

変断面河道における洪水流の水理解析と等価粗度係数

HYDRAULIC ANALYSIS OF FLOOD FLOW IN A NON-PRISMATIC CHANNEL AND CALCULATION OF EQUIVALENT ROUGHNESS COEFFICIENT

福岡捷二*・角田 学**・鈴木研司***・半沢敏彦****

By Shoji FUKUOKA, Manabu TSUNODA, Kenji SUZUKI and Toshihiko HANZAWA

River water level and average velocity in flood flow are generally calculated on the basis of the one-dimensional equation for unsteady flow. When the geometric shape of the channel is three-dimensional, they are able to be calculated by using the proper roughness coefficient which includes the effects of the geometry. But the method of determining the coefficient reasonably has not yet been established. In this study, the two-dimensional numerical analysis is conducted for the flood flow through gradually varying channel. The analysis considers time variation of transverse movement of water fringe. These numerical results are discussed from the hydraulic point of view. Moreover, the characteristics of equivalent roughness coefficient are investigated based on these results.

1. はじめに

洪水流の解析には、一般に流れ方向のみの変化を考へる一次元解析法が用いられている。しかし、不規則断面、複断面河道のように断面形状が三次元的な場合、流れを一次元化することによって三次元性に伴う種々の影響を、どのような形で一次元方程式に取り込むかが問題となり、この点に一次元解析法の精度的な問題が残されている。狭窄部、拡幅部などを有する変断面河道における洪水伝播特性については水路での実験と解析¹⁾、現地観測資料の分析^{2)~4)}が報告されているが、水理学的に解明すべき問題は多く残されている。建設省土木研究所では、陰型式差分式を用いた不定流計算に関する一連の研究を行い、分合流、遊水池、複断面等を考慮に入れた計算法を実用に供する形で提案している^{5),6)}。しかし、洪水期間中に変化する粗度係数を合理的に決める方法がないために、先に述べた一次元解析法のもつ弱点を十分には克

服し得てはいない。現状では、ピーク流量での実測水位と計算水位を合致させるようにピーク時の粗度係数を与え一次元不定流計算を行うことが多いため、洪水期間中の水位を十分な精度で予測するまでには至っていない。不規則断面河道の洪水は流れの非定常性、河道の縦横断面形状の変化のために河道内貯留や横断方向への流れが生じ、それに伴い付加的な抵抗が生ずることになる。このような流れの特徴を考慮に入れるには、少なくとも二次元的に流れを解析する必要がある。

洪水流は水面幅に比べ水深が小さい薄い流れであり、平面二次元流として取り扱うことができる。既往の平面二次元解析には、津波の遡上解析⁷⁾、岩佐・井上ら⁸⁾の洪水氾濫水の解析、松雷⁹⁾のダム破壊流れの解析等が挙げられる。これらの解析ではいずれも、氾濫水の広がりや前縁を差分格子単位における水の有無という形でとらえている。一方、河道内の洪水追跡では水位変化に伴う水際の移動を連続的に追う必要がある。

そこで本研究では、理想化した複断面河道における洪水流を、岩佐らの氾濫解析に準じる計算スキームを用い水際の扱い、非線形項の差分スキームを工夫することにより二次元解析を行う。解析では、河道平面形・河床勾配・底面の粗度分布・流量条件を変化させ、洪水の流下

* 正会員 工博 Ph.D. 建設省土木研究所河川研究室長
(〒305 茨城県筑波郡豊里町大字旭1番地, 研究当時東京工業大学助教工学部土木工学科)

** 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科
(〒152 目黒区大岡山2-12-1)

*** 学生会員 東京工業大学大学院理工学研究科

**** 正会員 東京都庁(研究当時東京工業大学)

的観点に力点を置いて考察する。なお、複断面河道では、低水路と高水敷の境界付近に間欠的な大規模混合が生じ、それが抵抗に影響を与えるといわれている。しかし、大規模混合による抵抗の増分は、複断面河道における等流においても生じる性質のものである。したがって非定常流よりもむしろ等流での粗度係数の増加としてとらえるべきもので、この増分が見積もれば、洪水の二次元解析にも取り込むことが可能である。本研究では、このような考えのもとに、解析にあいまいさを持ち込む大規模混合を除外し、洪水が断面変化部を通過するときの平面流れの平均的構造を解析する。次に、得られた二次元計算結果を用いて、これと同等の一次元不定流計算結果を与える粗度係数の時間的・場所的变化はどのようなものかを調べ、この結果の水理学的考察を行う。

2. 計算方法

(1) 基礎式の誘導

流下方向に x 軸、横断方向に y 軸をとる。コントロールボリュームに関して成立する質量保存則と運動量保存則を基礎方程式とする。i) 圧力分布は静水圧分布であり、ii) 対象とする領域内でマンシングの抵抗則が成り立つと仮定して、基礎方程式を水深方向に積分した浅水流方程式を用いる。さらに $\Delta x, \Delta y$ の大きさの長方形領域内で積分して、次のような基礎方程式を得る⁸⁾。

• 連続方程式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} M \Big|_x^{x+\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} N \Big|_y^{y+\Delta y} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

• x 方向運動方程式

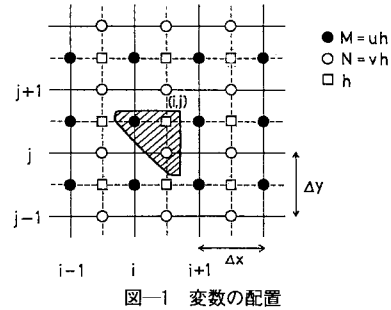
$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} uM \Big|_x^{x+\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} vM \Big|_y^{y+\Delta y} = -gh \frac{\Delta H}{\Delta x} - gn^2 \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} + \frac{1}{\Delta y} h \frac{\tau_{rx}}{\rho} \Big|_y^{y+\Delta y} \dots\dots\dots (2)$$

