

洪水時における河口付近の河水の水面形

WATER SURFACE PROFILE NEAR THE RIVER MOUTH AT FLOOD

板倉 忠興*・岸 力**

By Tadaoki ITAKURA and Tsutomu KISHI

Water surface profile was investigated for a flood flow near the river mouth, where the initial densimetric Froude number, F_{i0} , based on the whole depth at the river mouth is more than unity. Model experiments for the dispersion of a river into the sea were performed and it was concluded that the present analyses are not directly applicable to the dispersion of rivers when F_{i0} is less than 1.5. Thus a modified analysis was made for a flood flow in the neighbourhood of the river mouth. Precise measurements of the water surface profile were carried out in the river channel near the river mouth for a model flow as well as flood flows in rivers, and a rapid variation of the water surface which can not be described by the traditional analysis was observed. A new theoretical analysis was developed to predict the water surface profile near the river mouth.

1. 緒 言

洪水時における河口付近の水位、水面形は実際の河川計画等においても計算の原点を与えるものとして非常に重要な問題であるが、現在のところこれに関連する知見はきわめて少ない。

本研究は、洪水時の河口付近の水面形について詳細な解析を行い、より合理的な水面形の解析方法の提案を行ったものである。特に河口付近の河道が比較的一様で、河水が急激に海域へ拡散する場合には河口付近の水面に擾乱が生じ、通常の背水計算では現象を十分に説明できない場合が生ずる。このことは著者らの研究¹⁾ならびに北海道開発局による洪水流の実測²⁾によって明らかにされたものである。

たとえば Fig. 1 は後に述べる室内実験の結果の一例であり、河口における水位は等流水深(h_0)と限界水深(h_c)との間にある。このような場合には一般に河口の水位を始点として M2 曲線を適用する方法が採られるが³⁾、図からわかるように河口付近の河道内で水面形が急変する

部分がみられ、この方法が必ずしも十分とはいえない。

ところで、一般に河川の流量が小さい場合には河道内に塩水くさびが侵入して河口付近に限界の点が出現し、その位置で流れの内部フルード数は 1.0 となる⁴⁾。この場合、河口の断面の底部は塩水によって占められており、河水の流下に対して有効な断面とはなっていない。本研究で対象とする流れは、流量が大きく、河道内に塩水くさびが存在せず、河口の全水深をもとにした内部フルード数が 1.0 以上の場合である。このことを明確にするため以下本文では特にこれを「全水深内部フルード数」と呼称して区別することとする。また、流れが河口で限界水深となった後海域へ流入する場合は解析の対象から除

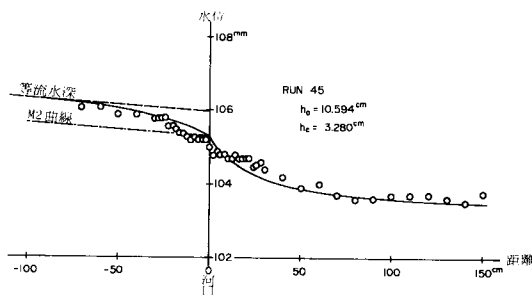


Fig. 1 An example of water surface profile near the river mouth.

* 正会員 工博 北海道開発局土木試験所第1研究部河川研究室長 (〒062 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

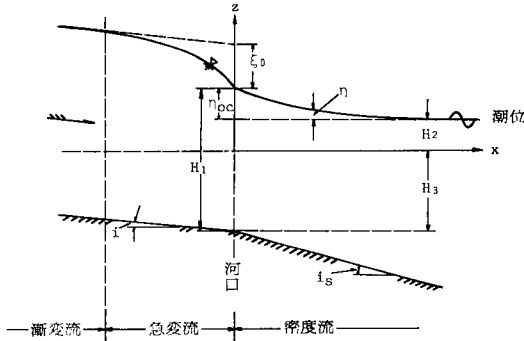


Fig.2 Definition sketch of water surface profile near the river mouth.

く。

この場合、河口付近の水面形は一般に Fig. 2 のようであり、便宜上海側から「密度流域」、河道内で「急変流域」および「漸変流域」と呼称し、以下3つの領域に分けて解析を行う。

2. 海域における水面形（密度流域）

(1) 基本概要

海域へ流出する河水の拡散を Fig. 3 のようにモデル化する。

流速および密度に対しては、Fig. 3 の記号を用いて次式の分布を仮定する。

$$u = u_c f(\xi_y) f(\xi_z) \dots \dots \dots (1)$$

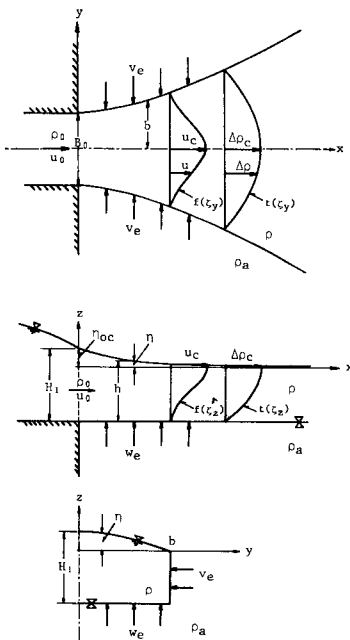


Fig.3 Definition sketch of dispersion of river into the sea.

$$\Delta\rho = \rho_a - \rho = \Delta\rho_c t(\xi_y) t(\xi_z) \dots \dots \dots (2)$$

ここに、

$$f(\xi) = (1 - \xi^2)^2, \quad t(\xi) = 1 - \xi^2$$

$$\xi_y = \frac{y}{b}, \quad \xi_z = -\frac{z - \eta}{h}$$

u_c : 河水の中心線上表面流速, $\Delta\rho_c$: 中心線上表面での密度差, b : 河水の拡散半幅, h : 河水層厚, ρ_a : 海水の密度, ρ : 河水の密度.

式(1), (2)は Schlichting が混合長理論から導いたものであり, Abramovich⁵⁾が Schlichting 公式または 3/2乗則として紹介し, 多くの実測値と比較してよく適合することを示している. また, このことは著者ら⁶⁾によっても確認されている. さらに, $f = t^2$ の関係は Taylor の渦度輸送理論に合致し, また, $\xi = 1$ でともに 0 となることは解析上の利点が大い.

