

粘性土斜面の三次元安定解析

THREE-DIMENSIONAL STABILITY ANALYSIS OF COHESIVE SLOPES

鵜飼 恵三*

By Keizo UGAI

This paper discusses stability analysis of inclined and inhomogeneous cohesive slopes with finite length. The method of analysis is based on three-dimensional limit equilibrium techniques and variational calculus. The three-dimensional stability factors were calculated as the functions of the ratio of failure length (perpendicular to cross section) to slope height, slope angle and factor of inhomogeneity. Based on these calculations the three-dimensional stability charts were presented. The solutions obtained here give the upper bounds of the problem in limit analysis.

1. ま え が き

斜面の安定解析は通常二次元平面ひずみ状態を仮定して行われる。しかしながら、実際の斜面の破壊は有限の幅で生じるため、斜面破壊のメカニズムを正確にとらえるには三次元解析が必要となる。また斜面が粘性土から成る場合、三次元効果（端部効果）は二次元安全率を上昇させるため設計上は安全側の要因となり得るのであるが、斜面破壊の長さが短いと予想される場合には不経済な設計ともなる。このような点からも三次元効果を考慮した安定解析が必要となる。

三次元斜面安定解析に関する研究は二次元解析に比べるとはるかに少ない。Balighら¹⁾は円錐もしくは楕円形状の端部を有する円筒をすべり面と仮定して粘性土斜面の三次元安定解析を行い、三次元安全率は二次元安全率より4~40%大きくなることを示した。Hovland²⁾はc- ϕ 土から成る斜面に対して二次元の分割法を三次元に拡張した計算法を提案するとともに、砂質斜面では三次元安全率が二次元安全率より小さくなる場合が存在するという興味ある結果を示した。Azzouzら³⁾は飽和粘土地盤上で急速載荷された盛土の破壊例を4つ挙げ、端

部効果は二次元安全率を約30%上昇させることを示した。そして、もし端部効果が無視されるならば破壊時の安全率を1とおいて逆算される強度定数を過大評価してしまうだろうと述べている。Chenら⁴⁾は二次元のSpencerの分割法を拡張した三次元安定計算法と三次元の有限要素法による斜面安定計算法を提示し、両者の結果がよく一致したと述べている。Azzouzら⁵⁾は粘土地盤上の盛土の破壊例を18ケース取り上げて三次元解析を行い、端部効果は慣用的な二次元安全率を10 \pm 5%だけ上昇させることを示した。

このように三次元斜面安定に関していくつかの興味ある結果が得られているが、最危険すべり面形状の決定や最小安全率の導出法とその値の決定などに関する重要な問題は未解決である。本研究では、強度が深さとともに直線的に増大するような粘性土斜面を対象として、極限平衡法の立場から変分計算を用いて最危険すべり面形状と最小安全率を求める方法を示すとともに、三次元安定係数の図表を作成した。なお、主に斜面先破壊のケースについて計算を行ったが、斜面内破壊、底部破壊のケースについても定量的な検討を加えた。

2. 粘性土斜面の三次元最危険すべり面形状

Fig. 1 (a) に勾配 β の粘性土斜面と適当に想定した

* 正会員 工博 群馬大学助教授・工学部建設工学科
(〒376 群馬県桐生市天神町1丁目)

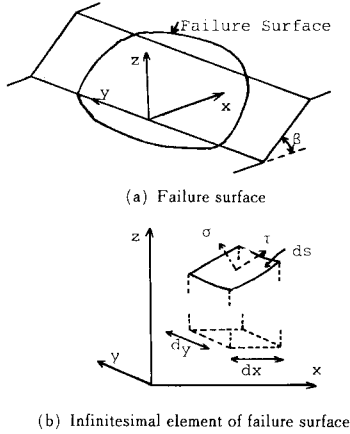


Fig. 1 Failure surface and its infinitesimal element.

三次元破壊面を示す。破壊面の両端の y 座標は $y = \pm L$ とする。ただし y 軸は斜面の幅方向にとる。また y 軸に垂直に x, z 座標をとる (Fig. 1 (a) 参照)。三次元すべり面形状は $y=0$ 面に関して対称であると考えられる。すべり土塊に作用する水平力、鉛直力およびモーメントのつり合いより次式が得られる。

$$\int (\tau/\Delta' - \sigma \frac{\partial z}{\partial x} / \Delta) ds = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\int (\tau \frac{\partial z}{\partial x} / \Delta' + \sigma / \Delta) ds - \iint \gamma(\bar{z} - z) dx dy = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\int (\tau/\Delta' - \sigma \frac{\partial z}{\partial x} / \Delta) z ds - \int (\tau \frac{\partial z}{\partial x} / \Delta' + \sigma / \Delta) x ds + \iint \gamma x(\bar{z} - z) dx dy = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 τ はすべり面上のせん断応力であり、一般に $\tau = c/F$ (4) と与えられる。 c は粘性土の非排水強度、 F は安全率である。 σ はすべり面上の垂直応力、 γ は土の単位重量、 $z(x, y)$ はすべり面の方程式、 $\bar{z}(x, y)$ は斜面の表面の方程式である。また $\Delta' = \sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2}$ 、 $\Delta = \sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2 + (\partial z / \partial y)^2}$ 、 $ds = \Delta dx dy$ で与えられる。 ds は $z=0$ 面上の投影が $(dx) \times (dy)$ であるようなすべり面上の微小要素の面積である。