• y 方向運動方程式

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} uN \Big|_x^{x+\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} vN \Big|_y^{y+\Delta y} = -gh \frac{\Delta H}{\Delta y} - gn^2 \frac{v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} + \frac{1}{\Delta x} h \frac{\tau_{ry}}{\rho} \Big|_x^{x+\Delta x} \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{M_{i,j+1/2}^{n+1/2} - M_{i,j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{2(M_{i,j+1/2}^{n+1/2})^2}{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})} - \frac{2(M_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})^2}{(h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-3/2,j+1/2}^{n+1/2})} \right\} \\ & + \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{(M_{i,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i,j+3/2}^{n+1/2}) \times (N_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} + N_{i+1/2,j+1}^{n+1/2})}{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+3/2}^{n+1/2})} - \frac{(M_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2}) \times (N_{i-1/2,j}^{n+1/2} + N_{i+1/2,j}^{n+1/2})}{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2})} \right\} \\ & = -g \frac{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2}) \times (H_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - H_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})}{2 \times \Delta x} - gn_{i,j+1/2}^2 \frac{\bar{u}_{i,j+1/2} \sqrt{u_{i,j+1/2}^2 + v_{i,j+1/2}^2}}{((h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})^{1/2} / 2)^{1/3}} \\ & + \frac{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})}{2(\Delta y)^2} \times \{ \epsilon_{i,j+1} (\bar{u}_{i,j+3/2} - \bar{u}_{i,j+1/2}) - \epsilon_{i,j} (\bar{u}_{i,j+1/2} - \bar{u}_{i,j-1/2}) \} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 $\bar{u}_{i,j+1/2} = \frac{2M_{i,j+1/2}^{n+1/2}}{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})}$, $\bar{v}_{i,j+1/2} = \frac{(N_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} + N_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} + N_{i-1/2,j}^{n+1/2} + N_{i+1/2,j}^{n+1/2})}{2(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})}$



ここに、 u, v : それぞれ x, y 方向の平均流速、 h : 水深、 H : 水位、 $M = uh, N = vh$: それぞれ x, y 方向の流量フラックス、 n : マニングの粗度係数、 τ_{rx}, τ_{ry} : 流水の水平混合により生ずる x 方向、 y 方向のせん断応力であり、水平渦動粘性係数 ϵ を用いて、

$$\tau_{rx} = \rho \epsilon \frac{\partial u}{\partial y}, \tau_{ry} = \rho \epsilon \frac{\partial v}{\partial x} \dots\dots\dots (4)$$

で与えられるものとする。

(2) 離散化と解法

基礎式の離散化にあたり各変数を図-1のように配置する。メッシュの中点をそれぞれ $i+1/2, j+1/2$ と書けば、図-1の斜線部に示すように (i, j) に対して M は $(i, j+1/2)$ 上、 N は $(i+1/2, j)$ 上、 h は $(i+1/2, j+1/2)$ 上に定義される。また流速 u, v はともに h と同じ点で定義される。

この解析では、岩佐らの差分スキーム⁸⁾を次のように修正している。非線形項を時間ステップの中点で評価してステップ内で繰り返し収束計算を行う¹⁰⁾。流下方向の流速 u が大きい場合、 x 方向の移流項のみ風上差分を用いる。その他の項は岩佐らと同様に中心差分を用いている。差分式を以下に示す。

• 連続方程式 ($i+1/2, j+1/2$)

$$\begin{aligned} & \frac{h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} - h_{i+1/2,j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{M_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - M_{i,j+1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \\ & + \frac{N_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - N_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta y} = 0 \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

• x 方向運動方程式 ($i, j+1/2$)

水位 H は, $H_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} = h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + z_{i+1/2,j+1/2}$ であり, z は地盤高を表す.

• y 方向運動方程式 ($i+1/2, j$)

$$\begin{aligned} & \frac{N_{i+1/2,j}^{n+1/2} - N_{i+1/2,j}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{(M_{i,j-1/2}^{n+1/2} + M_{i,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i+1,j-1/2}^{n+1/2} + M_{i+1,j+1/2}^{n+1/2}) N_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{2(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2})} \right. \\ & - \frac{(M_{i,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i,j-1/2}^{n+1/2} + M_{i-1,j-1/2}^{n+1/2} + M_{i-1,j+1/2}^{n+1/2}) N_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{2(h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2})} \left. \right\} + \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{1}{h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}} \left(\frac{N_{i+1/2,j}^{n+1/2} + N_{i+1/2,j+1}^{n+1/2}}{2} \right)^2 \right. \\ & - \frac{1}{h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2}} \left(\frac{N_{i+1/2,j-1}^{n+1/2} + N_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{2} \right)^2 \left. \right\} = -g \frac{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2}) \times (H_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - H_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2})}{2 \times \Delta y} \\ & - g \frac{v_{i+1/2,j}^2}{h_{i+1/2,j}^{n+1/2}} + \frac{v_{i+1/2,j} \sqrt{v_{i+1/2,j}^2 + \bar{v}_{i+1/2,j}^2}}{\sqrt{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2})/2}^{1/3}} + \frac{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2})}{2(\Delta x)^2} \\ & \times \{ \epsilon_{i+1,j} (\bar{v}_{i+3/2,j} - \bar{v}_{i+1/2,j}) - \epsilon_{i,j} (\bar{v}_{i+1/2,j} - \bar{v}_{i-1/2,j}) \} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned} \bar{u}_{i+1/2,j} &= \frac{(M_{i,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i,j-1/2}^{n+1/2} + M_{i+1,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i+1,j-1/2}^{n+1/2})}{2(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2})} \\ \bar{v}_{i+1/2,j} &= \frac{2N_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{(h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2})} \end{aligned}$$

である.

式中, i, j, n はそれぞれ x, y, t (時間) 方向のステップ数を表わし, それぞれの間隔 $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ により $x = i\Delta x, y = j\Delta y, t = n\Delta t$ とする. 各式における未知数は $M^{n+1}, N^{n+1}, h^{n+1}$ であり, M^n, N^n, h^n は初期値あるいは前回の時間ステップで求めた既知量である. 計算は各時間ステップで収束計算を行い, 許容の収束条件を満たしたところで, 次の時間ステップに進んでいく. すなわち,

i) $M^{n+1/2} = M^n, N^{n+1/2} = N^n, h^{n+1/2} = h^n$

と仮定し, 式 (5)~(7) に代入する.

ii) 差分式を解いて, $M^{n+1}, N^{n+1}, h^{n+1}$ を求め, それぞれ $M^{n+1,k}, N^{n+1,k}, h^{n+1,k}$ とする. ここで添字 k は, その時間ステップにおける収束計算の回数である.

iii) $M^{n+1/2} = (M^n + M^{n+1,k})/2$

$N^{n+1/2} = (N^n + N^{n+1,k})/2$

$h^{n+1/2} = (h^n + h^{n+1,k})/2$

を差分式に代入する.

iv) 差分式を解いて, $M^{n+1,k+1}, N^{n+1,k+1}, h^{n+1,k+1}$ を求める.

v) $M_{i,j}^{n+1,k+1} \doteq M_{i,j}^{n+1,k}, N_{i,j}^{n+1,k+1} \doteq N_{i,j}^{n+1,k}, h_{i,j}^{n+1,k+1} \doteq h_{i,j}^{n+1,k}$ がすべての i, j で成立するまで iii), iv) を繰り返す.

