

波動場に置かれた垂直板付近の発生渦の特性とエネルギー逸散

VORTEX STRUCTURE AND ENERGY DISSIPATION NEAR A VERTICAL
PLATE UNDER WAVE ACTION

池田 駿介*・浅枝 隆**・野本 健司***・木村 恵利子****

By Syunsuke IKEDA, Takashi ASAEDA, Kenji NOMOTO and Eriko KIMURA

Wave damping by submerged vertical plate is important for estimation of transmitted waves over a submerged dike. Large discrete vortices are generated alternately, near both sides of the edge of the vertical plate. The behavior of the vortices can be classified into three types in relation to the ratio of the plate height to the depth. The velocity inside the vortices are measured, and it is found that the vortex is simulated with the turbulent Oseen's vortex model. Good agreement of the energy loss of the wave with the energy of the generated vortices confirms that the wave energy is dissipated as a result of the formation of the vortices. New formula for estimating energy loss of wave is presented as a function of the external parameters for waves and the vertical plate.

1. ま え が き

波動場において水面下に没した防波堤, すなわち潜堤の消波効果は, 従来より実験的な公式を求めることに主眼がおかれてきた。波が比較的幅の広い潜堤を通過する場合の波の透過率については, Nakamura・Shiraishi¹⁾, Dattatori・Raman・Shanker²⁾, Iwagaki・Asano・Honda³⁾によって求められ, 反射率についても, Dick・Brenner⁴⁾によって求められている。しかし, これらは波の変形を促す構造物周辺の流れについては何も触れられておらず, 波の変形の機構を考えるうえでは十分とはいえない。潜堤や, それをモデル化した波動下に没している垂直板周辺の流れについては, Ursell⁵⁾, Mei・Black⁶⁾, Evans⁷⁾, 日野・山崎⁸⁾により, 完全流体として取り扱った場合の解が求められている。さらに日野ら⁸⁾は実験結果との比較を試みているが, 解析解においてはエネルギー逸散が考慮されていないため, 透過率においては実験値の方が小さい値となっている。日野ら, および, 池田ら⁹⁾は垂直板周辺の流れを可視化した垂直板周辺に非

常に大きな渦が交互に発生することを示し, この渦がエネルギー逸散に関係していることを示唆している。さらに, 池田ら⁹⁾は, 垂直板周辺の砂の動きに対しても, この渦がきわめて重要な働きをしていることを示し, こうした渦についての研究の必要性を指摘している。

構造物背後の剝離域に生ずる渦の挙動については, 近年, 不連続な渦点の集合として数値的に求める方法がさかんであり, 振動流中に生ずるものについても, Evans・Bloor¹⁰⁾, Graham¹¹⁾, Bernardisら¹²⁾, Longuet-Higgins¹³⁾, 中村ら¹⁴⁾によって数値的な解が求められている。しかし, 渦が周囲に及ぼす影響の物理機構を考えるうえにおいては, 特性を十分表現した, 解析的に表現でき得る形にモデル化する必要がある。渦の表現法としては, 最も単純なものとして, Rankine渦が挙げられる。しかし, Rankine渦では必ずしも実際の渦を十分表現できないために, 線形化したNavier-Stokesの方程式の層流解として, Taylor, Oseen, Goldsteinの渦が取り扱われ¹⁵⁾, さらに, 乱流状態にある渦の表現法として, Squire¹⁶⁾, Hoffmann・Joubert¹⁷⁾, Phillips¹⁸⁾らによる渦モデルが提案されている。しかし, これらの渦のモデルは特殊な場合を除いては十分に実験的な検討がなされているとはいえず, 適用性についても不明な部分が多い。

本研究は以上のようなことを考慮して, 波動下におけ

* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科
(〒338 埼玉県浦和市下大久保 255)

** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

*** 工修(株) 東京電力

**** 長野県庁

る最も単純な構造物の1つである水面下に没している垂直板を対象にして、垂直板付近に発生する渦の特性、その応用としての波のエネルギー逸散の機構の解明、さらに両者の関係を求め、実用面に応用したものである。

2. 実験装置および実験方法

実験にはFig.1に示されるような、長さ19.5 m、幅40 cm、深さ70 cmの二次元造波水槽を用いた。水槽内の造波板と反対側（以後この方向を岸側、造波板側を沖側とよぶことにする）には、フィルムくずを入れた消波装置を設置し、波の反射を2%程度以下に抑えた。また、水槽のほぼ中央に、厚さ3 mmで水槽幅と同じ幅の垂直板を固定した。垂直板の高さ l は、12, 16, 18, 20 cmの5種類とし、先端部は60°のくさび状にした。水深 h は、20, 27, 30, 40 cmの4通りに変化させ、波の波長 L は、120~326 cm、波高 H は、0.97~5.38 cm、周期 T は、1.0~1.8 sの範囲で変化させた。なお、本実験の範囲 ($l/h < 0.8$) では板の存在はほとんど波の変形に影響を与えず、板直上での波の砕波は観察されなかった。また、透過直後の波も正弦波で近似できるものであった。

垂直板付近の流れ、垂直板先端より生ずる渦内の流速、渦の運動は、流れを可視化することにより求めた。可視化法は、比重1.02、直径0.2~0.8 mmのポリスチレン粒子を水中に浮遊させ、鉛直スリット光を照射することにより行った。流速測定は、可視化した流況を35 mmカメラで、現象の速度に応じて1~1/15秒の露出時間で撮影し、写真上に写っているポリスチレン粒子の軌跡の長さより求めた。また渦の移動形態は連続撮影された写真より求めた。

波が垂直板を通過する際の波の透過率、反射率を求める実験は、水槽の両端からの反射を差し引くために、垂直板前後にそれぞれ2台ずつ、2 m離して容量式波高計を設置して行った。それぞれ2台の波高計の記録から両方向に進行する波を分離する際には、波形が十分正弦波で近似できることを確かめたうえで、次の方法に従って求めた¹⁹⁾。

静水面に x 軸、鉛直上向きに y 軸をとるとき、 x の負および正の方向に、次のような振動数および波数の等しい波が進行しているとする。

$$Y^+(x) = A \sin(\omega t + kx + \phi_A) \dots\dots\dots (1)$$

$$Y^-(x) = B \sin(\omega t - kx + \phi_B) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 Y^+ 、 Y^- はそれぞれの波の波形を、 A 、 B は振幅を、 ϕ_A 、 ϕ_B は位相を表わす。