鶴飼⁶⁾は、式 (1)~(4) を満たすようなすべり面 $z(x, y)$ のうち、安全率 F を最小とするようなものは、 y 軸に平行な中心軸を有する回転体面と与えられることを Baker ら⁷⁾の変分法に基づく定式化にならって証明した。したがって、このような回転体面の式は

$$(z - z_c)^2 + (x - x_c)^2 = R^2(y) \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。ここで (x_c, z_c) は回転中心軸の座標であり、 $R(y)$ は回転体の半径を表わす。

3. 最小安定係数 (もしくは最小安全率) の導出

(1) 変分法による理論 (斜面先破壊)

Fig. 2 (a), (b) に勾配 β の斜面と想定すべり面を示す。すべり面は3つの部分 (円筒部, 端部の平面部, 両者をつなぐ曲面部) から成るとする。ここで、 $L \rightarrow \infty$ のときすべり面は無限長の円筒面になることから円筒部を想定した。端部の平面部は、これを仮定する方がより小さな安全率を生じることから想定された。本章では曲面部の形状を変分計算により求めることが目的である。Fig. 2 (a), (b) において $P-P'$ はすべり面の回転軸である。斜面の断面とすべり面の交線は円弧になるが、その半径を $R(y)$ とし、円筒部の半径を R_0 とする。すべり面は $y=0$ 面に対して対称なので、以下においてはすべり面の半分 ($0 \leq y \leq L$) のみを考えよう。

斜面の土質は不均質性、等方性を仮定する。不均質性は式 (6) で規定する。

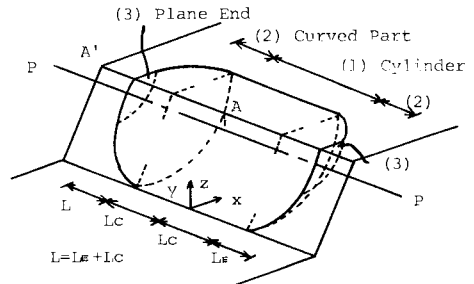
$$c = c_0 + k\zeta \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 c_0, k は定数であり、 ζ は地表面からの深さを表わす。式 (6) は Hunter ら⁸⁾, Chen⁹⁾, 中瀬¹⁰⁾ によって用いられた。

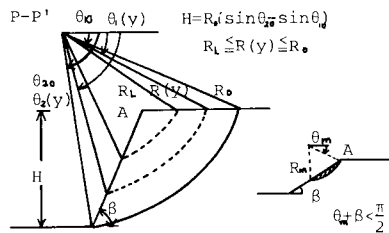
Fig. 2 (a), (b) と式 (6) よりすべり土塊に対する抵抗モーメント M_r は次式で表わされる⁹⁾。

$$M_r = \int_0^L \int_{\theta_1(y)}^{\theta_2(y)} (c/F) R(y)^2 \sqrt{1 + (dR/dy)^2} \cdot dx dy = M_{r1} + M_{r2} + M_{r3} + M_{r4} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $M_{r1}, M_{r2}, M_{r3} + M_{r4}$ はおのおの、Fig. 2 (a)



(a) Three parts of failure surface



(b) Section of slope

Fig. 2 Three-dimensional failure surface.

の(1), (2), (3)部分に対応する。また $R(y)$ は $y=y$ 断面でのすべり円の半径で、未知関数である。 $\theta_1(y)$, $\theta_2(y)$ はこのすべり円弧の両端の極座標である。いま、 $\eta_1(R)=\{m_c-2(1-m_c)(R/H)\sin\theta_1\}(\theta_2-\theta_1)-2(1-m_c)(R/H)(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$: $\theta_1=\sin^{-1}(R_0\sin\theta_{10}/R)$ ($\theta_1\leq\pi/2$) : $\theta_2=\pi-\beta-\sin^{-1}\{R_0\sin(\theta_{20}+\beta)/R\}$ ($\theta_2+\beta\geq\pi/2$)、および $\eta_2(R)=\{m_c-2(1-m_c)(R/H)\cdot\sin\theta'_1(\theta'_2-\theta'_1)-2(1-m_c)(R/H)(\cos\theta'_2-\cos\theta'_1)$: $\theta'_2=\pi-\beta-\sin^{-1}\{R_0\sin(\theta_{20}+\beta)/R\}$: $\theta'_1=\pi-2\beta-\theta'_2$ と定義しよう。ここで、 m_c は斜面の頂点の高さでの非排水強度と斜面の中心の高さでの非排水強度との比であり式(8)で表わされる。