次に z 方向の運動量式を考える. 鉛直方向の速度成分は, 次節の解析結果から, その最大値である w_e でも u の数% のオーダーであり非常に小さいので, それを含む項をすべて無視することにすれば次式となる.

$$\begin{aligned} p &= \int_z^\eta \rho g dz \\ &= \rho_a g (\eta - z) \\ &\quad - g \int_0^{-\frac{z-\eta}{h}} h \Delta\rho_c t(\xi_y) t(\xi_z) d\xi_z \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

次に x 方向の運動量式の圧力項を考え, 水面下の十分深い位置では x 方向に変化がないとすれば

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{z=-\infty} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

式(3)および式(4)より

$$\rho_a \frac{\partial \eta}{\partial x} - \sqrt{I_6} \frac{\partial}{\partial x} |h \Delta\rho_c t(\xi_y)| = 0 \dots \dots \dots (5)$$

ここに, $\xi > 1$ では $t(\xi) = 0$ より

$$\int_0^\infty t(\xi) d\xi = \int_0^1 t(\xi) d\xi = \sqrt{I_6}, \quad I_6 = 0.360$$

式(5)の積分を行い, 次のような河口 ($x=0, y=0$) における初期条件を適用すれば式(6)を得る.

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_0, \quad \Delta\rho_c = \Delta\rho_{c0}, \quad h = H_1, \quad t(\xi_y) = t(0) = 1 \\ \eta &= \eta_0 - \sqrt{I_6} \frac{\Delta\rho_0}{\rho_a} \left\{ H_1 \frac{\Delta\rho_{c0}}{\Delta\rho_0} - h(\xi_y) \frac{\Delta\rho_c}{\Delta\rho_0} \right\} \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ここに, η_0 : 河口での η , $\Delta\rho_{c0}$: 河口での $\Delta\rho_c$, H_1 : 河口での河水層厚, $\Delta\rho_0 = \rho_a - \rho_0$, B_0 : 河口幅.

ここで, 次の諸量により式(6)の無次元化を行う.

$$\eta_r = \frac{\eta}{\sqrt{B_0 H_1}}, \quad \eta_{r0} = \frac{\eta_0}{\sqrt{B_0 H_1}}, \quad \Delta\rho_r = \frac{\Delta\rho_c}{\Delta\rho_0}, \quad \Delta\rho_{rc0} = \frac{\Delta\rho_{c0}}{\Delta\rho_0}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta\rho_0}{\rho_a}, \quad \lambda_0 = \frac{H_1}{B_0}, \quad h_r = \frac{h}{\sqrt{B_0 H_1}}, \quad x_r = \frac{x}{\sqrt{B_0 H_1}}$$

$$\eta_r = \eta_{r0} - \sqrt{I_6} \varepsilon_0 \left\{ \sqrt{\lambda_0} \Delta\rho_{rc0} - h_r \Delta\rho_r t(\xi_y) \right\} \dots \dots \dots (7)$$

密度分布の仮定より $y = b$ で $t(1) = 0$, $\eta_r = 0$ より

$$\eta_{r0} = \sqrt{I_6 \lambda_0} \varepsilon_0 \Delta \rho_{rc0} \dots \dots \dots (8)$$

これを式(7)へ代入して次式を得る.

$$\eta_r = \sqrt{I_6} \varepsilon_0 h_r \Delta \rho_r t(\zeta_y) \dots \dots \dots (9)$$

すなわち, この場合は浮力効果の影響が卓越していると考えられる. 一般に, 均質流である開水路の急拡部においては, 急拡部とその十分下流の断面の速度水頭の差だけ水面が下降し, これをエネルギー損失としてとらえているが, 河口密度流の場合は周囲の海水の連行の効果により断面急拡の効果は相殺されることになる.

次節以下では式(9)中の h_r , $\Delta \rho_r$ について解析を行う.

(2) 河水の拡散

河水が海域へ流出する問題は, 半無限の流体の表面へそれよりも軽い流体が流出する密度噴流の1つであるが, 河口密度流の場合は密度差 $\varepsilon_0 \approx 0.03$ と大きく, 河口における全水深内部フルード数 $F_{i0} = u_0 / \sqrt{\varepsilon_0 g H_1} \approx 1$ 付近となり比較的小であることが特徴である.

一般に三次元表層流動・下層静止の密度噴流については和田・片野⁷⁾, 林・有田⁸⁾, Stolzenbach-Harleman⁹⁾, 早川¹⁰⁾, 小松¹¹⁾らの研究があり, 逐次改良がなされてきた. しかし, これらの研究は火力発電所などからの温排水を対象としており, 放出口における全水深内部フルード数が比較的大きな場合について検証がなされているものである. 和田・片野および小松による解析の適用限界は $F_{i0} > 2 \sim 5$ であり, 早川は放出口断面積の1/2の平方根の10倍だけ流下した点を計算の始点としている.

著者らはさきに, 室内実験を併用して上述の密度噴流の解析の適用限界を明らかにし^{12), 13)}, その適用限界をはずれる $F_{i0} = 1 \sim 1.5$ で $x_r \leq 10$ の近傍領域に対する解析方法の提案を行った⁶⁾. ここでは, その結果を用いて $\Delta \rho_r$, h_r を求める方法を略述する.

