

## 平衡形状に着目した中規模河床形態の 卓越波数と形成領域区分

### DOMINANT WAVE LENGTH AND FORMATION CONDITIONS OF ALTERNATE BARS BASED ON NONLINEAR ANALYSIS

福岡捷二\*・山坂昌成\*\*・清水義彦\*\*\*

By Shoji FUKUOKA, Masashige YAMASAKA and Yoshihiko SHIMIZU

The existing instability theories can not treat evolutionary and equilibrium processes of alternate bars because of the linear theory. The purpose of this work is to clarify the stabilization mechanism of bars in equilibrium and to estimate dominant wave length and bar formation conditions based on the derived nonlinear solutions. The theoretical dominant wave length is obtained by the condition that wave steepness of equilibrium bar becomes maximum. This dominant wave length is almost identical to that by the linear theory. The formation region becomes narrower than that by the linear theory, but the former still provides a good explanation for the formation region of alternate bars.

#### 1. 序

中規模河床形態に限らず、古くより研究が行われてきた多くの安定問題においては、その卓越波数として、擾乱の初期の増幅率が最大である波数が用いられてきた<sup>1)</sup>。これらはいずれも線形解析であるため、その擾乱がどこまで発達するかの議論はできない。そこでは初期の増幅率が大きな波数のものほど、安定に至ったときの波高が大きくなるとの予測のもとに、卓越する波数を決定してきたものと考えられる。しかし、初期の増幅率が大きい波数のものが、最終的な波高（平衡波高）が大きくなるとは限らず、また実測される波数は、ほぼ平衡形状に至った後のものである。したがって、理論的に卓越する波数を求めようとするならば、発達する擾乱の平衡形状を算定し、平衡形状のうちで卓越するものの波数を求める必要があると考えられる。

中規模河床形態（交互砂州）の波高の安定化の要因は、

河床形状の変化に対する流砂量分布の非線形的応答にある。著者ら<sup>2)</sup>は、これが、河床形状の変化に対する流速あるいは河床せん断力の平面的分布の変化の非線形性と、流速あるいは河床せん断力の変化に対する流砂量変化の非線形性に分けられることに着目して、交互砂州の平衡波高を理論的に説明している。しかし、実測された波数を与えなければ平衡波高の算定が行えず、平衡形状の予測手法としては不完全なものであった。本論文では、平衡形状の卓越波数がどのようにして決定されるべきか検討し、これを理論的に求めることで先の解析を完備なものにすると同時に、平衡形状に着目した中規模河床形態の領域区分図を理論的に求めることを目的とする。

平衡形状に着目した卓越波数、形成領域区分図を理論的に得ることは、卓越平衡形状を代表する何らかの指標（たとえば波高、波形勾配）を設定し、これの極値条件の解析を必要とする。このため、この指標を記述する式はできるだけ簡潔であることが望まれる。しかし、先に述べた2つの非線形性の両者とも考慮した場合には、相当煩雑な計算を必要とし、平衡形状を記述する式も複雑な形となる。そこで、最初に、このような両者の非線形性を同時に考慮した複雑な解析を行わなければ、理論的に平衡波高が得られないのかどうかを検討する。

\* 正会員 Ph.D. 工博 建設省土木研究所河川研究室室長  
(当時・東京工業大学助教授)  
(〒305 茨城県筑波郡豊里町旭1)

\*\* 正会員 工博 埼玉大学助手 工学部建設基礎工学科  
(〒338 浦和市下大久保 255)

\*\*\* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科  
(〒606 京都市左京区吉田本町)

2. 波高の安定化に及ぼす非線形効果

著者ら<sup>2)</sup>は、交互砂州の河床形状の変動モードを2つに限定し、流れと流砂量の両非線形性を考慮することにより、理論平衡波高を得た。このとき、流れの非線形性、流砂量の非線形性が各モードの波高の安定化に果たす役割は概略以下のようなものである。河床形状を

$$\eta/h_0 = a_1 \sin lY \cos(kX - \phi) - a_2 \cos 2lY \dots\dots\dots(1)$$

で与え、図-1(a)に示すような2つの非線形性①、②を考慮したとき、各モードの発達速度を規定する主要項は、砂州が形成される条件において、おおまかに以下のように表わされる。

$$da_1/dt \doteq l_1, l_2 \text{による線形的な発達作用} (\propto a_1) \\ + l_3 \text{による線形的な抑制作用} (\propto a_1) \\ + n_1, n_2 \text{による非線形的な抑制作用} (\propto a_1^2) \\ + l_1, n_2 \text{による非線形的な発達作用} (\propto a_1 a_2) \dots\dots\dots(2)$$

$$da_2/dt \doteq n_1, l_2 \text{による非線形的な発達作用} (\propto a_1^2) \\ + l_1, n_2 \text{による非線形的な発達作用} (\propto a_1^2) \\ + l_3 \text{による線形的な抑制作用} (\propto a_2) \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 $l_1, l_2, l_3, n_1, n_2$ はそれぞれ図-1(a)における3つの関係式中の線形項( $l$ )および非線形項( $n$ )を表わす。式(2)は、 $a_1$ が発達するに従って右辺第3項の抑制作用が大きくなり、やがて $a_1$ の発達が停止することを示し、式(3)は、横断勾配による抑制作用を表わす右辺第3項が第1, 2項とつり合うほど $a_2$ が大きくなると、 $a_2$ の発達が停止することを示す。