$$m_c=c_0/(c_0+kH/2) \dots\dots\dots(8)$$

すると $M_{r1}\sim M_{r4}$ は以下のように与えられる。

$$M_{r1}=(c_m/F)L_cR_0^2I \dots\dots\dots(9)$$

ここで、 $I=\eta_1(R_0)$ であり、 L_c は Fig. 2 (a) の円筒部の半分の長さである。 c_m は深さ $H/2$ ($\zeta=H/2$) での非排水強度であり、斜面の平均的な非排水強度とも考えられる。 c_m は次式で与えられる。

$$c_m=c_0+kH/2 \dots\dots\dots(10)$$

M_{r2} は次式で与えられる。

$$M_{r2}=(c_m/F)\int_0^{L_E} |R(y_E)|^2 \sqrt{1+(dR/dy_E)^2} \cdot \eta_1(R(y_E)) dy_E \dots\dots\dots(11)$$

ここで、 $L_E=L-L_c$ は Fig. 2 (a) の曲面部の長さであり、また $y_E=y-L_c$ である。 M_{r3} は次式で与えられる。

$$M_{r3}=(c_m/F)I_{SS} \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $I_{SS}=\int_{R_m}^{R_L} R^2\eta_2(R)dR$ であり、 R_L は Fig. 2 (a) の平面部の周囲の半径で未定定数である。 R_m は P-P' 軸と点 A との距離で、 $R_m=\sqrt{(R_0\sin\theta_{10})^2+(R_0\cos\theta_{20}+H\cot\beta)^2}$ で与えられる。 M_{r4} は次式で与えられる。

$$M_{r4}=0 \quad (\theta_m+\beta\geq\pi/2) \\ = (c_m/F)I_{SSS} \quad (\theta_m+\beta<\pi/2) \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 $I_{SSS}=\int_{R_L}^{R_m} R^2\eta_2(R)dR$ である。 R_L は P-P' 軸から斜面におろした垂線の長さであり、 θ_m は A 点の極座標を表わす。 M_{r4} は、具体的には、Fig. 2 (b) の右隅に示した斜面の斜線部の抵抗モーメントを表わす。

すべり土塊に対する滑動モーメント M_d は次式で表わされる⁹⁾。

$$M_d=\gamma\int_0^L |R(y)|^3 \{f_1(\theta_2, \theta_1)-f_2(\theta_2, \theta_1)-f_3(\theta_2, \theta_1)\} dy \\ = M_{d1}+M_{d2} \dots\dots\dots(14)$$

ここで、

$$M_{d1}=\gamma L_c R_0^3 \{f_1(\theta_{20}, \theta_{10})-f_2(\theta_{20}, \theta_{10})-f_3(\theta_{20}, \theta_{10})\} \\ \dots\dots\dots(15)$$

$$M_{d2}=\gamma\int_0^{L_E} |R(y)|^3 \{f_1(\theta_2, \theta_1)-f_2(\theta_2, \theta_1)$$

$$-f_3(\theta_2, \theta_1)\} dy_E \dots\dots\dots(16)$$

$$f_1(\theta_2, \theta_1)=(\sin\theta_2-\sin\theta_1)/3$$

$$f_2(\theta_2, \theta_1)=l(2\cos\theta_1-l)\sin\theta_1/6$$

$$f_3(\theta_2, \theta_1)=\{|\sin(\theta_2-\theta_1)-l\sin\theta_2|(\cos\theta_1+\cos\theta_2-l)/6$$

$$l=\frac{\sin(\theta_2-\theta_1)}{\sin\theta_2}-\frac{\sin(\theta_2+\beta)}{\sin\theta_2\sin\beta}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)$$

$$\theta_1=\sin^{-1}(R_0\sin\theta_{10}/R) \quad (\theta_1\leq\pi/2)$$

$$\theta_2=\pi-\beta-\sin^{-1}\{R_0\sin(\theta_{20}+\beta)/R\} \quad (\theta_2+\beta\geq\pi/2)$$

