

最適駅配置問題の近似解析

APPROXIMATIVE SOLUTION FOR OPTIMAL STATION LOCATION PROBLEM

福山正治*

By Masaharu FUKUYAMA

A public passenger transportation system is operated along a corridor with its access mode. The location of stations for the former mode (the trunk mode) is determined. The total benefit is the sum of the savings in travel cost of all travellers gained by using the trunk mode instead of completing their trips only by the access mode. The effect of transfer cost is included. The objective is to maximize the net benefit : the total benefit minus construction and operation cost of the trunk mode. The Continuum Approximation is employed for deriving an analytical solution. A method which requires no iterative computation is developed. The derived formula discloses the nature of the optimal station location explicitly.

1. ま え が き

バス、鉄道などの公共旅客輸送機関の駅配置に関しては、多くの研究が進められてきている。その中でも福山¹⁾は駅配置の対象となる幹線手段とそれへのアクセス手段を任意とし、さらに、この2つの手段の間の乗り換え費用をも考慮し得るモデルについて論じている。福山は、ダイナミック・プログラミングを繰り返し用いるアルゴリズムを提案しているが、それには、最適解への収束性を保証し得ないという問題が残っていた。

本稿では、収束性の問題となるアルゴリズムからは離れ、いくつかの仮定のもとに近似解析解を導出し、繰り返し計算を必要としない駅配置決定モデルを提示する。この近似解析解による結果と、アルゴリズムによる結果を比較することにより、アルゴリズムの収束性を調べ、さらには、近似解析解の実用性を検討することが本稿の目的である。

本稿で近似解析に用いる手法は、Newell²⁾による連続体近似 (Continuum Approximation) である。この方法は、交通の発生・集中需要、ネットワークなどを簡略化し解析に供するとともに、離散的に配置する施設等は、

分布密度としてとらえることにより、近似解析解を導こうとするものである。この方法を用いることにより、従来アルゴリズムでしか解析し得なかった問題を簡単な数式で表わすことが可能となり、また、数式の構造をみることにより、その問題の特性を定性的にも把握することも可能となる。駅配置の問題へ応用した例としては、Wirasinghe, Hurdle and Newell³⁾, Fukuyama⁴⁾, ほかが発表されている。

2. モデルの前提

モデル作成上の前提条件は前述の福山¹⁾のそれと同様である。以下、その概略を説明する。

対象とする交通機関 (手段) は、長距離トリップのための幹線手段と短距離、または、幹線手段へのアクセスに用いられる手段 (以下、アクセス手段とよぶ) である。幹線手段の駅配置決定がここでの問題である。

一般に、各旅行者は、アクセス手段でトリップを始め、その手段でトリップを終えるか、または、最寄の駅で幹線手段へ乗り換え、目的地近くまで旅行し、再びアクセス手段へ乗り換え旅行を終える。幹線手段を利用するのは、それによって旅行時間、または、費用の減少を計り得る場合であり、この減少量が各旅行者の便益である。すべての旅行者の便益を加えたものが総便益となり、こ

* 正会員 Ph. D. (株)三菱総合研究所 主任研究員
(〒100 千代田区大手町 2-3-6 タイム・ライフビル)

れより幹線手段の駅の建設、運営費用を引いたものが純便益となる。この純便益を最大とするように幹線手段の駅位置を決定する。

便益算定の対象は、上述のごとく旅行者および幹線手段運営主体である。アクセス手段は外的に与えられているものとし、その便益、費用は対象外としている。旅行者の幹線利用料金は、建設、運営費用の一部にまわるものとし便益計算上費用としては含めない。アクセス手段利用料金の一部で、幹線を利用するために追加される部分は、便益算定の対象外へ支払われるものとして費用と考える。

モデルは以下の条件のもとに作成する。

- a) 幹線手段とアクセス手段は並行して運行されているものとし、トリップはアクセス手段の路線に沿って発生集中する。
- b) 各旅行者は旅行費用（料金および時間等）が最小となる経路を選ぶ。また、幹線手段利用による便益が非負であれば、幹線手段を利用する。幹線手段を用いない場合には、その便益は零である。
- c) アクセス手段の走行速度は全線を通じて一定とする。
- d) 幹線手段の走行速度は、すべての駅区間で等しく一定とする。各駅での停車時間、加減速度もすべて等しいとし、加減速による時間損失は、停車時間に含めて考える。
- e) 乗り換え費用は、それに費やす時間および幹線を利用するために追加されるアクセス手段利用料金等を含む。また、乗り換え費用はすべての旅行者を通じて等しいと仮定する。

上述の仮定 e) における幹線利用のために追加されるアクセス手段利用料金とは、主として利用距離に依存しない部分、いわゆる初乗運賃分である。幹線手段利用のためには、発地点、着地点で2度アクセス手段を利用するため、幹線手段を利用しない場合に比べて1回余分に支払う必要が生じている部分であり、これを旅行費用の一部と考えている。