ここで、河床形状の変動モードを2つに限定したとき、流れの非線形性と流砂量の非線形性のうちのどちらか一方を線形近似した場合には、平衡波高は得られないのかどうかを検討する。まず、図-1(b)に示すように河床形状と流れの間の関係①を線形近似した場合には、式(2), (3)において、 $n_1$ に起因する項は生じないため、

$$da_1/dt \doteq l_1, l_2 \text{による線形的な発達作用} (\propto a_1) \\ + l_3 \text{による線形的な抑制作用} (\propto a_1) \\ + l_1, n_2 \text{による非線形的な発達作用} (\propto a_1 a_2) \dots\dots\dots(4)$$

$$da_2/dt \doteq l_1, n_2 \text{による非線形的な発達作用} (\propto a_1^2) \\ + l_3 \text{による線形的な抑制作用} (\propto a_2) \dots\dots\dots(5)$$

となる。これらの式では、交互砂州河床に特徴的な流路中央部が盛り上がった蒲鉾型形状<sup>3)</sup>を示す第2モードの河床形状の発達と安定化の機構<sup>4)</sup>を説明することはできるが、式(4)に非線形的な抑制作用が現われないため、 $a_1$ の発達がやまず、結果的に $a_2$ も時間的に発散するこ

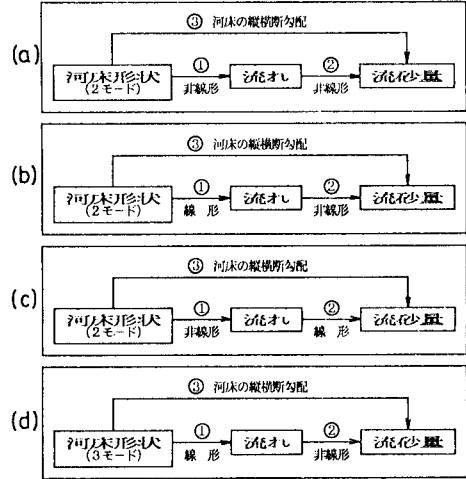


図-1 平衡波高を得るための種々の非線形解析の概要図

となる。

次に、図-1(c)に示すように、流れと流砂量の間の関係②を線形近似した場合には、式(2), (3)において、 $n_2$ に起因する項は生じないため、

$$da_1/dt \doteq l_1, l_2 \text{による線形的な発達作用} (\propto a_1) \\ + l_3 \text{による線形的な抑制作用} (\propto a_1) \dots\dots\dots(6)$$

$$da_2/dt \doteq n_1, l_2 \text{による非線形的な発達作用} (\propto a_1^2) \\ + l_3 \text{による線形的な抑制作用} (\propto a_2) \dots\dots\dots(7)$$

となり、式(6)の線形関係式では $a_1$ は発達し続けることになる。また、蒲鉾型形状 $a_2$ も $a_1$ の影響を受けて発達し続ける。①、②の関係をそれぞれ線形近似した場合には、式(7)における $a_2$ の発達作用が現われないため、 $a_1$ は時間的に発達し続けて発散し、 $a_2$ は発達できずに常にゼロとなる。

以上のように、河床形状の変動モードを2項に限定した場合には、流れおよび流砂量の非線形性の両者を考慮しなければ理論的に平衡波高を得られないことが明らかとなった。河床形状の変動モードを増せば、2つの非線形性のうちの一方を線形近似しても、式(4), (5)あるいは式(6), (7)の右辺に加えて、それぞれのモードの振幅の発達を抑制する非線形項が生じる可能性がある。しかし、3つの変動モードからなる河床形状上の非線形流速解を求めることは問題を複雑にするばかりである。そこで、次節では、図-1(d)に示すように、河床形状を3項の変動モードの和で表わし、河床形状と流れの間の関係は線形、流れと流砂量の間の関係は非線形とした解析を行い、図-1(a)の解析結果と比較検討することにより、波高の安定化に及ぼす流れまたは流砂量の非線形性の役割を明らかにする。

