛材の位置を表わす係数 (=0.6) とすると、 $P=\psi \cdot \sigma_y \cdot A_{we}$ 、 $q=P/R$ (5・a, b) を受けることになる。また、有効幅 b_e は、曲げを受ける幅広フランジの有効幅を適用すると、次式で表わされる²⁶⁾。

$$b_e=t_s+0.181 \cdot a \text{(6)}$$

ここに、 t_s : 水平補剛材の板厚、 a : 垂直補剛材間隔。

垂直補剛材位置で連続した水平補剛材を対象とし、そのはり-柱モデルを Fig. 20 に示す。はり-柱モデルの両端は、回転に対して固定支持と考えられる。したがって、両端では、

$$M_0=qR^2\{2/(\Phi) \cdot \tan(\Phi/2)-1\} \text{(7)}$$

なる固定モーメントが発生する。ここに、 Φ : 垂直補剛材間を中心角。

(2) はり-柱モデルの断面力

Fig. 20 に示したはり-柱モデルは、付加たわみの影響を考慮して容易に解析できる。まず、初期たわみ v_0 を $v_0=\bar{v}_0 \sin(\pi\phi/\Phi)$ (8)

と仮定し、たわみ v を次式で近似する。

$$v=\bar{v}\{1-\cos(2\pi\phi/\Phi)\} \text{(9)}$$

ここに、 ϕ : はり-柱モデルの任意点における中心角。

すると、曲げモーメントのつり合いより、次の誤差関数が得られる。

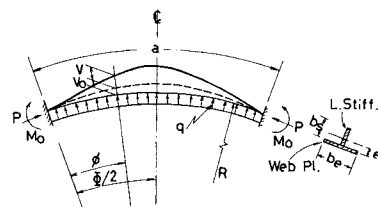


Fig. 20 Beam-Column Model with Curvature.

$$\epsilon(\phi) = EI \frac{d^2 v}{R^2 d\phi^2} + qR^2 \tan \frac{\phi}{2} \sin \phi - qR^2(1 - \cos \phi) + P(v + v_0 + e) - M_0 \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 EI ：はりの曲げ剛性、 R ：曲率半径、 e ：腹板厚中央面からT形断面の中立軸までの距離。

そこで、Galerkin法を適用すると、

$$\int_0^\pi \epsilon(\phi) |1 - \cos(2\pi\phi/\Phi)| R d\phi = 0 \dots \dots \dots (11)$$

から、仮定たわみに対する最も適切な係数 \bar{v} が求められる。すなわち、

$$\bar{v} = 4q\Phi / (4\pi^2 - \Phi^2) \cdot \tan(\Phi/2) + P(8v_0/3\pi + e/\Phi) - M_0/\Phi / |EI(2\pi/R\Phi)^2 - 3P| \dots \dots \dots (12)$$

したがって、任意点における曲げモーメント M_s は、
 $M_s = -EI(d^2 v/R^2 d\phi^2) \dots \dots \dots (13)$

から容易に求めることができる。

Fig. 21 は、水平補剛材の中央断面における軸ひずみに関して、曲線桁模型による実験値²⁷⁾と上記のはり-柱モデルによる計算値とを比較したものである。同図では、圧縮フランジの軸方向ひずみが降伏ひずみに達したときの値が示されている。同図から、はり-柱モデルによって水平補剛材の耐荷力を評価できることがわかる。

(3) はり-柱モデルの耐荷力

水平補剛材は、Fig. 22 に示すように、曲率中心に対して内側あるいは外側に取り付けられることがあり、それぞれに対して耐荷力が相違する。

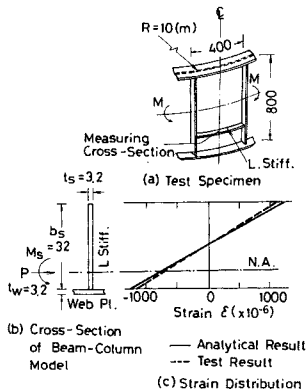


Fig. 21 Strain Distribution in Beam-Column.

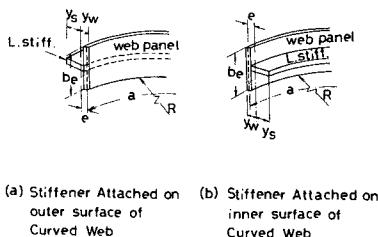


Fig. 22 Location of Longitudinal Stiffener.