以上の前提で解析を進めるが、以下費用（料金、駅建設運営費）はすべて時間の単位に換算され与えられているものとする。

3. 旅行者便益

近似モデルにおいては、幹線手段、アクセス手段ともに、その路線は直線で路線長は無限であると想定しておく。路線長を無限とするのは路線端での境界条件からくる複雑さを避けるためである。以下、路線上の任意の点を座標の原点に取ったとして話を進める。

一般にトリップの発生点を X 、集中点を Y とし、点

X 、 Y の間に発生するトリップ頻度を $f(X, Y)$ で表わす。すなわち、 $f(X, Y)$ は単位時間当たり、 X の近傍単位長さ当たりに発生し、 Y の近傍単位長さ当たりに集中するトリップ密度であり、以下、OD トリップ密度分布とよぶ。

いま、路線に沿っての1点 Z を中心とする1駅区間の駅間間隔を $D(Z)$ とする。 $D(Z)$ の逆数を $N(Z)$ ($=1/D(Z)$) とすれば、 $N(Z)$ は点 Z を中心とする単位長さの中にある駅個数、すなわち駅密度である。単位として考える長さが、駅間間隔に比べて十分長ければ、 $N(Z)$ は Z に関して連続とみなすことができる。考える単位と駅間間隔が同程度である場合には、駅密度を連続とみなすことに若干無理を感じる面もあるが、連続体近似では、どのような単位長であろうとも $N(Z)$ は連続と設定して解析を進める。このように設定しても実用に十分耐え得る精度の結果を導き得ることは、離散型問題を連続型問題で近似する過程の考察、また、数値計算例等を通じ、前述 Newell 他の研究で明らかにされている。

$N(Z)$ を連続とするので、その逆数 $D(Z)$ も連続とみなすことになる。 $D(Z)$ は点 Z を含む駅区間内の点（たとえば $|s|Z - D(Z)/2 \leq s \leq Z + D(Z)/2|$ ）においては一定となるべきものである。しかし、駅間間隔は場所により変化するものであるので、路線全体にわたっては、 $D(Z)$ が変化している必要がある。このことは、「 $D(Z)$ は1駅区間内では一定とみなし得るほどゆるやかに変化する」ということを意味し、以下、この条件を満たすものとして話を進める。

$D(Z)$ は地点の関数であり、その地点を特定する変数としては、 Z 以外に、 x 、 y 、 z 、 t などを用いる。しかし、関数形として一般に言及したい場合には $D(\cdot)$ と表わすことにする。これは、次に説明する $a(Z)$ に関しても同様である。

駅間間隔が $D(Z)$ である区間を幹線手段を用い旅行した場合に旅客が得る便益 $a(Z)$ は次式で求まる。

$$a(Z) = \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{V} \right) D(Z) - S \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 v ：アクセス手段の走行速度

V ：幹線手段の走行速度

S ：幹線手段の停車によって生じる時間損失で停車時間、加減速の影響を含む

いま、点 x を中心とする駅間間隔 $D(x)$ の区間（以下、区間 $D(x)$ とよぶ）に発生し、点 y を中心とする駅間間隔 $D(y)$ の区間（以下、区間 $D(y)$ とよぶ）に集中するトリップを考える。すなわち、対象とする領域を Ω とすると、 Ω は以下のとおりである。

$$\Omega = \{X, Y \mid x - D(x)/2 \leq X < x + D(x)/2, \\ y - D(y)/2 \leq Y < y + D(y)/2\}$$

以下、 $x \leq y$ (したがって $X \leq Y$) の場合を考え、さらに駅区間 $D(x)$, $D(y)$ は接することなく、十分離れた位置にあるものとする。

最初に乗り換え費用が零とした場合の便益を考える。区間 $D(x)$ に発生するトリップは、直接 $(x+D(x)/2)$ 地点の駅へ行き幹線手段に乗り換えるトリップ (以下、順行トリップとよぶ) と、いったん $(x-D(x)/2)$ 地点の駅まで戻り、幹線手段へ乗り換え区間 $D(x)$ を旅行するトリップ (以下、逆行トリップとよぶ) とに分けられる。順行トリップが、この区間から得る便益は零である。逆行トリップが、この区間から得る便益は、アクセス手段で直接 $(x+D(x)/2)$ の点にある駅まで行く時間と、逆行し幹線手段で同駅地点に達するまでの時間との差となる。この計算を行えば、 $X = x - D(x)/2$ で便益は $a(x)$ となり、 $X = x - D(x)/2 + (v/2)a(x)$ で零となる。

この区間 $D(x)$ から得られる便益は、トリップの集中点 (区間 $D(y)$ 内の点) には依存しない。このことを踏まえ、領域 Ω 内のトリップが区間 $D(x)$ より得る便益 $b'_1(x, y)$ を図示すると Fig. 1(a) を得る。