### 3. 流砂量の非線形性のみを考慮した平衡波高の解析

前節の考察に基づき、交互砂州の河床形状を3つの変動モードの和で表わす。長谷川ら<sup>5)</sup>は実測された交互砂州の河床形状をFourier解析し、3~4項程度の級数展開で実際形状を比較的精度よく再現し得ることを明らかにしている。このうち、種々の実験条件に対して以下の主要3項の大きさの順位はほとんど変化しないことから、本解析では次の表現式を用いることにする。

$$\frac{\eta}{h_0} = a_{11} \sin \frac{\pi y}{B} \cos \left( \frac{2\pi x}{L} - \phi_{11} \right) - a_{20} \cos \frac{2\pi y}{B} + a_{31} \sin \frac{3\pi y}{B} \cdot \cos \left( \frac{2\pi x}{L} - \phi_{31} \right) \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $\eta$ は平均河床からの洗掘深、 $h_0$ は平坦河床時の水深、 $B$ は流路幅、 $L$ は波長、 $x$ は縦断方向座標、 $y$ は流路中央からとられた横断方向座標である。記号の添え字は1番目が横断方向の変動モードを、2番目が縦断方向の変動モードを示す。式(8)の右辺第2項の符号は負となっているが、交互砂州河床では一般に、一波長平均した横断河床形状が中央部の盛り上がった蒲鉾型となるため、このとき振幅 $a_{20}$ が正となるよう、このような表現を用いている。

交互砂州を形成する流れは、流路幅に比べて水深がきわめて小さな流れであるため、流れの解析には、一般に二次元浅水流理論が適用できる。水深 $h$ 、水深方向に平均化された縦断方向流速 $u$ 、横断方向流速 $v$ を河床が平坦時のものとそれからの変動量に分割し、

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + u' \\ v &= 0 + v' \\ h &= h_0 + h' = h_0 + \xi + \eta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

と表わすと、線形化された流れの連続式、運動方程式<sup>4)</sup>を解くことにより、変動諸量が以下のように求められる。すなわち、式(8)で与えられる河床形状に対する線形流速解は

$$\begin{aligned} u'/u_0 &= a_{11} \sin lY \{ A_{11} \cos(kX - \phi_{11}) \\ &\quad + B_{11} \sin(kX - \phi_{11}) \} + a_{20} \cos 2lY \cdot u_{20} \\ &\quad + a_{31} \sin 3lY \{ A_{31} \cos(kX - \phi_{31}) \\ &\quad + B_{31} \sin(kX - \phi_{31}) \} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v'/u_0 &= a_{11} \cos lY \{ C_{11} \cos(kX - \phi_{11}) \\ &\quad + D_{11} \sin(kX - \phi_{11}) \} \\ &\quad + a_{31} \cos 3lY \{ C_{31} \cos(kX - \phi_{31}) \\ &\quad + D_{31} \sin(kX - \phi_{31}) \} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi/h_0 &= a_{11} \sin lY \{ E_{11} \cos(kX - \phi_{11}) \\ &\quad + F_{11} \sin(kX - \phi_{11}) \} \\ &\quad + a_{31} \sin 3lY \{ E_{31} \cos(kX - \phi_{31}) \\ &\quad + F_{31} \sin(kX - \phi_{31}) \} \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

となる。ここに $\xi$ は水位の変動量、 $u_0$ は平坦河床時の平均流速を表わし、 $X=x/h_0$ 、 $Y=y/h_0$ 、 $k=2\pi h_0/L$ 、 $l=\pi h_0/B$ である。 $A_{11}$ 、 $B_{11}$ 、 $\dots$ 、 $E_{11}$ 、 $F_{11}$ および $u_{20}$ の各係数は以下に示す線形代数方程式の解である。

$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 & l & k & 0 \\ 0 & k & -l & 0 & 0 & k \\ \beta k & -2C_f & 0 & 0 & k/F_f^2 & C_f \\ 2C_f & \beta k & 0 & 0 & -C_f & k/F_f^2 \\ 0 & 0 & \beta k & -C_f & 0 & -l/F_f^2 \\ 0 & 0 & C_f & \beta k & l/F_f^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} \\ B_{11} \\ C_{11} \\ D_{11} \\ E_{11} \\ F_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k \\ 0 \\ 0 \\ C_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

$$u_{20} = -1/2 \dots \dots \dots (14)$$

$A_{31}$ 、 $B_{31}$ 、 $\dots$ 、 $E_{31}$ 、 $F_{31}$ を記述する方程式は式(13)において $A_{11}$ 、 $B_{11}$ 、 $\dots$ 、 $E_{11}$ 、 $F_{11}$ をこれらの変数に、 $l$ を $3l$ に置き換えたものに等しい。ここで、河床と流体間の摩擦係数 $C_f$ は、粗面の対数則を用いて、

$$C_f = 1/2.5 \ln(11 h_0/k_s) \dots \dots \dots (15)$$

で表わすことにする。ただし、 $k_s$ は実験値を参照に $k_s = 3d$  ( $d$ :河床砂の粒径)で与える。

流砂量は、流れと流砂量間の非線形性を考慮して、変動諸量の二次のオーダーの項まで展開して求める。すなわち、流れを解く際に線形化された、河床せん断力と流速との関係式

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= \rho C_f u_0^2 \{ 1 + 2(u'/u_0) \} \\ \tau_y &= \rho C_f u_0^2 (v'/u_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