以上の解法は陽的であるので, 安定した計算を行うために C. F. L. 条件^{7), 10)} を満たすように Δt を選んだ.

(3) 水際の取り扱い

一般に, 差分法は対象領域を空間に固定した格子で分割し, 境界形状を差分の辺に一致させることで境界条件の取り込みを容易にしている. しかし河道の境界形状が斜面をなす場合には, 流量が時間的に変化するととも

に水際が移動する. このため格子の辺と境界が一致せず計算に工夫を要する. 岩佐らの氾濫水の解析⁸⁾では, 氾濫水の広がり前縁は格子の辺と一致し, 水際の移動を格子単位の移動と置き換える方法が用いられている. この方法を河道内の洪水流の解析に用いると, 計算精度は十分には得られない. そこで本研究では, 内点の差分とは別に, 水際付近ではコントロールボリュームの一边 Δy を変化させる方法を採用した. この方法は, 水面が時間的に変わる感潮河川の鉛直二次元流の解析に対し, 岩佐らが用いた境界の取り扱い¹¹⁾とほぼ同様のものである. 水際の形状は図-2 に示すように, 差分式の計算が比較的容易なように階段状で近似する. コントロールボリュームが極端に小さくなると計算の不安定が生じるため, ここでは, 水際の存在する格子内の水面幅 d_i , あるいは $l_i = \text{Min}(d_{i-1}, d_i)$ と, $\Delta y/2$ との大小を判断基準とし, 付録に示す差分式を求めた. なお, 水際の移動速度は小さく, 無視し得るものと考えた.

水際付近の計算は以下のように行う. 手順は基本的には内点と同様で, 繰り返し計算である. 式 (1) の連続式を適用して水深を求める場合, $\Delta y/2 < d_i < \Delta y$ のとき式 (A-1) を, $d_i < \Delta y/2$ のとき式 (A-2) を用いる. $d_i > \Delta y/2$ のとき式 (A-1) 中, \hat{h} は点 $(x_{i+1/2}, y_{j+1/2})$ における水深を表わし, 地盤形状から格子内の平均水深 \bar{h} と水面幅 d_i が求まる. また水位 H は \hat{h} の値とその点の地盤高から得られる. $d_i < \Delta y/2$ のときは, 水際が存在する格子とその内側に接する格子を合わせたコントロールボリュームに式 (A-2) を適用し, そこでは水面は水平として得られる水位の値と地盤形状から, 水際の

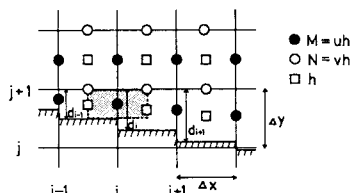


図-2 水際の取り扱い

存在する格子内の h と d_i が求まる。

x 方向の流量フラックス M を求める場合、内点ではそれは長さ Δy に対応するものであるから、水際では l_i の値で差分式を式 (A-3) と (A-4) に区別する。 $l_i > \Delta y/2$ のとき、コントロールボリュームを図-2 のドットで示すようにとり、各面を通過する流量を考え式 (A-3) を適用して $M_{i,j+1/2}$ を求める。また、 $l_i < \Delta y/2$ のときには、前述と同様の理由により、水際の1つ内側の格子の $M_{i,j+3/2}$ の値と水際を含む格子内の平均水深とから、式 (A-4) を用いる。なお水際は縦断流速 u が小さいので、 x 方向の移流項には中心差分を用いる。

y 方向流量フラックス N については、 $d_i < \Delta y/2$ のときは近似的に $N_{i+1/2,j+1}$ を零とおく。 $d_i > \Delta y/2$ のときは、水際と点 $(x_{i+1/2}, y_{j+1})$ との間で N が直線分布をしていると仮定して、式 (A-5) を用いる。

なお、付録の差分式はいずれも右岸側の水際を取り扱う場合の式であり、左岸側も同様な式が得られる。

以上の方法による計算結果から、対象河道内の連続条件を検討したところ、河道貯留量に対して約5%以内の誤差範囲にとどまり、所要の精度を得ることができた。

(4) 境界条件と初期条件

二次元計算の境界条件は、上下流端および水際で与える必要がある。計算対象河道の上流端よりさらに上流に一樣断面河道が接続している。このとき上流端境界条件としては、上流端断面のみ一次的に取り扱い、横断方向の水位差、流速を零とし流量ハイドログラフを与える。ここで、扱う河道断面形状は放物線形であるので、断面内で水深、流速が異なり、流量フラックスは横断的に分布をもっている。等流状態を考え、水深とマンニングの式から流速分布および流量フラックスの分布を求め、流量配分率を定める。上流端では、不定流でも、等流の流量配分率そのまま適用できるものと仮定し、流量配分する。下流端の境界条件として水位を与える。計算対象領域の下流端よりさらに下流側に40kmの長さの一樣河道を考え、その最下流端では水位を一定と仮定し、一次元解析によって計算対象区間の下流端水位を上流端流量に応ずる値として定める。水際での境界条件は、横断方向の流量フラックスを零として与える。

二次元計算の初期条件は次のように求めた。横断流速 v を零とし、縦断流速 u の横断分布を考慮した一次元不等流計算から得られる u と h の値と $v=0$ を初期値とし上下流端境界条件を一定として式 (5)~(7) および式 (A-1)~(A-6) を収束計算し、求めた定常解を不定流の初期条件とする。

3. 計算結果

(1) 計算条件

表-1 計算条件

Run No.	平面形状	河床勾配	底面粗度 n	洪水継続時間(h)
1	漸拡	1/3000	断面内一律 0.03	10
2	漸拡	1/3000	低水路 0.03, 高水敷 0.05	10
3	漸拡	1/750	断面内一律 0.03	10
4	漸拡	1/750	低水路 0.03, 高水敷 0.05	10
5	漸縮	1/3000	断面内一律 0.03	10
6	漸縮	1/750	断面内一律 0.03	10
7	漸拡	1/3000	断面内一律 0.03	5

二次元解析は、洪水の流動に及ぼす河道の平面形状、河床勾配、底面粗度、流量ハイドログラフの影響を評価することを目的としており、表-1に示す7通りの計算を行った。表-1の諸量は、洪水時に生じ得る現象を把握するために、利根川などの実河川データを参考資料に決定している。