このとき、 $x=0$ 、 X_1 の2点に設置された波高計には、次のような波形が記録される。

$$y(0) = P_0 \cos \omega t + Q_0 \sin \omega t \dots\dots\dots (3)$$

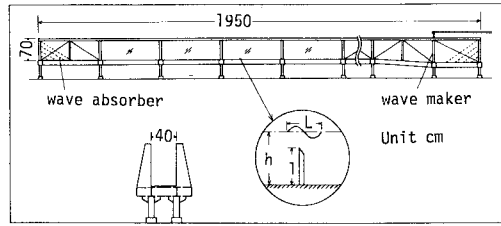


Fig.1 Experimental Apparatus.

$$y(X_1) = P_1 \cos \omega t + Q_1 \sin \omega t \dots\dots\dots (4)$$

ただし、

$$P_0 = A \sin \phi_A + B \cos \phi_B \dots\dots\dots (5)$$

$$Q_0 = A \cos \phi_A + B \cos \phi_B \dots\dots\dots (6)$$

$$P_1 = A \sin(kX_1 + \phi_A) + B \sin(-kX_1 + \phi_B) \dots\dots\dots (7)$$

$$Q_1 = A \cos(kX_1 + \phi_A) + B \cos(-kX_1 + \phi_B) \dots\dots\dots (8)$$

である。式(5)~(8)より次式が得られる。

$$A = \{(P_0 + M)^2 + (Q_0 + M)^2\}^{1/2} / 2 \dots\dots\dots (9)$$

$$B = \{(P_0 + M)^2 + (Q_0 + M)^2\}^{1/2} / 2 \dots\dots\dots (10)$$

$$\phi_A = \tan^{-1}\{(P_0 + M)/(Q_0 + N)\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\phi_B = \tan^{-1}\{(P_0 - M)/(Q_0 - N)\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

$$M = (Q_0 \cos kX_1 - Q_1) / \sin kX_1 \dots\dots\dots (13)$$

$$N = (P_1 - P_0 \cos kX_1) / \sin kX_1 \dots\dots\dots (14)$$

である。

したがって、2つの波高計の記録を、それぞれ正弦成分、余弦成分に分離すれば、式(9)、(10)によりそれぞれの進行波の波高が求まる。実験においては、1周期について、100~300個の割合でサンプリングし、10波程度について両方向に進行する波の成分に分離し、平均をとった。

波と垂直板の位置との関係は、以後簡単のために、次のような時間 t を周期で無次元化した $T^* (= t/T)$ で示す。すなわち、垂直板直上を水深が増加する位相における中立な水位の点が通過する時刻を $T^* = 0$ とし、 $0 < T^* < 0.5$ で波の山の部分が、 $0.5 < T^* < 1.0$ で谷の部分が通過するものとする。

3. 板先端に形成される渦の移動形態

板先端に交互に形成される渦の移動形態は、Fig.2に示されるように大きく3通りに分けられることが判明した。これを波の位相との関係で示すと、Fig.3(a)~(c)のようになる。

Fig.3(a)に示される第1の移動形態においては、渦は次のように運動する。まず、波の谷の部分が板の直上にある状態、すなわち、 $0.5 < T^* < 1.0$ の期間に、沖向きに向かう流れによって板の沖側に渦が形成され、その渦がまだ板先端付近にとどまっている間に波の峰の部分

が板直上を通過する位相 ($0 < T^* < 0.5$) となり、今度は岸向きの流れにより板の岸側に渦が発生する。この2つの渦は渦対を形成し、岸向きに移動する。これをAタイプとよぶことにする。

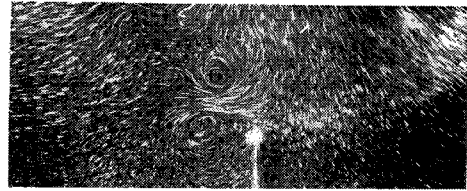
2番目の形態は、Fig. 3 (b) に示される形態である。この場合には、 $0 < T^* < 0.5$ の期間に板の岸側に渦が発生し、その渦が板先端付近にとどまっている間に、 $0.5 < T^* < 1.0$ の位相で板の沖側にもう1つの渦が形成され、渦対を形成し、沖側に移動するというものである。これをタイプBとよぶことにする。

3番目の形態は、Fig. 3 (c) に示される形態である。この場合には、 $0 < T^* < 0.5$ の期間に板の岸側に形成された渦は、板の沖側に渦が形成される以前に岸側に移動して行き、 $0.5 < T^* < 1.0$ の期間に板の沖側に形成された渦は、板の岸側に渦が形成される以前に沖側に移動して行く。これをタイプCとする。

これらの3つの形態は l/h , h/L などにより領域区分される⁹⁾。本論文の目的は詳細な領域区分にはないので、通常の波動場における概略の区分に従って話を進める。

垂直板の高さが水深に十分近い値の場合（通常の波動場においてはだいたい $l/h > 0.8$ の場合）には、板の先端から水面までの距離が小さく、タイプCの移動形態となる。この原因には次の2つが考えられる。

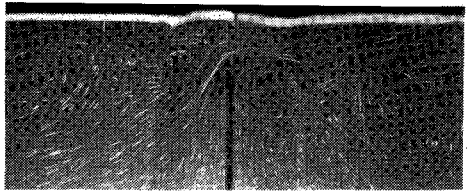
その1つは、板先端から水面までの距離が小さいために、その部分を通る往復流の速度が大きく、板先端付近に形成された渦は次の位相にはいる前に流されてしまい、板の反対側に形成される渦の影響を受けず渦対を形成し得ないことである。また、他の1つの原因は、水面より上に仮想される鏡像の渦と実際の渦とが渦対をな



(a) Type A



(b) Type B

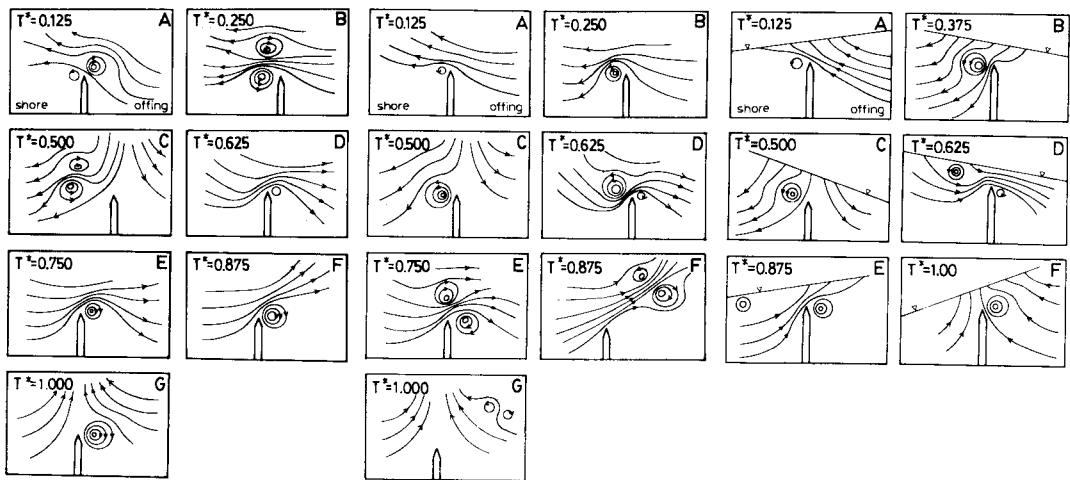


(c) Type C

Fig. 2 Photographs of the three types of vortex motion.