区間 $D(y)$ に関しても同様の方法で便益は算定され、その便益 $b'_2(x, y)$ を Fig. 1(b) に示す。

$x + D(x)/2$ にある駅地点より、 $y - D(y)/2$ にある駅地点まで幹線手段を用い旅行した場合に得られる便益 b'_3 は、単位長さ当たりから得られる便益 $a(\cdot)/D(\cdot)$ をその区間で積分することによって得られ次式となる。

$$b'_3 = \int_{x+D(x)/2}^{y-D(y)/2} \frac{a(t)}{D(t)} dt \dots\dots\dots (2)$$

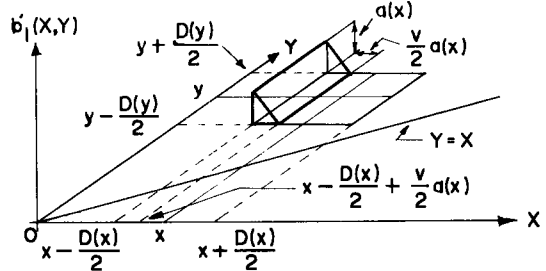
式 (2) は、トリップの発生・集中点 X, Y には依存せず、領域 Ω 内で一定である。

$b'_1(X, Y)$, $b'_2(X, Y)$ および b'_3 を加えたものが、領域 Ω 内でもトリップの得る便益 $b'(X, Y)$ となり、それを Fig. 1(c) に示す。

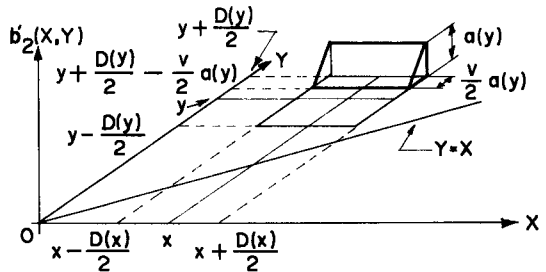
領域 Ω 内での総便益は、 $b'(X, Y)$ に OD トリップ密度分布 $f(X, Y)$ を乗じ、 Ω 内で積分すれば求まる。しかし、この積分は簡単な式では表わし得ず簡明な形で解を導くことを困難にする。したがって、ここでは、「 $f(X, Y)$ は X, Y に関してゆるやかに変化する関数であり領域 Ω 内では一定とみなすことができる」と仮定し式の展開の簡略化を計る。

上述の仮定により、領域 Ω 内での OD トリップ分布密度は $f(x, y)$ で代表させることができ、 Ω 内での総便益は、Fig. 1(c) の図形の体積に $f(x, y)$ を乗じた形で求まる。

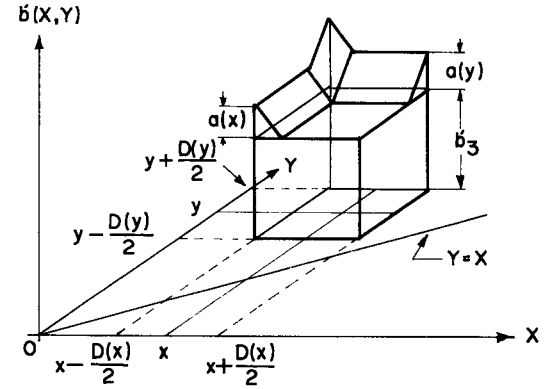
さて、ここで乗り換え費用の影響を考える。乗り換え費用を T で表わすと、領域 Ω 内のトリップの乗り換え費用の総和は、 $T \cdot D(x) \cdot D(y) \cdot f(x, y)$ となる。この値を上で求めた総便益より引くことにより、乗り換え費用も



(a) Traveller's benefit at section $D(x)$



(b) Traveller's benefit at section $D(y)$



(c) Traveller's benefit on region Ω

Fig. 1 Construction of traveller's benefit.

含めた便益が求まる。

最後に、 x の近傍単位長さ当たりが発生し、 y の近傍単位長さ当たり集中するトリップの得る便益 $b(x, y)$ は、上で求めた領域 Ω 内の総便益を、 Ω 内の総トリップ数、 $D(x) \cdot D(y) \cdot f(x, y)$ で割ったものとなり、次式で表わされる。

$$b(x, y) = \int_{x+D(x)/2}^{y-D(y)/2} \frac{a(t)}{D(t)} dt + \frac{1}{D(x)} \frac{v}{4} a^2(x) + \frac{1}{D(y)} \frac{v}{4} a^2(y) - T \dots\dots\dots (3)$$

式 (3) の第 1 項の積分内にある $a(t)/D(t)$ は、1 つの駅区間内では一定とみなし得る。この点を踏まえ、積分の下限を x , 上限を y までとし、積分内に取り込まれた分を式全体から差し引く操作を行うことにより次式

が導かれる。

$$b(x, y) = \int_x^y \frac{a(t)}{D(t)} dt - \frac{1}{2} \lambda(x) \frac{a(x)}{D(x)} - \frac{1}{2} \lambda(y) \frac{a(y)}{D(y)} - T \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\lambda(x)$, $\lambda(y)$ は各駅区間での順行の限界距離であり、任意の Z に対し次式で与えられる。

$$\lambda(Z) = D(Z) - \frac{v}{2} a(Z) \dots\dots\dots (5)$$

式 (4) の第 1 項は、点 x から点 y まで、幹線手段のみで旅行してきた場合に得る便益である。それに対し、第 2 項、3 項は、発生、集中地点におけるアクセス手段での平均順行距離 ($\lambda(x)/2$, $\lambda(y)/2$) に、幹線手段で単位距離移動した際に得る便益を乗じたもの、すなわち、アクセス地点において、幹線手段を用いないがために失う便益と解釈される。

