

沈下を考慮した上・下部構造一体システムの最適化に関する研究

STUDY ON OPTIMIZATION FOR SYSTEM RELIABILITY OF SOIL-SUPPORTED
STRUCTURE SUBJECT TO SETTLEMENT

松尾 稔*・出村 禧典**

By Minoru MATSUI and Yoshinori DEMURA

A superstructure and a substructure are designed separately in the general design method, since an interaction between them is very complicated. The present paper proposes a procedure of optimization for system reliability of a soil-supported structure as one system. A plate girder bridge is taken up as an example of a structure. Ununiform settlement between an abutment and a pier which is generated by consolidation of a clay layer influences on the degree of safety of a main girder. Under such a condition, the optimum safety factors of a main girder and an abutment are investigated with some numerical examples. The optimum safety factors obtained are close to those given in the current design specifications.

1. ま え が き

一般の構造物に関する現行設計法では、上部構造と下部構造の設計は、別々の設計規準、すなわち、それぞれ独自の設計体系によって定められた安全率値の規定のもとに行われる。ところが、上・下部構造間には、構造的、機能的に密接な関連性があるから、たとえばそれぞれの安全率値は、このような関連性を考慮して構造物全体を最適の設計とするように決定するのが理想である。

本研究は、軟弱地盤上の橋梁を具体的対象に、これを上・下部構造一体化システムとしてとらえ、上・下部それぞれの最適安全率値を決定しようとする研究の一環である。すでに文献1)で、主桁の破壊および橋台の側方流動に対するそれぞれの最適安全率値決定に関し、上・下部構造一体システムとしての基本的考え方を提示した。ところで、技術者に対する面接および文献2), 3)などによる軟弱地盤上橋梁の損傷事例調査によれば、橋台の側方流動による損傷と同時に、軟弱層の圧密に起因する杭のネガティブフリクションが基礎の不同沈下を生むケースが多い。そこで、本研究では、主桁の変形、橋

台の側方流動という2つの破壊モードに、さらに基礎の鉛直沈下による破壊モードを付け加えたシステムの中で安全率値を最適化する具体的問題を取り扱う。なお、文献1)を、以後前論文とよぶこととする。

安全率値の決定には信頼性設計の手法を適用する。この場合、現在までに架設された橋梁の上・下部構造に生じた損傷事例や使用実績を解析して得られる情報を確率統計的に活用し、最適安全率値決定プロセスの中へ定量的に組み入れる手法を開発している。

主桁の破壊と橋台の側方流動を組み合わせた場合の最適決定については、前論文と文献4)に詳述したので、本論文では、基礎の不同沈下による損傷事例の解析結果を示した後、基礎の沈下と主桁の破壊を組み合わせた場合の最適安全率値決定に重点をおき記述する。

2. 最適決定の基本的概念

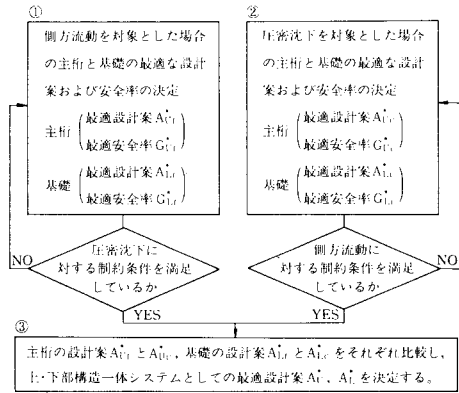
上・下部構造一体システムとしての安全率決定の基本的考え方は前論文で詳述したが、本論文にも最小限の再録が必要であり、加えて、決定のための具体的な手順を説明しておきたい。

本手法では、次式の期待総費用 $E[C_T]$ を最小にするように安全率値を決定する。

$$E[C_T(G_U, G_L, \delta)] = C_{CU}(G_U, \delta) + C_{CL}(G_L, \delta)$$

* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部地盤工学教室
(〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 工修 石川工業高等専門学校助教授 土木工学科



図一 上・下部一体設計法による最適設計案の決定システム

$$\begin{aligned}
 &+ \sum_{k=1}^{n_U} C_f(D_{Uk})P(D_{Uk}; G_U, \delta) \\
 &+ \sum_{k=1}^{n_L} C_f(D_{Lk})P(D_{Lk}; G_L, \delta) \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

上式で添字 U, L はそれぞれ上部構造，下部構造に関する量であることを示す。この約束のもとに， G は安全率を， $C_f(G, \delta)$ は G を有し変位量 δ を許す構造物の建設費を， $P(D_k; G, \delta)$ はその構造物がもたらす損傷 D_k の生起確率を示す。ここに， k は損傷のランクを， n_D はそのランク数を表わす。また， $C_f(D_k)$ は各ランクの損傷に対応する構造物全体の損失費である。なお，損傷の生起確率の計算には，後に示すように，上・下部構造の構造的関連性を，損失費の計算にはその機能的関連性を考慮に入れる。最適安全率は，次式の関係満足するように決定される。

$$E[C_f(G_U, G_L, \delta)] \rightarrow \min \dots \dots \dots (2)$$

以上を軟弱地盤上の橋梁に適用する場合の基本的な流れを図一に示す。①地盤の側方流動（添字 f で表示）を対象とした場合の主桁と基礎の最適安全率 G_{Uf}^* , G_{Lf}^* および最適設計案 A_{Uf}^* , A_{Lf}^* と，②圧密沈下（同 c で表示）を対象とした場合の主桁と基礎の最適安全率 G_{Uc}^* , G_{Lc}^* および最適設計案 A_{Uc}^* , A_{Lc}^* を別々に決定するところが，このような別々の流れによって決定された場合，一般には，主桁の両設計案 A_{Uf}^* と A_{Uc}^* ，基礎の両設計案 A_{Lf}^* と A_{Lc}^* は異なっている。しかし，側方流動を対象とした場合でも沈下を対象とした場合でも設計・製作される主桁や基礎は同一である。そこで，次のような考え方にに基づき，③最終的な設計案を決定することとする。すなわち，主桁や基礎に関する①の流れによる最適設計案 A_{Uf}^* , A_{Lf}^* と②の流れによる A_{Uc}^* , A_{Lc}^* をそれぞれ比較し，両設計案を包含し，かつ両設計案の安全度を下回らないような設計案を，最適設計案 A_U^* , A_L^* として採択する。なお，後の 4. で述べるように，本論文で具体的に取り

上げるのは，下部構造の設計変数が①と②で重複しない特別なケースであるから， A_{Uf}^* と A_{Uc}^* がそのまま下部構造の実設計案となる。

また，本研究では，これまでに架設されている同種の構造物群の使用実態や損傷事例を解析し，そこから得られる情報を統計的に処理し，式（1）における損傷の生起確率の計算にフィードバックさせている。具体的なフィードバック法は，主桁の破壊については文献 4）に，橋台の側方流動については前論文に，基礎の沈下については本論文の 3. にそれぞれ詳しく示してある。このような手段を講じることにより，計算された生起確率が実際のそれに近づくよう工夫しているのである^{1),4)}。