し、渦の発生位置から水面までの距離が小さいために、板から離れる方向に移動する速度が大きくなるためである。

水深に比較して板の高さが多少低くなると（通常の場合、 $0.8 > l/h > 0.5$ 程度）、タイプBの移動形態をとる。波の発生初期において、初め谷の部分から板の直上を通過して行った場合には、しばらくタイプAの移動形態



(a) Type A

(b) Type B

(c) Type C

Fig. 3 Schematic diagram of the three types of vortex motion in relation to the wave phase.

を続けることもあるが、何周期かの後には、渦対の移動方向は上方、冲向きと変化して行き、タイプBの移動形態となって安定化する。

水深に比較して板の高さがきわめて低くなると（通常の波動では $0.5 > l/h$ 程度の場合）、波の発生初期条件によって、タイプAとタイプBとに分けられる。すなわち、初め谷の部分から先に板の直上を通過して行った場合には、先に沖側に渦が形成され、渦対は岸側に移動して行きタイプAの移動形態をとるが、初め峰の部分から先に板の直上を通過して行った場合には、渦は岸側に先に形成され、渦対は沖側に移動して行き、タイプBとなる。このように、水深に比較して板の高さが低い場合に渦対の移動する向きが分かれることは、渦の形成時期とそのときの板先端付近の流況との関係で説明でき、2つの渦の強弱にも関係する。

Fig. 4 (a), (b), (c) は、それぞれ、タイプA, B, Cを示す場合の、板の両側に形成される渦の循環の比較である。

タイプAで生ずる渦の場合には、 $0 < T^* < 0.5$ で岸側に生ずる渦よりも、 $0.5 < T^* < 1.0$ で沖側に生ずる渦の循環の方が若干大きいことがわかる。この原因は次のように説明される。Fig. 3 (a)のD~Fで示されるように、 $0.5 < T^* < 1.0$ で冲向きの流れにより板の沖側に形成された渦は、 $0 < T^* < 0.25$ で生ずる斜め上向き岸向き流れ、および、板の断面内に仮想される自己の鏡像による流れによって、容易に板の岸側上方に移動する。そのため、 $T^*=0$ 以後の岸向き流れによって板の岸側に形成しつつあった渦との間に渦対を形成し、その渦対の並進速度、および、まだ十分に強い、波による岸向き流れに乗って急速に岸向きに移動する。このため、岸側の渦は成長途上で移動してしまうために、沖側の渦に比べ弱いものとなる。

一方、タイプBで生ずる渦の場合には、 $0 < T^* < 0.5$

で岸側に生ずる渦の循環の方が、 $0.5 < T^* < 1.0$ で沖側に生ずる渦の循環よりも大きくなっている。この原因は次のように説明できる。 $0 < T^* < 0.5$ [Fig. 3 (b) A~C]で岸向きの流れによって板の岸側に渦を生じ、 $T^*=0.5$ [Fig. 3 (b) C]を越えると、流れの向きは冲向きになり、板の沖側に渦が生じ始める。岸側の渦はこの冲向きの流れおよび板断面内に仮想される自己の鏡像による流れによって板の沖側に移動して行くことになるが、 $T^*=0.5$ 直後では流れはまだ下向きに近く、 $T^*=0.75$ (Fig. 3 (b) E)以後の斜め上方冲向き流れになって、初めて板の沖側上方に移動して行く。その後は、板の沖側に形成しつつあった渦との間に形成される渦対の速度、および、波による斜め上方冲向き流れによって沖側上方に移動して行く [Fig. 3 (b) F]。このため、沖側の渦は成長途上で移動してしまうために、岸側の渦に比べ多少弱いものとなる。また、タイプAにおける渦の移動方向がほぼ水平に近いのに対して、タイプBにおいては、斜め上方冲向きに移動する。この理由は、タイプBにおいては、岸側の渦が沖側に移動し渦対を形成するのが遅れるために、渦対を形成した直後においては波による流れはすでに斜め上方になっている [Fig. 3 (b) E~F] ためである。このような、岸側に生じた渦の移動が遅れ渦対の形成が遅れる傾向は、水深に比べ板が高くなるほど顕著になる。そのため、板の低い間はA, B両方のタイプが現われていても、板が高くなるにつれタイプBのみが現われるようになる。板がさらに高くなって岸側の渦が沖側に移動できなくなると、タイプCとなる。

4. 渦内の流速および循環について

3. で示したように、板の岸側、沖側に交互に形成される渦は互いに異符号の渦度を有しているが、絶対値における差は全体の大きさに比べれば小さい量であり、ほぼ同強度、同形態の渦が形成されているといつてよい。

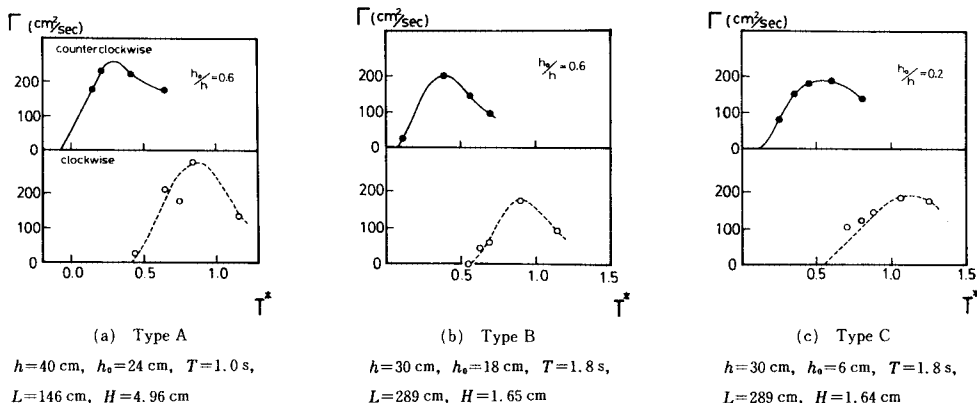


Fig. 4 Comparison of circulation of vortices in the three types of vortex motion.

