

## 滑面水路床上の粒子に働く流体力

## FLUID FORCES ACTING ON A PARTICLE ON THE SMOOTH BOUNDARY

大貫博史\*・城 衛\*\*・吉川秀夫\*\*\*

By Hiroshi ONUKI, Mamoru JYO and Hideo KIKKAWA

Fluid forces acting on a particle which is moving or resting on the channel bed are not accurately known. Fluid forces of a sphere rolling or sliding on a smooth boundary are measured and the drag coefficient for each case can be determined experimentally. The motion of a solid sphere rolling along the smooth wavy boundary is simulated successfully by using the drag coefficients obtained.

## 1. はじめに

移動床にみられる掃流砂礫の流送やそれに伴う河床波の発生発達などの機構は、個々の砂礫の運動を把握することにより解明されるべきである。そのため、河床粒子に働く主たる流体力である抗力と揚力は、掃流現象の解明に重要であるにもかかわらず、これまでの研究では十分とはいえない。従来の研究では、Coleman<sup>1)</sup>による粗面上流水中での実験結果があり抗力係数  $C_D$  は 0.4 である。また滑面上では、Aksoy<sup>2)</sup>の実験結果によると抗力係数  $C_D$  は 1.0 であり、揚力は抗力の 1 割以下で無視し得るとしている。しかし多くの研究では一様流速場における値を代用している現状である。

本論文では、波状滑面床上を転動する単一粒子に作用する流体力を実験により求め、その妥当性を転動粒子の運動により実験的検証を行う。また著者らは前論文<sup>3)-5)</sup>において、波状河床上の流れの底面せん断応力の分布特性は射流、シュート & プール、常流の 3 つの水面形に

より分類できるとし河床波の進行方向を推定したが、ここでは河床粒子に働く流体力よりその運動特性を明らかにしようとする。

## 2. 滑面上単一粒子の転動機構

流体中の滑面上単一粒子の運動は次式で表わされる(図-1 参照)。

$$m_1 \dot{v} = D + m_2 g \sin \theta - F \dots\dots\dots (1)$$

$$m k^2 \dot{\omega} = F \cdot d / 2 - M_F \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $m$  は粒子の質量を、 $m_1$  は仮想質量を含めた粒子の質量を、 $m_2 g$  は水中重量を表わし、水中の球形粒子の場合には、

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= (\pi d^3 / 6) \cdot \rho_f \cdot (\sigma_s + 0.5) \\ m_2 &= (\pi d^3 / 6) \cdot \rho_f \cdot (\sigma_s - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる(ただし、 $d$ : 粒径、 $\rho_f$ : 流体密度、 $\sigma_s$ : 粒子の比重)。また、 $v$  は粒子の移動速度、 $\omega$  は粒子の角速度、 $k$  は粒子の重心回りの回転二次半径、 $M_F$  は抵抗モーメント、 $F$  は摩擦力を表わす。抗力  $D$  は式(4)のよう

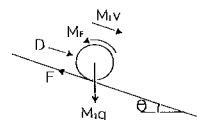


図-1 記号図

\* 正会員 工修 新日本製鐵株式会社(前・早稲田大学大学院前期課程)

\*\* 学生会員 早稲田大学大学院理工学研究科(〒160 新宿区大久保3-4-1)

\*\*\* 正会員 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科(同上)

に表わす。

$$D = 1/2 \cdot \rho_f \cdot C_D \cdot A \cdot |U - v| (U - v) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $A$  は粒子の投影面積、 $C_D$  は抗力係数、 $U$  は流体の代表流速を表わす。

流体中の転動粒子の運動の場合、中川ら<sup>6)</sup>も指摘しているように、見掛けの抗力係数<sup>7)</sup>が導入されて流体の抵抗モーメント  $M_F$  が無視されており、また抗力係数も同じ Reynolds 数に対してばらつきが倍以上もあり、粒子の移動速度の見積りに大きな差を生じている。よって式 (4) 中の不明確なパラメーターである抗力係数  $C_D$  を精度よく求める必要がある。

### 3. 静止流体中の床面上球の抗力係数

まず静水中床面上を並進移動する球に働く抗力を求める。実験は水槽床面とのすべり摩擦係数の知れた球を回転しないように偏心させ、任意の一定外力で球をすべらせ、その平衡移動速度を測定した。

静水中床面上を転動移動する球に働く抗力は、静水中において縦割りした塩ビ管上を種々のベアリング玉を直進性をもつように転動させ、その球の平衡移動速度と水路床勾配を測定した。ただし式 (1) における  $F$  (こり摩擦) は  $F \ll D$  と考えられるので無視したが、実際には  $C_D$  の中に  $F$  の効果は含まれている。