河道の縦横断面形状は図-3に示すように、漸拡部あるいは漸縮部を有し、漸変部は死水域が生じないと考えられる約8°の角度(水深5mのとき)で直線的に広がっている。横断面形状は、複断面形状をもつ実際の河道の諸元を検討し、それを理想化した下に凸の放物線形断面である。代表的断面の横断面形状の関数形を図-3に示す。図中 i は上流端から数えた流下方向の格子番号で、 i に75mを乗ずると上流端からの流下距離となる。

河床勾配は、緩勾配として1/3000、急勾配として1/750を選んだ。底面の粗度係数は、図-4に示すように、河道全体にわたって $n=0.03$ の場合と、低水路で $n=0.03$ 、高水敷で $n=0.05$ の粗度係数分布をもつ場合の2種類である。

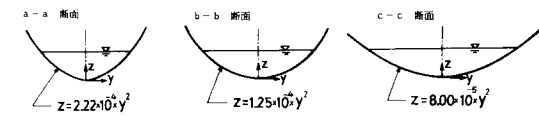
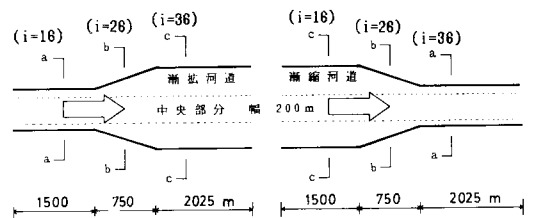


図-3 河道の縦横断面形状

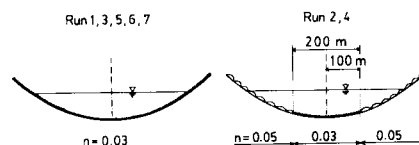


図-4 底面の粗度係数の分布

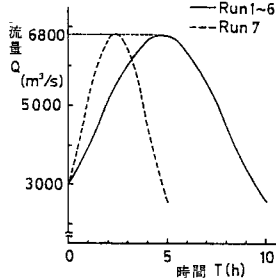


図-5 上流端で与えた流量ハイドログラフ

上流端境界条件を与える流量ハイドログラフは、図-5に示すように増水時と減水時はピークを境に対称であり、その洪水継続時間は10時間と5時間である。前者は現実的に起こり得る程度のものであり、後者はその極端な場合である。

また、格子の間隔は $\Delta x = 75 \text{ m}$ 、 $\Delta y = 50 \text{ m}$ にとり、時間ステップは $\Delta t = 3 \text{ s}$ とした。

(2) 二次元計算の結果と考察

基礎式のうち式(2)、(3)の右辺第3項は水平混合に関する項である。水平混合の効果を見積もるために、式(4)の ϵ として $\epsilon = 0.6 hu_*$ (u_* : 摩擦速度 $= \sqrt{gRI}$, R : 径深, I : 横断方向に平均化した水面勾配)の値を用いて計算した。この値はミズーリ川で実測された拡散係数であり¹²⁾、 ϵ としては大きめの値と思われる。Run 1の条件で水平混合項のある場合とない場合について、漸拡部の流下方向流速 u の分布を比較したところ、両者の差はきわめて小さく、オーダー比較においても、水平混合項は底面せん断力項より2オーダー小さいことが明らかとなった。そこで以後の計算ではこれを省略した。

a) 縦断水位変化と横断水位変化

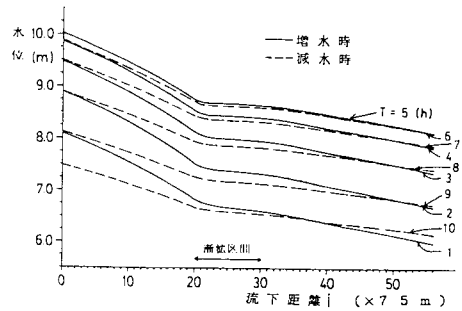
漸拡部および漸縮部をもつ流路の中心線沿いの縦断水面形を図-6(a), (b), (c)に示す。水位は下流端中央の地盤高を基準にした値である。図の(a), (b)はそれぞれ漸拡部を有する場合の緩勾配 (Run 1), 急勾配 (Run 3)の流れである。Run 1では上流側から漸拡部入口にかけて著しい低下背水となり、水面勾配が大きくなっている。また漸拡区間では、流れが減速されるために縦断的な水位変化は小さい。洪水継続時間を1/2に縮めたRun 7では、Run 1とほぼ同じ水面形となる。この洪水継続時間は実際の洪水よりも十分短く、一方、河道のスケールは実河道に匹敵するところから、断面変化部の水面形には流れの非定常性の影響は十分小さく、断面形の縦断変化が重要であることを示している。したがって従来よりいわれているように、洪水流の水面形は準定常不等流計算でかなりの程度説明できることがわかる。

また、粗度分布を与えたRun 2では、増水時と減水時の水面勾配はRun 1に比して小さくなる。急勾配の

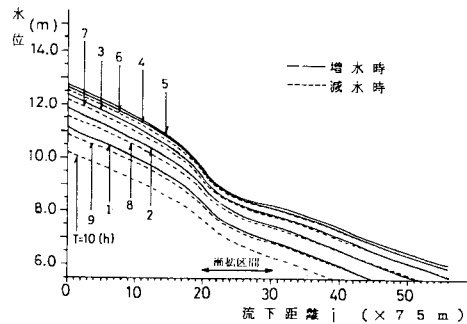
Run 3では、増水時と減水時の対応する流量の縦断水位変化はほとんど同じとなる。一方、漸縮部を有する場合(図-6(c), Run 5)では、漸縮部入口で水位はせき上げられ水面勾配が小さくなっており、漸縮部および出口では水面勾配が大きくなる。漸拡, 漸縮部を有するいずれの場合も、勾配が緩いときには貯留量が大きくなり、増水時の縦断水面勾配は減水時のそれよりも大きくなる。これらの水面形の特徴は、一次元解析によって明らかにされていることと同じである。

河道の漸変部においては、横断方向に水位差が生じる。

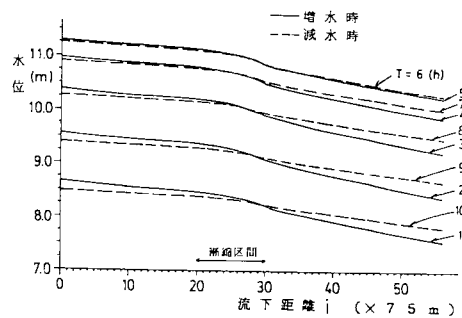
図-7(a), (b), (c), (d)はそれぞれRun 1, 2, 3, 5における漸変部入口 ($i=23$), 中間地点 ($i=26$), 出口付近 ($i=32$)の各断面内で、流路の中心線沿い ($j=9$)の水位を基準とした水位差を示す。ここに、 j は横断方