3. 不同沈下の予測法

(1) 用いた手法

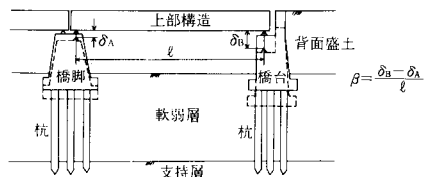
上・下部構造の一体設計を進めるには，基礎の不同沈下を正確に予測する必要があるが，これが実は非常に難しい。新しい試みとして，本研究では次に提示する方法を用いる。軟弱地盤上の橋梁には普通杭基礎が用いられるので，これを例にとって説明すると以下のようなのである。

まず，不同沈下を次式のように傾斜角 β で定義する（図一2 参照）。

$$\beta = (\delta_B - \delta_A) / l \dots \dots \dots (3)$$

ここに， δ_A, δ_B は，左右の橋脚または橋台の沈下量， l はスパン長を表わす。不同沈下を式（3）のように定義したのは，以下の理由による。本研究では，(i) 主桁と左右の橋脚，橋台とで 1 つの構造物を構成していると考えている，(ii) 不同沈下を傾斜角で表現すると主桁に発生する付加応力と対応させやすい，などである。

不同沈下 β の計算は，図一3 の手順に従う。すなわち，①上部構造や橋脚，橋台の自重による杭への荷重 W_d を計算する。②杭根入部分の軟弱層が橋台背後の盛土や地下水位低下により圧密沈下するとき生じるネガティブフリクション N_f を計算する。③荷重 W_d と N_f による杭の沈下量 δ を計算する。沈下量 δ の計算には，多くの杭の荷重試験結果を整理して得られた後の図一7 の関係を用いる。ただし，荷重試験結果は，構造物の一部としての杭に荷重して得られた結果ではなく，杭単体への荷重結果であるから，後述するように，補正係数を用いて適用する。④ひとまず③までの手続きによって求めた



図一2 不同沈下が生じた橋梁の模式図

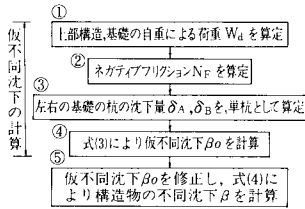


図-3 不同沈下の計算手順

杭の沈下量を、杭が構造物の一部であるとしたときの基礎の沈下量と仮定し、式(3)により不同沈下を計算する。これを β_0 で表わし、便宜上本論文では仮不同沈下とよぶことにする。⑤上述したように β_0 は単杭への載荷実績を用いて計算した値であるから、杭が構造物の一部として機能する場合の不同沈下 β とは当然異なってくる。すなわち、実際の橋台や橋脚が沈下する場合には、変形に応じ杭への荷重が再配分されるし、また、杭の上端に付設されるフーチングの支持力分担もある。しかし、たとえこのような影響があったとしても、 β と β_0 にかなり密接な関係があると考えるのは非常識ではない。この根拠は、後の(4)で説明する。さて、これらの付加的要素を H なる変数で表わし、 β と β_0 の関係を次式のように設定する。

$$\beta = H\beta_0 \dots \dots \dots (4)$$

H の値を理論的に算定することは不可能に近い。そこで、本研究では、すでに架設されている多くの橋梁の不同沈下の測定結果から H を逆算する方法をとる。

ところで、 β_0 は杭単体としての沈下量から計算した値ではあるけれども、その算定の過程(図-3参照)においては、やはり多くの不確実要因が存在する。たとえば、上部構造や基礎の自重による死荷重 W_d はかなり正確に見積もることができるが、ネガティブフリクション N_f は、土質係数のばらつきなどに起因して大幅に変動することが予想される。また計算の基礎としている載荷試験結果も、後の図-7に示すように、かなりばらついている。そこで、このような誤差やばらつきに対処するためにネガティブフリクション N_f 、杭の(荷重-沈下量)関係(以後 Ψ で表わす)を確率変数として取り扱うのが妥当と考える。また、 H も数多くの不確実要因を含むので、やはり確率変数とする。以上の結果、 β_0 、 β も確率変数となる。

上述したように、不同沈下 β を確率的に予測しようとするので、まず β の確率分布を求める必要がある。 β の確率分布は、本来ならば、 N_f 、 Ψ 、および H の確率分布から導かれなければならない。 N_f 、 Ψ については、多くの実験データが得られているので、これから確率分布を求めることができる。これに対し、 H についての情報はきわめて少ない。そこで、 H の確率分布のパラ

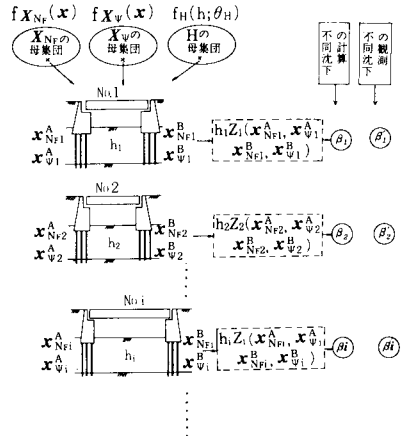


図-4 沈下事例における不確実要因と不同沈下の関係

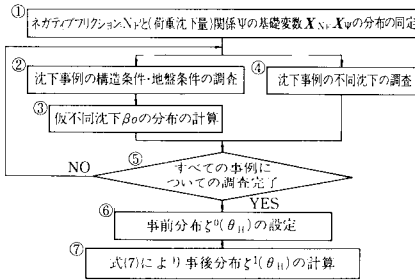
メータ θ_H を未知とし、そのパラメータの確率分布 $\zeta(\theta_H)$ を、すでに架設されている多くの同種橋梁に関する不同沈下の実測データ $\beta_i (i=1, \sim, n_a)$ を用いて統計的に推定するという手法をとる。ここに、 n_a は測定された不同沈下の総数である。推定には次のようなモデルを用いる。図-4において、左列の構造物は、不同沈下を測定した構造物を意味する。各構造物についてのネガティブフリクションや(荷重-沈下量)関係に関連する基礎変数 X_{N_f} 、 X_{Ψ} の実現値 $x_{N_f i}$ 、 $x_{\Psi i}$ 、また付加的要素 H の実現値 h_i は、 X_{N_f} 、 X_{Ψ} 、 H の母集団からランダムに抽出されたサンプルであり、構造物ごとには統計的に独立であると仮定する。したがって、実現値の標本分布は、母集団の分布に一致しており、それぞれを $f_{X_{N_f}}(x)$ 、 $f_{X_{\Psi}}(x)$ 、 $f_H(h)$ で表わす。また、各構造物の仮不同沈下 β_{0i} と各基礎変数の実現値との関係を次式で表わす。

$$\beta_{0i} = |\delta_{B_i}(x_{N_f i}^B, x_{\Psi i}^B) - \delta_{A_i}(x_{N_f i}^A, x_{\Psi i}^A)| / l = Z_i(x_{N_f i}^A, x_{\Psi i}^A, x_{N_f i}^B, x_{\Psi i}^B) \dots \dots \dots (5)$$