Fig. 3の座標系および記号を用いて, 連続式, 質量保存式, 運動量式はそれぞれ次のようである.

$$\frac{d}{dx}(\bar{u}bh) = w_e b + v_e h \dots \dots \dots (10)$$

$$\frac{d}{dx}(\bar{\rho} \bar{u}bh) = \rho_a(w_e b + v_e h) \dots \dots \dots (11)$$

$$\frac{d}{dx}(\bar{\rho} \bar{u}^2 bh) = -(\rho_a - \bar{\rho}) g b h \frac{dh}{dx} \dots \dots \dots (12)$$

ただし, 式中の $\bar{\quad}$ は断面の平均を表わし, また, 前節の結果から本節では $h \gg \eta$ と仮定する.

v_e , w_e は水平方向および鉛直方向の連行流速であり

$$v_e = E_y u_c, \quad w_e = E_z u_c \dots \dots \dots (13)$$

E_y は水平方向の連行係数で Stolzenbach-Harleman と同様

$$E_y = 0.0495$$

鉛直方向の連行係数 E_z には Ellison-Turner による二次元成層流の場合の連行式を準用し

$$E_z = \alpha \exp(-CR_i) \dots \dots \dots (15)$$

ここに, $\alpha = 0.075$, C は定数で流速および密度の分布に式(1), (2)を採用したことより

$$C = C_E I_1^{\frac{3}{2}} I_2^{\frac{1}{2}} / I_4^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (16)$$

ここに, I_1, I_2, I_4 は後に述べる定積分の値であり, C_E は Ellison-Turner の結果から $C_E = 4.0$ である. R_i は局所リチャードソン数で添字 s は表層を表わし, さらに分布型を考慮すれば次式となる.

$$R_i = \frac{g \Delta \rho_s h_s}{\rho_a u_s^2} = \frac{g \Delta \rho_c h I_3^{\frac{1}{2}}}{\rho_a u_c^2 I_1} \dots \dots \dots (17)$$

ここに,

$$I_1 = \left[\int_0^1 f(\zeta) d\zeta \right]^2 = 0.2025$$

$$I_2 = \left[\int_0^1 f(\zeta) t(\zeta) d\zeta \right]^2 = 0.1354$$

$$I_3 = \left[\int_0^1 f^2(\zeta) d\zeta \right]^2 = 0.0996$$

$$I_4 = \left[\int_0^1 f^2(\zeta) t(\zeta) d\zeta \right]^2 = 0.0775$$

次に河水層の厚さ h については次のようである. 著者らが行った実験のうち, 河口における全水深内部フルード数が1.0に近い2種類の実験の結果^{6), 14)}を Fig. 4(a), (b)に示す. これらの結果から, 実測値のばらつきはあるが, 河口における全水深内部フルード数が1に近い場合, 先に行った $h \gg \eta$ の仮定をも含めて, 河口に近い $x_r < 10$ の近傍領域では河口の断面縦横比 λ_0 にかかわらず河水層厚を一定と近似する.

また, この実験の範囲内では海底勾配による影響はみられない. Stolzenbach-Harleman⁹⁾は, 初期内部フルード数が5以下の場合には海底勾配の影響を考慮しなくてよ

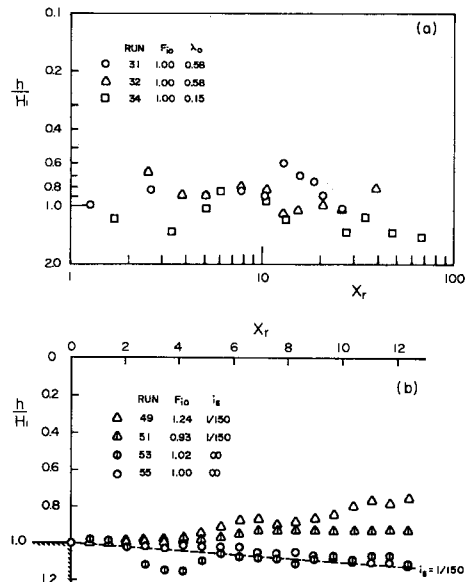


Fig. 4 Depth of fresh water in salt water.

いとしている。Safae¹⁵⁾は多くの実験結果から、河口の断面積 A をもとにした初期内部フルード数 $F_{i0}(A) = u_0/(\epsilon_0 g \sqrt{A}) < 2.5$ では河水が海底面に付着しないという結果を得ており、いずれも著者らの実験結果と一致する。

これらのことおよび林らによる表層厚の実測値¹⁶⁾、さらに北松¹⁷⁾の解析を参考にして、 $x_r \leq 10$ の近傍領域については河水層厚を一定とし $h = H_1$ と近似する。

以上の諸条件を考慮して式 (11), (12) は次式となる。

$$\rho_a \frac{d}{dx} (\bar{u} b H_1) - \frac{d}{dx} (\Delta \bar{\rho} \bar{u} b H_1) = (E_y H_1 + E_z b) \rho_a u_c \dots\dots\dots (19)$$

$$\rho_a \frac{d}{dx} (\bar{u}^2 b H_1) - \frac{d}{dx} (\Delta \bar{\rho} \bar{u}^2 b H_1) = 0 \dots\dots\dots (20)$$

上式中の \bar{u} および $\Delta \bar{\rho}$ は断面の平均値であり、それぞれ式 (1), (2) の分布を仮定していることから、流量、質量および運動量などが等しくなるように定めると

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u_c I_1, \quad \Delta \bar{\rho} \bar{u} = \Delta \rho_c u_c I_2 \dots\dots\dots (21) \\ \bar{u}^2 &= u_c^2 I_3, \quad \Delta \bar{\rho} \bar{u}^2 = \Delta \rho_c u_c^2 I_4 \end{aligned}$$

式 (10), (19), (20) へ式 (21) を代入し、前節と同様の無次元化を行って整理すれば次式を得る。

$$\frac{d\Delta\rho_r}{dx_r} = -\frac{\Delta\rho_r}{I_1 b_r \sqrt{\lambda_0}} (E_y \sqrt{\lambda_0} + E_z b_r) \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{du_r}{dx_r} = -\frac{I_3 (E_y \sqrt{\lambda_0} + E_z b_r) u_r}{I_1 \sqrt{\lambda_0} b_r (I_3 - I_4 \epsilon_0 \Delta\rho_r)} \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{db_r}{dx_r} = \frac{(2I_3 - I_4 \epsilon_0 \Delta\rho_r)(E_y \sqrt{\lambda_0} + E_z b_r)}{I_1 (I_3 - I_4 \epsilon_0 \Delta\rho_r) \sqrt{\lambda_0}} \dots\dots\dots (24)$$

以上の解析は室内実験⁶⁾および実際河川¹⁸⁾においてその妥当性が検証されている。

(3) 水面形の計算

海域へ流出する河水の水面形は前節で述べた方法に

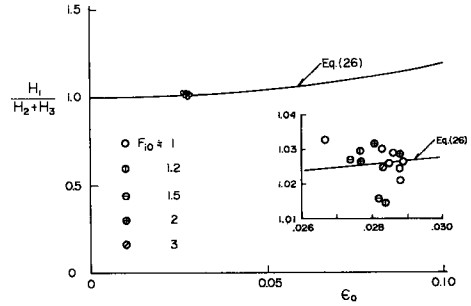


Fig. 5 Water depth at the river mouth.