(a) Run 1



(b) Run 3



(c) Run 5

図-6 洪水期間中の縦断水面形の変化

向の格子番号である。漸拡部を有する場合(図一7(a), (b), (c))はいずれの条件においても、漸拡部入口付近で断面中央部の水位が高く出口付近で低くなっている。これは断面変化部の流れが二次元的にふるまうためであり、勾配が急な方が緩い場合より、横断面内の水位変化は大きくなる。しかし、横断方向の水位差は計算範囲内で、緩勾配の場合最大で2 cm, 急勾配の場合5 cm

程度と、水深および(川幅)/2に比べ十分小さく無視し得る大きさである。

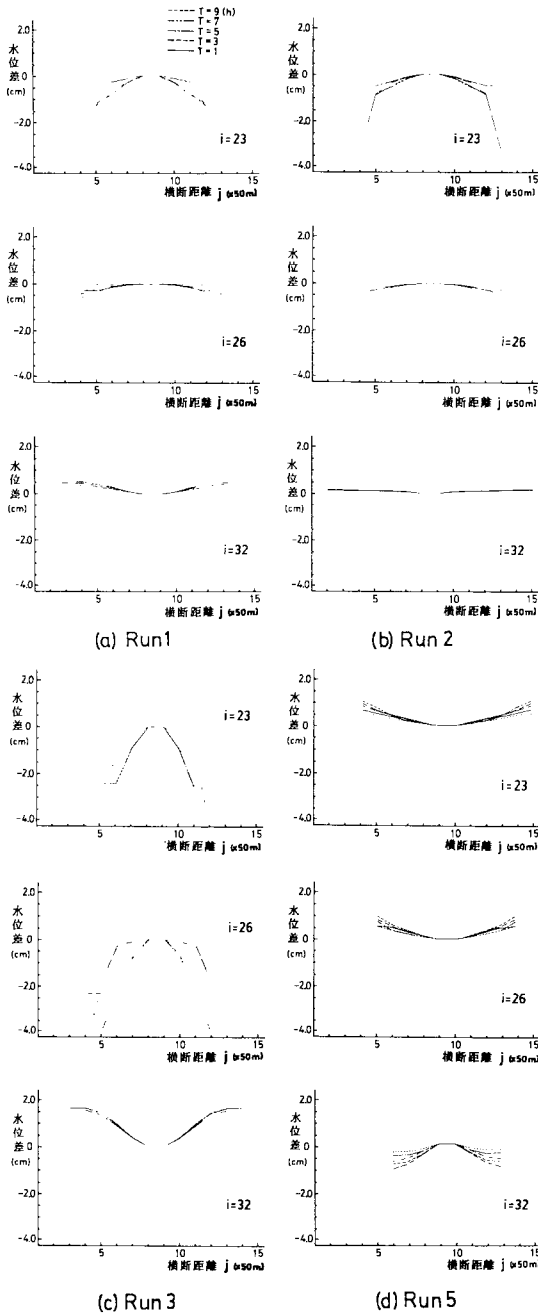
横断方向に粗度分布がある場合(図一7(b)), 粗度係数が大きい側壁付近では中央部分に比べ水が流れにくく、後述するように横断方向の流速成分は小さい。このため、横断方向の水位差は粗度一様の場合よりも小さく保たれる。

漸縮部を有する場合の断面内水位(図一7(d))は、漸拡部を有する場合の水位関係と逆になる。すなわち、漸縮部入口付近で中心線沿いの水位は低く、出口付近で高くなる。その水位差は同一勾配の漸拡部を有する場合と同程度である。

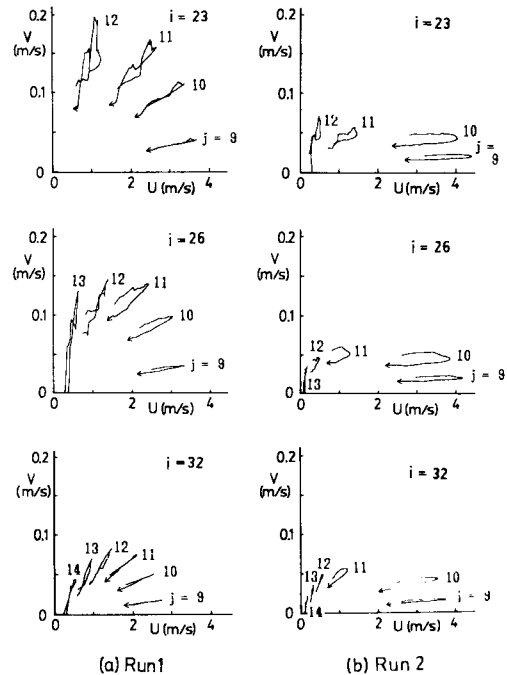
急流河川では洪水時に中央部の水面が盛り上がり対岸がみえないことがあるといわれているが、この計算ではその現象を説明できない。この現象はむしろ急流河川の河床変動、土砂輸送との関係で論ずべきものであると思われる。

b) 平面二次元流速, u と v

図一8(a), (b)はRun 1, Run 2における漸拡部入口中間地点, 出口付近のそれぞれの断面内の縦断流速 u , 横断流速 v の時間変化の計算結果を示す。図中 $J=9$ は流路中心線沿いを表わし, 数字の大きい方に向かい水際に近づく。図一8(a)は粗度一様, 図(b)は粗度分布をもつ場合であり, 両者の流れ方は明らかに異なる。図(a)の場合は, v/u がそれぞれの位置でほぼ一定の関



図一7 断面内の水位変化



図一8 洪水期間中の流速 u, v の変化

係にあり、かつ水際に近づくほど、洪水全期間を通して u 成分に比し v 成分は相対的に大きくなっている。これに対し粗度分布をもつ図 (b) では、中心付近では増水期、減水期にはそれぞれ一定の v を保ちつつ u を変化させ、一方、水際近くでは、大きな底面粗度の上の流速 u は極端に小さくなっている。1つの $u-v$ 曲線が1本の線にならないということは、増水時と減水時とで流れの状態が異なることを示している。このことは横断面水位差には明確に現われてこなかったことである。