式 (4) は、 $x \leq y$ に対して求めたものであるが、 $x > y$ の便益も同様の考え方で導かれ、式 (4) と同じ形で求まる。すなわち、 $b(x, y) = b(y, x)$ となり、 $b(x, y)$ は $x = y$ に関して対称である。したがって、式の展開は、 $x \leq y$ かまたは $x > y$ のどちらか一方を対象とすれば十分となり、以下では、いままでどおり $x \leq y$ の場合を考えることにする。

4. 分担の境界

いま、1 つの $D(Z)$, ($-\infty < Z < \infty$) が与えられているとし、その $D(Z)$ に対する $b(x, y)$ の特性をみる。

$a(Z)/D(Z)$ は非負であるので、式 (4) の第 1 項は、 x, y 間の距離 $H (=y-x)$ が長くなれば増加し、短くなれば減少する。 $x-y$ 平面上でみれば、 $y=x$ の直線から遠ざかれば大となり、近づけば小となる。特に $y=x$ 上では零である。ところが、第 2 項、第 3 項は H に無関係に常に正の値となる。さらに、 $T \geq 0$ であるので、 $y \geq x (H \geq 0)$ の領域内には、 $b(x, y) \geq 0$ となる領域と、 $b(x, y) < 0$ となる領域とが存在することになる。

式 (4) の第 1 項の値が、 $x-y$ 平面上の $y=x$ の直線から遠ざかれば大となり、近づけば小となることを考えれば、この $b(x, y) \geq 0$ と $b(x, y) < 0$ の領域の境界は、直線 $y=x$ の平行線に沿った曲線と想定される。

旅行者は、 $b(x, y) > 0$ の領域では、幹線手段を用いることにより便益を得る。 $b(x, y) < 0$ の領域では便益を得ず、アクセス手段のみで旅行を終えることになる。この意味から、 $b(x, y) = 0$ となる曲線は $x-y$ 平面上での幹線手段利用者、アクセス手段利用者の領域を分ける境界線となる。以下、この境界を「分担の境界」とよぶことにする。

現時点では、分担の境界を与える式を x, y に関して

陽の形で導くことはできないが、以下 $b(x, y) = 0$ を y について解いたとした場合の曲線の式を

$$y = \mu(x) \dots\dots\dots (6)$$

で表わすことにし、話を進めることにする。

5. 純便益および最適駅間間隔の導出

$b(x, y)$ に $f(x, y)$ を乗じ $b(x, y)$ の領域で積分することにより総便益が求まる。これより駅建設、運営費用、および、軌道建設、車両購入費などを差し引いたものが純便益、 NB 、であり、次式で表わされる。

$$NB = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mu(x)}^{\infty} b(x, y) f(x, y) dy dx - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(t)}{D(t)} dt - CT \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$c(t)$: 点 t の近傍に駅を建設する場合の 1 駅当たり駅建設・運営費用

CT : 軌道建設、車両購入等の費用

である。式 (7) 中第 2 項の中の $1/D(t)$ は単位長さ内にある駅個数であるので、 $c(t)/D(t)$ は単位長さ内での駅建設運営費用となり、それを積分したものが、総駅建設・運営費用となる。

式 (7) を最大とする $D(z)$, ($-\infty < z < \infty$) を求める。これは、点 z での微小区間 Δz における $D(z)$ の微小変化 $\Delta D(z)$ (Fig. 2 参照) に対する NB の変分を求め、それを零と置くことにより求まる。いま、式 (7) を展開し整理することにより次式を得る。

$$NB = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mu(x)}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{V} \right) (y-x) - S \int_x^y \frac{dt}{D(t)} - \frac{1}{4v} \left\{ \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right) D(x) + \frac{v^2 S^2}{D(x)} \right\} - \frac{1}{4v} \left\{ \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right) D(y) + \frac{v^2 S^2}{D(y)} \right\} - S - T \right] \times f(x, y) dy dx - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(t)}{D(t)} dt - CT \dots\dots\dots (7)'$$

以下、式 (7)' の中で $D(\cdot)$ を含む項の $\Delta D(z)$ による微小変化を求める。

まず式 (7)' 中の $S \int_x^y dt/D(t)$ は、点 x, y の間にある駅に幹線手段が停車することによって生じる旅行者の損失時間である。これは Fig. 3 中、斜線を付した領域、 $\phi = \{(x, y) | x \leq z, y \geq z \text{ かつ } y \geq \mu(x)\}$ において $\Delta D(z)$ の影響を受ける。 $\Delta(1/D(z))$ は $-\Delta D(z)/D^2(z)$ であることを踏まえ、微小変化を求めると以下を得る。

$$\Delta \left(S \int_x^y \frac{dt}{D(t)} \right) = \begin{cases} -\frac{S}{D^2(z)} \Delta D(z) \Delta z, & x, y \in \phi \dots\dots\dots (8) \\ 0 & x, y \notin \phi \end{cases}$$

Δz の微小区間に発生, または, 集中するトリップに関連する項は, 後で行う積分の過程において $(\Delta z)^2$ の項を含むことになり, $\Delta z \rightarrow 0$ と置くことにより影響がなくなる. したがって, 上式の誘導においては, これらに対応する項は含めていない. 以下の誘導においても同様の考え方で進める.