よって得られるが、初期条件は次のようである。

河口 ($x=0, y=0$) においては式 (9) より

$$\eta_{0c} = \frac{I_1}{I_2} \sqrt{I_6} H_1 \epsilon_0 \dots\dots\dots (25)$$

したがって河口における水深 H_1 は

$$H_1 = \frac{H_2 + H_3}{1 - \sqrt{I_6} \epsilon_0 I_1 / I_2} \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 H_2 : 潮位、 H_3 : 河口における河床高である。

Fig. 5 は Table 1 に示す室内実験の結果と式 (26) とを比較して示したものでありよい一致がみられる。

河水の中心線 ($y=0$) 上の水面形は式 (9) より

$$\eta_r = \sqrt{I_6 \lambda_0} \epsilon_0 \Delta\rho_r \dots\dots\dots (27)$$

式 (27) のように η_r は $\Delta\rho_r$ の関数であり、 $\Delta\rho_r$ は無次元距離 x_r の関数として次のように求める。

- a) $F_{i0} \leq 1.5$ $F_{i0}, \lambda_0, \epsilon_0$ を初期値として入力し、式 (22), (23) および (24) を連立して $\Delta\rho_r$ を求める。数値計算には四次の Runge-Kutter-Gill 法を用い、計算のきざみは $\Delta x_r = 0.1$ とした。ただし、この場合の適用範囲は $x_r \leq 10$ である。
- b) $F_{i0} > 1.5$ この場合 $\Delta\rho_r$ の予測には林・有田

Table 1 Summary of flow data for the experiments.

RUN	F_{i0}	R_{e0}	$Q(\text{cm}^3/\text{s})$	$H_1(\text{cm})$	$B_0/2(\text{cm})$	λ_0	ϵ_0	$u_0(\text{cm/s})$	$T(^{\circ}\text{C})$
40	0.95	29600	1690	10.44	10.0	0.52	0.0286	16.19	15.8
41	0.92	27500	1620	10.45	10.0	0.52	0.0283	15.50	14.6
42	1.20	34200	2130	10.49	10.0	0.52	0.0277	20.30	12.6
43	1.10	32000	2060	10.78	10.0	0.54	0.0282	19.11	11.9
44	2.18	61300	4000	10.70	10.0	0.53	0.0281	37.38	11.3
45†	1.07	27700	1860	10.53	10.0	0.53	0.0267	17.66	9.9
46†	2.10	55800	3780	10.61	10.0	0.53	0.0277	35.63	9.8
47†	2.06	54700	3780	10.63	10.0	0.53	0.0288	35.56	9.1
48†	0.99	33200	1760	10.42	10.0	0.52	0.0285	16.89	7.8
49†	1.24	41800	2180	10.35	10.0	0.52	0.0284	21.06	8.4
50†	1.53	51700	2700	10.41	10.0	0.52	0.0282	25.94	8.3
51†	0.93	22400	1720	10.73	10.0	0.54	0.0282	16.03	5.8
52†	1.01	23100	1790	10.38	10.0	0.52	0.0288	17.24	5.0
53	1.02	23100	1790	10.41	10.0	0.52	0.0288	17.20	5.0
54	1.51	34300	2670	10.52	10.0	0.53	0.0274	25.38	5.0
55	1.00	23300	1800	10.43	10.0	0.52	0.0289	17.26	5.2
56†	1.99	2300	48.5	1.00	2.5	0.20	0.0243	9.70	13.0
57†	1.06	1160	23.8	1.00	2.5	0.20	0.0207	4.76	14.1
58†	0.97	3530	116.0	3.00	2.5	0.60	0.0216	7.73	13.2
59†	3.14	80000	5820	10.74	10.0	0.54	0.0283	54.19	7.6

† with beach slope of 1/150, $R_{e0} = 4u_0R/\nu$

式および MIT 式が適用可能であり、その結果を式 (27) に適用して水面形を得る。

3. 急変流域における水面形

河水が河口から海域へ流出する際の河口における水位は、前章で述べたように海域側の条件によって一方的に定まる。その結果、洪水時において河口近傍の河道内のある区間で水面形が急変し、緒言で述べたように流れを漸変流と仮定して不等流計算を行った場合には、見掛け上エネルギー損失を生ずるような流況を呈する場合がある。このことを考慮し急変流域に対して次のような解析を行う。

(1) 基礎方程式

二次元定常流の運動方程式および連続式は座標軸および記号を Fig. 6 のようにとって次式で表わされる。ただし、河床勾配 i は非常に小さく、 x_2 は河床に鉛直方向とし、 x_1 と x_2 、 v_1 と v_2 は互いにそれぞれ直交するものとする。

$$v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} = gi - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2} \right) \quad (28)$$

$$v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = -g - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_2} \right) \quad (29)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0 \quad (30)$$

上式の変量を基本流(等流状態)に対する平均量(大文字)と水面の微小な擾乱に対応する変動量(〜で表示)とに分けて次のように表わす。

$$\begin{aligned} v_1 &= V_1 + \bar{v}_1 \\ v_2 &= V_2 + \bar{v}_2 \\ p &= P + \bar{p} \end{aligned} \quad (31)$$

また、以後の解析においては x_2 軸に垂直な面に作用するせん断力以外は無視することとし、せん断力には次式を適用する。

$$\tau_{12} = \tau_{21} = \rho \varepsilon \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right), \quad \varepsilon = \text{const.} \quad (32)$$