ここに、添字 A 、 B は、左右の2つの橋脚(あるいは橋台)に関する量であることを意味する。いま、 $Z_i(\)$ と密度関数 $f_{X_{N_f}}(x)$ 、 $f_{X_{\Psi}}(x)$ が得られれば、仮不同沈下 β_{0i} の密度関数 $f_{\beta_{0i}}(\beta_{0i})$ を求めることができ、したがって、構造物 i における不同沈下 β_i の密度関数 $f_{\beta_i}(\beta_i | \theta_H)$ も次式で計算することができる。

$$f_{\beta_i}(\beta_i | \theta_H) = \int f_{\beta_{0i}}\left(\frac{\beta_i}{h_i}\right) f_H(h_i | \theta_H) \frac{1}{h_i} dh_i \dots \dots \dots (6)$$

なお、仮不同沈下 β_{0i} の密度関数 $f_{\beta_{0i}}(\beta_{0i})$ の具体的な計算法については後の(2)で詳しく述べる。それぞれの構造物について測定された不同沈下 β_i は、 β_i の実現値であるとみなすことができる。以上のモデルを用いた推定の手順を図-5に示す。すなわち、①ネガティブフリクション N_f 、杭の(荷重-沈下量)関係 Ψ に関する基礎変数 X_{N_f} 、 X_{Ψ} の確率分布を求める。②各橋梁の構造条



図一五 未知パラメーター θ_H の推定手順

件、地盤条件を調査し、③これらの条件に基づいて仮不同沈下 β_{oi} の確率分布 $f_{\beta_{oi}}(\beta_{oi})$ を求める。④別途、各橋梁の不同沈下 β'_i を実測する。⑤対象としたすべての橋梁について上記手順が完了したかどうかチェックし、⑥ H の母集団 θ_H の事前分布 $\xi^0(\theta_H)$ を設定する。⑦各橋梁の不同沈下 β_i が実測不同沈下 β'_i に一致することを条件に、ベイズの定理を用いて事後分布 $\xi^1(\theta_H)$ を求める。具体的には、次式による。

$$\xi^1(\theta_H) = \frac{\prod_{i=1}^{n_s} f_{\beta_i}(\beta_i = \beta'_i | \theta_H) \xi^0(\theta_H)}{\int \prod_{i=1}^{n_s} f_{\beta_i}(\beta_i = \beta'_i | \theta_H) \xi^0(\theta_H) d\theta_H} \dots\dots\dots (7)$$

(2) 仮不同沈下 β_0 の確率分布の算定

まず、ネガティブフリクション N_F 、杭の(荷重-沈下量)関係 Ψ の確率分布の算定について述べる。

a) ネガティブフリクション N_F の確率分布

ネガティブフリクションの算定方法については、多くの研究がなされているが、ここでは、次式を用いることにする⁵⁾。

$$N_F = \lambda U \int_0^{L_n} \tau dz \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 λ は杭先端の形状による係数、 U は杭の周長、 L_n は杭頭から中立点までの距離、 τ は杭周面の摩擦力である。解析の対象とする橋脚、橋台では、地盤が砂層の場合は N 値が得られており、また粘土層の場合には

単位体積重量を用いて有効応力 σ'_v が求められるものとし、杭の周面摩擦 τ を次式で計算する。

粘土層の場合、

$$\tau = K_h \tan \delta_F \cdot \sigma'_v = C_1 \sigma'_v \dots\dots\dots (9)$$

砂層の場合、

$$\tau = C_2 [3 + (N/5)] \dots\dots\dots (10)$$

式(9)における C_1 は、土圧係数 $K_h (= \sigma'_h / \sigma'_v)$ と摩擦係数 $\tan \delta_F$ (δ_F は杭と土との摩擦角) の積である。解析の対象とした地盤はすべて圧密が完了した場合であったので、土の単位重量に依存する σ'_v の計算値の精度はよいと考えている。これに対して、 K_h と $\tan \delta_F$ の見積もりにはかなりの誤差が入ると推測されるので、両者の積 C_1 は確率変量として取り扱う。砂層の N 値と τ の関係については、阪口が与えた図—6の結果を用いる⁶⁾。 $\tau = 3 + (N/5)$ は平均値線であるが、図にみられるように測定値はかなりばらつく。そこで、式(10)のように、平均値からの隔たりを表す係数 C_2 を導入し、これを確率変量とする。式(9)、式(10)を式(8)に代入すれば、ネガティブフリクション N_F は次式のように表わされる。

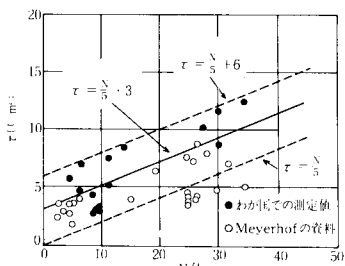
$$N_F = a_1 C_1 + a_2 C_2 \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

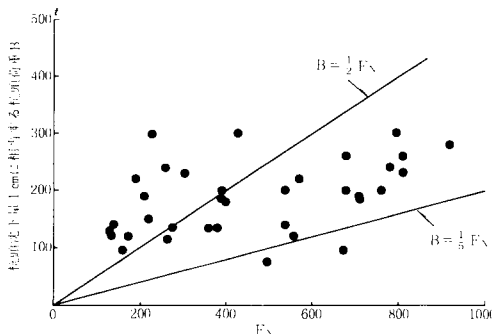
$$a_1 = \lambda U \int_0^{L_n} \sigma'_v(z) dz \dots\dots\dots (12)$$

$$a_2 = \lambda U \int_0^{L_n} [3 + (N/5)] dz \dots\dots\dots (13)$$

上式で a_1 、 a_2 は確定量であるが、 C_1 、 C_2 が確率変量であるので、 N_F は確率変量となる。ネガティブフリクションに関しては多くの議論があり、式(9)、(10)のような簡単な表示に批判があることは承知している。さらに式(11)は、粘土層中に発生するネガティブフリクションと砂層中のそれを単純加算した形になっているが、砂と粘土ではせん断抵抗が十分発揮されるまでの変形量が異なるので、明らかに厳密性を欠いている。しかし、通常的设计でもこのような計算方法が用いられている



図一六 N 値と摩擦力の関係 (阪口による⁶⁾)



図一七 杭頭荷重 B と F_v との関係 (堀内による⁷⁾)