抵抗モーメントと滑動モーメントのつり合いより

$$M_r=M_d \dots\dots\dots(17)$$

が成り立つ。いま、安定係数 N_s を

$$N_s=\gamma HF/c_m \dots\dots\dots(18)$$

で定義する。ただし、非排水強度が一定値 c_0 をとる均一な地盤では、式(18)で定義される N_s は $N_s=\gamma HF/c_0$ となり、従来の慣用的な安定係数の定義式に一致する。すると与えられた問題は式(17), (18)より、 N_s を最小にするように未定定数 R_L と未知関数 $R(y)$ を決定するという問題に帰着する。定式化は Baker ら⁷⁾による変分計算法に従って行った。その詳細は文献6)を参照されたい。式(17), (18)より得られる解 N_s は極限解析における上界となることを付記しておく。 $R(y)$ は変分法における Euler の微分方程式から得られるが、条件として

$$R(y)=R_0, \quad dR/dy=0 : y=L_c \dots\dots\dots(19)$$

$$R(y)=R_L, \quad dR/dy=-\infty : y=L \dots\dots\dots(20)$$

を仮定した。これは曲面形が滑らかであると仮定したことと相当する。

なお、以上の定式化は $R_L>R_m$ の場合のものである。斜面の勾配 β が小さい場合には $R_L<R_m$ となる場合も存在し、そのときには M_{r2} , M_{r3} , M_{r4} の式の形が異なることに注意されたい(式は省略)。

4. 計算の方法

安定係数 N_s もしくは安全率 F の最小値を計算するのに必要なデータは γ , β , c_m , m_c , H および L である。しかし、無次元数である N_s を求める場合には式も無次元化できるので、 β , m_c と L/H を与えて N_s の最小値を求める問題に帰着する。

一般的な計算の手順は次のようである。

- 1) θ_{10} , θ_{20} の値を仮定する。 N_s の初期値を仮定し、Euler の微分方程式を式(19), (20)のもとで解いて R_L/H , $R(y)/H$ および L_E/H を決定する。 $L_c/H=L/H-L_E/H$ より L_c/H を計算する。これらの結果を用いて式(18)より N_s を計算すると、新たな N_s の値が得られる。この値が初期値と異なる場合には、所定の精度で N_s の値が得られるまで、繰り返し計算を行う。このようにして、ある θ_{10} ,

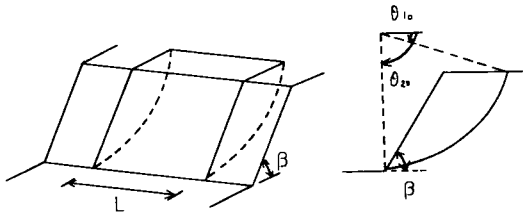


Fig. 3 Cylindrical failure surface.

θ_{20} に対応する N_s の値 ($(N_s)_{cri}$ と記す) を得る。

2) θ_{10} , θ_{20} の値を変えて上記1)の手順を行い、対応する $(N_s)_{cri}$ を求める。

3) このようにして、多数の θ_{10} , θ_{20} に対応する $(N_s)_{cri}$ を求め、それらの中から所定の精度で最小値 $(N_s)_{min}$ を決定する。

上述の計算を実際に行う場合には、 $(N_s)_{min}$ を与える θ_{10} , θ_{20} の値の目安をつけておくと計算量を少なくできる。本論文では、Fig. 3 に示すような円筒部と端面の平面部のみから成る完全円筒すべり面を想定し、完全円筒すべり面に関する N_s を最小にするような θ_{10} , θ_{20} の値をまず求めた。そして、代表的なケースについて、この θ_{10} , θ_{20} の値で上記1)の計算を行ったのち、さらに θ_{10} , θ_{20} をそれぞれ $\pm 2^\circ$ ずつ変化させて対応する $(N_s)_{cri}$ を計算し、 $(N_s)_{min}$ を求めることを試みた。この結果、大部分のケースで、完全円筒すべり面で N_s を最小にするような θ_{10} , θ_{20} は変分法による $(N_s)_{min}$ を与える θ_{10} , θ_{20} の値と一致することが判明した。また、両者の θ_{10} , θ_{20} の値が一致しない場合でも、このようにして求めた $(N_s)_{cri}$ の値は正しい $(N_s)_{min}$ の値に比べ0.5%以下の誤差しか生じないことが判明した。したがって、実用上は完全円筒すべり面に関する N_s を最小にするような θ_{10} , θ_{20} の値で変分法による $(N_s)_{min}$ の値を決定しても十分よい近似となる。

計算のためのデータは次のようである。

$$\beta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$$

$$m_c = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$$

$$L/H = 0.5, 1, 2, 4, 6$$

これらの値のすべての組合せについて計算を行った。なお $m_c=1$ は斜面の土質が均質であることを意味する。

5. 計算結果

(1) 理論の検証

ここでは、変分法により得られた N_s の値が最小値を与えるかどうか検証する。例として斜面勾配 $\beta=90^\circ$ とし、 $m_c=0$ と1のケースについて検証した。Fig. 4 は、 $m_c=1$ (均質) のケースで、中心軸 P—P' が斜面肩 A—A' と一致する場合について図中に示した6種類のすべり面形状に関する N_s の値と変分法で得られる