(2) 基本流の運動方程式

基本流においては定義より式(28), (29)は次式となる。

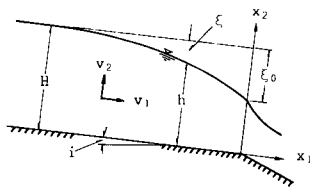


Fig. 6 Definition sketch of water surface profile in river channel near the river mouth.

$$gi + \varepsilon \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_2^2} = 0 \quad (33)$$

$$g + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_2} = 0 \quad (34)$$

式 (33) の積分を行い、次の境界条件を適用すれば基本流の流速分布として式 (35) を得る。

$$U_*^2 = \varepsilon \frac{\partial V_1}{\partial x_2} \quad \text{at } x_2 = 0$$

$$V_1 = V_{1s} \quad \text{at } x_2 = H$$

$$\frac{V_{1s} - V_1(x_2)}{U_*} = \frac{U_* H}{2\varepsilon} \left(1 - \frac{x_2}{H} \right)^2 \quad (35)$$

(3) 方程式の線形化

x_2 方向の変化率に比較して x_1 方向の変化率が十分小さいと仮定すれば、式(28), (29) は次式となる。

$$v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} = gi - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \varepsilon \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} \quad (36)$$

$$v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = -g - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{p}{\rho} \right) \quad (37)$$

式 (36), (37) および式 (30) に式 (31) を代入して二次以上の微小項を無視し、平均流に対する式(33), (34) を代入する。さらに、 V_{1s} と H を用いて変数の無次元化を行えば次式を得る。

$$U \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial p^*}{\partial x} + \varepsilon^* \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (38)$$

$$U \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial p^*}{\partial z} \quad (39)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (40)$$

ここに

$$U = \frac{V_1}{V_{1s}}, \quad u = \frac{\bar{v}_1}{V_{1s}}, \quad w = \frac{\bar{v}_2}{V_{1s}}, \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{V_{1s} H}$$

$$p^* = \frac{\bar{p}/\rho}{V_{1s}^2}, \quad x = \frac{x_1}{H}, \quad z = \frac{x_2}{H}$$

次に基本流からの水面の微小擾乱に対し次式の形を与える。

$$\hat{\xi} = \hat{\xi}_0 e^{kx} \quad (41)$$

ここに、

$$\hat{\xi} = \frac{\xi}{H}, \quad \hat{\xi}_0 = \frac{\xi_0}{H}$$

また、式 (38)~(40) の u , w , p^* に対しては次式の解を仮定する。

$$u = \hat{u}'(z) e^{kx} \quad (42)$$

$$w = \hat{w}(z) e^{kx} \quad (43)$$

$$p^* = \hat{p}(z) e^{kx} \quad (44)$$

ただし、'印は z に関する微分を表わす。

式 (38)~(40) に式 (42)~(44) を代入して整理すれば

$$kU\hat{u}' + \hat{w}U' = -k\hat{p} + \varepsilon^* \hat{u}'' \quad (45)$$

$$kU\hat{w} = -\hat{p}' \quad (46)$$

$$k\hat{u}' + \hat{w}' = 0 \dots\dots\dots (47)$$

式 (45) と式 (47) から \hat{w} に関する線形方程式が得られる。

$$\hat{w}'' - \frac{kU}{\epsilon^*} \hat{w}' - \frac{kU}{\epsilon^*} \left(k^2 - \frac{U''}{U} \right) \hat{w} = 0 \dots\dots\dots (48)$$

式 (48) で \hat{w} を確定するためには 4 個の境界条件が必要であり、さらに k を定める必要があるから基本的には合計 5 個の境界条件が必要である。ただし、そのうち 1 個を省略できることは後に述べるとおりである。

(4) 境界条件

a) 水面での運動学的条件

$$\frac{d\hat{\xi}}{dx_1} = -\frac{\bar{v}_2}{V_1 + \bar{v}_1} \text{ at } x_2 = H - \hat{\xi}$$

これを無次元化して

$$\frac{d\hat{\xi}}{dx} = -\frac{w}{U+u} \text{ at } z = 1 - \hat{\xi}$$

上式を展開して $z=1$ での条件に直し、式 (41)~(43) の関係を代入して微小項を無視すれば

$$\hat{v}(1) = -k\hat{\xi}_0 \dots\dots\dots (49)$$

b) 水面でせん断力がゼロ

$$\tau_{12} = \rho\epsilon \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) = 0 \text{ at } x_2 = H - \hat{\xi}$$

上式の右辺第 1 項は第 2 項に比して微小であるとし、前項とまったく同様の取扱いを行えば次式を得る。

$$\hat{u}''(1) = -\beta^* \hat{\xi}_0 \dots\dots\dots (50)$$

c) 水面でのベルヌーイ式

$$\frac{1}{2g} (v_1^2 + v_2^2) + (H - \hat{\xi}) = \text{const.}$$

ここでも前項と同様の取扱いを行って次式を得る。

$$\hat{u}'(1) = F_s^{-1} \hat{\xi}_0 \dots\dots\dots (51)$$

ここに、

$$F_s = \frac{V_{1s}}{\sqrt{gH}}, \beta^* = \left(\frac{U^*}{V_{1s}} \right)^2 \frac{1}{\epsilon^*}$$

d) 河床面でのせん断力

このように、水面に微小な擾乱があった場合でも次式の抵抗則が成立すると仮定する。

$$\frac{u_m}{u_*} = 6.0 + 2.5 \ln \frac{h}{k_s} \dots\dots\dots (52)$$

ここに、 u_* ：局所的摩擦速度、 u_m ：平均流速、 h ：水深、 k_s ：相当粗度であり、 u_* 、 u_m 、 h についても式 (31) と同様次式の表現を行う。

$$u_* = U_* + \hat{u}_* = U_* (1 + \hat{u}_*)$$

$$u_m = U_m + \hat{u}_m = U_m (1 + \hat{u}_m) \dots\dots\dots (53)$$

$$h = H - \hat{\xi} = H (1 - \hat{\xi})$$

これらを式 (52) へ代入して同様の整理を行えば

$$\hat{u}_m - \hat{u}_* \doteq -2.5 \frac{\hat{\xi}}{\varphi_0} \dots\dots\dots (54)$$