表一 各係数の平均値と標準偏差

	平均値 μ_C	標準偏差 σ_C
C_1	0.275	0.075
C_2	0.87	0.33
C_3	0.38	0.087

るのに加え、これらのことによって生じる誤差は結果的に付加的要素 H の中に含めて考えることとする。さて、 C_1 、 C_2 の確率分布を正規分布と仮定し、平均値 μ_{C_1} 、 μ_{C_2} 、標準偏差 σ_{C_1} 、 σ_{C_2} を計算した結果が表-1 である。 C_1 については、常識的な値として粘土層の K_N の平均値を 0.55、標準偏差を 0.10 に、また $\tan \delta_F$ の平均値を 0.50、標準偏差を 0.10 と見積もって計算した値である。 C_2 に関するパラメーターの値は、図-6 の結果から計算したものである。 C_1 、 C_2 の分布からネガティブフリクション N_F の分布も正規分布となり、その平均値 μ_{N_F} 、標準偏差 σ_{N_F} は次式で与えられる。

$$\mu_{N_F} = a_1 \mu_{C_1} + a_2 \mu_{C_2} \dots (14)$$

$$\sigma_{N_F} = \sqrt{(a_1 \sigma_{C_1})^2 + (a_2 \sigma_{C_2})^2} \dots (15)$$

b) 杭の (荷重-沈下量) 関係 Ψ の分布

杭頭荷重より杭頭沈下量を計算するためには、前述したように、別の実施された多くの杭の載荷試験データを用いる。まず、杭頭荷重 W と杭頭沈下量 δ の関係を次式のように設定する。

$$\delta = BW \dots (16)$$

実際上問題となる降伏荷重以下の小さい荷重範囲では、(杭頭荷重-杭頭沈下量) 関係が両対数紙上で線形になるという指摘もあるが⁸⁾、本研究のように統計的処理を施す場合には、それほど精度で論じる必要はないと考え、式 (16) のように設定したのである。 B の値を、多くの載荷試験から求めた例として堀内による図-7 がある⁷⁾。この例は、一般の橋梁基礎として使用される直径 400 mm から 600 mm の鋼管杭の載荷試験結果であり、その整理法は文献 8) と同様の考え方に基づいている。図において、縦軸が B 値、横軸は杭の根入部の地盤特性を表す指標 $F_N = 2\pi U' \sum_{i=1}^{m_i} L_i N_i$ (L_i は根入部各層の層厚、 N_i はその層の N 値、 U' は杭径) である。杭頭沈下量は、①地盤特性 F_N を計算し、②これを図-7 に用いて B 値を求め、③ B 値と杭頭荷重 W より式 (16) で計算する。なお、 F_N と B の関係は、次式で表わす。

表-2 解析に用いた橋梁名⁹⁾

No.	橋梁名	型式	完成年	測定年	ケース数
1	新近川大橋(第一期)	ケルバー式格子箱桁活荷重合成桁	1966	1974	8
2	"(第二期)	"	1970	1974	12
3	鹿浜橋(第一期)	活荷重合成桁、ケルバー式フレートカーター	1965	1974	13
4	"(第二期)	"	1968	1974	14
5	尾久橋	連続箱桁	1968	1974	1
6	堀切橋	ケルバー式箱桁、ケルバー式格子桁	1967	1974	9
7	木根川橋	ケルバー式箱桁、単純トラス桁	1969	1974	9
8	平井大橋	活荷重合成格子桁、ケルバー式格子桁	1967	1974	6
9	葛西橋	突桁式吊剛脚活荷重合成格子桁	1963	1974	11
		合 計			83

$$B = C_3 F_N \dots (17)$$

図-7 の結果から C_3 値は大きくばらつくので、これも確率変量とする。 C_3 の平均値、標準偏差 μ_{C_3} 、 σ_{C_3} を図-7 に基づき計算すると表-1 のような値が得られる。

c) 仮不同沈下 β_0 の確率分布

杭に作用する荷重 W は ($W_d + N_F$) である。 N_F 、したがって W が確率変量となるから、 δ の平均値 μ_δ 、標準偏差 σ_δ は次式のようになる。

$$\mu_\delta = F_N \mu_{C_3} \mu_W \dots (18)$$

$$\sigma_\delta = F_N \sqrt{(\sigma_{C_3} \mu_W)^2 + (\sigma_W \mu_{C_3})^2 + (\sigma_{C_3} \sigma_W)^2} \dots (19)$$

δ の分布が正規分布であるならば、 β_0 の分布も正規分布となり、その平均値、標準偏差は次式で計算できる。

$$\mu_{\beta_0} = (\mu_{\sigma_\delta} - \mu_{\sigma_n}) / l \dots (20)$$

$$\sigma_{\beta_0} = \sqrt{(\sigma_{\sigma_\delta} / l)^2 + (\sigma_{\sigma_n} / l)^2} \dots (21)$$

(3) 不同沈下の実測例

仮不同沈下 β_0 を修正する係数 H の未知母数 θ_H の確率分布を求めなければならない。そのために使用した実測沈下データは、東京都荒川に架設された橋梁の中で、構造物の形状や地盤係数、杭の種類や寸法など、逆解析に必要な諸量が既知である橋梁についてのものである(表-2 参照)⁹⁾。荒川流域は、地下水汲み上げによる地盤沈下が激しかった地域で、昭和 34~38 年頃が最盛期であった¹⁰⁾。沈下事例の一例として、木根川橋の沈下状況を図-8 に示す。図中 δ' は P_3 橋脚を基準としたとき

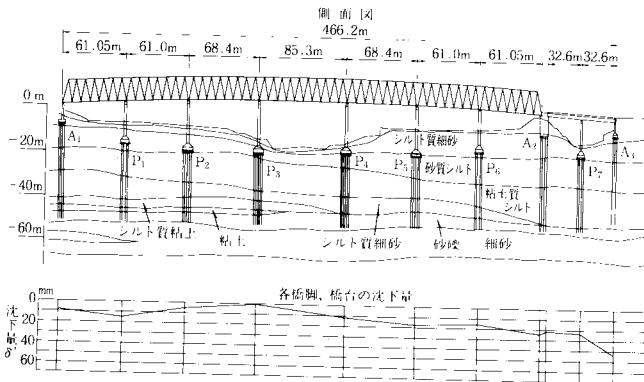


図-8 木根川橋の不同沈下量および沈下性状図⁹⁾

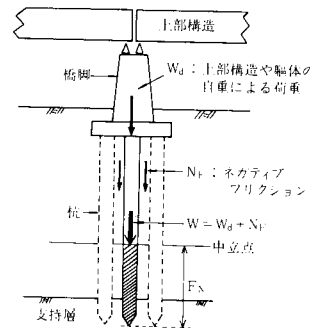
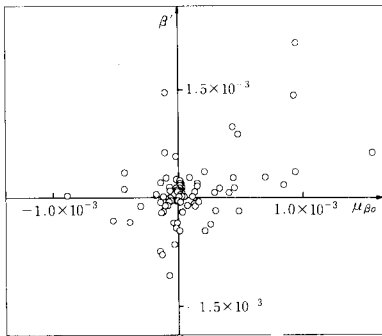