このように、板からの剝離流によって生ずる渦の構造は、Fig. 5 に示されるように、中心にコアの部分があり、その周囲に剝離先端部において生ずる強い渦度を有する流体がらせんを描きながらコア内に流入する層が存在する¹⁹⁾。こうした、渦のコア部およびその周辺部については、Squire¹⁶⁾が Taylor の渦度輸送理論を用いて、移流項の効果を渦動拡散係数で表現した Oseen 渦型のモデルを提案している。このほか、混合距離を用いて半径方向に対数関数で流速分布を示した Hoffmann・Joubert のモデル¹⁷⁾、中央の剛体的な運動をする領域、遷移域、らせん状の渦層が存在する領域の 3 領域に分けて取り扱った、Phillips のモデル¹⁸⁾が存在する。このうち、Hoffmann らのモデルは渦の中央で流速が負の無限大となるために渦の中央部付近を表現するには明らかに不適当であり、渦の全領域を取り扱ったものとはいえない。ここでは、Oseen 渦型のモデルと、Phillips のモデルについて本実験の結果と比較して考察する。

渦度の輸送理論を用い、渦度の渦動拡散係数が渦の有する循環 Γ に比例すると仮定すると、Oseen 渦型のモデルにおける回転方向の流速 v_θ の分布は次のように表わせる。

$$v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-r^2}{4(\nu + c\Gamma)t}\right) \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 r は渦の中心からの半径、 ν は動粘性係数、 t は渦が成長を停止してからの経過時間、 c は定数を表わす。

渦のコアの半径にあたる、 v_θ の最大値を与える半径を a とすると、

$$a = 2.24(\nu + c\Gamma)t^{1/2} \dots\dots\dots (16)$$

と求まる。式 (16) を式 (15) に代入し整理すると、

$$\frac{v_\theta}{v_{\theta m}} = \frac{1.4a}{r} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-1.25r^2}{a^2}\right) \right\} \dots\dots\dots (17)$$

が得られる。ここに、 $v_{\theta m}$ は回転流速の最大値を示す。

Fig. 6 に、本実験より得られた渦内の回転流速の分布、Graham ら²⁰⁾による翼後方に生ずる渦についての測定結

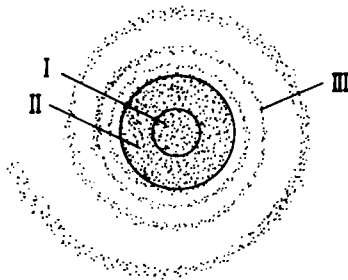


Fig. 5 Structure of Vortex¹⁸⁾.

I : Vortex core region, II : Transient region, III : Spiral merging region.

果、式 (17) で示される Oseen 渦型のモデル¹⁶⁾、Phillips のモデル¹⁸⁾、および、最も単純な Rankine の渦における回転流速の分布を示す。回転流速 v_θ は最大値 $v_{\theta m}$ で、半径 r は最大流速を示す半径 a で無次元化して示されている。図からわかるように、 $r \leq a$ の領域においては、本実験の結果も Graham らの結果もほぼ同様な結果を示し、Oseen の渦型のモデルと Phillips のモデルによく一致しており、 $r \leq a$ の領域においては相似性が成立していることを示している。しかし、Rankine 渦の流速分布は多少小さめの値をとる。 $r > a$ の領域においては、実験値の散乱の度合いが大きくなり、さらに、Graham らの実験結果の方が本実験の結果より大きくなっている。この原因は次のように考えられる。

Graham らの測定した渦は一方向流中に生じた渦であり、しかも、翼から十分離れた点での測定結果であるために、らせん状の渦層で形成された領域も十分に発達した渦となっている。一方、本実験で測定された渦は振動流中の渦であり、渦度の供給が短時間で停止するために、コア以外の部分が十分発達せず、回転方向の流速も小さいものとなる。このように、 $r > a$ の領域においては、渦の発生形態や周囲の条件の影響を大きく受けるために、相似性が成立しにくくなるものと考えられる。

さらに、振動流中で生ずる渦はコアの外側の部分の発達が不十分であるために、一方向流中に生ずる渦に比較して、コアの有するエネルギーの割合が高くなっていることがわかる。

Oseen 渦型のモデルおよび Phillips のモデルと Rankine 渦との最も顕著な相違は循環の分布に現われる。Fig. 7 は、最大流速を示す半径における循環 $\Gamma_m (= 2\pi a v_{\theta m})$ で無次元化した各半径における循環 Γ の分布を示す。横軸は $\log(r/a)$ をとってある。Rankine 渦では、 $r \geq a$ の領域では循環は Γ_m のまま一定値となるが、他の 2 つのモデルではそれより大きな値となる。本実験の結果と、Hoffmann・Joubert の実験結果はともに $r > a$ の領域において循環は Γ_m よりも大きな値をとっており、Rankine 渦よりも、Oseen 渦型のモデル、

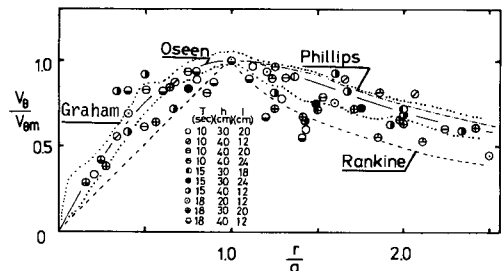


Fig. 6 Dimensionless circumferential velocity distribution in comparison with some theoretical model.