を用いて、河床の縦横断勾配を考慮した流砂量式<sup>2)</sup>を変動諸量の二次のオーダーまで展開すると、

$$\begin{aligned} \frac{q_{Bx}}{q_{Br}} &= (1-P) + (2-P) \left\{ 2 \frac{u'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} + i_0 \right) \right\} \\ &\quad + \left\{ 2 \frac{u'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} + i_0 \right) \right\}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{v'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \\ &\quad + \frac{P}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} + i_0 \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{q_{By}}{q_{Br}} &= (1-P) \left( \frac{v'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \\ &\quad + \left\{ 2 \frac{u'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} + i_0 \right) \right\} \left( \frac{v'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \dots \dots (18) \end{aligned}$$

が得られる。ここに $q_{Br} = K \tau_{*r}^2 \sqrt{(\rho_s/\rho - 1) g d^3}$ 、 $P = \tau_{*co}/\tau_{*r}$  ( $\tau_{*r}$ :平坦河床時の無次元掃流力、 $\tau_{*co}$ :水平床上の無次元限界掃流力)である。

流砂量の場所的な変化と河床高の時間的な変化は、以下の流砂の連続式によって関連づけられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (19)$$

ここに、λは堆積砂の空隙率である。式(8)で与えられる河床形状と式(10)、(11)の線形流速解を式(17)、(18)に代入して得られる流砂量の分布(ただし、初期に与えたモード以外の河床変動を生じるモードの流砂量分布は無視する)と式(8)の河床形状が流砂の連続式(19)を満足する条件より、各モードの河床形状の発達速度と移動速度が以下のように求まる。

$$da_{11}/dT = Q_{10}a_{11} + Q_{12}a_{11}a_{20} + |Q_{23s} \sin(\phi_{11} - \phi_{31}) + Q_{23c} \cos(\phi_{11} - \phi_{31})| a_{20}a_{31} \dots\dots\dots (20)$$

$$da_{20}/dT = R_{20}a_{20} + R_{11}a_{11}^2 + |R_{13s} \sin(\phi_{11} - \phi_{31}) + R_{13c} \cos(\phi_{11} - \phi_{31})| a_{11}a_{31} \dots\dots\dots (21)$$

$$da_{31}/dT = S_{30}a_{31} + |S_{12s} \sin(\phi_{11} - \phi_{31}) + S_{12c} \cos(\phi_{11} - \phi_{31})| a_{11}a_{20} \dots\dots\dots (22)$$

$$d(\phi_{11} - \phi_{31})/dT = W_0 + W_2a_{20} + |W_{3s} \sin(\phi_{11} - \phi_{31}) + W_{3c} \cos(\phi_{11} - \phi_{31})| a_{11}a_{20}/a_{31} + |W_{4s} \sin(\phi_{11} - \phi_{31}) + W_{4c} \cos(\phi_{11} - \phi_{31})| a_{20}a_{31}/a_{11} \dots\dots\dots (23)$$

ここで、時間は  $T = q_{br}t / (1-\lambda)h$  にて無次元化され、平衡波高に直接的な影響を及ぼさない  $d\phi_{11}/dT$  についての記述は省略した。  $Q_{10}$ 、 $Q_{12}$ 、 $\dots$ 、 $W_{4s}$ 、 $W_{4c}$  の各係数は、以下に示されるとおり水理条件と波数のみにより決定される量である。

$$Q_{10} = (2-P)|2B_{11} - (P/\mu_s)k|k - (1-P)|C_{11} + (P/\mu_s)l| \dots\dots\dots (24)$$

$$Q_{12} = [-2u_{20}|2B_{11} - (P/\mu_s)k| + D_{11}(P/\mu_s)l]k - u_{20}|C_{11} + (P/\mu_s)l| - 2A_{11}(P/\mu_s)l^2 \dots\dots\dots (25)$$

$$Q_{23s} = -4u_{20}A_{31}k + (P/\mu_s)k|C_{31} + 3(P/\mu_s)l| + 3Pk^2 - u_{20}D_{31}l - (P/\mu_s)l^2|2B_{31} - (P/\mu_s)k| \dots\dots\dots (26)$$

$$Q_{23c} = 2u_{20}|2B_{31} - (P/\mu_s)k|k - D_{31}(P/\mu_s)k - u_{20}|C_{31} + 3(P/\mu_s)l| - 2A_{31}(P/\mu_s)l^2 \dots\dots\dots (27)$$