図-9 実橋の仮不同沈下の計算に用いた構造モデル



図一〇 仮不同沈下の平均値 μ_{β_0} と実測値 β' との相関

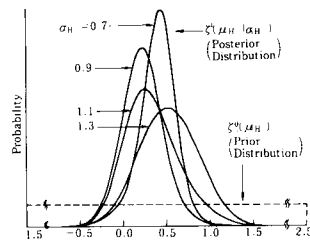
の沈下量である。地下水位の低下は広域的に発生するから、橋脚、橋台間に地層の差がなければそれによる沈下は均等と考える。すなわち、橋台、橋脚間の沈下量の差(不同沈下)は、支持層の特性、荷重の大きさなど、杭の沈下に及ぼす要因の複合作用によって生じたものと考えるのである。これらの橋梁についての実測不同沈下を、 β の実現値 β' とみなして解析するわけである。

(4) 沈下事例の解析結果

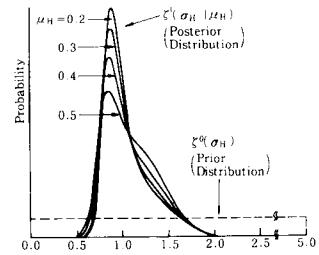
図一七を振り返ってみる。これは杭の荷重試験結果であるから、試験中にネガティブフリクションが発生したとは考えにくい。一方、本研究で解析対象としている橋梁の杭にはネガティブフリクションが発生している。そこで、図一七を活用できるようにするため、実橋の杭を図一九のようにモデル化して考える。図で中立点を仮定の杭頭、中立点から下を杭根入部、また $(W_0 + N_F)$ を仮定杭頭(中立点)に作用する杭頭荷重 W と考えるのである。したがって、式(17)に用いる地盤特性は、中立点から下の地盤についてのものでなければならない。このモデルによって計算した沈下量には、中立点上部の杭の弾性変形は考慮されていないが、これらの影響も付加的要素 H の中に含めて考える。

図一〇に、上記の手続きに従って計算した表一2の各橋梁についての仮不同沈下 β_0 の平均値 μ_{β_0} と、実測不同沈下 β' の関係を示す。ばらつきは大きいですが、明らかに正の相関を有し、この相関係数は0.46となっている。この結果から単杭に基づき計算する β_0 と、杭が構造物の一部として機能するときの β との間には関係がある、とする本研究の基本的な考え(式(4))は不当ではない。

さて、 β_0 の分布と β'_i を用い、 H の未知パラメーター θ_H の事前分布 $\zeta^0(\theta_H)$ を修正する。 H は正規分布としているので、未知パラメーターは平均値 μ_H と標準偏差 σ_H であり、したがってその分布は二次元分布となる。 H のパラメーターについては、現時点で全く情報がないので、一様分布を仮定する。以上の条件のもとで計算され



図一〇 μ_H の事前分布と事後分布の関係



図一〇 σ_H の事前分布と事後分布の関係

た事後分布を図一〇、一〇に示す。図中の実線が事後分布を、破線が事前分布を示している。図一〇は、標準偏差 σ_H の値が与えられたときの μ_H の条件確率分布 $\zeta^1(\mu_H | \sigma_H)$ を、また図一〇は平均値 μ_H の値が与えられたときの σ_H の条件確率分布 $\zeta^1(\sigma_H | \mu_H)$ を示している。まず、図一〇をみてみよう。 μ_H が0.5から小さくなるにつれて σ_H が全体的に減少し、平均値は $\sigma_H = 1.0$ 程度に収束している。一方、図一〇の μ_H の分布は、 σ_H によって異なるが、平均的な $\sigma_H = 1.0$ の場合、 μ_H の平均値は0.35程度となっている。 μ_H の平均値が1.0より小さいのは、仮不同沈下よりも、実際の構造物の不同沈下の方が全体的に小さいことを示している。これは、 β_0 の計算モデルに比べ、実際には、①構造物と杭が一体となっているため杭に作用する荷重が再配分される、②フーチングの支持力分担効果がある、③ β_0 の計算では左右の杭の沈下に関連する不確実要因は統計的に独立としているが、実際には相関がある、などの理由から、当然の帰結と考えられる。

4. 最適安全率決定システム

(1) 計算の手順

地盤の側方流動に対する安全率 G_{Lr} としては円弧すべり面法による最小安全率を、基礎の沈下に対する安全率 G_{Lc} としては次式を用いる。

$$G_{Lc} = F_2 / F_1 \dots \dots \dots (22)$$

ここに、 F_1 は杭頭に作用する死荷重とネガティブフリクションの和であり、 F_2 は中立点より下の地盤による杭の極限支持力である。2. で示した一般的な安全率決定システムを、上記の指標を用いたシステムに作り直す。なお、基礎の沈下対策には種々あるが、ここでは例として、スリップレイヤー方式によりネガティブフリクションの低減を図る場合を考えてみる¹¹⁾。地盤条件や構造条件によっては側方流動または圧密沈下のみを考慮した設計で十分な場合がある。このときは、図一〇の①または②を単独に実施すればよい。前論文の内容はこれに相当する。ところで、本論文では図一〇中の②の流れを取り

扱ってはいるのであるが、その場合すでに①のプロセスは終了したとして①の影響を加味している。すなわち、側方流動が全く生じなかったとした場合でなく、施工直後までに伸縮継手が密着する程度の損傷はあり得るとした条件のもとで圧密沈下が生ずる場合を考えているのである。図-13に従って簡単に説明すると以下のようである。まず、①設計対象である橋梁の上・下部構造の各寸法、橋脚および橋台を設置する地盤の強度や層厚など、構造条件、地盤条件を与える。②側方流動に対する基礎地盤と主桁の最適安全率の組合せ (G_{Lc}^* , G_{Uc}^*) を決定する。③沈下に対する設計代替案を設定し式 (22) の安全率 G_{Lc} で表わす。④ 3. で示した手順により仮不同沈下 β_0 の平均値 μ_{β_0} 、標準偏差 σ_{β_0} を計算する。その場合、側方流動に対する最適案の決定条件を考慮する必要がある。たとえば、粘性土層にサンドドレーンが施工され、杭打設時にその圧密が完了している場合にはネガティブフリクションの発生を考慮する必要はない。⑤設定された安全率 G_{Lc} を確保するために必要な杭のスリップレイヤー塗布面積を計算し、その費用 C_{cl} を計算する。一方、⑥主桁の一設計代替案としての安全率 G_{Uc} を設定する。⑦その安全率確保に必要な主桁の断面と橋梁建設費 C_{cu} を計算する。そして、⑧上記の上・下部構造の設計代替案に関する期待総費用 $E[C_T]$ を、式 (1) を具体化した後の式 (27) によって計算する。そのとき、側方流動による損傷の影響を考慮するのは当然である。⑨および⑩ G_{Uc} , G_{Lc} に関する十分な設計代替案が検討されたかどうか判定し、不足ならば③、⑥に戻り同様の計算を繰り返す。⑪ $E[C_T]$ が最小となる G_{Uc} , G_{Lc} の組合せを最適安全率 G_{Uc}^* , G_{Lc}^* とし、そのときの設計代替案を最適設計案 A_{Uc}^* , A_{Lc}^* として採択する。⑫以上のように、本