Phillips のモデルに近いことを示している。また、循環についてみても、 $r \leq a$ の領域では回転流速の場合と同様に、相似性は成立するものの、 $r > a$ の領域では散乱が大きくなること、一方向流中の渦における測定結果である、Hoffmann・Joubert の結果に比べ、振動流中の渦における測定結果である本実験の結果の方が、 r が大きくなるにつれ早く循環の値が小さくなるのがわかる。

Oseen 渦型のモデルと Phillips のモデルとの相違は、コアの半径の時間的な変化において顕著である。式 (16) で示される Oseen 渦型のモデルにおけるコアの半径は、十分発達した乱流状態にある渦においては動粘性係数の影響はきわめて小さく、 $\nu \ll c\Gamma$ であるために、

$$a = 2.24\sqrt{c\Gamma t} \propto \sqrt{\Gamma t} \dots\dots\dots (18)$$

と表わされる。一方、Phillips のモデルにおいては、コアの半径は、

$$a = \sqrt{2 \cdot K \cdot \nu t} \propto \sqrt{\nu t} \dots\dots\dots (19)$$

で表わされる。本実験より求めたコアの半径 a を、 νt および Γt に対して示した図が、Fig. 8 および Fig. 9 である。ここで、 t は渦が形成し始めてからの時間とし、 Γ はその時間における渦のもつ循環の最大値としている。2つの図を比較すると、Fig. 8 においては傾きが $3/4$ 程度であるのに対して、Fig. 9 ではほぼ $1/2$ となっており、式 (18) の方が実験値との適合性が高いことがわかる。これより求まる c の値は 0.0039 である。この場合、 Γ の値は $100 \text{ cm}^2/\text{s}$ のオーダーであり、水の動粘性係数 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ と比較すると、式 (15) において、 $c\Gamma \gg \nu$ の仮定は十分に満足されている。

このように、Phillips のモデルより Oseen 渦型のモデルの方がよく適応する理由は、次のように考えられる。

まず、Phillips のモデルにおいては、渦度の拡散係数に相当する $K\nu$ を一定としているが、この条件は非定常性の強い渦や、特性の異なる渦に対して一律に成立するとは限らない。一方、Oseen 渦型のモデルにおいては、拡散係数をその瞬間の渦の強さである循環に比例すると考えているためより現実に近いものであるといえる。この場合、外部的な条件、すなわち、 l/h 、 h/L 、 H/L などの影響はすでに Γ の中に含まれていると考えることができる。このように、振動流のようにきわめて非定常性の強い渦においては、Oseen 渦型モデルがよい近似を与えることがわかる。

5. 波の反射率・透過率

波動下にこうした垂直板が存在することによる流況の変化は、波動のエネルギーに影響すると考えられる。

垂直板による波の反射率 R_r および透過率 R_t の代表的な測定例として、静水時の水面と垂直板先端の間の距

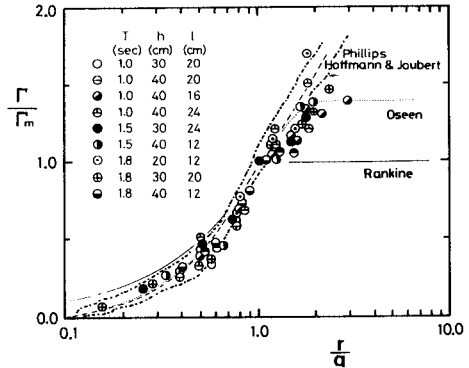


Fig. 7 Dimensionless circulation in vortex as a function of dimensionless radius.

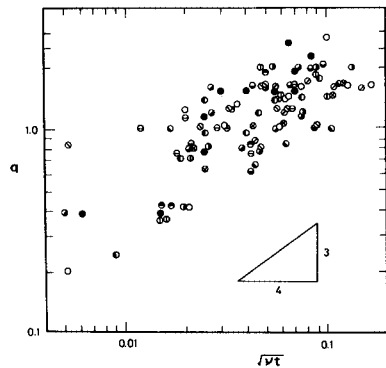


Fig. 8 Comparison of Phillips' model with the measured radius of vortex core. Symbols are as in Fig. 9.

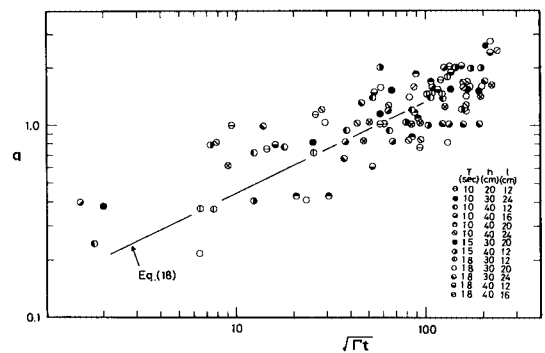


Fig. 9 Comparison with Oseen-type model with the measured radius of vortex core.

離 $h_0 (= h - l)$ と水深 h との比が、 0.4 および、 0.2 の場合の結果を Fig. 10 (a) および (b) に示す。横軸には、波の周期に関するパラメーターとして、 $2\pi h/L$ をとってある。なお、この場合の R_r 、 R_t は、入射波高に対する反射波高および透過波高の比として定義している。図中の実線は、日野・山崎⁸⁾によるエネルギー逸散のないポテンシャル理論の解である。図より明らかなよ

うに、反射率についてはほぼポテンシャル解に等しい値を示しているのに対し、透過率については、実験値が大きく下回っていることがわかる。反射率がポテンシャル解とほぼ一致するということは、渦の形成は透過波のみに影響し、垂直板における波の反射は完全反射に近い状態にあることを示している。この理由は、仮に、波動場を板より上の透過波の場、板より下の反射波の場に分けて考えるとすれば、渦は透過波の場の流れによって形成されており、反射波の場については、渦によって乱されたとしてもエネルギーの逸散は少ないためと考えられる。

6. 波のエネルギー逸散量と渦のエネルギーの比較

4. で示したように、振動流中に生ずる渦は式(15)、(16)で表わされる Oseen 渦型のモデルで最もよく近似される。そこで、測定上の問題から生ずるちらばりの大きい流速分布を Oseen 渦型のモデルで近似させ、各部分の有するエネルギーを積分し、渦の有する運動エネルギーを算出した。この場合、半径が大きくなると、実際の渦における流速の方がモデルのものより早く減少するため、積分範囲が問題となるが、ここでは、円形の渦として存在し得る最大の半径に相当する水深の半分の長さまでを積分範囲とした。実際の測定データから推定される渦の半径は $3a \sim 4a$ 程度であるが、モデルから算出される $3a < r < h/2$ の領域におけるエネルギーの割合は小さく、誤差は 1 割程度である。

Fig. 11 は、上記のようにして求まる渦の有するエネルギー E_v と、同一の水利条件における波の逸散エネルギー量 E_w を、1 周期当たりについて比較して示したものである。測定上の困難さから生ずる誤差のために多少のちらばりはみられるものの、渦の有するエネルギーは波の逸散エネルギー量とほぼ同等の値を示していることがわかる。これは、波が垂直板を通過する際に生ずるエネルギー逸散は、板先端に形成される組織だった渦を形成することに使用されており、この渦が粘性によって減衰することによって、エネルギーが逸散されることを示しているといえる。