$$R_{20} = -4(1-P)(P/\mu_s)l^2 \dots\dots\dots (28)$$

$$R_{11} = -[2A_{11}|C_{11} + (P/\mu_s)l| + |2B_{11} - (P/\mu_s)k|D_{11}] / 2 \dots\dots\dots (29)$$

$$R_{13s} = -[|2B_{31} - (P/\mu_s)k| |C_{11} + (P/\mu_s)l| - 2D_{11}A_{31} - 2A_{11}D_{31} + |2B_{11} - (P/\mu_s)k| |C_{31} + 3(P/\mu_s)l|] / 2 \dots\dots\dots (30)$$

$$R_{13c} = [2A_{11}|C_{31} + 3(P/\mu_s)l| + |2B_{11} - (P/\mu_s)k|D_{31} - 2A_{31}|C_{11} + (P/\mu_s)l| - |2B_{31} - (P/\mu_s)k|D_{11}] / 2 \dots\dots\dots (31)$$

$$S_{30} = (2-P)|2B_{31} - (P/\mu_s)k|k - 3(1-P)|C_{31} + 3(P/\mu_s)l| \dots\dots\dots (32)$$

$$S_{12s} = 4u_{20}A_{11}k + |C_{11} + (P/\mu_s)l|(P/\mu_s)kl + Pkl^2 + 3u_{20}D_{11}l + |2B_{11} - (P/\mu_s)k|(P/\mu_s)l \dots\dots\dots (33)$$

$$S_{12c} = 2u_{20}|2B_{31} - (P/\mu_s)k|k + D_{11}(P/\mu_s)kl$$

$$-3u_{20}|C_{11} + (P/\mu_s)l|l - 2A_{31}(P/\mu_s)l \dots\dots\dots (34)$$

$$W_0 = 2(2-P)(A_{31} - A_{11})k + (1-P)(3D_{31} - D_{11})l \dots\dots\dots (35)$$

$$W_2 = 4u_{20}A_{11}k - |C_{11} + (P/\mu_s)l|(P/\mu_s)kl - Pkl^2 - |2B_{11} - (P/\mu_s)k|(P/\mu_s)l^2 - u_{20}D_{11}l \dots\dots\dots (36)$$

$$W_{3s} = -2u_{20}|2B_{11} - (P/\mu_s)k|k - D_{11}(P/\mu_s)kl + 3u_{20}|C_{11} + (P/\mu_s)l|l - 6A_{11}(P/\mu_s)l^2 \dots\dots\dots (37)$$

$$W_{3c} = 4u_{20}A_{11}k + |C_{11} + (P/\mu_s)l|(P/\mu_s)kl + Pkl^2 + 3u_{20}D_{11}l - 3|2B_{11} - (P/\mu_s)k|(P/\mu_s)l^2 \dots\dots\dots (38)$$

$$W_{4s} = -2u_{20}|2B_{31} - (P/\mu_s)k|k + D_{31}(P/\mu_s)kl + u_{20}|C_{31} + 3(P/\mu_s)l|l + 2A_{31}(P/\mu_s)l^2 \dots\dots\dots (39)$$

$$W_{4c} = -4u_{20}A_{31}k + |C_{31} + 3(P/\mu_s)l|(P/\mu_s)kl + 3Pk^2 - u_{20}D_{31}l - |2B_{31} - (P/\mu_s)k|(P/\mu_s)l^2 \dots\dots\dots (40)$$

交互砂州の河床形状の安定化は、砂州が形状を変化させずに、一定速度で移動することを意味する。この条件は

$$\left. \begin{aligned} da_{11}/dT &= 0 \\ da_{20}/dT &= 0 \\ da_{31}/dT &= 0 \\ d(\phi_{11} - \phi_{31})/dT &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

を同時に満足する条件で与えられる。

本節の解析では、流速と流砂量の間非線形性により、交互砂州の河床形状の各モードの振幅の発達速度は、式(20)~(23)に示すように他のモードの振幅の影響を受ける。したがって、各係数  $Q_{10}$ 、 $Q_{12}$ 、 $\dots$ 、 $W_{4s}$ 、 $W_{4c}$  の値のいかんによっては、式(41)を同時に満足することができ、平衡形状が存在し得ることを意味する。そこで、実際に交互砂州が形成される水理条件と実測される波数を与えて、式(41)を満足する解  $a_{11}$ 、 $a_{20}$ 、 $a_{31}$ 、 $\phi_{11} - \phi_{31}$  が存在するかどうかを検討する。式(41)を満足する式(20)~(23)は非線形の代数方程式となるため、実数解が存在するか否かの判定条件は容易には得られない。このため、数値計算により解を直接求めることとし、表-1に示すデータに対して検討したが、解は得られなかつ