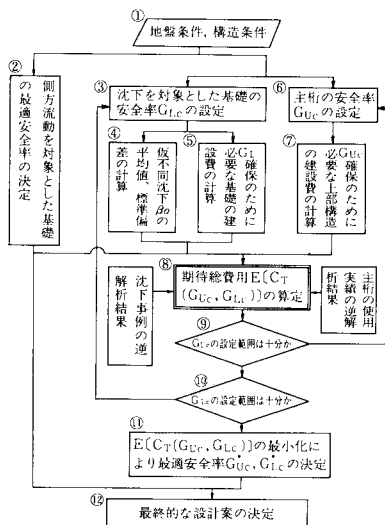


図-13 最適安全率決定システム

論文で取り扱っているのは、図-13の②との関係が前述の特別な条件下にある場合である。さらに一般的なケースとしては、地盤条件などにより図-13の②の最適設計を将来の圧密沈下の可能性を考慮したうえで実施すべき場合が生ずる。このときには、②と③~⑩の結果の整合をいかに図るかが課題となるが、この問題については本論文では取り扱っていない。

(2) 損失関数

期待総費用 $E[C_T]$ の算定は以下のようにして行う。まず、損傷の組合せを図-14に示す。各損傷の内容やその損失は表-3にまとめてある。ネガティブフリクションによる損傷は圧密沈下に伴うものであるから、ある程度の期間を経た後、すなわち橋梁完成後に発生すると考えてよい。ところで、側方流動による損傷のうち D_A なる損傷は施工中に発生し、かつその程度は甚大であるから工事のやり直しなどの抜本的対策が講じられているはずである。したがって、ネガティブフリクションによる損傷との組合せを考える場合には、 D_A の代わりに対策を講じた後になお発生する可能性がある D_C なる損傷だけを考慮すればよい¹⁾。なお、損傷 D_A の影響は図-13の②においてすでに考慮に入れられている。

(i) ④, ⑥は、側方流動について D_B 損傷、沈下について D_M 損傷が発生した場合である。この場合は、主桁のかさ上げ工事が行われるから、その工事費 C_{FM} が必要となる。基礎の沈下による主桁の変形はかさ上げにより解除されるので、主桁の破壊確率の計算には、損傷 D_B による付加応力の影響のみ考慮すればよい。かくして、期待損失費は次式で表わされる。

$$E[C_{F1}] = P(D_B; G_{Lc}) P(D_M; G_{Uc}) C_{FM} + C_{FC} \cdot P(D_C; G_{Uc} | D_B) \dots \dots \dots (23)$$

ここに、 $P(D_B; G_{Lc})$, $P(D_M; G_{Uc})$, $P(D_C; G_{Uc} | D_B)$ は、各安全率が与えられたときの各損傷の生起確率を示しており、特に $P(D_C; G_{Uc} | D_B)$ は、側方流動による伸縮継手の密着により主桁に生じる温度応力を考慮した主桁の破壊確率である。

(ii) ③, ④は、基礎の沈下の損傷が D_S であるから、主桁をかさ上げる必要はない。したがって、期待損失費は次式のようなになる。

$$E[C_{F2}] = C_{FC} P(D_B; G_{Lc}) P(D_S; G_{Lc})$$

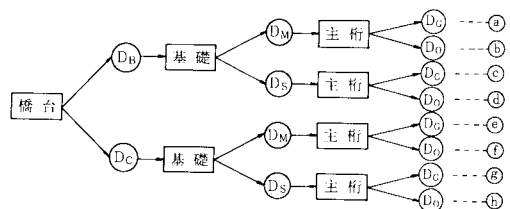


図-14 主桁と基礎の損傷の組合せ

表-3 損傷の種類と損失費

	損傷の種類	損傷発生による損失費
主桁の変形	D ₀ : 主桁が大きく変形し、降伏や座屈などの現象が発生	C _{FG} : 主桁の再建費と破壊に伴う社会的損失費
	D _A : 施工時に橋台の形式の変更を行なうか、あるいは継手、管などの補修を行なう程度の移動が発生	C _{FA} : 橋台の再建費とやり直しに伴う費用
橋台の側方移動	D _B : 伸縮継手が密着する程度の移動が発生	伸縮継手の密着に伴わない主桁に温度応力が発生
	D _C : 工学的に問題ない程度の移動が発生	
基礎の沈下	D _M : 主桁のかさ上げなどの補修が必要な程度の沈下が発生	C _{FM} : かさ上げなどの補修費
	D _S : 補修を要しない程度の沈下が発生	主桁に不同沈下による付加応力が発生

$$\cdot P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S) \dots \dots \dots (24)$$

ここに、 $P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)$ は、損傷 D_B に加え、基礎の沈下による付加応力を考慮した主桁の破壊確率である。

(iii) ㉔, ㉕は、側方流動による損傷が D_C だから、主桁への付加応力を考慮する必要がないので、期待損失費は次式ようになる。

$$E[C_{F3}] = P(D_C; G_{LC}) P(D_M; G_{LC}) C_{FM} + C_{FG} \cdot P(D_G; G_{UC}) \dots \dots \dots (25)$$

(iv) ㉖, ㉗は、側方流動による付加応力を考慮する必要がなく、また、主桁をかさ上げる必要もないので、期待損失費は次式ようになる。

$$E[C_{F4}] = C_{FG} P(D_C; G_{LC}) P(D_S; G_{LC}) \cdot P(D_G; G_{UC} | D_S) \dots \dots \dots (26)$$

(v) ㉘~㉛から期待総費用は次式ようになる。

$$E[C_T] = C_{CU}(G_{UC}) + C_{CU}(G_{LC}) + P(D_B; G_{LC}) [C_{FM} P(D_M; G_{LC}) + C_{FG} P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)] + P(D_C; G_{LC}) [C_{FM} P(D_M; G_{LC}) + C_{FG} P(D_G; G_{UC} | D_S)] \dots \dots (27)$$

なお、基礎の沈下に関する損傷の生起確率は式(6)により、また側方流動に関するそれは前論文中の式(11)によって計算することができる。主桁の破壊確率 $P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)$ 、 $P(D_G; G_{UC} | D_S)$ については次の(3)で説明する。

(3) 生起確率の計算

主桁の破壊確率 $P(D_G; G_{UC} | D_S)$ 、 $P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)$ の計算は以下の手順で行う。 $P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)$ は、基礎の側方移動と沈下の両者による主桁の付加応力を考慮した場合の破壊確率であり、 $P(D_G; G_{UC} | D_S)$ は基礎の沈下に起因する付加応力のみを考慮した場合の破壊確率である。すなわち、 $P(D_G; G_{UC} | D_S)$ は $P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)$ の特別なケースと考えることができるので、ここでは、 $P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)$ についてのみ記述する。