7. 外部量を用いたエネルギー逸散量の推定

6. で示されるように、波のエネルギーは板先端付近に形成される渦として逸散される。したがって、この渦の強度を外部パラメーターで表わすことによって、波のエネルギー逸散量を見積ることができる。Fig. 4 に示されるように、左右に形成される渦の強度の差は全体の強度に比較すると十分小さく、1つの渦の形成に伴う反対側の渦の影響は無視してよいと考えられる。したがって、

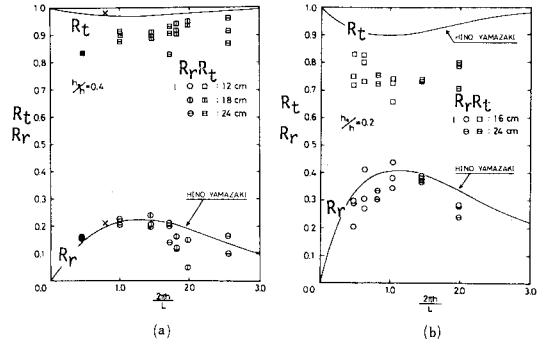


Fig. 10 Reflexion coefficient R_r and transmission coefficient R_t vs. wave number times depth.

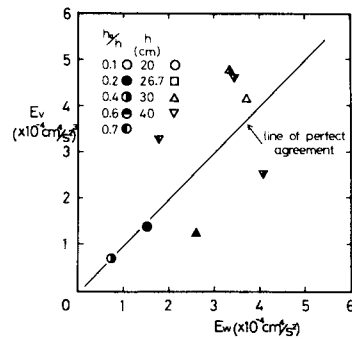


Fig. 11 Energy dissipation of waves vs. the energy of two vortices generated in a period.

渦は波による流れのみによって形成されるものとする。

渦の存在する波動場を表現する場合においては、6. で示されるように、波のエネルギーと渦のエネルギーの和を一定にする必要がある。しかし、波のエネルギーの減少分は全体の 20~30% 程度であり、流れ場の記述においては波のエネルギーの減少分を無視してもそれほど影響はないと考えられる。

渦の表現法としては、渦点法を用いることにする。この表現法では、平均流の存在する場に置かれた物体背後に観察される渦はいくつかの小渦の集合で表現される。この小渦の存在は可視化によっても確認されているが²¹⁾、その諸特性については、十分明らかにされていない。

平均流の強さと、それによって生ずる小渦の循環の大きさは、従来より 2 つの形式で関係づけられている。その 1 つは、板先端において Kutta の条件を使用する方法であり^{10), 22)}、他の 1 つは、代表速度の 2 乗を時間で積分した量に比例するとした考え方^{13), 23)}である。このうち前者においては、循環の大きさは、大略板先端付近にとられる代表的な点における速度と、その点と板先端までの距離に比例する形で表わされ、後者においては代表的な

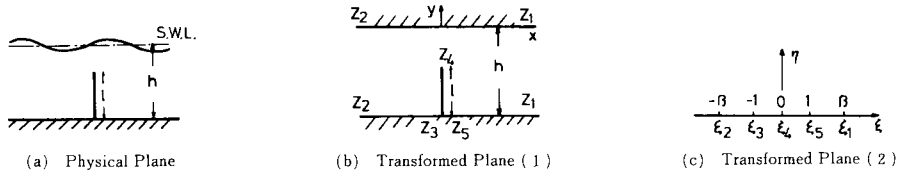


Fig. 12 Coordinates in the physical and transformed planes. (z_4 indicates the top of the plate, z_3 and z_5 ; the foot, z_1 ; $x=\infty$ and z_2 ; $x=-\infty$)

点における速度の2乗に比例する。この問題で扱っているような突起先端を迂回する流れにおいては、突起先端の速度は無限大であり、先端から遠ざかるにつれ急激に減少する。そのため代表的な点の取り方によって代表速度は非常に大きく変化し、速度の2乗に比例する形式で表現することは、代表的な点の位置という不確定な要素に伴う誤差をきわめて大きくしてしまうことになり適切な方法とはいいがたい。一方、Kuttaの条件を用いる方法においては、速度は板先端から遠ざかるにつれ小さくなるために、速度と距離の積は比較的一定値に近くなり、代表的な点の位置の選択に伴う誤差を小さくすることができる。こうした見地から、循環の見積りには Kutta の条件を用いることにする。

本研究におけるような流れ場に Kutta の条件を使用する場合、境界条件が複雑なために、この流れ場を表現する式そのものに Kutta の条件を使用することはきわめて困難である。そのため、Fig. 12 (a) に示されるような水面波が存在する場での板先端近傍の流れを、上下端が水平な境界である場での板先端近傍の流れで近似させて扱うことにする。Fig. 12 (b) で示されるような z 面上の流れは、簡単のために、Fig. 12 (c) に示されるような ζ 面に座標変換して扱う。このとき、 z と ζ の関係は、

$$\left(\frac{\zeta^2-1}{\beta^2-1}\right)^{\frac{1}{2}} = \tanh\left\{\frac{\pi(z+ih)}{2h}\right\} \dots\dots\dots(20)$$

で表わされる。ここに、 h は水深、 β は次式で示される。

$$\beta = \pm \operatorname{cosec}(\pi l/2h) \dots\dots\dots(21)$$

接近流速が U の一様流中の $\zeta_j(j=1\sim n)$ の位置に、 Γ_j の強度をもった渦が n 個存在する場合の複素速度ポテンシャルは、次のように表わされる。

$$W(\zeta) = \frac{Uh}{\pi} \ln \frac{\zeta+\beta}{\zeta-\beta} + \sum_{j=1}^n \frac{\Gamma_j}{2\pi} \ln \frac{\zeta-\xi_j}{\zeta-\bar{\xi}_j} \dots\dots\dots(22)$$

ただし、 $\bar{}$ は共役複素数を表わす。式 (22) を Kutta の条件、

$$|dW(\zeta)/dz|_{\zeta=0} = 0 \dots\dots\dots(23)$$

に代入すると、 n 番目の小渦の循環の強さ Γ_n について、

$$\Gamma_n = \frac{|\xi_n|^2}{\eta_n} \left(\frac{2Uh}{\beta} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\Gamma_j \eta_j}{|\xi_j|^2} \right) \dots\dots\dots(24)$$