いま、これらに対する耐荷力を Perry-Robertson の考え方に従い軸方向圧縮力 P と曲げモーメント M_s とを受けるはり-柱の初期降伏線で評価すると、式 (14) と Fig. 23 とに示す相関曲線が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \text{曲線① } & P/P_y - M/M_y \leq 1 \\ \text{曲線② } & P/P_y + (y_w/y_s)(M/M_y) \leq 1 \\ \text{曲線③ } & -P/P_y + M/M_y \leq 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots (14 \cdot a \sim c)$$

ここに、 M_y ：降伏モーメント、 P_y ：降伏軸圧縮力。

(4) 水平補剛材の必要剛比に関する提案

上で示した相関曲線を用い、はり-柱モデルが降伏しない条件から、水平補剛材の必要剛比 γ_L^c 、すなわち

$$\gamma_L^c = EI_n / h_w D \dots \dots \dots (15)$$

を算定することができる。ここに、 I_n ：その取付面まわりの水平補剛材 1 本の断面二次モーメント、 D ：腹板の曲げ剛度 ($=E \cdot t_w^3 / 12(1 - \mu^2)$)。

実橋の曲線桁腹板を対象としたパラメトリック解析を通じて求められた必要剛比パラメーター β_L 、

$$\beta_L = \gamma_L^c / \gamma_L^{JSHB} \dots \dots \dots (16)$$

と曲率パラメーター、

$$Z = (\alpha^2 / R t_w) \sqrt{1 - \mu^2} \dots \dots \dots (17)$$

との関係を Fig. 24 に示す。ここで、 γ_L^{JSHB} は、JSHB で定められている水平補剛材の必要剛比である。もちろん、パラメトリック解析を行う際の水平補剛材の板幅 b_s と板厚 t_s との値は、JSHB²¹⁾ の規定を満足するようにとった。そして、その取付位置は、腹板の曲率中心内側あるいは外側のいずれか片側で、圧縮フランジ側の端部から $0.2 h_w$ の距離とした。

Fig. 24 から、水平補剛材の取付面が曲率中心の外側にある場合は、内側にある場合に比べ大きな剛比が必要

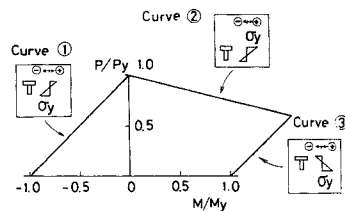


Fig. 23 Initial Yield Line for Beam-Column Model of Longitudinal Stiffener.

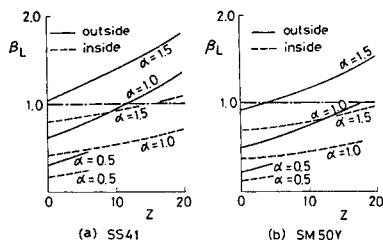


Fig. 24 Variation of β_L due to Curvature Parameter Z .

Table 4 Coefficients $C_1 \sim C_4$ in Equation (18).

Steel Grade	Location of Stiffener	C_1 ($\times 10^{-4}$)	C_2 ($\times 10^{-2}$)	C_3	C_4
SS 41	Outside	3.766	3.226	0.739	0.108
	Inside	2.838	0.163	0.775	0.163
SM 50Y	Outside	5.362	1.549	0.818	0.227
	Inside	3.286	-0.464	0.800	0.200

とされる。また、アスペクト比 α と曲率パラメーター Z との組合せによって β_L が 1.0 以下の値を取る場合があるが、この場合には、 $\beta_L=1.0$ とした方が安全側の設計ができると考えられる。

同図の曲線に最小二乗法を適用し、必要剛比パラメーター β_L の設計式をまとめると、次式のようになる。

$$\beta_L = (C_1 Z + C_2) Z + C_3 \alpha - C_4 \geq 1 \dots\dots\dots (18)$$

ここに、係数 $C_1 \sim C_4$ は、補剛材の取付面および使用鋼材の差異によって、Table 4 に示すような値をとる。

6. ま と め

本文は、曲げを受ける曲線桁腹板パネルを、有限要素法を用いて解析したものである。腹板の非線形弾性挙動の多数のパラメトリック解析から曲線桁腹板に発生する面外たわみ、および、面外曲げ応力の限界値を設定した。そして、直線桁橋の限界幅厚比に関する設計規準をベースとし、この限界値に対応する腹板の必要幅厚比の設計式を提案した。さらに、水平補剛材を軸方向圧縮力と曲げモーメントとを受けるはり-柱モデルに置換し、断面力を解析した。そして、Perry-Robertson の方法を適用してはり-柱の耐力に関する相関曲線を求め、それを利用して、水平補剛材の必要剛比の設計式も提案した。

謝 辞：本研究は、文部省科学研究費、および阪神高速道路公団の援助のもとに実施した。関係各位に深謝する。また、数値解析には、(株)川崎重工業の計算機 IBM 3033 を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) British Standards Institution : BS 5400 part 3, Code of practice for design of steel bridges, 1979.
- 2) Ravindra, M. K. and Galambos, T. V. : Load and Resistance Factor Design for Steel, Proc. of ASCE, ST 9, Vol. 104, pp. 1337~1353, Sept. 1978.
- 3) Yura, J. A., Galambos, T. V. and Ravindra, M. K. : The Bending Resistance of Steel Beams, Proc. of ASCE, ST 9, Vol. 104, pp. 1355~1370, Sept. 1978.
- 4) Deutsches Institut für Normung, 18800, Teil 3 : Stahlbaulen ; Stabilitäts-fälle, Beulen von Platten, Jan. 1982.