計算に使用する確率モデルは、次式で表わされる。

$$Z_G(t_j) = \{K(\theta_k)R - S_B(\theta_n) - s_T\} - \frac{S_D + S_L(t_j)}{\Phi(t_j)} \geq 0; \begin{cases} > 0; \text{非破壊} \\ \leq 0; \text{破壊} \end{cases} \dots \dots \dots (28)$$

ここに、 $Z_G(t_j)$ は主桁の建設後 t_j 年目の破壊限界状態関数、 R は主桁の強度を表わす確率変数、 S_D は死荷重により主桁に生じる応力、 $S_L(t_j)$ は t_j 年目の年間最大活荷重により生じる応力を表わす確率変数である。また K は、上記の要因以外の未知要因を表わす確率変数であり、パラメーター θ_k を未知とし、主桁の使用実績から推定している⁴⁾。 S_B は基礎の不同沈下により生じる応力を表わす確率変数、 s_T は橋台の側方流動によって伸縮継手が密着したために生じる温度応力である。なお、 s_T は確定量として取り扱っている。なお、主桁の安全率 G_{UC} と、 R 、 S_D 、 $S_L(t_j)$ 、 K との関係は、文献4)に示した結果を用いる。

式(28)の確率モデルを用いると、 $P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S)$ は、次式のように表わされる。

$$P(D_G; G_{UC} | D_B, D_S) = \iint \left[1 - \text{Prob.} \left\{ \bigcap_{m=0}^m \bigcap_{0 \leq t_j \leq T_c} \left[K(\theta_k)R - S_B(\theta_n) - s_T > \frac{S_D + S_L(t_j)}{\Phi(t_j)} \right] \right\} \right] \xi^1(\theta_k) \xi^1(\theta_n) d\theta_k d\theta_n \dots \dots \dots (29)$$

ここに、 $\xi^1(\theta_k)$ 、 $\xi^1(\theta_n)$ は使用実績や損傷事例の解析結果より求められる未知要因 K および付加的要素 H のパラメーター θ_k 、 θ_n の事後分布であり、 m は主桁の数、 T_c は橋梁の供用年数、 Φ は主桁の劣化を表わす関数である。式(29)の具体的な計算方法は前論文の式(21)に示した。

5. 数値計算例

(1) 構造モデルと計算条件

4. で示した最適安全率決定システムを図-15のような構造モデルに適用したときの上部構造の安全率 G_{UC} 、下部構造の安全率 G_{LC} の最適化計算例を示す。上部構造は三径間連続桁で、地盤は上部砂層の下に粘土層があり、さらにその下部に支持層がある。支持層の N 値は50とし、軟弱層厚 D は40mとする。このモデルでは、橋台の背面盛土によって圧密沈下が生じ、橋台の基礎の杭にネガティブフリクションが発生する。

不同沈下 β と主桁に生じる付加応力 S_B の関係は以下のように考える。安全側の見地から支点A、Bは沈下しないと、支点C、D間のみ不同沈下が発生すると仮定する。応力としては、支点C上の応力に注目する。これは、支点C上では支点Dの沈下によって生じる応力が最も大きくなり、不同沈下が危険側に作用するからである。主桁の応力解析によって不同沈下 β と付加応

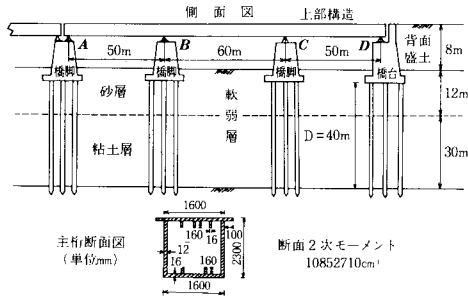


図-15 数値計算に用いた構造モデル

力 S_B の関係を求めると次式のようになった。

$$S_B = 6.59 \times 10^4 \beta \dots\dots\dots (30)$$

したがって、 S_B の平均値と標準偏差 μ_{S_B} , σ_{S_B} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mu_{S_B} &= 6.59 \times 10^4 \mu_\beta \\ \sigma_{S_B} &= 6.59 \times 10^4 \sigma_\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

式 (29) を用いて主桁の破壊確率を計算するときの S_B のパラメータは、式 (31) により求められる。

期待損失費の計算に必要な各費用は表-4に示す。主桁の破壊に伴う損失費は、再建費 $k_F C_{Cu}$ と社会的損失費 C_{Fc} の和として表わされる。 C_{Fc} の算定法の詳細は文献4)で述べた。表-4は、最近の積算資料に基づいたものである¹²⁾。

(2) 数値計算結果と考察

計算結果を図-16~19に示す。まず図-16をみてみよう。これは、側方流動の損傷 D_B , D_C の生起確率が 0.222, 0.778, すなわち、側方流動に対する基礎の安全率 G_{Lr} が 1.4 のときの結果であり、沈下に対する安全率 G_{Lc} と期待総費用 $E[C_T]$ との関係を図示したもので、主桁の安全率 G_{Uc} をパラメータにしてある。 G_{Uc} が 1.90 程度を境として ($G_{Lc} \sim E[C_T]$) 関係の傾向は若干異なるが、全体的にみて、 G_{Lc} が大の場合も小の場合も $E[C_T]$ の値は増加する。これは、 G_{Lc} が大きくなると G_{Lc} 確保のためのスリッレイヤー工費が増大し、また、 G_{Lc} が小になると不同沈下量の増加に付随してダメージ D_M の生起確率や主桁への付加応力が増大し、結果的に主桁の期待損失費が大きくなるためである。各曲線には

表-4 数値計算に用いた建設費と損失費

	建設費	損失費
主 桁	$C_{Cu} = C_{Cw} \cdot W(G_{Uc}) + C_{Cc}$ $W(G_{Uc})$: 鋼桁の重量 $C_{Cw} = 50$ 万円/KN $C_{Cc} = 3000$ 万円	$C_{Fc} = k_F C_{Cu} + C_{Fc}$ $k_F = 1.5$ $C_{Fc} = 62.5$ 億円
側方流動	砂粒の建設費: 3450円/m	$C_{Fa} = k_F C_{Cu} + C_{Fc}$ $C_{Cu} = 3000$ 万円, $k_F = 1.0$ $C_{Fc} = 1.89$ 億円
沈 下	杭の被覆: 2800円/m ²	$C_{Fm} = 5000$ 万円

$E[C_T]$ が最小となる点に丸印が付してある。これらの点に注目すると、 G_{Uc} の増加につれ G_{Lc} の値が小さくなり、上・下部構造の安全率の相互作用の影響がみられる。 $E[C_T]$ が最小となる点、すなわち、この計算例の最適安全率の組合せは、($G_{Uc}^* = 1.79$, $G_{Lc}^* = 1.17$) となっている。