ここに、 φ_0 は基本流の流速係数で

$$\varphi_0 = \frac{U_m}{U_*} = 6.0 + 2.5 \ln \frac{H}{k_s}$$

式 (54) 中の \hat{u}_m 、 \hat{u}_* は定義より以下のものである。

$$U_m = \frac{1}{H} \int_0^H V_1(x_2) dx_2, \quad u_m = \frac{1}{h} \int_0^h v_1 dx_2$$

上式に式 (35)、(42) の関係を用い、二次の微小項を無視して整理すれば次式を得る。

$$\hat{u}_m \doteq \frac{\hat{\xi}_0 e^{kx}}{1 - 6/\beta^*} + \frac{|\hat{u}(1 - \hat{\xi}) - \hat{u}(0)|}{1 - 6/\beta^*} e^{kx} \dots\dots\dots (55)$$

一方 \hat{u}_* は

$$\tau_{12} = \rho\epsilon \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) = \rho u_*^2 \text{ at } x_2 = 0$$

これに式 (35)、(42) を代入し $z=0$ を考慮して同様の取扱いを行えば

$$\hat{u}_* \doteq \frac{1}{2\beta^*} \hat{u}''(0) e^{kx} \dots\dots\dots (56)$$

結局式 (54)~(56) から次式が得られる。

$$\frac{\hat{u}(1) - \hat{u}(0)}{1 - \beta^*/6} - \frac{1}{2\beta^*} \hat{u}''(0) + \left(\frac{2.5}{\varphi_0} + \frac{\beta^*}{\beta^* - 6} \right) \hat{\xi}_0 = 0 \dots\dots\dots (57)$$

(5) 流れの解析

前節の境界条件のもとに式(48)を解く。ここで、式(35)の U を次のように近似する。

$$U = 1 - \frac{\beta^*}{2} (1 - z)^2 \approx \cos \sqrt{\beta^*} (1 - z) \dots\dots\dots (58)$$

式 (58) はきわめて近似度が高くしばしば用いられ¹⁹⁾、またそれによる解析上の利点大きい。

式 (48) はその係数に z の関数である U を含んでいるから、ここでは近似的に $U(z) = u_1$ と置いて近似解を求める。ただし、 u_1 (無次元) は表面流速と河床流速の間のある値で、物理的意味から後に選択する。したがって、式 (58) を式 (48) へ代入すれば次式となる。

$$\hat{w}'' - \frac{k u_1}{\epsilon^*} \hat{w}' - \frac{k u_1}{\epsilon^*} (k^2 + \beta^*) \hat{w} = 0 \dots\dots\dots (59)$$

式 (59) の特性方程式は

$$R^4 - \frac{k u_1}{\epsilon^*} R^2 - \frac{k u_1}{\epsilon^*} (k^2 + \beta^*) = 0 \dots\dots\dots (60)$$

ここに、

$$\epsilon^* = \frac{\epsilon}{V_{1s} H} = \frac{\epsilon}{U_* H} \frac{U_*}{V_{1s}} = \frac{1}{15} \frac{U_*}{V_{1s}} \ll 1$$

を考慮し、高次の項を無視すれば式 (60) の根は近似的に

$$R \approx \pm i \sqrt{k^2 + \beta^*}, \quad \pm \sqrt{\frac{k u_1}{\epsilon^*}}$$

したがって式 (59) の解は

$$\hat{w}(z) = c_1 e^{\lambda_1 z} + c_2 e^{-\lambda_1 z} + c_3 e^{\lambda_2 z} + c_4 e^{-\lambda_2 z} \dots\dots\dots (61)$$

ここに、

$$\lambda_1 = i \sqrt{k^2 + \beta^*}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{k}{\epsilon^*}}, \quad \alpha = \sqrt{\cos \sqrt{\beta^*}}$$

式 (61) の右辺第1, 2項は非粘性の解であり, 第3, 4項は渦動粘性係数の影響によるものである. 第3項は水面の微小な擾乱の影響を表わし, z の減少とともにさらに急激に減少するから, 以後の計算ではこの項を無視することとする. 実際に計算を行っても c_3 の値は他に比して10桁ほど小さい. 第4項は河床からの影響であり, u_1 には河床での値を適用して $u_1 = \cos \sqrt{\beta^*}$ とする.

式 (61) と式 (47) および境界条件式 (50), (51), (57) の関係から c_1, c_2, c_4 に関して次式を得る.

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k\beta^* \hat{\xi}_0 \\ -kF_s^{-2} \hat{\xi}_0 \\ \left(\frac{2.5}{\varphi_0} + \frac{\beta^*}{\beta^* - 6} \right) k \hat{\xi}_0 \end{pmatrix} \dots (62)$$

ここに,

$$\begin{aligned} a_{11} &= \lambda_1^2 e^{\lambda_1}, & a_{12} &= \lambda_1^2 e^{-\lambda_1}, & a_{13} &= \alpha^2 \lambda_2^2 e^{-\alpha \lambda_2} \\ a_{21} &= \lambda_1 e^{\lambda_1}, & a_{22} &= -\lambda_1 e^{-\lambda_1}, & a_{23} &= -\alpha \lambda_2 e^{-\alpha \lambda_2} \\ a_{31} &= \frac{6(e^{\lambda_1} - 1)}{6 - \beta^*} \frac{\lambda_1^2}{2\beta^*} \\ a_{32} &= \frac{6(e^{-\lambda_1} - 1)}{6 - \beta^*} \frac{\lambda_1^2}{2\beta^*} \\ a_{33} &= \frac{6(e^{-\alpha \lambda_2} - 1)}{6 - \beta^*} \frac{\alpha^2 \lambda_2^2}{2\beta^*} \end{aligned}$$

式 (62) より c_1, c_2, c_4 が求まり, k は式 (49), (61) から

$$\hat{w}(1) = c_1 e^{\lambda_1} + c_2 e^{-\lambda_1} + c_4 e^{-\alpha \lambda_2} = k \hat{\xi}_0 \dots (63)$$

この k を用いて式 (41) から水面形が得られる.