なお、いずれの場合も、 v は u の1割程度の大きさとなっている。

4. 二次元解析結果の一次元的解釈 —等価粗度係数

断面変化部の河道における洪水の二次元解析から、水理学的に多くの興味ある結果を得た。内部の流れは二次元的であるが、河道直線部および漸変部における横断面内の水面はどの条件においてもほとんど水平とみなすことができ、断面中央部の水位、あるいは断面平均水位で代表できることがわかった。そこで水位は縦断方向のみに変化すると考え、流動に伴う二次元的な影響をすべて粗度係数 n に含ませることによって、二次元解析による水面形を一次元解析の水面形と粗度係数を介して関係づけることを試みる。

いま、二次元解析で得られた水深、流速等が正しいと仮定し、それらを次の運動量解析法による一次元運動方程式^{6),7)}に代入して、粗度係数 n の時間的・距離的变化を調べる。このときの粗度係数を等価粗度係数とよぶことにする。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial H}{\partial x} + g \frac{n^2 Q^2}{AR^{4/3}} = 0 \dots\dots (8)$$

ここに、 H : 水位、 Q : 流量、 A : 断面積、 R : 径深、 n : 等価粗度係数、 β : 運動量補正係数であり、二次元解析結果と対照してそれぞれ次のように与える。

$$Q = \int M dy = \sum_j M_j \Delta y \dots\dots (9)$$

$$A = \int h dy = \sum_j h_j \Delta y \dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{A} \int \left(\frac{u}{\bar{u}} \right)^2 dA = \frac{A}{Q^2} \int u^2 dA = \frac{A}{Q^2} \int u^2 h dy \\ &= \frac{A}{Q^2} \int u M dy = \frac{A}{Q^2} \sum_j u_j M_j \Delta y \dots\dots (11) \end{aligned}$$

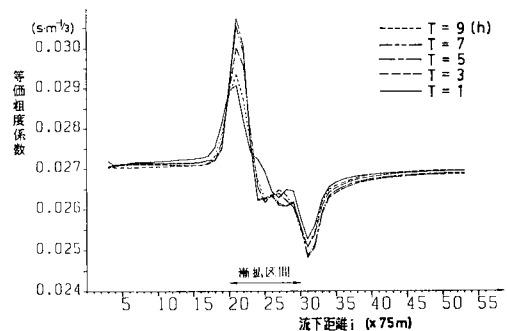
$$R = \frac{A}{S} \div \frac{A}{B} = \frac{A}{\int dy} = \frac{A}{\sum_j \Delta y} \dots\dots (12)$$

ただし、水際では Δy の代わりに l_i の値を用い、また潤辺の値 S は水面幅 B で近似する。

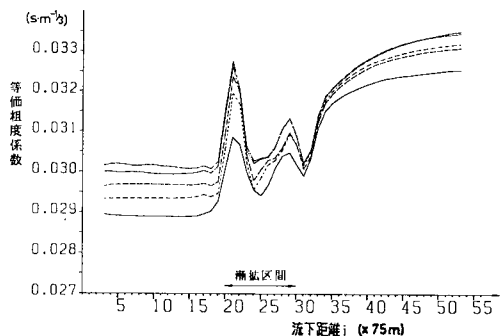
図—9に Run 1, Run 2, Run 5 の場合に得られた等

価粗度係数 n の時間的・距離的变化を示す。

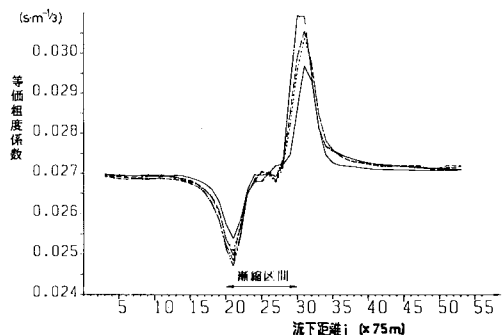
Run 1 に関して、等価粗度係数の値は時間的变化に比して距離的变化が大きい。特に漸拡部入口付近で n は極端に大きく出口付近で小さくなり、その変化の幅は1.25倍である。なお、二次元解析では、 $n=0.03$ の粗度係数で水位を求め、この水位より逆算した一様断面河道部の等価粗度係数は $n=0.027$ である。この差異は、二次元解析では抵抗項が局所水深を用いて表現されており(式(2),(4))、一方、一次元解析では、断面形の影響を考慮した径深を用いていること(式(8))に起因する。幅の十分に広い長方形断面河道の場合には、両者の n が一致することが確かめられている。



(a) Run 1



(b) Run 2



(c) Run 5

図—9 等価粗度係数の時間的・距離的变化

底面に粗度分布をもつ Run 2 では、図-9(b) の粗度係数の変化をする。この場合、漸拡部入口から下流側に $n=0.05$ の粗度の大きい部分が広がっており、断面全体の摩擦抵抗は流下方向に大きくなる。また、流量の増減に伴い大きな粗度係数の部分を通過する流量が変化するため、漸拡部の上流側あるいは下流側で等価粗度係数の値も時間的に変化する。これらの変化と Run 1 でみられた漸拡部での変化が重なり合い、図-9(b) の分布となる。これより河道の一樣幅部分で等価粗度係数の時間的な変化は大きくなり、一方、漸拡部では距離的な変化幅は小さくなる。

漸変部を有する Run 5 の場合には、図-9(c) に示すように、同一断面形のところでみると（上下流逆にしてみると）、漸拡部とほとんど同じ等価粗度係数の変化をする。粗度の横断分布を与えた場合の等価粗度係数は、ほぼ図-9(b) を上下流逆にした場合と同様の時間的・距離的变化をされると考えられる。

勾配が急な場合は、粗度係数の最大値と最小値の差はいくぶん小さくなるが、変化様式はおのおのの条件の緩勾配の結果と同じである。

次に、このような等価粗度係数の変化が現われる理由を考える。等価粗度係数 n は $n=(AR^{2/3}/Q) \cdot I_e^{1/2}$ (I_e : エネルギー勾配) で表わされる。最大流量時の $I_e^{1/2}$ と $AR^{2/3}/Q$ の距離的变化を示したものが図-10 である。Run 1 では $I_e^{1/2}$ の最大値と最小値の比は 2.1 であり、水深・水面幅から決まる $AR^{2/3}/Q$ のそれは 1.7 となる。しかも漸拡部では両者は直線的に変化しているの、両者を掛け合わせた粗度係数の変化は主にエネルギー勾配の変化に起因することになる。同様のことが Run 5 についてもいえる。

これらの結果より次のことがいえる。洪水流の一次元解析では n を一定 ($I_e^{1/2} \times AR^{2/3}/Q = \text{一定}$) と仮定することが行われる。図-9(a), (c) から一樣断面部では n はほぼ一定 ($n \approx 0.027$) となり、非定常流であっても