図-17は、参考のために、図-16と同じ結果を ($G_{Uc} \sim E[C_T]$) 関係として図示したもので、 G_{Lc} をパラメータにしてある。

図-18は、同様に軟弱層厚 $D = 40$ m を 50 m とした結果である。この結果も、やはり全体的傾向は図-16の場合と同様である。しかし、期待総費用最小点に対応する G_{Uc} 値が 1.84 であるのに対し、 G_{Lc} は 0.86 となっている。ところで、力の平衡条件による安全率が 1.0 以下で設計されることはきわめてまれであると考えられるので、 $G_{Lc}^* \geq 1.0$ という制約条件を設けた場合の期待総費用最小点 ($G_{Uc}^* = 1.82$, $G_{Lc}^* = 1.0$) を採用する方が常識的であるかもしれない。

図-19は、側方移動の損傷 D_B , D_C の生起確率が 0.349, 0.651, すなわち、 $G_{Lr} = 1.2$ としたときの結果である。傾向は図-16と同様であるが、図-16に比べてダメージ D_B の生起確率が増加するために、最適安全率は全体に大きくなり、 $G_{Uc}^* = 1.81$, $G_{Lc}^* = 1.37$ となっている。

以上から、基礎の沈下を考慮した場合の上・下部構造一体システムによる最適安全率は、 $G_{Uc}^* = 1.8$ 程度、 $G_{Lc}^* = 1.0 \sim 1.4$ 程度となる。なお、組合せ (G_{Uc}^* , G_{Lc}^*) は、そのときに上・下部構造の信頼度が最もよくバランスすることを指摘しているのであって、上・下部構造の設計法自体が根本的に異なるので、($G_{Lc}^* < G_{Uc}^*$) が必ずしも (下部構造の安全性 < 上部構造の安全性) を意味するのではない。前論文において、側方流動の影響のみを考慮した場合の主桁の最適安全率が 1.6~1.7 になることを示したが、本計算例ではさらに沈下の影響を付加してい

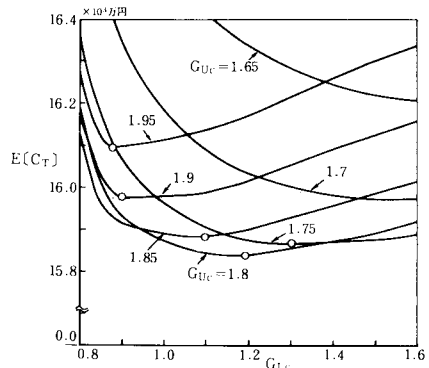
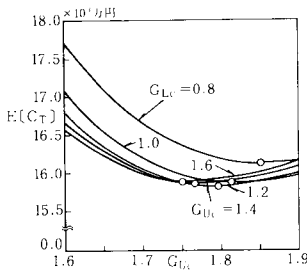
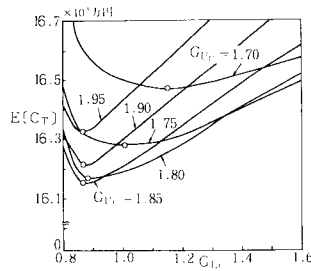
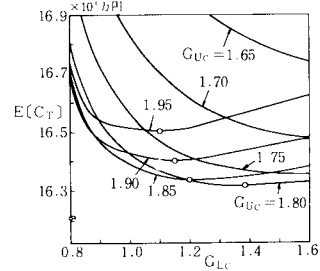


図-16 G_{Lc} と $E[C_T]$ との関係

図-17 G_{Uc} と $E[C_T]$ の関係図-18 G_{Lc} と $E[C_T]$ の関係図-19 G_{Lc} と $E[C_T]$ の関係

るので、最適値がそれより大きくなるのは当然の結果であるといえる。なお、通常の設計では基礎の変位量を小さく押さえる傾向、すなわち、本計算例よりももう少し高い G_{Lc} を確保する傾向があることを付記しておきたい¹³⁾。

6. むすび

上・下部構造一体システムによる最適安全率決定に関する基本的な考え方を提示し、具体的な事例として、基礎の沈下に対する安全率と主桁の安全率の最適組合せについて議論した。基礎の沈下による損傷事例の逆解析や最適安全率に関する数値計算結果から得られた主要な点をまとめると以下のようである。

(1) 杭を単体として計算した沈下量に基づき算出された不同沈下量を、損傷事例の逆解析から得られた係数によって修正し、構造物の不同沈下量を予測する方法が、当面有効と考えられる。

(2) ネガティブフリクションを考慮した場合の基礎の最適安全率はおよそ 1.0~1.4 程度、また、最適な基礎と斉合する主桁の最適安全率は 1.8 程度となる。不同沈下をある程度許すという立場に立てばこのような値になるが、前述したように、通常の設計では沈下を小さく押さえる傾向にあるので、これらの値よりも、基礎の安全率は大きく主桁の安全率は小さくなる傾向がある^{13), 14)}。

最後に、貴重な資料を提供して下さいました東京都建設局、また有益な助言を賜りました金沢大学教授 小堀為雄博士、東京エンジニアリング 青木重雄氏に深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 松尾 稔・出村禧典：上・下部構造一体システムの最適化に関する研究，土木学会論文集，第 352 号／Ⅲ-2，pp. 81~90，1984 年 12 月。
- 2) 青木重雄・岡山義人：道路橋りょう構造物の挙動，土と基礎，24-11，pp. 79~85，1976 年 11 月。
- 3) 松下勝二・進藤康男・荒瀬美喜夫：安治川橋における支点部沈下の経緯と対策，土木学会誌，1981 年 4 月号，pp. 55~63。
- 4) 松尾 稔・出村禧典・小堀為雄：使用実績を考慮した現行設計基準の安全率に関する研究，土木学会論文集，第 340 号，pp. 39~47，1983 年 12 月。
- 5) 土質工学会編：鋼グイ，土質工学会，昭和 46 年 3 月。
- 6) 阪門 理：くいに働く砂質土の摩擦力推定式，日本建築学会大会学術講演梗概集，1969 年 10 月。
- 7) 堀内孝英：場所打ち杭の支持力算定式の適用性について，(発表準備中)。
- 8) 藤田圭一・上田勝基：鋼グイの載荷試験結果 ($\log p \sim \log S$) の統計的考察 (第 1 報)，第 3 回土質工学研究発表会，土質工学会，pp. 463~466，昭和 43 年 6 月。
- 9) 東京都第 5 建設事務所：長大橋沈下状況資料調査及び分析報告書，昭和 50 年 3 月。
- 10) 泉 瀬光・稲葉 佳：荒川における長大橋梁の沈下測定結果について，東京都土木技術研究所報告，pp. 9~33，第 44 号，1967 年 3 月。
- 11) 岡本忠夫・福屋智巨・轟 大詩：ネガティブフリクション対策，基礎工，pp. 102~109，1981 年 3 月。
- 12) 日本道路公団新潟建設局：橋梁資料，昭和 56 年 3 月。
- 13) 河上房義：土質力学，森北出版，pp. 223，1983 年 1 月。
- 14) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 (I, II)，昭和 55 年 2 月。

(1985. 2. 18・受付)