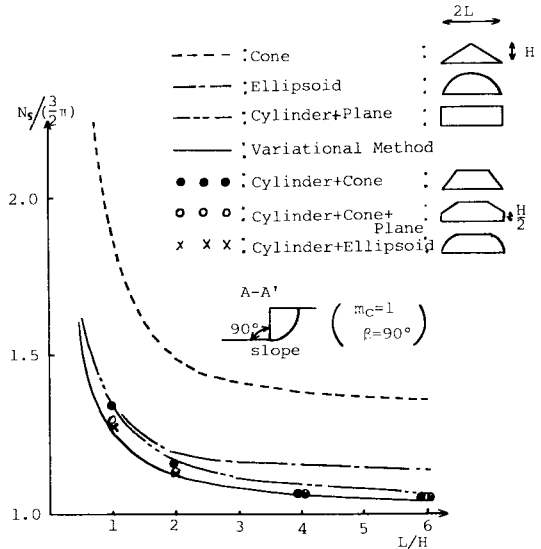


Fig. 4 3-D stability factor vs. failure length in the case that $m_c=1$ and $\beta=90^\circ$ (the axis of rotation is A—A').

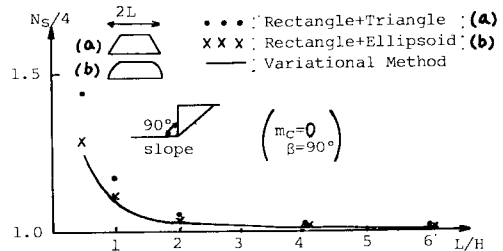


Fig. 5 3-D stability factor vs. failure length in the case that $m_c=0$ and $\beta=90^\circ$.

$(N_s)_{cri}$ の値を L/H に関して比較したものである。ただし、縦軸の安定係数の値はこのときの二次元安定係数の値 $(3\pi)/2$ で割ってある。Fig. 5 は $m_c=0$ (斜面上端の高さでの非排水強度がゼロ) のケースである。このケース ($\beta=90^\circ$, $m_c=0$) では、すべり面の断面は円形でなく直線になることがわかったので、すべり面を直線と仮定し、3. にならって変分法による定式化を行い N_s の値を算出した。Fig. 5 では2種類のすべり面形状との比較がなされている。縦軸は二次元安定係数の最小値 (= 4) で割ってある。Fig. 4 と5より変分法による値が最小値を示すことがわかる。以上の検証例は特別なケース ($\beta=90^\circ$, $m_c=0$ or 1) のみについてのものであるが、他の一般的なケースにおいても同様なことが成り立つと思われる。

なお、 $m_c=0$, $\beta=90^\circ$ のケースでは変分法による N_s の最小値は $L_c=0$ のとき生じる。またこのとき式 (19) の2番目の条件式は満たされないことに注意されたい。

(2) 三次元安定図表 (斜面先破壊)

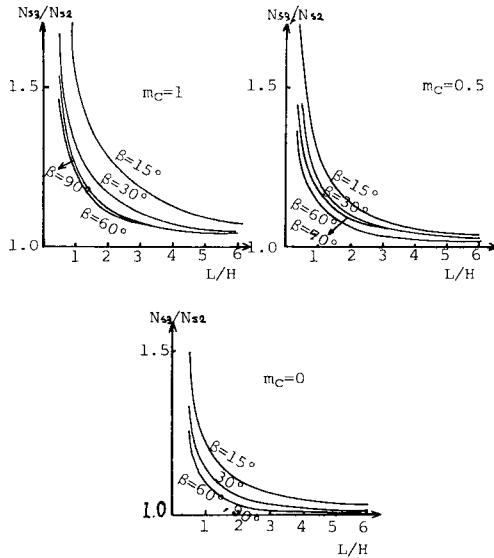


Fig. 6 3-D minimum stability factor vs. failure length.