以上の測定結果をもとに式 (1)~(4) より求めた静水中床面上を並進移動と転動移動する球の抗力係数  $C_D$  と粒子 Reynolds 数 ( $Red$ ) の関係を図-2 に示す。

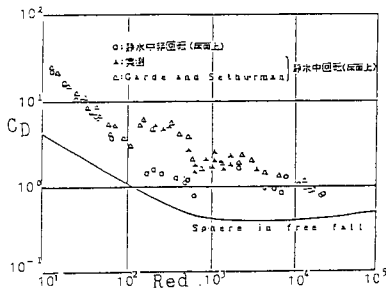


図-2  $C_D$ -Reynolds 数の関係

これによると床面上を並進移動する球の抗力係数  $C_D$  (壁面とのすべり摩擦は含まれていないが、回転によるこり摩擦は含んでいる) は、球が一樣流中の場合の倍以上の大きさとなる。このことより球が受ける抗力は壁に接する方が大きく、さらに球が回転している方が抗力が大きくなるのがわかる。

### 4. 抵抗モーメント $M_F$ による抗力係数の増分

前述の球が回転しているときと回転していないときの抗力係数の違いは、抵抗モーメントによる流体力の増分

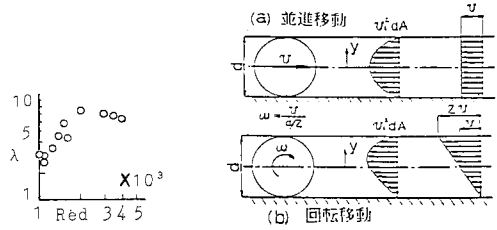


図-4 概念図

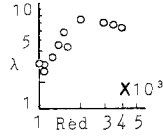


図-3  $\lambda$ -Reynolds 数の関係

と考えられる。そこで抵抗モーメントによる抗力係数の増分を  $C_F$  とし前述の 2 ケースの抗力係数を式 (5) に表わす。

$$C_D = C_D' + C_F \dots \dots \dots (5)$$

式 (5) において  $C_F$  は、抵抗モーメントによる球に働く並進方向の力の増分を表わすもので、中川らによる抵抗モーメント係数  $C_F^{(6)}$  とは異なるものである。しかし、この並進方向の力の増分にある腕の長さ  $l$  を乗ずることによって中川らの抵抗モーメント  $M_F$  と関連がつけられる。  $10^3 \leq Red \leq 4 \times 10^3$  において静水中の平衡転動速度の測定結果を用いて、両者を比較するため腕の長さ  $l$  を

$$l = d/\lambda$$

とおくと、図-3 のようになる。

また、 $C_D$  は床面上を転動移動する球の抗力係数、 $C_D'$  は床面上を並進移動する球の抗力係数である。一方、抵抗モーメントによる抗力係数の増分  $C_F$  を求めるため、静水中を同一速度で球が移動する際の回転、非回転による球が流体から受ける速度分布について考える (図-4 参照)。

球が速度  $v$  で移動すると、並進移動の場合は速度  $v$  の一樣速度分布を球が流体から受ける。しかし転動移動の場合は三角形の速度分布を流体から受けることになる。この球が受ける流体の速度分布の違いが  $C_F$  を生じさせると考えられる。Reynolds 数が大きいとき、流体力が相対速度の 2 乗に比例すると仮定すると、転動移動する球の微小面積に当たる速度の 2 乗の面積平均は、

$$\int_{-d/2}^{d/2} 2\sqrt{(d/2)^2 - y^2} \cdot (v + \frac{v}{d/2} y)^2 dy / A = \frac{5}{4} v^2 \dots \dots \dots (6)$$

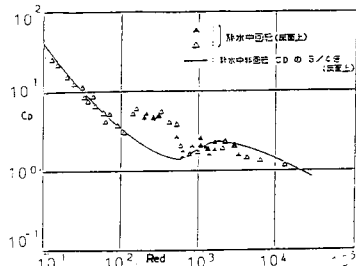


図-5  $C_D$  と Reynolds 数の関係

となる。このことより、球が同一速度  $v$  で移動しても転動移動の場合は、並進移動の場合の抗力の約 5/4 倍となることがわかる。よって式 (5) を

$$C_D = 5/4 C'_D, C_F = 1/4 C'_D \dots \dots \dots (5)'$$

と表わす。並進移動球の抗力係数を 5/4 倍すると転動移動球の抗力係수에 Reynolds 数 100~500 以外はよく一致し、その妥当性がうかがわれる (図-5 参照)。