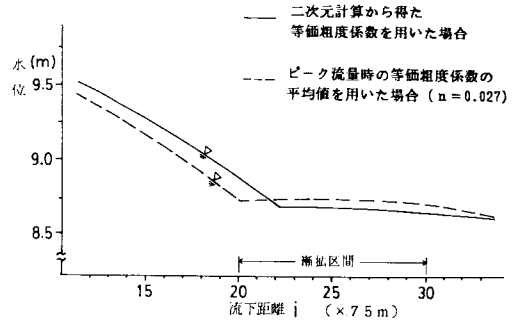


図-11 ピーク流量時の水面形の比較

一次元解析法は十分適用できる。しかし漸変部では、 n は距離的に大きく変化し、一次元解析法の適用に疑問が生じる。これは漸変部では水流が二次元的にふるまい、付加的なエネルギー損失が生じるためである。すなわち式 (8) の左辺の最初の 3 項のみでは二次元的な流れの平均場を十分表現し得ていないからである。一般的には左辺第 4 項に含まれる径深 R の表現 (式 (12)) にも問題があるが、ここで対象とした断面形をもつ洪水流では I_e に比して R の表現には問題は少ない (その理由は、一樣断面部で水深が変化しても n がほぼ一定となっているからである)。一次元化された運動方程式をどう表現するかは一次元解析法の根幹をなす問題である。これについては、漸変部の不等流の二次元解析結果と、等価な結果を与える一次元方程式の I_e と R についてさらに考察し、精度のよい計算法を確立していく必要がある。

次に、Run 1 について得られた等価粗度係数の分布を用いた場合と、従来のように最大流量時の粗度係数の平均値 ($n=0.027$) を用いた場合の一次元不定流計算から得られる縦断水面形を比較する。図-11 は、ピーク流量時における両者の水面形を示している。この条件の場合、両者の差は漸拡部入口で最大となり約 10 cm である。実際の洪水流において、たとえば平均流速 3 m/s、平均川幅 500 m の場合、水位が 10 cm 違うと、流量にして約 250 m³/s ほどの差が生じ、この差は有意なものと考えられる。以上より、変断面河道においても洪水流の等価粗度係数の時間的・距離的变化が明らかとなれば、一次元解析でも二次元解析の結果とほぼ同程度の結果を得ることができる。

5. 結 語

- (1) 二次元数値解析から以下のことが明らかになった。
 - (a) 緩勾配の河道では、河道貯留が大きいいため増水時と減水時の水面形に差が現われるのに対し、急勾配ではその差は判別しにくい。
 - (b) 横断方向の水位差は、河道が一樣幅の部分では

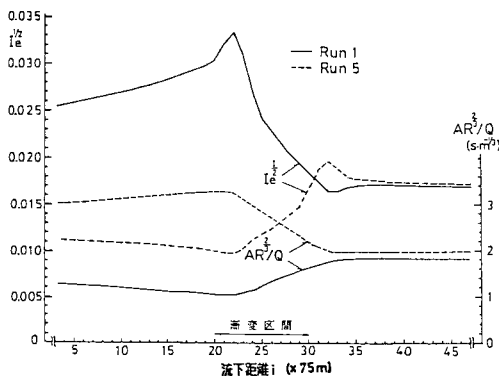


図-10 ピーク流量時の $I_e^{1/2}$ と $AR^{2/3}/Q$ の縦断変化

ほとんどない。漸変河道では河床地形の影響により横断面内の水位差が認められるが、その値は最大でも数 cm 程度であり、水深と川幅に比べればその大きさは無視できる。

(c) 横断方向に底面の粗度分布を与えた場合には、粗度一様な場合に比較して横断方向の水位差は小さくなるが断面内の流速にはその影響が顕著に現われる。

(d) 洪水流の非定常性は、河道漸変部の水面形にはそれほど大きな影響を与えず、洪水流は近似的に準定常不等流として扱える。

(2) 一次元不定流式の等価粗度係数を求め、水理的な考察より次のことが明らかとなった。

(a) 底面粗度が一様な漸拡部および漸縮部を有する河道では、等価粗度係数は時間的よりも距離的に大きく変化する。漸拡および漸縮河道の粗度係数の変化の様式は、同一断面形のところでほぼ同一の値をとる。

(b) 横断方向に底面粗度分布を与えた場合の等価粗

度係数は、流量の変化とともに平均的な底面粗度が変わるため、等価粗度係数は時間的・距離的に同程度に変化する。

(c) 流れが二次元的にふるまう漸変部では、現在の一次元解析法のエネルギー勾配の表現に問題が残されており、径深の表現とともに今後の検討すべき課題である。

(d) 河道漸変部の洪水流に対して、代表流量について二次元解析を行い等価粗度係数の分布を求めることができれば、一次元解析でも二次元解析の結果とほぼ同じ結果を得ることができる。

本研究は、文部省科学研究費自然災害特別研究(1)(研究代表者：宇都宮大学 須賀堯三教授)の補助を受けて行った。また、建設省土木研究所河川部 藤田光一氏から貴重なご意見、ご批判をいただいた。記して謝意を表します。なお、本研究の計算は、東京工業大学総合情報処理センターおよび東京大学大型計算機センターの計算機 M280-H で行った。

付 録

水際付近の差分式を以下に示す。ただし、右岸側の水際に対するものであり、運動方程式中の水平混合項は省略する。また、 $d_i, l_i = \text{Min}(d_{i-1}, d_i)$ は $h^{n+1,k}$ (k : 繰り返し回数) に応ずる値である。

・連続方程式 ($i+1/2, j+1/2$)

・ $d_i > \Delta y/2$ のとき

$$\frac{\hat{h}_{i+1/2, j+1/2}^{n+1} - \hat{h}_{i+1/2, j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} \times l_{i+1} - M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} \times l_i}{d_i \times \Delta x} + \frac{N_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2}}{d_i} = 0 \dots\dots\dots (A-1)$$

・ $d_i < \Delta y/2$ のとき

$$\frac{\hat{h}_{i+1/2, j+3/2}^{n+1} - \hat{h}_{i+1/2, j+3/2}^n}{\Delta t} + \frac{(M_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} \times \Delta y + M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} \times l_{i+1}) - (M_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} \times \Delta y + M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} \times l_i)}{(d_i + \Delta y) \times \Delta x} + \frac{N_{i+1/2, j+2}^{n+1/2}}{d_i + \Delta y} = 0 \dots\dots\dots (A-2)$$