$D(x), D(y)$ を含む項は, それぞれ, 領域 $\phi_x = \{(x, y) | z \leq x \leq z + \Delta z \text{ かつ } y \geq \mu(x)\}$, $\phi_y = \{(x, y) | z \leq y \leq z + \Delta z \text{ かつ } x \leq \mu^{-1}(y)\}$ (Fig. 3 参照) 内において $\Delta D(z)$ の影響を受ける. それら項の微小変化は以下のとおりである.

$$\Delta \left[\frac{1}{4v} \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right) D(x) + \frac{v^2 S^2}{D(x)} \right] = \begin{cases} \frac{1}{4v} \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right) \Delta D(z) - \frac{v^2 S^2}{D^2(z)} \Delta D(z), & x, y \in \phi_x \\ 0 & x, y \notin \phi_x \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

$$\Delta \left[\frac{1}{4v} \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right) D(y) + \frac{v^2 S^2}{D(y)} \right] = \begin{cases} \frac{1}{4v} \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right) \Delta D(z) - \frac{v^2 S^2}{D^2(z)} \Delta D(z), & x, y \in \phi_y \\ 0 & x, y \notin \phi_y \end{cases} \dots\dots\dots (10)$$

最後に $\int_{-\infty}^{\infty} |c(t)/D(t)| dt$ の $\Delta D(z)$ に対する微小変化は次式で与えられる.

$$\Delta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(t)}{D(t)} dt = - \frac{c(z)}{D^2(z)} \Delta D(z) \Delta z \dots\dots\dots (11)$$

式 (8)~(10) に関しては, 微小変化の生じる領域で $f(x, y)$ を乗じたとえて積分し, それらと式 (11) を加えることにより NB の変分 ΔNB は求まる. この ΔNB を零と置くことにより最適駅間隔 $D(z)$ は求まり, 次式を得る.

$$D(z) = \left[\left\{ 4v \left(\frac{S \cdot g(z)}{g_x(z) + g_y(z)} + \frac{c(z)}{g_x(z) + g_y(z)} \right) - v^2 S^2 \right\} / \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (12)$$

ここに,

$$g(z) = \int \int_{\phi} f(x, y) dy dx$$

$$g_x(z) = \int_{\mu(z)}^{\infty} f(z, y) dy \dots\dots\dots (13)$$

$$g_y(z) = \int_{-\infty}^{\mu^{-1}(z)} f(x, z) dx$$

であり, $g(z)$ は, 点 z を幹線手段で通過する旅行者の数, $g_x(z), g_y(z)$ は, それぞれ点 z に発生, 集中する旅行者の数である.

式 (12) の構造をみることにより, 最適駅間隔の特質を知ることができる. まず, 分子の () 内第 1 項を

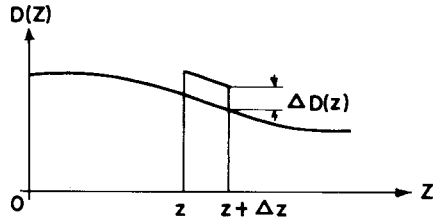


Fig. 2 A small change in $D(z)$.

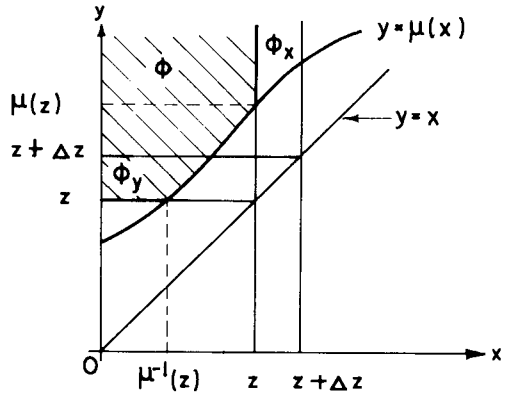


Fig. 3 Region affected by a small change in $D(z)$.

みると, 点 z を通過する旅行者数 $g(z)$ が増加すれば, 駅間隔は増加し, その反面, その点に発生, 集中する旅行者 ($g_x(z) + g_y(z)$) が増加すれば減少することがわかる. 次に同 () 内第 2 項 $c(z)/(g_x(z) + g_y(z))$ は, 点 z にある駅を利用する旅客 1 人当たりが必要となる駅建設, 運営費用となっており, この費用が増加すれば駅間隔は長くなる. さらに, 同 () 内 2 項の分母は同じであるので, 通分すればその分子は $S \cdot g(z) + c(z)$ となる. $S \cdot g(z)$ は, 点 z を通過する旅行者にとっての幹線手段の停車による損失時間, すなわち費用である. したがって, $S \cdot g(z) + c(z)$ は, 駅を設けることによって発生する費用と解釈できる. この費用が大となると駅間隔が長くなることを式 (12) は示している.