5. せん断流中の床面上球の抗力係数

せん断流中の抗力を見積る際に式 (4) 中の流体の代表流速  $U$  の定義は従来、球の中心での流速と定めているが<sup>1), 2), 7)</sup>、その物理的根拠は明確でない。よって代表流速  $U$  を決定するために、擬似等流下で滑面水路床上を転動移動する球の平衡転動速度  $V_e$  を測定した。抗力係数  $C_D$  は、図-2 の一様流速場の転動球の値を用いて代表流速  $U$  を算出しその流速分布中での位置  $Y_u$  と粒径の比を表-1 に示す。ここで実験条件は、エネルギー勾配  $i=1/300$ 、摩擦速度  $u_* = 2.35$  (cm/s) である。

これより、流速分布が滑面对数分布のときは粒径の約 1 割の位置での局所流速が代表流速となる。このことをもとに滑面对数則に従う流速分布中での回転しない球の抗力係数を求めた。実験は図-6 の実験装置を用いた。

床面上に静止させた偏心球に流れを与え ( $v=0$ )、回転しないように球 (水路床との最大摩擦力  $F_n$  は既知) をせん断流中で上流側へ張力  $T$  を増し、 $F=T$  となる時 (球が動き出す瞬間)、 $T$  を測定して  $D$  を求める。

表-1 代表流速の生ずる位置

Run	d (cm)	$\sigma_s$	$V_e$ (cm/sec)	$U$ (cm/sec)	$Y_u/d$
1	1.10	7.82	27.9	31.7	0.096
2	1.70	2.32	27.9	31.1	0.095
3	2.99	2.49	34.4	37.5	0.098

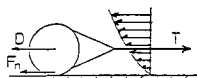


図-6 実験装置概略

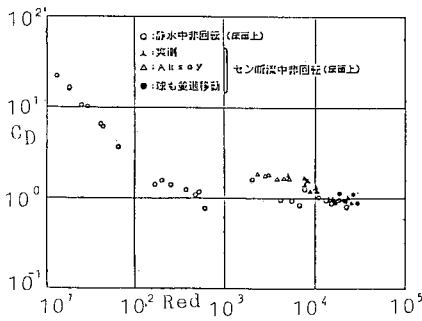


図-7  $C_D$  と Reynolds 数の関係

次に  $v \neq 0$  の場合として、偏心球 (すべり摩擦  $F$  が既知) を上流へ定速で引き  $T$  を測定して  $D$  を求める。それぞれの場合、代表流速の位置を  $0.1d$  の高さにとると、静水中非回転の場合の  $C_D$ -Red 図とはほぼ一致した (図-7 参照)。代表流速  $U$  に 1 割の位置の流速を用いることにより抗力の見積りに汎用性ができたといえよう。

6. 河床粒子に作用する抗力の算定

以上により河床粒子に作用する抗力が算定できる。

この抗力算定の適合性をみるため、波状水路床上の流れ<sup>8)</sup>で、射流とシュート & プールについて種々の球を流し完全転動させ、ビデオカメラで撮影し球の河床接線方向の移動速度を測定した。またシミュレーションは、 $F \ll D$  より  $F$  は無視して、河床上単一粒子の運動方程式 (1) を Runge-Kutta 法により差分化し、摩擦速度  $u_*$  は実測の値を用いて行った。図-8, 9 にその結果を示す。

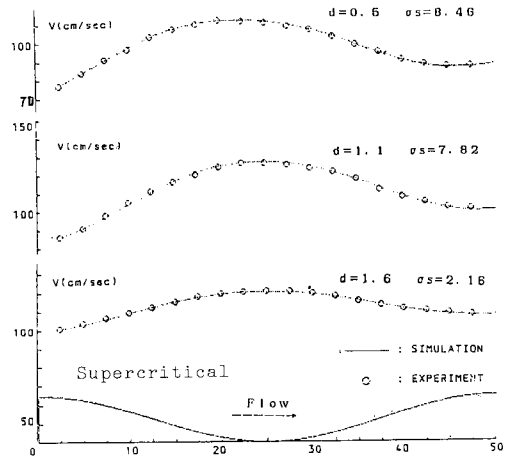


図-8 粒子移動速度

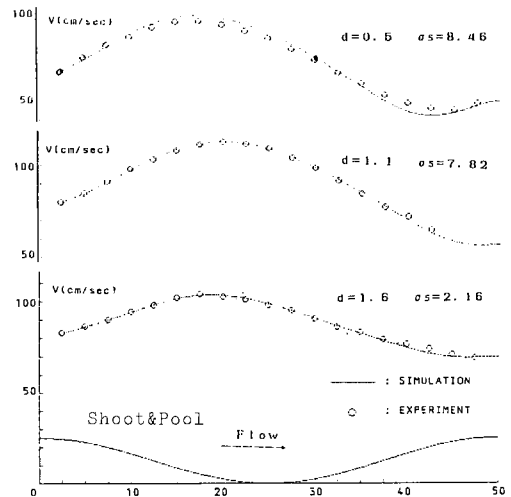


図-9 粒子移動速度

これによれば粒子の移動速度の計算値は実測値に合致し、この流体力算定法は妥当と考えられる。よって流れの場と粒子特性を知れば、その運動をこの計算法により知ることができる。