Table 1 2-D minimum stability factor N_{s2} .

m_c	β				
β	0	0.25	0.5	0.75	1
90°	4.000	3.987	3.952	3.900	3.831
75°	5.126	5.024	4.897	4.744	4.565
60°	6.468	6.219	5.936	5.615	5.247
45°	8.213	7.715	7.169	6.562	5.870
30°	10.897	9.928	8.887	7.744	6.428
15°	17.022	14.804	12.464	9.922	6.922

Fig. 6 に変分法で求めた三次元の最小安定係数 N_{s3} と破壊長さ（斜面の奥行長さ $= 2 \times L$ ）との関係を示す。 $m_c = 0, 0.5, 1$ および $\beta = 15^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ のケースについてのみ示したが、他のケースについても曲線の傾向は同様である。同図で、縦軸は N_{s3} を二次元の最小安定係数（斜面先破壊） N_{s2} で割ってある。 N_{s2} の値を Table 1 に示す。

Fig. 6 より次のようなことがわかる。1) 三次元効果（端部効果）は m_c が大、すなわち均質に近づくほど大きくなる。2) 勾配 β の小さい ($\beta = 15^\circ$) 斜面では三次元効果が大きい。3) $\beta = 30^\circ \sim 90^\circ$ の範囲では β の値にかかわらず三次元効果はほぼ等しい。4) 破壊長さ ($= 2L$) と斜面高 H との比が 4 以下になると三次元効果は急激に大きくなる。

(3) 完全円筒すべり面に関する安定係数との比較

三次元すべり面形状の中で最も単純なものは Fig. 3 に示すような完全円筒すべり面である。このような形状は粘土地盤の支持力を計算する場合にもしばしば用いられる。 Fig. 7 はすべり面を完全円筒と仮定したときのすべり面の位置と形状を示したものである。左側の図は $m_c = 1$ として L を 0.5 ~ ∞ (二次元) まで変えた場合、右側の図は $L = \infty$ として m_c を 0 ~ 1 まで変えた場合であ

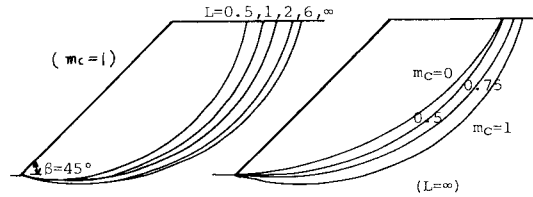


Fig. 7 Variations of cylindrical failure surfaces.

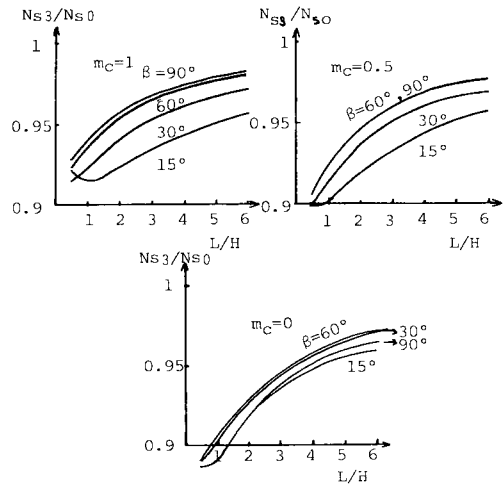


Fig. 8 N_{s3}/N_{s0} vs. failure length.

る。 Fig. 7 より、三次元効果はすべり面を浅くすること、および m_c が小さいほどすべり面は浅くて平らになることがわかる。すべり面が浅くなるということは底部破壊が生じにくくなることを意味する。 Fig. 7 では $\beta = 45^\circ$ のケースのみを示したが、他の勾配でも同様な傾向を示す。

Fig. 8 は、変分法による三次元の最小安定係数 N_{s3} とすべり面を完全円筒面と仮定したときの最小安定係数 N_{s0} との比を破壊長さとの関係で示したものである。 Fig. 8 より次のようなことがわかる。1) m_c が小さいほど N_{s3}/N_{s0} の値は小さくなる。2) L/H が小さいほど N_{s3}/N_{s0} の値は小さくなる。また L/H が ∞ に近づくと当然のことながらその値は 1 に近づく。3) N_{s0} で N_{s3} を近似しても、高々約 10% の誤差（ただし常に大きめの誤差）を生じるのみである。したがって、三次元すべり面形状を完全円筒面と仮定して得られる最小安定係数 N_{s0} の値は正しい値 N_{s3} に割合近いことがわかる。

(4) 底部破壊の可能性

すべり面を二次元と仮定したとき、均一な粘土斜面では勾配 β が 53° (この角度を β_{crit} と記す) 以下のとき底部破壊が生じることがよく知られている。一方、すでに述べたように三次元効果は底部破壊を生じにくくするた

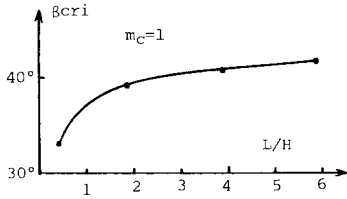


Fig. 9 β_{cri} vs. failure length (cylindrical failure surface).