その他, アクセス手段の速度 v が増加すれば, $D(z)$ が増加すること, アクセス手段と幹線手段の速度比 v/V が増加すれば, $D(z)$ が増加する点なども式 (12) から読み取ることができる.

さらに, 式 (12) で着目すべき点は, $D(z)$ が, 平方根として求まっており, これにより式 (12) 内の各項の変化に対しての $D(z)$ の感度が小さくなるということである. このことは, $f(x, y), c(z), S, v, V$, また T などの値の設定が多少粗く誤差を含んでいても, それら誤差が $D(z)$ に与える影響は小さいことを意味する. また, $D(z)$ を導くために導入した仮定からくる誤差に関しても同様であり, $D(z)$ は, 近似解として十分有効で

あると考えられる。

6. 最適駅間間隔，最適駅配置の計算

以下，式 (12) で与えられる $D(z)$ を，すべての z に対して計算する。ここで，「すべての z 」という表現を用いたが，実際の数値計算上では，対象とする路線区間を適当に分割し，その分割点での値を計算していき，分割点外の値が必要であれば，内挿，外挿を行い求めるということになる。「すべての z 」という表現は以下でも用いる。

式 (12) の右辺にある $g(z)$, $g_x(z)$, $g_y(z)$ は，式 (13) に示されるとおり，分担の境界 $y = \mu(x)$ に依存し，また， $y = \mu(x)$ は式 (4) を解いて求まるので，これは $D(\cdot)$ に依存する。したがって式 (12) の右辺には $D(z)$ が含まれていることになり，最適駅間間隔は陽の形では求まっていない。

式 (12) を $D(z)$ について数値的に解く方法の一つとしては，すべての z に対し $D(z)$ の初期値を設定し，式 (4) の右辺を零としたものを数値的に解き，式 (13) の計算，式 (12) の計算を行い $D(z)$ を求めるという過程を繰り返し行うことにより近似解を求めるという方法も考えられる。

しかし，上述の計算は，必ずしも容易でなく，ここでは，1つの仮定を導入し，繰り返し計算を必要としない方法を考える。

まず， $D(z)$ の計算が困難であるのは，分担の境界 $y = \mu(x)$ が陽の形で求まっていないことに起因している。したがって，これが陽の形で求まるよう，次の仮定を設ける。

「 $D(z)$ は $\mu^{-1}(z) \leq x \leq \mu(z)$ の区間では，ほぼ一定の値を取り， $D(z)$ で近似できる」……………(14)

この仮定により，式 (4) を零と置いた式は次の形で求まる。

$$y - x = \lambda(z) + \frac{T}{|a(z)/D(z)|} \quad (=H(z)) \dots\dots\dots(15)$$

上式において， $y - x$ を $H(z)$ と置いているが，これは，点 z に発生，また，集中するトリップで幹線手段を利用するものの最小トリップ長と解釈される。式 (15) 中の $\lambda(z)$ は前にも述べたとおり，順行する最大距離である。また $|a(z)/D(z)|$ は幹線手段で単位距離移動した際に得る便益であるので， $T/|a(z)/D(z)|$ は，結局，乗り換え費用による損失を取り戻す距離ということが出来る。

式 (12)，(13)，(15) を連立して解くことにより， $D(z)$ は求まるが，いまや，式 (15) の $H(z)$ は， z の1つの点での $D(z)$ に依存しているだけである。したがっ

て，すべての z についての $D(z)$ を同時に考える必要はなく， z の各点について独立して解いていくことが可能となっている。

以下，すべての T について，1つの z に対する $D(z)$ を求める方法を述べる。式 (15) を T について解くと，

$$T = |H(z) - \lambda(z)| \cdot |a(z)/D(z)| \dots\dots\dots(16)$$

を得る。

いま， $H(z)$ の値を1つ設定すると式 (13)，(12) を用いることにより， $D(z)$ が計算される。この $D(z)$ より $a(z)$, $\lambda(z)$ が計算され，設定した $H(z)$ も併せて用いれば，式 (16) より T が計算される。以上により，いま計算された1つの T と，それに対応する $D(z)$ が求まったことになる。 T , $H(z)$, $D(z)$ はすべて1対1に対応しているのので，すべての $H(z)$ の値に対し上述の計算を行えば，すべての T に対する $D(z)$ が求まることになる。

上述の計算は1つの z に対してのものであるが，すべての z に対し同様の計算を行えば，すべての z , T に対しての $D(z)$ が求まる。この中から，1つの T の値に対応する $D(z)$ の集合を選び出せば，これが求める解である。以上の計算から，すべての T に対する関数 $D(z)$ が設定されることになるが，特定の T に対する解のみに興味があれば， $H(z)$ の値の設定の範囲を限定して行えばよい。しかし，計算機を用い計算する限りにおいては計算量は，それほど多くないこともあり， T の変化による感度分析の意味も含め，考え得るすべてを計算しておけばよいと想定される。

1つの T に対する関数 $D(z)$ より駅地点を求める方法は以下のとおりである。いま，路線に沿っての2地点があらかじめ駅であると設定されているものとし，その2駅間での駅位置を計算された $D(z)$ から求めるとする。2駅の座標を z_0 , z_N としておく。