## 7. 波状河床上的粒子の運動

波状水路床上的流れでの実測底面せん断応力分布<sup>5)</sup>より、河床粒子に作用する力（有効作用力）をこの方法により求める。水路床上的静止粒子の移動しやすさを表わす有効作用力を、射流、シュート & プール、常流に対して求めその結果を図-10に示す。

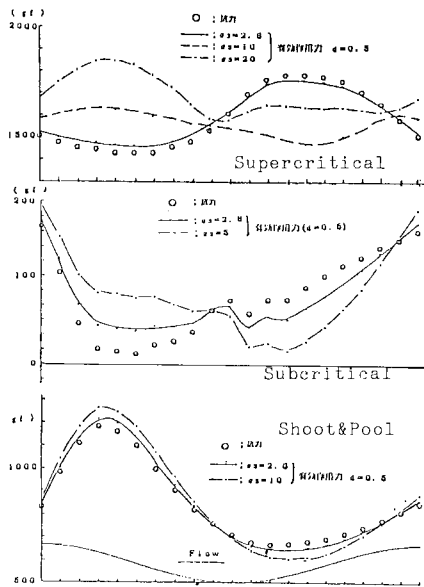


図-10 有効作用力分布図

射流の場合、底面せん断応力が河床波に対して上流側へ126度位相差があるため、粒子の重力成分を加えると有効作用力分布は粒子の比重により異なってくる。比重が小さいと重力成分が小さいため有効作用力分布は抗力分布と同じであるが、比重を増していくと有効作用力分布は河床波の下り部でピークが現われるようになる。つまり粒子の性質および流れの条件（底面せん断応力等）により河床上粒子の移動しやすい場所が異なることが知られる。

シュート & プールの場合、底面せん断応力分布が河床波に対して下流側へ45度の位相のずれがあるため、有効作用力分布は粒子の比重によらず、粒子の抗力分布と同じになる。

常流の場合、底面せん断応力分布のピークが河床波の山の少し上流側へ現われ、有効作用力は河床登り部が大きくなる。

今後、波状河床上的平均移動距離、粒子の履歴効果等を明らかにして河床波の進行、変形について検討するつもりである。

## 8. 結 論

本研究は河床粒子に作用する流体力を、直接測定することにより明らかにし、河床粒子運動をシミュレーションにより求めることができるようにした。

本研究により明らかになったことを示す。

(1) 一樣流中の球の抗力係数は、球が壁面に接する場合と接しない場合とで異なり、前者の方が倍以上も大きい。また球が回転する方が回転しないときより抗力係数は大きい。

(2) せん断流中河床粒子の抗力算定における流体の代表流速は、流速分布が滑面对数則に従うときは、河床から粒径の約1割の位置での局所流速とし、抗力係数は図-2により表わされる。

(3) 波状河床上的粒子に働く抗力を算定できるようにし、また粒子に働く有効作用力を求め波状河床上的粒子の運動の特性の一部を明らかにすることができた。

今後、粗面に対する抗力係数を同様の方法で明らかにし、河床変形に対する流れの場の応答を調べ、本研究の成果をもとに掃流機構について研究を進めていく予定である。

## 参 考 文 献

- 1) Coleman, N. L. : The Drag Coefficient of a Stationary Sphere on a Boundary of Similar Spheres, La Houille Blanche, No. 1, pp. 17~21, 1972.
- 2) Aksoy, S. : Fluid Force Acting on a Sphere near a Solid Boundary, Proc. the XVth Congress, IAHR, Istanbul, Turkey, Vol. 1, pp. 217~224, 1973.
- 3) 大貫博史・森田英男・吉川秀夫：河床波上の流れについて、第28回水理講演会論文集、1984.
- 4) 大貫博史・吉川秀夫：波状河床上的流れ、第39回年次講演会概要集、1984.
- 5) 大貫博史・城 衛・藤堂憲幸・吉川秀夫：波状河床上的転動粒子について、第29回水理講演会論文集、1985.
- 6) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：床面に沿って転動する粒子の運動と流体力について、第23回水理講演会論文集、1979.
- 7) Garde, R. J. and Sethuraman, S. : Variation of the drag coefficient of a sphere rolling along a boundary, La Houille Blanche, No. 7, pp. 727~732, 1969.

(1985. 3. 29・受付)