表-1 検討したデータに対する解析結果

実験番号	Fr	Cr	io	h <sub>0</sub> /d	l	k	Q <sub>10</sub>	Q <sub>12</sub>	Q <sub>23s</sub>	Q <sub>23c</sub>
著者ら		( $\times 10^{-2}$ )				( $\times 10^{-2}$ )				
Bun 31	1.03	1.18	1/80	15.0	0.21	7.10	0.0127	0.038	-0.0078	0.0096
32	0.94	1.13	1/100	14.9	0.21	5.66	0.0082	0.035	-0.0056	0.016
33	0.96	1.09	1/100	15.7	0.22	6.22	0.0073	0.036	-0.0066	0.019
34	0.97	1.06	1/100	16.6	0.23	5.91	0.0058	0.036	-0.0066	0.021
35	1.01	0.98	1/100	16.9	0.24	8.01	0.0024	0.038	-0.0089	0.026
木下										
523	1.09	1.40	1/60	6.3	0.26	5.90	0.0051	0.043	-0.0054	0.032
527	1.29	1.51	1/40	9.7	0.29	7.25	0.012	0.046	-0.0063	0.037
鮎川										
21	1.19	1.41	1/50	8.7	0.20	4.96	0.012	0.036	-0.0032	0.016
22	1.03	1.68	1/50	10.0	0.23	6.05	0.014	0.045	-0.0028	0.016
23	1.25	1.27	1/50	10.5	0.25	6.44	0.0073	0.044	-0.0052	-0.025
24	1.24	1.30	1/50	11.3	0.26	8.0	0.0054	0.049	-0.0072	0.029
25	1.29	1.21	1/50	12.0	0.28	7.45	0.0025	0.047	-0.0073	0.039
福岡										
112	0.94	1.12	1/100	10.7	0.19	4.18	0.0069	0.033	-0.0048	0.030
114	0.97	1.07	1/100	9.8	0.18	4.29	0.0084	0.033	-0.0044	0.028
井口										
	1.19	1.31	1/54	6.6	0.10	2.40	0.0125	0.019	0.0045	-0.0024

た。すなわち、平衡波高は存在しないことを意味する。この原因について、最も基本的な第1モードの河床形状の発達速度を例にとり、検討を加える。

第1モードの河床形状の発達速度は、式(20)で表わされる。ここで、 $a_{11}$ 、 $a_{31}$ は正の値をとると定義する。 $a_{20}$ は、交互砂州の河床形状が平均的に流路中央部が盛り上がった蒲鉾型になることから、一般に正の値をとると考えてよい。表-1に、計算された $Q_{10}$ 、 $Q_{12}$ 、 $Q_{23s}$ 、 $Q_{23c}$ の値を示す。これらの値は実験条件によってあまり変化しないようである。式(20)の右辺第3、第4項はまとめて $\sqrt{Q_{23s}^2 + Q_{23c}^2} a_{20} a_{31} \cos(\phi_{11} - \phi_{31} - \alpha)$ で表わされる。式(20)の右辺第1項、第2項はともに正の値をとり、 $a_{11}$ を発達させる作用をもつ。第3項、第4項は上式が示すように、第1モードの河床形状と第3モードの河床形状の位相差 $\phi_{11} - \phi_{31}$ の値によって正、負のどちらもとり得るので、 $a_{11}$ の発達を抑制する作用をもつ場合もある。ここで、 $a_{11}$ の平衡形状を得るために $\cos(\phi_{11} - \phi_{31} - \alpha) = -1$ と仮定しても、第1項と第2項の係数に比べ、第3、第4項の係数が小さいため、実現象とかけはなれて大きな $a_{31}$ をとらなければ、 $a_{11}$ は安定できない。また、表-1には示されていないが、式(22)中の $S_{30}$ は交互砂州が形成されるような一般的な水理条件に対して正の値をとるため、このような大きな $a_{31}$ では、今度は $a_{31}$ が安定しなくなり、全体として波高は発散することになる。

以上のように、河床形状の変動モードを3項で与え、線形の流速解を用いた解析では、検討したすべてのデータに対して平衡波高は得られない。河床形状の変動モード数を増せば、当然 $a_{11}$ の発達を抑制する項が新たに生じる可能性があるが、実測の河床形状がほぼ式(8)で表現できることから、新たに生じる項の抑制効果は小さく、仮に理論平衡波高が存在しても、現実のものとはかなりかけ離れたものになると考えられる。逆にいえば、流れの線形解を用いる限り、実測されるような各モードの振幅の大きさでは、理論的に河床形状が安定できないと結論づけられる。したがって、理論的に有意な平衡波高を得るためには、河床形状に対する流れの非線形性の考慮が不可欠となる。

#### 4. 平衡形状に着目した卓越波数と形成領域区分

##### (1) 波高の発達速度と平衡波高

前節で明らかとなったように、2.に示した種々の非線形解析のうち、平衡波高が得られるものは、著者らが先に行った解析<sup>2)</sup>のみである。そこで、本節で展開される平衡形状に着目した卓越波数と形成領域区分の解析にはこの結果を用いることとし、以下に、先の解析結果の