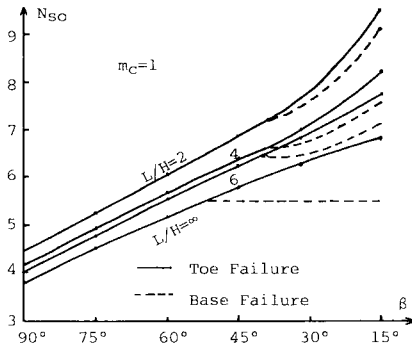


Fig. 10 N_{s0} vs. slope angle and failure length (cylindrical failure surface).

め、 β_{cri} の値は破壊長さが小さくなるほど小さくなることが容易に推測される。Fig. 9は $m_c=1$ (均質)で完全円筒すべり面の場合に関して、 β_{cri} と L/H との関係を示したものであり、この推測が正しいことを示している。Fig. 10は同じく $m_c=1$ (均質)で完全円筒すべり面の場合に、斜面先破壊での安定係数 N_{s0} と底部破壊まで考慮したときの安定係数とを比較したものである。図中の破線は底部破壊が生じることを示す。図では $L/H=2 \sim \infty$ のケースについて示したが、 $L/H \leq 1$ の場合には実線と破線とは数%の誤差でほぼ一致することがわかった。Fig. 10より、 L が大きいほどまた勾配が小さいほど底部破壊が起こりやすく、実線と破線とは離れることがわかる。変分法による解もこれとほぼ同様の傾向を示すと思われるので、変分法の解で底部破壊まで考慮した三次元安定係数を得たい場合には、近似的にこの図から得られる低減係数を用いればよいであろう。たとえば、 $L/H=6$ で $\beta=15^\circ$ のとき、底部破壊の安定係数は斜面先破壊の安定係数を約10%低減したものとなる。斜面が均質でないとき、つまり $m_c < 1$ のときには底部破壊は生じにくくなるので、両者の安定係数の値は $m_c=1$ のときより近づく。特に本研究で計算例として挙げた $m_c=0 \sim 0.75$ の場合には、底部破壊の安定係数の値は斜面先破壊のものとはほぼ一致することが十分予想される。このことは、二次元問題に関するHunterら⁸⁾の研究によって、 $\beta \geq 15^\circ$ かつ $M \leq 1.5$ (Hunterらは不均質

性を表わすパラメーターとして $M=c_0/(kH)$ を用いている。 $M=m_c/2/(1-m_c)$ の関係がある。よって $m_c=0.75$ のとき $M=1.5$ になる)の場合には両者の安定係数の値はほぼ一致することが示されていることから、明らかである。

(5) 斜面内破壊の可能性

m_c が小さく、勾配が急で、破壊長さが短い場合には斜面内破壊が生じる可能性がある。具体例で示そう。たとえば、 $m_c=0, \beta=90^\circ, L/H=1$ の場合、Fig. 6およびTable 1より、変分法による三次元安定係数(斜面先破壊)は約4.3になる。一方、二次元($L=\infty$)での計算より $m_c=0, \beta=90^\circ$ の場合、非常に浅い斜面内破壊が起こり得ることがわかっており、このときの安定係数は約4.0である。したがって、 $m_c=0, \beta=90^\circ, L/H=1$ のケースでは、斜面先破壊は生ぜず斜面内破壊が生じることになる。

斜面のパラメーター $m_c, \beta, L/H$ の値が与えられたとき、斜面内破壊が生じるかどうかを判定し、そのときの安定係数をFig. 6とTable 1より求める方法を次に示そう。まず、斜面先破壊に関する安定係数はFig. 6とTable 1より求められる。これを N_{s3} とする。いま、斜面内破壊が生じると仮定し、そのときのすべり面先と斜面上端との高さの差を H' とする。破壊長さを $2 \times L$ とすると、このときの破壊は $m'_c, \beta, L/H'$ のパラメーターをもつ斜面の斜面先破壊とも考えられるので、Fig. 6およびTable 1を利用して安定係数が求められる。これを $(N_{s3})_a$ としよう。ただし、 m'_c は次式で与えられる。

$$m'_c = c_0 / (c_0 + kH'/2) = m_c / \{m_c + (H'/H)(1-m_c)\} \dots \dots \dots (21)$$

ところで実際の斜面の高さは H だから、実際の斜面に関する安定係数(斜面内破壊)は次式より算出される。

$$N'_{s3} = \frac{\gamma HF}{c_m} = (N_{s3})_a \frac{m_c + (H'/H)(1-m_c)}{(H'/H)} \dots \dots \dots (22)$$