が求まる。ここに、 $\xi_n (= \xi_n + i\eta_n)$ はその渦の中での位置を表わし、() 内の第1項は接近流速による影響、

第2項は既成の渦による影響を示す。渦の循環を見積る点の位置を板先端から微小距離 ϵ 上方の点とすると、この点の座標は、 $z = -i(h-l-\epsilon)$ で表わされる。この位置は板先端周辺に形成される境界層の外縁に当たっており、次元的考察より、 ϵ は渦形成開始からの経過時間 t を用いて $\sqrt{\nu t}$ に比例する量と考えられる。ここではその代表値として $m\sqrt{\nu t}$ (m は定数) として表わすことにする。さらに、 $\epsilon \ll h_0$ とすれば、式 (20) より

$$\xi_n = 0, \eta_n = \sqrt{2 \frac{\pi\beta}{h} m \sqrt{\nu T}} \dots\dots\dots(25)$$

と表わされ、また、既成の渦の影響は無視できるとすれば、式 (24) の () 内第2項は消える。さらに、 ζ 面の点 (ξ_n, η_n) における流速 u_0 と接近流速 U の関係は、

$$u_0 = -2 \left\{ \frac{d\zeta}{dz} \cdot \frac{Uh\beta}{\pi(\zeta^2-\beta^2)} \right\}_{\zeta=\xi_n} \dots\dots\dots(26)$$

で表わされる。式 (20), (21), (26) を式 (24) に代入すると、

$$\Gamma_n = \pi \epsilon u_0 \dots\dots\dots(27)$$

が求まる。

u_0 は渦の循環強度を見積る点における流速であり、これが外部条件から定めれば、実用上もきわめて便利である。

Fig. 13 は、ポテンシャル理論により求めた渦の循環強度を見積る点での流速 u_0 と、板が存在しない場における微小振幅波理論によるその点での流速 u_w の比 λ を、それぞれ、 h_0/h , $m(=\epsilon/\sqrt{\nu T})$ に対して示したものである。 λ はこのほかにも $2\pi h/L$ の関数でもあるが、通常の波動の場合にはこの量に対して比較的鈍感であるために、図中の実線で示される、

$$\lambda = (0.02741 m)^{-2/3} (l/h)^{1/4} = u_0/u_w \dots\dots\dots(28)$$

で近似できる。したがって、 u_0 は次式で示される。

$$u_0 = \lambda \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh(2\pi l/L)}{\sinh(2\pi h/L)} \sin \frac{2\pi}{T} t \dots\dots\dots(29)$$

小渦の発生周波数については、従来明確な議論はない。可視化写真から判断すると、この小渦は曲率を有する境界層背後に形成される渦であり、境界層の特性と結びつけて考えるのが適当であると考えられる。

板先端周辺には板に沿って境界層が形成され、主流はそれを迂回して流れるために円柱周りの流れに近いもの

となっている。したがって、小渦の発生周波数についても円柱背後に形成される渦の場合と同様な取り扱いが可能であろう。

平均流速 \hat{u} の一様流中に置かれた直径 D の円柱背後に発生する渦の周波数は、ほぼ、 $0.2 \hat{u}/D$ で与えられる。板先端の境界層の曲率半径は $\epsilon(=m\sqrt{\nu T})$ 程度であるために、この場合の発生周波数 n は、

$$n = 0.1 u_0 / m \sqrt{\nu T} \dots\dots\dots (30)$$

で表わされる。この値は観察される渦の発生周波数よりも十分大きな値であり、小渦の条件を満たしている。式 (27)、(29) および (30) より、垂直板背後に観察される渦の循環の強さ Γ は 1/2 周期に発生する小渦の循環の和として、

$$\Gamma = \int_0^T n \Gamma_n dt = 2.5 \times 10^{-2} \frac{\pi^3}{T} \lambda^2 \left\{ \frac{H \cosh(2\pi l/L)}{\sinh(2\pi h/L)} \right\}^2 \dots\dots\dots (31)$$

と求まり、1 周期に形成される 2 つの渦のエネルギーの和 E_v は次のように求まる。

$$E_v = 2 \int_0^T n \frac{\rho}{\pi} \Gamma_n^2 S dt = \frac{\rho}{8} g H^2 C_c T P_v \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 S は流速分布より定まる定数であり、式 (15) を用いると、コアの M 倍の半径の円を渦の外縁として、

$$S = \int_0^M \frac{1}{2r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{5}{4} r^2\right) \right\}^2 dr \dots\dots\dots (33)$$

で示される。また、 C_c は波の群速度、 P_v はエネルギー逸散率を示し、次式で表わされる。

$$P_v = 4.43 \times 10^4 \frac{S}{m} \frac{\nu^{\frac{1}{2}}}{g^{\frac{1}{4}}} \frac{H}{L^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{l}{h} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{\left(\cosh \frac{2\pi h}{L} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\cosh \frac{2\pi l}{L} \right)^3}{\left(\sinh \frac{2\pi h}{L} \right)^{\frac{5}{4}} \left(\frac{4\pi h}{L} + \sinh \frac{4\pi h}{L} \right)} \dots\dots\dots (34)$$

ここに、群速度、波の周期は微小振幅波理論を用いて変形してある。また、 S の値については、流速が最大流速の 0.1% となる円を渦の外縁とすると、 S は 4.2 となる。

$m\sqrt{\nu T}$ は、板先端周りに形成される時間的に平均された境界層厚に当たる。板先端周りに形成される境界層は、中心で速度 0、外縁では離れるに従って速度が小さくなる外部流に滑らかに接続することから、粘性渦のコア領域に類似した性質をもつと考えられる。発生開始から時間 t が経過したときの粘性渦のコアの半径は $2.2 \sqrt{\nu t}$ で表わされるため、1/2 周期の平均では、 $0.47 \sqrt{\nu T}$ となり、 $m = 0.47$ となる。

したがって、式 (34) は次のようになる。

$$P_v = 3.95 \times 10^5 \frac{\nu^{\frac{1}{2}}}{g^{\frac{1}{4}}} \frac{H}{L^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{l}{h} \right)^{\frac{3}{4}}.$$

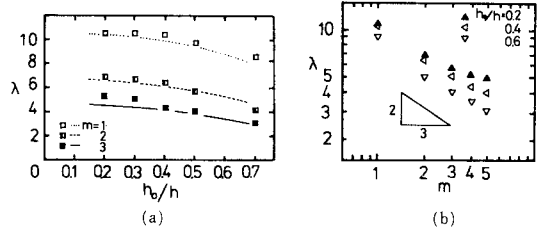


Fig. 13 Relations of u_0 and u_w as functions of h_0/h and m respectively.