概要を示す。

式(1)で与えられる河床形状上の流れの非線形解は、摂動法を適用して、次のように求められる。

$$u'/u_0 = a_1 \sin lY \{ A_{111} \cos(kX - \phi) + B_{111} \sin(kX - \phi) \} + a_2 \cos 2lY \cdot u_{2202} + a_1^2 [ u_{200} + A_{202} \cos 2(kX - \phi) + B_{202} \sin 2(kX - \phi) ] + \cos 2lY \{ u_{2201} + A_{222} \cos 2(kX - \phi) + B_{222} \sin 2(kX - \phi) \} \dots \dots \dots (42)$$

$$v'/u_0 = a_1 \cos lY \{ C_{111} \cos(kX - \phi) + D_{111} \sin(kX - \phi) \} + a_1^2 \sin 2lY \{ v_{220} + C_{222} \cos 2(kX - \phi) + D_{222} \sin 2(kX - \phi) \} \dots \dots \dots (43)$$

$$\xi/h_0 = a_1 \sin lY \{ E_{111} \cos(kX - \phi) + F_{111} \sin(kX - \phi) \} + a_1^2 [ \xi_{200} + E_{202} \cos 2(kX - \phi) + F_{202} \sin 2(kX - \phi) + \cos 2lY \{ \xi_{220} + E_{222} \cos 2(kX - \phi) + F_{222} \sin 2(kX - \phi) \} ] \dots \dots \dots (44)$$

流れの非線形性から生じる項のうち、砂州波高の安定化に特に重要な影響を及ぼすものは、式(42)中の $a_1^2 \cdot \cos 2lY \cdot u_{2201}$ である。交互砂州が形成される一般的な水理条件に対して、 $u_{2201}$ は正となる。このことは、第1モードの河床形状の振幅 $a_1$ (=半波高)が増大するにつれて流路中央部の流速が平均的に大きくなり、逆に交互砂州が発達、移動するために大量の洗掘、堆積を必要とする側岸域ほど平均的に掃流力が低下することを意味する。これは主として、大きな運動量をもつ流体が流路中央部へ輸送される効果によって生じる項であるが、線形解析では横断方向への運動量輸送(移流慣性項で示すと $v' \cdot \partial u' / \partial y$ )を無視しているため、波高の発達を抑制するこの重要な項が生じない。

各モードの発達速度と移動速度は、流れと流砂量間の非線形性を考慮して、流砂の連続式より次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} da_1/dT &= Q_1 a_1 + Q_2 a_1^2 + Q_3 a_1 a_2 \\ da_2/dT &= R_1 a_1^2 + R_2 a_2 + R_3 a_1^2 + R_4 a_1^2 a_2 \\ d\phi/dT &= S_1 + S_2 a_1^2 + S_3 a_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45)$$

式(1)で与えられる河床形状に対しては、波高が安定化する条件は

$$\left. \begin{aligned} da_1/dT &= 0 \\ da_2/dT &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

である。これらを満足する $a_1$ 、 $a_2$ は

$$\left. \begin{aligned} a_1^2 &= (-N_2 \pm \sqrt{N_2^2 - 4N_1 N_3}) / (2N_1) \\ a_2 &= -(Q_1 + Q_2 a_1^2) / Q_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (47)$$

で与えられる。ここに、 $N_1 = Q_2 R_4 - Q_3 R_3$ 、 $N_2 = Q_1 R_4 + Q_2 R_2 - Q_3 R_1$ 、 $N_3 = Q_1 R_2$ である。式(45)中の各係数の詳細については、ここでは省略するが、前節の解析と

同様に、これらは河床が平坦時の水理量と波数のみによって決定される。

(2) 波形勾配に着目した卓越波数と形成領域区分

線形解析においては、平衡形状についての情報が得られないため、微小擾乱の初期発達速度の極大条件から卓越波数を算定してきた。これは、無数の波数をもつ微小擾乱を与えたとき、初期発達速度が大きな波数の擾乱ほど早く成長し、他の波数の擾乱はほとんど成長しないため、平衡形状に至ったときには、前者の波数が卓越して観測されるはずであるとの考えに基づいている。しかし、線形解析から得られる初期発達速度は、あくまでも微小波高時にのみ適用されるのであって、平衡に至る過程において、流れおよび流砂量の変形性により、擾乱の発達速度の大きさが波数間で逆転する可能性がある。したがって、理論卓越波数を実測される波数のように平衡時の河床形状から決定するためには、無数の波数をもつ微小波高の河床形状の発達過程を解析し、いかなる平衡形状に至るか（平衡時の各波数成分の振幅と位相差）を求めなければならない。しかし、平衡形状を算定するためには、非線形解析を必要とするため、これは不可能に近い。このため、本研究では、線形解析におけると同様に、流れ方向の波形を与える波数間（特に近接する波数間）の相互干渉はきわめて弱く、初期に与えた河床擾乱の各波数成分は、他の波数成分の影響を受けずに発達するも