($h_{i+1/2, j+3/2}$ を求めた後に、水面は水平と考え、 $h_{i+1/2, j+1/2}$ を得る)

・ x 方向運動方程式 ($i, j+1/2$)

・ $l_i > \Delta y/2$ のとき

$$\frac{M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1} - M_{i+1/2, j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{1}{h_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2}} \left(\frac{M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} + M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} \times l_{i+1}/l_i}{2} \right)^2 - \frac{1}{h_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2}} \left(\frac{M_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2} + M_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2} \times l_{i-1}/l_i}{2} \right)^2 \right\} + \frac{1}{l_i} \frac{(M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} + M_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2}) \cdot (N_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2} + N_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2})}{(h_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2})} = -g \frac{(h_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2})}{2\Delta x} \times (H_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} - H_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2}) - g n_{i+1/2}^2 \frac{\bar{u}_{i, j+1/2} \sqrt{u_{i, j+1/2}^2 + v_{i, j+1/2}^2}}{\{(h_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2})/2\}^{1/3}} \dots\dots\dots (A-3)$$

・ $l_i < \Delta y/2$ のとき

$$\frac{M_{i+3/2, j+3/2}^{n+1} - M_{i+3/2, j+3/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{1}{h_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2}} \left(\frac{M_{i+3/2, j+3/2}^{n+1/2} + M_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2}}{2} \right)^2 + \frac{1}{h_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2}} \left(\frac{M_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2} + M_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2}}{2} \right)^2 \right\} + \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{(M_{i+3/2, j+3/2}^{n+1/2} + M_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2}) (N_{i+1/2, j+2}^{n+1/2} + N_{i-1/2, j+2}^{n+1/2})}{(h_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2, j+5/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+5/2}^{n+1/2})} - \frac{M_{i+3/2, j+3/2}^{n+1/2} (N_{i+1/2, j+1}^{n+1/2} + N_{i-1/2, j+1}^{n+1/2})}{(h_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2})} \left(\frac{l_i}{l_i + \Delta y/2} \right)^{2/3} \right\} = -g \frac{(h_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2}) (H_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} - H_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2})}{2\Delta x} - g n_{i+3/2}^2 \frac{\bar{u}_{i, j+3/2} \sqrt{u_{i, j+3/2}^2 + v_{i, j+3/2}^2}}{\{(h_{i+1/2, j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2, j+3/2}^{n+1/2})/2\}^{1/3}} \dots\dots\dots (A-4)$$

($M_{i,j+3/2}$ を求めた後に, マニングの式を用いて次式から $M_{i,j+1/2}$ を得る)

$$M_{i,j+1/2} = M_{i,j+3/2} \times \left(\frac{h_{i,j+1/2}}{h_{i,j+3/2}} \right)^{5/3}$$

- y 方向運動方程式 ($i+1/2, j+1$)
- $d_i > \Delta y/2$ のとき

$$\begin{aligned} & \frac{N_{i+1/2,j+1}^{n+1} - N_{i+1/2,j+1}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{(M_{i,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i,j+3/2}^{n+1/2} + M_{i+1,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i+1,j+3/2}^{n+1/2}) N_{i+1/2,j+1}^{n+1/2}}{2(h_{i+1/2,j+3/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2})} \right. \\ & - \frac{(M_{i,j+3/2}^{n+1/2} + M_{i,j+1/2}^{n+1/2} + M_{i-1,j+3/2}^{n+1/2} + M_{i-1,j+1/2}^{n+1/2}) N_{i-1/2,j+1}^{n+1/2}}{2(h_{i-1/2,j+3/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2})} + \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{1}{h_{i+1/2,j+3/2}^{n+1/2}} \left(\frac{N_{i+1/2,j+2}^{n+1/2} + N_{i+1/2,j+1}^{n+1/2}}{2} \right)^2 \right. \\ & - \left. \frac{1}{h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}} \left(\frac{d_i - \Delta y/2}{d_i} \cdot N_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} \right)^2 \right\} = -g \frac{(h_{i+1/2,j+3/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2})(H_{i+1/2,j+3/2}^{n+1/2} - H_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2})}{2\Delta y} \\ & - g n_{i+1/2,j+1}^2 \frac{\bar{v}_{i+1/2,j+1} \sqrt{u_{i+1/2,j+1}^2 + v_{i+1/2,j+1}^2}}{\{(h_{i+1/2,j+3/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2})/2\}^{1/3}} \dots\dots\dots (A-5) \end{aligned}$$

• $d_i < \Delta y/2$ のとき

$$N_{i+1/2,j+1}^{n+1} = 0 \dots\dots\dots (A-6)$$

と近似的におく.

参 考 文 献

<ol style="list-style-type: none"> 1) 高橋 保: 河道における洪水流の特性に関する研究, 京都大学学位論文, 1971. 2) 是枝 忍・秋元 保・丸岡 計: 河川における洪水伝播のシミュレーション, 第13回水理講演会論文集, pp. 7~12, 1969. 3) 玉井信行・河西 基: 河道狭窄部が洪水波形に及ぼす影響について, 第22回水理講演会論文集, pp. 239~244, 1978. 4) 山田啓一・高橋 裕: 洪水波の不連続現象とその発生機構について, 第24回水理講演会論文集, pp. 375~380, 1980. 5) 須賀堯三・石川忠晴・加賀谷均: 河川における不定流計算法(Ⅲ), 建設省土木研究所資料第1939号, 1983. 6) 橋本 宏・藤田光一・加賀谷均: 河川における不定流計算法(Ⅳ), 建設省土木研究所資料第2080号, 1984. 	<ol style="list-style-type: none"> 7) 土木学会: 水理公式集, p. 575, p. 216, p. 206, 昭和60年版. 8) 岩佐義朗・井上和也・水鳥雅文: 氾濫水の水利の数値解析法, 京大防災研究所年報, 第23号 B-2, pp. 305~317, 1980. 9) 松富英夫: ダム破壊流れの二次元数値解析, 第27回水理講演会論文集, pp. 23~28, 1983. 10) 伊藤 剛編: 数値解析の応用と基礎, アテネ出版, p. 5, p. 57, 1971. 11) 岩佐義朗・井上和也・田中 靖: 河口感潮域の流れと拡散の数値シミュレーション, 京大防災研究所年報, 第25号 B-2, pp. 585~596, 1982. 12) Fischer, H.B.: Longitudinal dispersion and turbulent mixing in open-channel flow, Ann. Review of Fluid Mech., Vol. 5, pp. 59~78, 1973.
---	---

(1985.4.8・受付)