4. 結果の検討

前章までに述べた方法による計算の結果を室内実験の実測値と比較し, 河口における全水深内部フルード数別にそれぞれ Fig. 7 (a)~(e) に示す. 実験の水量は前出 Table 1 のとおりである.

Fig. 7 のように, いずれの場合も計算値と実測値との間により一致がみられる. また, 同図中には海底勾配 $i_s = 1/150$ の場合の実測値も併せて示したが, $i_s = \infty$ の場合との差異はみられず, 少なくとも本実験の範囲内では海底勾配の影響は現われていない. 前章の解析によれば $E_y (= \text{一定})$ に比較して E_z は河口からの距離とともに急激に減少し, $x_r = 3$ 付近ではすでに1オーダー小となる. したがって, 河口のごく近傍を除けば v_e による拡散が支配的となり, i_s による影響は顕著に現われないものと考えられる.

次に, 実際河川への適用例として, 石狩川および天塩川における昭和56年8月洪水の際の水面形の実測値との比較を行う.

Fig. 8, 9 はそれぞれ洪水直後の河口地点の横断面図であり, Table 2 に洪水観測時の水量を示す.

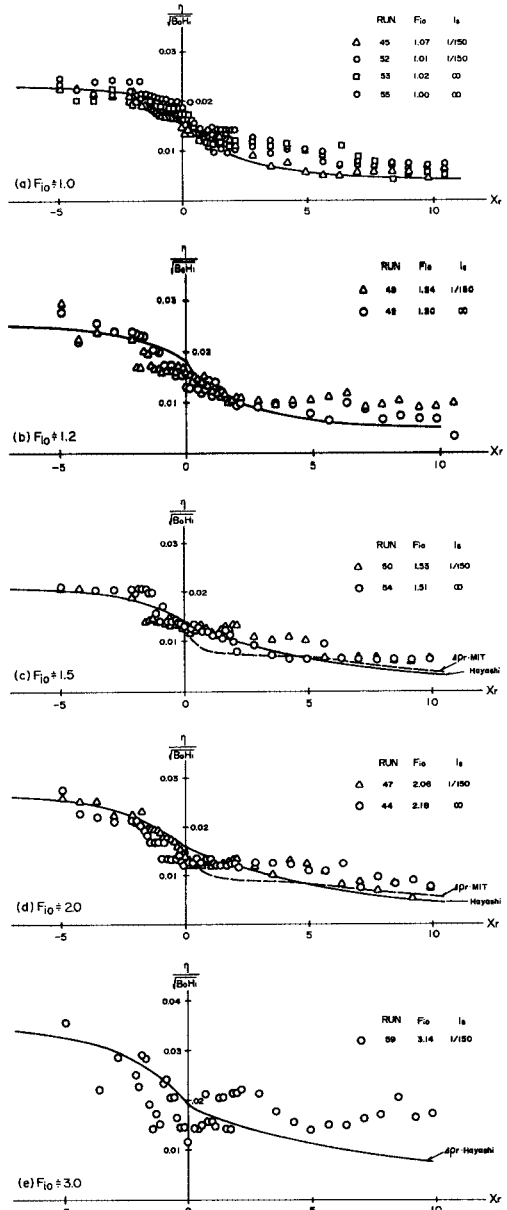


Fig. 7 Water surface profile near the river mouth.

ところで, 前章までの解析は長方形断面の河口からの流出を対象としたものであるが, この場合の河口は Fig. 8, 9 のような形状となっている. このように任意の断面形を有する河口の場合には理論の適用に何らかの補正が必要であり, ここでは実測値を最もよく説明できる次のような方法を採用することとした.

まず平均河床高を用いて河口における全水深内部フルード数 F_{10} を算出する. 以後, 河口を含めた海域側の計算にはこの F_{10} の値を用いるが, 河口における水深に

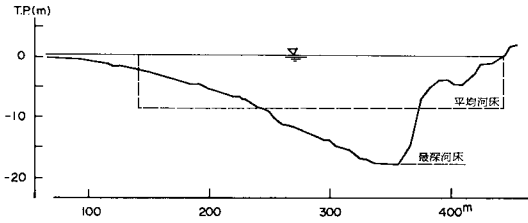


Fig. 8 Cross section of the Ishikari River at the river mouth (K.P. 0/0, Aug. 1981).

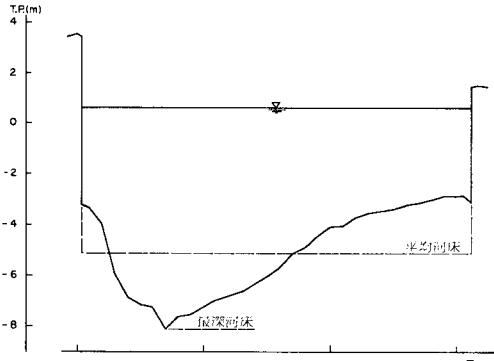


Fig. 9 Cross section of the Teshio River at the river mouth (K.P. -2/0, Sept. 1981).

については最深河床高を適用し、断面縦横比にもこれを適用する。Table 2 中の最深河床の欄はこの場合の諸量を示している。

計算の結果を実測値と比較して Fig. 10, 11 に示す。ただし、河道内の急変流域および漸変流域の計算には平均河床を用い、河床勾配 i およびマンニングの粗度係数 n には Table 2 中の値を適用し、河口幅と等しい川幅をもつ一様断面水路を仮定した。Fig. 10, 11 中の 1 点鎖線は同様の断面の水路について漸変流として不等流計算を行った結果であり、本文の解析が実際河川においても実際の現象をよく説明できることがわかる。

漸変流域における水面形は 3. で述べた方法によって河口から計算を行い、水位が等流水深の 99% 程度となった位置から通常の不等流計算を行う。一般に急変流域は川幅の数倍程度であり、比較的短い距離で通常の不等流計算に移行できる。したがって、急変流域においては急激な水位の上昇が行われることになり、 ξ_0 の値としては 0.1 の程度であるが実際の水位としては無視できない量である。なお、実際河川については今後も実測値を収集し、検討を続けていく予定である。

5. 結 言

河口付近における水位の予測の問題は実際の河川工学

Table 2 Flow data at the river mouth.