- 5) Deutscher Ausschluß für Stahlbau, Beulsicherheitsnachweise für Platten, Richtlinie 012 (DAST Ri 012).
- 6) Culver, C. G., Dym, C. L. and Brogan, D. K. : Bending Behavior of Cylindrical Web Panel, Proc. of ASCE, ST 10, Vol. 98, pp. 2201~2308, Oct. 1972.
- 7) Culver, C. G., Dym, C. L. and Uddin, T. : Web Slenderness Requirement for Curved Girders, Proc. of ASCE, ST 3, Vol. 99, pp. 417~430, Mar. 1973.
- 8) Dabrowski, R. and Wachowiak, J. : Stress in Thin Cylindrical Webs of Curved Plate Girders, Proc. of Colloquium on design of Plate and Box Girders for Ultimate Strength, London, 1971, IABSE, Vol. 11, pp. 377~352, 1972.
- 9) Abdel-Sayed, G. : Curved Web under Combined Shear and Normal Stress, Proc. of ASCE, ST 3, Vol. 99, pp. 511~525, Mar. 1973.
- 10) 三上市蔵・古西和夫・米沢 博 : 曲げを受ける円筒腹板パネルの非線形挙動, 土木学会論文報告集, No. 299, pp. 23~34, 1984年7月.
- 11) Mikami, I and Furunishi, K. : Nonlinear Behavior of Cylindrical Web Panels, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 110, No. 2, pp. 239~251, Feb. 1984.
- 12) 倉西 茂・樋渡 茂 : 曲げを受ける曲線プレートガーダーのウェブプレートの弾性挙動について, 土木学会論文報告集, No. 315, pp. 1~11, 1981年11月.
- 13) Hiwatashi, S. and Kuranishi, S. : The Finite Displacement Behavior of Horizontally Curved Elastic I-Section Plate Girders under Bending, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 1, No. 2, pp. 59~69, Oct. 1984.
- 14) Mozer, J., Cook, J. and Culver, C. G. : Stability of Curved Plate Girders No. P 3, Carnegie-Mellon University Research Report, Jan. 1973.
- 15) AASHTO : Guide Specifications for Horizontally Curved Highway Bridges, 1983.
- 16) 中井 博・北田俊行・大南亮一 : 曲線桁橋腹板の曲げ強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No. 340, pp. 227~236, 1983年12月.
- 17) 中井 博・北田俊行・大南亮一 : 有限要素法による曲線桁橋腹板の非線形特性に関する研究, 第29回構造工学シンポジウム (土木学会), 20, 昭和58年2月.
- 18) Bathe, K., Ramm, E. and Wilson, E. L. : Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, Inter. Jour. for Numerical Method in Eng., Vol. 9, pp. 353~386, 1975.
- 19) 中井 博・松村駿一郎・吉川 紀・北田俊行・大南亮一 : 曲線桁橋腹板の実績調査, 橋梁と基礎, Vol. 15, No. 4, pp. 38~43, 1981年5月.
- 20) Nakai, H. and Kotoguchi, H. : A study on Lateral Buckling Strength and Design Aid for Horizontally Curved I-Girder Bridges, Proc. of JSCE, No. 399, Nov. 1983.
- 21) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, 丸善, 昭和55年2月.
- 22) Maeda, Y. and Okura, I. : Fatigue Strength of Plate

- Girder in Bending Considering Out-of-Plane Deformation, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.1, No.2, pp.35~45, Oct. 1984.
- 23) Daniels, J.H., Fisher, J.W. and Yen, B.T. : Fatigue of Curved Steel Bridges Elements ; Design Recommendations for Fatigue of Curved Plate Girder and Box Girder Bridges, Final Report, Apr. 1980.
- 24) Fisher, J. W. : Fatigue and Fracture in Steel Bridges, Case Studies, John Wiley & Sons, 1984.
- 25) 小松定夫：鋼道路橋の合理的設計へのアプローチ，関西道路研究会創立35周年記念報告書，pp.187~215，昭和59年12月。
- 26) Timoshenko, S.P. and Goodier, J. N. : Theory of Elasticity, Third Edition McGRAW-Hill, 1982.
- 27) 中井 博・北田俊行・大南亮一：曲げとせん断との組合せ荷重を受ける曲線桁の強度特性に関する研究，土木学会論文報告集，No.365/I-3, pp.380~389, 1985年4月。
(1985.4.5・受付)
-