もし、 $N'_{s3} < N_{s3}$ なら H' の高さの斜面内破壊が生じ得ることになる。さらに H' の値をいろいろに変えて N'_{s3} の最小値を選べば、与えられた斜面の最小安定係数が得られる。ところで、 $m_c=0$ の場合には式(21)、(22)より $m'_c=0, N'_{s3}=(N_{s3})_a$ となる。 $m_c=0$ のときには一般に $(N_{s3})_a < N_{s3}$ が成り立つので $N'_{s3} < N_{s3}$ となる。すなわち $m_c=0$ の場合には斜面先破壊は起こり得ず、斜面内破壊が生じる。また、 H' が小さいほど L/H' は大きくなるので $(N_{s3})_a (=N'_{s3})$ の値は小さくなる。そして極限状態($L/H' \rightarrow \infty$)では $(N_{s3})_a$ は二次元の安定係数に一致する。つまり、斜面内破壊まで考慮すると、 $m_c=0$ のときFig. 6に示した N_{s3}/N_{s2} の値は、 $\beta, L/H$ の値にかかわらず1になる。

6. 結 論

本研究では、強度が深さとともに直線的に増大するような粘性土斜面を対象として、極限平衡法の立場から変分計算を用いて三次元の最危険すべり面形状と最小安全率を求める方法を示すとともに、三次元の安定図表を作成した。主に斜面先破壊のケースについて計算を行ったが、斜面内破壊、底部破壊のケースについても対処できるよう定量的な検討を加えた。

本研究の結論は以下のものである。ただし、(1)~(3)は斜面先破壊に関する結論である。

(1) 三次元すべり面形状は一般に3つの部分(円筒部、端部の平面部、両者をつなぐ曲面部)から成る。ただし、 $m_c=0$ の場合には直線的なすべり面となる。斜面の破壊幅が大きいほど安定係数は小さくなり、二次元の安定係数に近づく。

(2) 三次元すべり面を完全円筒面で近似すると、安定係数を最大で約10%大きめに見積もる。

(3) 三次元効果(端部効果)は m_c が大、すなわち均質に近づくほど大きくなる。勾配 β の小さい($\beta=15^\circ$)斜面では三次元効果が大きい。 $\beta=30^\circ\sim 90^\circ$ の範囲では β の値にかかわらず三次元効果はほぼ等しい。破壊長さと斜面高との比が2以下になると三次元効果は急激に大きくなる。

(4) 三次元効果は底部破壊を生じにくくする。また m_c が小さくなるほど底部破壊は生じにくい。 $m_c=0\sim 0.75$ の場合には、底部破壊の三次元安定係数は斜面先破壊のものとはほぼ一致する。 $L/H\leq 6$ 、 $\beta\geq 15^\circ$ のとき、底部破壊の安定係数は斜面先破壊の安定係数の0.9~1倍になる。

(5) m_c が小さく、勾配が急で、破壊長さが短い場合には斜面内破壊が生じる可能性がある。特に、 $m_c=0$ の場合には、 β 、 L/H の値にかかわらず斜面内破壊が生じ、三次元安定係数は二次元安定係数に一致する。

(6) 斜面のパラメーター m_c 、 β 、 L/H の値が与えられたとき、斜面内破壊が生じるかどうかを判定し、そのときの安定係数を斜面先破壊に関する安定図表より求める方法を示した。

最後に、折にふれ斜面安定問題に限らず研究全般にわたって貴重なご助言をいただいている東工大 中瀬明男教授に深く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Baligh, M.M. and Azzouz, A.S. : End effects on stability of cohesive slopes, ASCE, Vol.101, GT 11, pp.1105~1117, 1975.
- 2) Hovland, H.J. : Three-dimensional slope stability analysis method, ASCE, Vol.103, GT 9, pp.971~986, 1977.
- 3) Azzouz, A.S., Baligh, M.M. and Ladd, C.C. : Three-dimensional stability analyses of four embankment failures, 10th ICSMFE, Vol.3, pp.343~346, 1981.
- 4) Chen, R.H. and Chameau, J.L. : Three-dimensional slope stability analysis, Proc. 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Vol.2, pp.671~677, 1982.
- 5) Azzouz, A.S., Baligh, M.M. and Ladd, C.C. : Corrected field vane strength for embankment design, ASCE, Vol.109, GT 5, pp.730~734, 1983.
- 6) Ugai, K. : Three-dimensional stability analysis of vertical cohesive slopes, Soils and Foundations, Vol.25, No.3, pp.41~48, 1985.
- 7) Baker, R. and Garber, M. : Variational approach to slope stability, 9th ICSMFE, Vol.2, pp.9~12, 1977.
- 8) Hunter, J.H. and Schuster, R.L. : Stability of simple cuttings in normally consolidated clays, Geotechnique, Vol.18, No.3, pp.372~378, 1968.
- 9) Chen, W.F. : Limit analysis and soil plasticity, Elsevier, 1975.
- 10) Nakase, A. : Contribution to the $\phi_u=0$ analysis of stability, Report of Port and Harbour Research Institute, No.1, 1966.

(1985.1.31・受付)