水 理 量	石狩川 56.8.6		天塩川 56.8.7	
	平均河床	最深河床	平均河床	最深河床
Q (m ³ /sec)	12,500		2,210	
H ₂ (T.P.m)	0.42		0.34	
H ₃ (T.P.m)	-8.50	-17.87	-5.13	-8.17
H ₀ (m)	8.92	18.29	5.47	8.51
H ₁ (m)	9.17	18.80	5.62	8.75
B ₀ (m)	300		154	
λ_0	0.031	0.063	0.036	0.057
A (m ²)	2,750		866	
u ₀ (m/sec)	4.54		2.55	
F i ₀	2.77		1.98	
i s	1/150		1/170	
i	1/5,000		1/6,600	
n	0.016		0.018	

$F_{i0} = Q / (B_0 H_0 \sqrt{\epsilon_0 g H_0})$, $\epsilon_0 = 0.03$

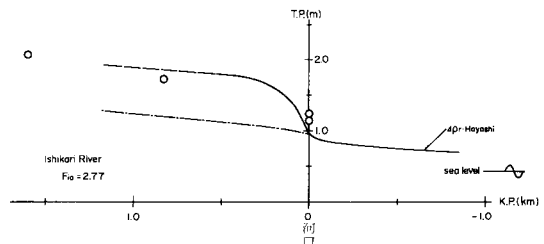


Fig. 10 Water surface profile near the river mouth in the Ishikari River.

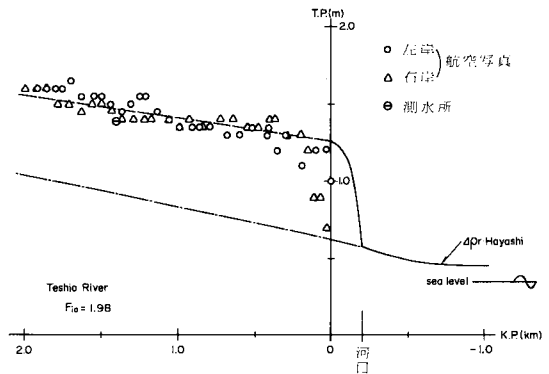


Fig. 11 Water surface profile near the river mouth in the Teshio River.

上でもきわめて重要であるが、現在までに得られている知見は十分とはいえない。

本研究は多くの実測結果から、現在行われている取扱いの方法が必ずしも適切ではないことを指摘し、新しい解析の方法も導いたものである。中でも河口付近の河道内における急激な水位の上昇は、本研究の結果明らかにされ、また解析が可能となったものである。

先にも述べたように、本研究では河口における全水深

内部フルード数 $F_{ri} \geq 1.0$ および河口水深が $H_1 > h_c$ (限界水深) を適用の範囲としているが、これらの条件は通常の洪水時には十分満たされるものであって、その有用性を損なうものではない。

参 考 文 献

- 1) 板倉忠興・岸 力：海域へ流出する河水の水面形，第18回自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集，118，1981.
- 2) 高木譲治・牧野成雄・竹本成行・森田康志：石狩川下流部における洪水流と河床変動の観測，土木学会第26回水理講演会論文集，pp.57~62，1982.
- 3) たとえば，建設省河川局監修：改訂建設省河川砂防技術基準（案），調査編，pp.188~191，1977.
- 4) たとえば，福岡捷二・福岡祐介・守屋祥一・新庄高久：河口密度流の流動機構と塩水くさびの河口条件，土木学会論文報告集，第327号，pp.61~71，1982.
- 5) Abramovich, G. N. : The theory of turbulent jets, The Massachusetts Institute of Technology, 1963.
- 6) 岸 力・板倉忠興・黒木幹男・森 明巨：河口密度流の研究，河川の機能に関する基礎的研究，pp.113~130，北海道開発局，1978.
- 7) 和田 明・片野尚明：工業用水の取放水の問題，土木学会第15回海岸工学講演会論文集，pp.297~306，1968.
- 8) 林 泰造・有田正光：海面上に放出された温排水の拡がりについて（第2報），土木学会第19回水理講演会論文集，pp.173~182，1975.
- 9) Stolzenbach, K.D. and Harleman, D.R.F. : An analytical and experimental investigation of surface discharges of heated water, Water Pollution Control Research Series, U.S. Government Printing Office, No. 16130 DJU, 1971.
- 10) 早川典生：温排水の拡がりの近傍領域における簡易計算法，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集，II-138，1977.
- 11) 小松利光：成層密度噴流における乱れおよび流れ特性に関する研究，九州大学学位論文，1978.
- 12) 岸 力・板倉忠興：河口における河水の拡がり，土木学会第30回年次学術講演会講演概要集，II-223，1975.
- 13) 貞元 均・岸 力・板倉忠興：河口における河水の拡がり，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集，II-193，1977.
- 14) 岸 力・板倉忠興・森 明巨・黒木幹男：海域へ流出する河水の水面形の研究，河川の機能に関する基礎的研究，pp.41~60，北海道開発局，1981.
- 15) Safaie, B. : Mixing of buoyant surface jet over sloping bottom, Proc. of ASCE, Vol.105, No.WW4, pp.357~373, 1979.
- 16) 林 泰造・宮原英治・有田正光：海面上に放出された温排水の拡がりについての数値解析，土木学会第21回海岸工学講演会論文集，pp.321~327，1974.
- 17) 北松治男：温排水拡散の簡易計算法，土木学会論文報告集，第342号，pp.33~41，1984.
- 18) Itakura, T. and Kishi, T. : Dispersion of a river into the sea, J1. of Natural Disaster Science, Vol.3, No.2, pp.52~55, 1981.
- 19) たとえば，Fredsoe, J. : On the development of dunes in erodible channels, J1. of Fluid Mech., Vol.64, Part 1, pp.1~16, 1974.

(1984.5.28・受付)