$1/D(z)$ が点 z における駅密度であることから， z_0 からの $1/D(z)$ の累積値を計算していき，その値が1となる地点は z_0 の次の駅地点と考えることができる。一般に

$$\int_{z_0}^{z_i} \frac{dz}{D(z)} = i$$

となる地点 z_i は i 番目の駅位置となる。対象としている区間の両端ともに駅であり， $1/D(z)$ を z_N まで累積した値も整数となる必要がある。この補正には，まず

$$R = \int_{z_0}^{z_N} \frac{dz}{D(z)}$$

を計算し， R に最も近い整数を N とすれば， i 番目の駅位置は

$$\frac{N}{R} \int_{z_0}^{z_i} \frac{dz}{D(z)} = i \dots\dots\dots(17)$$

となる点 z_i である。駅配置数は $(N-1)$ である。

7. 数値計算例

福山¹⁾は、リオデジャネイロ都市圏における都市高速鉄道の駅配置決定において、ダイナミックプログラミングを繰り返し用いるアルゴリズムを適用した事例を示している。ここでは、その事例と設定を同じくする状況に本稿で示した近似解析解による方法を適用し、福山の導いた結果との比較を行う。

計算の対象となるのは、鉄道とバスが並行して運行されている延長19.8 km (≒20 km) の路線であり、バスをアクセス手段とし、鉄道駅の配置を決定する。計算に用いるパラメーター値は、 $CT=67\ 652$ 時/日、 $V=80$ km/時、 $v=15$ km/時、 $S=40$ 秒である。ODトリップ密度分布 $f(x, y)$ 、路線に沿っての駅建設費用 $c(\cdot)$ は福山¹⁾に記されている。

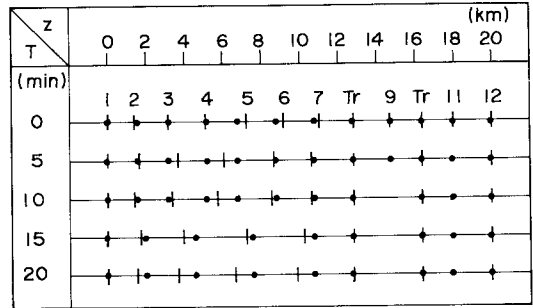
式 (12), (17) の計算は20 km の路線を1 km の区間に分割し、その分割点で計算を行い、式 (13) の積分計算も $x-y$ 平面を1 km の格子に分割して行っている。分割区間長は、積分誤差を考慮し設定している。式 (12), (17) はゆるやかに変化していると想定され、 $f(X, Y)$ も複雑な関数ではないため、粗い分割でも高い計算精度を期待し得る (ダイナミック・プログラミングを用いた方法では、分割点が駅の候補地となるため、精度を上げるためには、分割点を増加する必要があるが、本手法では積分計算の誤差のみを考えておけばよい)。

Chart 1 はアルゴリズムおよび式 (12), (17) (Chart 1 の中では Continuum Approximation としている) により決定される駅配置を対比して示したものであり、 T の増加に伴う駅配置の変化をみたものである。図中 T_r を付している地点は、対象としている鉄道路線が、他の路線と交差する点であり、乗り換え駅として常に存在するものとしている点である。

Table 1 には、アルゴリズムで決定される駅配置での純便益と、式 (7) より計算される純便益とを対比して示す。式 (7) の積分計算も1 km 格子に分割して行っている。

Chart 1 において $T=0$ の場合をみると、駅個数に関しては両方法とも同じ結果を与えており、駅配置点にもほとんど差がないことがわかる。ダイナミック・プログラミングの計算においては、路線を400 m の区間に分割し最適化計算を行っており、そのことを考えれば、アルゴリズムも、式 (12), (17) も同じ解を与えているとみなし得る。Table 1 中の純便益に関しても $T=0$ の場合にはほとんど差はない。

T の値が増加してゆくと、式 (12), (17) の与える駅個数は、アルゴリズムのそれより少なくなり、また、純便益も小さくなっていく。



- Station location determined by Algorithm
- | Station location determined by Continuum Approximation

Chart 1 Comparison of Station location determined from Algorithm and Continuum Approximation.

Table 1 Comparison of net benefit.

Transfer Cost, T (min)	by Algorithm (Hour/Day)	by Continuum Approximation (Hour/Day)	Error* (%)
0	143,962	147,677	-2.6
5	82,387	79,801	3.2
10	38,766	35,964	7.2
15	7,052	1,186	83.2
20**	-17,227	-24,519	-42.3

* Error in Continuum Approximation supposing that Algorithm gives true value.