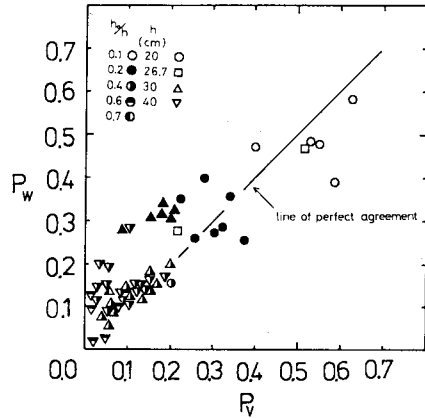


Fig. 14 Comparison between P_w and P_v .

$$\frac{\left(\cosh \frac{2\pi h}{L} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\cosh \frac{2\pi l}{L} \right)^3}{\left(\sinh \frac{2\pi h}{L} \right)^{\frac{5}{4}} \left(\frac{4\pi h}{L} + \sinh \frac{4\pi h}{L} \right)} \dots\dots\dots (35)$$

Fig. 14 に、式 (35) より求まる P_v および、波高測定より求まる E_w を入射エネルギー $1/8 \rho g H^2 C_c T$ で無次元化した値 P_w を比較する。この図より、多少のばらつきはあるものの、 P_v と P_w はほぼ同じ値を示し、実用的には式 (35) で垂直板による波のエネルギー逸散率を計算できることがわかる。

8. 結 論

波動下に立てられた垂直板を通過する波のエネルギー逸散について、垂直板近傍に生ずる渦との関連において研究し、次のような結論を得た。

- (1) 垂直板先端付近に形成される渦の移動方向は、垂直板高さとお水深との比により 3 通りに分かれる。通常の波動においては、この比が 0.5 程度より小さい場合には、板の左右に生じた渦は渦対となって岸向きに移動し、0.5~0.8 程度のときには渦対となって沖側に、0.8 程度より大きい場合には、左右の渦は分かれて、それぞれ左右に移動する。
- (2) 板先端付近に形成される渦内の流速分布、循環の分布は、Oseen 渦型の乱流渦モデルで近似される。

(3) 波が垂直板上を通過するときは、主に透過波においてエネルギー逸散を生ずる。また、このエネルギー逸散は、板周辺に交互に形成される渦に依っている。

(4) エネルギー逸散の機構を考慮して、波のエネルギー逸散量を外部量で表わす式を得た。

最後に、本研究の遂行に協力頂いた埼玉大学 中村広昭助手に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Nakamura, M., Shiraiishi, H. and Sasaki, Y. : Wave damping effect of submerged dike, Proc. 10th Conf. on Coastal Eng., pp.254~267, 1966.
- 2) Dattatori, J., Raman, H. and Shanker, N.J. : Performance characteristics of submerged breakwaters, Proc. 11th Conf. on Coastal Eng., pp.2153~2171, 1978.
- 3) Iwagaki, Y., Asano, J. and Honda, T. : Combination effect of pneumatic breakwater and other type breakwater on wave damping, Proc. 11th Conf. on Coastal Eng., pp.2172~2190, 1978.
- 4) Dick, T.M. and Brebner, A. : Solid and permeable submerged breakwaters, Proc. 11th Conf. on Coastal Eng., pp.1141~1158, 1968.
- 5) Ursell, F. : The effect of a fixed vertical barrier on surface waves in deep water, Proc. Camb. Phil. Soc., Vol.43, pp.374~382, 1947.
- 6) Mei, C.C. and Black, J.L. : Scattering of surface waves by rectangular obstacles in water of finite depth, J. Fluid Mech., Vol.38, pp.499~511, 1969.
- 7) Evans, D.V. : Diffraction of water waves by a submerged vertical plate, J. Fluid Mech., Vol.40, pp.433~451, 1970.
- 8) 日野幹男・山崎丈夫 : 垂直板による波の反射率・透過率およびエネルギー損失, 土木学会論文報告集, No.190, pp.75~80, 1971.
- 9) 池田駿介・浅枝 隆・杉本光由・玉川雅文 : 波動場に置かれた垂直板付近の流れと砂の移動に関する研究, 第30回海岸工学講演会論文集, pp.284~287, 1983.
- 10) Evans, R.A. and Bloor, M. I. G. : Wave induced flow through a sharp-edged orifice, J. Fluid Mech., Vol.82, pp.115~128, 1977.
- 11) Graham, J.G. R. : The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers, J. Fluid Mech, Vol.97, pp.331~346, 1980.
- 12) Bernardis, B. de, Graham, J. M. R. and Parker, K.H. : Oscillatory flow around disks and through orifices, J. Fluid Mech., Vol.102, pp.279~299, 1981.
- 13) Longuet-Higgins, M.S. : Oscillating flow over steep sand ripples, J. Fluid Mech., Vol.107, pp.1~35, 1981.
- 14) 中村孝幸・榎本太司・名本浩司・芝野真次 : 隅角部を有する浮体構造物まわりの渦形成と作用波力の算定法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp.415~419, 1983.
- 15) Uberoi, M.S. : Mechanisms of decay of laminar and turbulent vortices, J. Fluid Mech, Vol.90, pp.241~255, 1979.
- 16) Squire, H. B. : The growth of a vortex in turbulent flow, Aeronaut. Quart., Vol.16, pp.302~306, 1965.
- 17) Hoffmann, E.R. and Joubert, P.N. : Turbulent line vortices, J. Fluid Mech., Vol.16, pp.395~411, 1963.
- 18) Phillips, W.R.C. : The turbulent trailing vortex during roll-up, J. Fluid Mech., Vol.105, pp.451~467, 1981.
- 19) Knott, G.F. and Flower, J.Q. : Wave tank experiments on an immersed parallel-plate duct, J. Fluid Mech., Vol.90, pp.326~336, 1979.
- 20) 文献19)
- 21) Pierce, D. : Photographic evidence of the formation and growth of vorticity behind plates accelerated from rest in still air, J. Fluid Mech., Vol.11, pp.460~471, 1961.
- 22) Kiya, M. and Arie, M. : An inviscid numerical simulation of vortex shedding from an inclined flat plate in shear flow, J. Fluid Mech., Vol.82, pp.241~253, 1977.
- 23) Shibayama, T. and Horikawa, K. : Laboratory study on sediment transport mechanism due to wave action, Proc. Jpn Soc. Civil Engrs, Vol.296, pp.131~141, 1980. (1985.1.31・受付)