** Operation of rail system in this case is non-benefitable.

8. 手法適用上の考察

式 (12), (17) から導かれる解は、 T の増加に伴い、誤差が大となる傾向がみられるが、これは、数値計算を簡便化するために導入した仮定 (14) が満たされにくくなっているためと解釈される。すなわち、仮定 (14) においては、幹線手段利用により便益を得る最小距離範囲内では駅間間隔は等しいと仮定しているが、この範囲は T の増加に伴い大となり、仮定を満たしづらくなると想定される。

このように、式 (12), (17) から得られる解の誤差の原因、傾向が説明できることは、逆に考えれば、対比して考えているアルゴリズムによる解が適切に求まっていること、すなわち、最適解への収束が正しく達成されていることを裏づけていることにもなる。

式 (12), (17) より求まる解の誤差は、 T の増加に伴って大となってはいるものの、今回の例では $T \leq 10$ の場合での純便益の誤差はかなり小さい。実際、この誤差は式 (13) の積分計算においてのものだけであり、この積分値が、 T の増加に対して敏感でない限りその誤差は少ない。一般に、 T がどのような値を取ろうとも、大部分の旅行者のトリップ長が式 (15) で与えられる距離よりも大であれば、式 (13) の積分においての領域 ϕ

内に大部分の旅行者が含まれることになり、積分範囲の設定に多少の誤差を含もうとも積分値自体に与える影響は少なくなる。

式 (15) の右辺の評価値は、 $vT/(1-v/V)$ の値のオーダーであることが示し得る。いま、対象とする路線上に発生・集中する旅行者の平均トリップ長を \bar{H} とすると、 $\bar{H} \gg vT/(1-v/V)$ …………… (18)

が成立すれば、幹線利用客が大部分を占めることになり、式 (14) の積分計算における誤差は小さくなる。したがって、式 (12), (17) は式 (18) が満たされる状況下で適応可能であると想定される。

アルゴリズムは、より一般的に適用し得るわけであるが、その最適解への収束の確認に難点があった。それを補う意味で本稿での方法を用いることも有力である。

前にも述べたように、 T の増加に伴い最適駅間間隔算定値の誤差は増加する。誤差を伴った駅間間隔に対する純便益は、真の純便益より過少に評価されるはずであり、その傾向は Table 1 の中にもみることができる。すなわち、最適解に対する純便益は、式 (12), (17) で与えられる解での純便益を下回ることはない。したがって、アルゴリズムにより算定された純便益が、式 (12), (17) の解に対する純便益より大であり、 T が増加するにつれてその差が大となる傾向にあれば、適切な収束がなされていると判断して差し支えないと考えられる。

本稿で示したモデルを実際問題へ適用するにあたっては次の点を踏まえておく必要があると考えられる。本稿モデル導出にあたっては、取り入れる要因を限定し、さらに、モデル簡素化のための抽象化を行っている。実際の駅配置決定に関しては、本稿で考慮していない要因、たとえば、局所的地形、地盤、またアクセス道路（手段）の有無なども影響してくる。この意味において式 (17) で決定される駅地点は計画上の 1 つの目安となるものであり、種々の局所的要因を踏まえたうえで最終的駅地点は決定されるべきものである。また、実際の応用に際しては、むしろ式 (12) で与えられる駅間間隔、または、その逆数である駅密度が有用であるともいえる。最適解が密度の形で与えられることは、純便益を最大とする要件として、どの地点に駅を設けるかということよりも、問題となっている区間に設けるべき駅数、また、その相対的位置関係が意味をもつことを示している。実際の計画にあたっては、厳密な駅地点を決定するに先立って、

平均的駅間間隔、駅密度、駅個数を把握しておくことが重要であることはいうまでもなからう。

9. あとがき

連続体近似を用い最適駅配置を決定する方法、およびその適用範囲を示すとともに、ダイナミック・プログラミングを繰り返し用いるアルゴリズムでの解の収束の確認にも本手法を適用し得ることを示した。

連続体近似という 1 つの近似手法の適用の面から本稿モデルをみると、かなり大胆な仮定のもとに導かれているにもかかわらず、設定条件に忠実な結果を導くダイナミック・プログラミングでの算定結果と対比し得る精度の解を導き得たという点が指摘できよう。これは、これまでの Newell ほかの連続体近似手法の応用可能性の主張を再度確認した結果となっており、最適解を簡単な数式で表わし、問題の性質を定性的にも把握できる利点も併せて、さらに他の問題への適用が期待されるものである。

本稿では、社会における輸送効率という点に着目し駅配置問題を論じてきた。実際の駅配置決定に際しては、政治的側面、地域開発効果、また、地域住民の意向などが影響してくる場合もあろう。しかしながら、輸送効率という側面は、輸送に関する限りは重要な要因であり、計画に際し考慮しておかねばならない点であることは明らかであろう。

参 考 文 献

- 1) 福山正治：旅客輸送機関停車駅の最適配置，土木学会論文報告集，第 343 号，1984 年 3 月。
- 2) Newell, G. F. : Scheduling, Location, Transportation and Continuum Mechanics : Some Simple Approximations to Optimization Problems, SIAM Journal of Applied Mathematics, Special issue to honor Professor W. Prager, Vol. 25-3, 1973.
- 3) Wirasinghe, S. C., Hurdle, V. F. and Newell, G. F. : Optimal parameters for a coordinated rail and bus transit system, Trans. Sci. 11, pp. 359~374, 1977.
- 4) Fukuyama, M. : Optimal Station Location for a two hierarchy transit system, Proceedings of the Eighth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, Toronto, Canada, pp. 264~291, 1981.

(1984. 12. 24・受付)