のと仮定し、近似的に、平衡形状を構成する無数の波数成分の平衡振幅を、それぞれの波数を用いて式(47)から推定することにする。これにより、式(47)の $a_1$ がある波数においてsharpな極大値をとるならば、その波数を理論卓越波数として定義することができる。しかし、式(47)の $a_1$ は波数 $k$ に対してなだらかな極大値しかとらないため、理論上、平衡形状はほぼ同一の振幅をもついくつかの波数成分から構成されることになる。実際にはこのような状態は観測されないが、このような場合には、波形勾配が大きな波ほど際立つと考えられるため、便宜的に、式(47)から求める平衡波形勾配が最大となる波数を本解析における平衡形状に着目した理論卓越波数と定義する。

図-2の一点鎖線は、このような考察のもとに、前項に示した平衡波高の非線形解析の結果から得られる平衡波形勾配 $a_1 k$ が波数 $k$ によってどのように変化するかを示す。発生波数の上限側では、初期擾乱の発達率がゼロとなる $k_{max}$ において平衡波形勾配もゼロとなるが、発生波数の下限域においては式(47)は解をもたなくなり（線形解析と同様に波高が時間的に発散する）、非線形解析の精度にやや問題点が残されていることがうかがえる。しかし、この領域を除けば、平衡波形勾配は波数 $k$ に対して明瞭な極大値をもつため、この極値をとる波数を非線形解析から得られる卓越波数とする。

本研究では、平衡形状に着目した卓越波数の判定規準を平衡波形勾配にとることとした。線形解析においては平衡の概念は存在しないが、卓越波数の判定規準となる平衡波形勾配に相当するものを考え、この判定規準による卓越波数が非線形解析から得られる卓越波数とどのように異なるか検討してみる。従来の線形解析においては、“微小擾乱の初期の波高発達率が大きいものほど平衡波高が大きくなる”と考えてきた。ここでは、“微小擾乱の波形勾配の初期発達率が大きいものほど平衡波形勾配が大きくなる”との予測のもとに、新しい規準として初

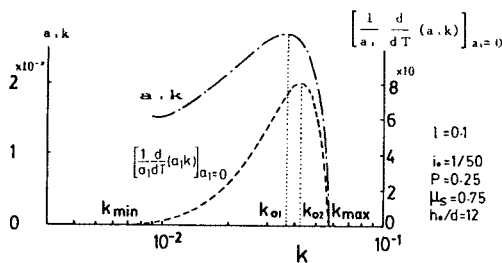


図-2 平衡波形勾配および初期擾乱の波形勾配の発達速度の波数による変化

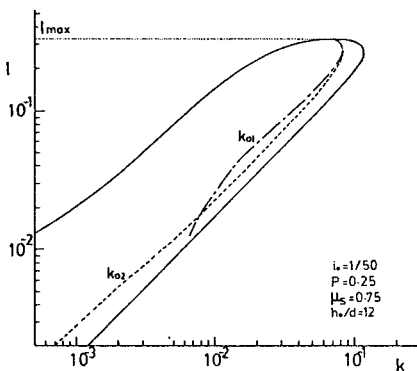


図-3 交互砂州の発生領域と波形勾配に着目した卓越波数

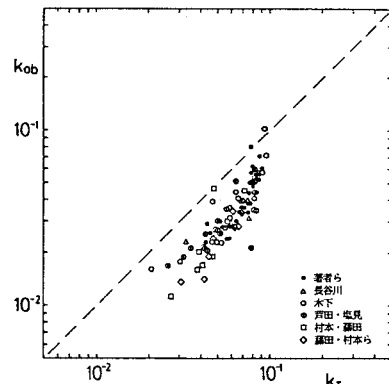


図-4 理論卓越波数と実測値の比較

期擾乱の波形勾配の発達率を用いて卓越波数を求め、非線形解析によるものと比較する。図—2の破線は、初期擾乱の波形勾配の発達速度  $[(1/a_1)\{d(a_1k)/dT\}]_{a_1=0}$  を波数  $k$  の関数として示す。平衡波形勾配を最大とする波数  $k_{01}$  (非線形解析による卓越波数) と初期擾乱の波形勾配の発達速度を最大とする波数  $k_{02}$  はほぼ一致し、 $a_1k \sim k$ ,  $[(1/a_1)\{d(a_1k)/dT\}]_{a_1=0} \sim k$  の間の分布形もほぼ一致する。同図中の  $k_{min}$ ,  $k_{max}$  は、初期擾乱の発達率がゼロとなる波数を示し、 $k < k_{min}$  および、 $k > k_{max}$  では、初期擾乱の発達率が負となるため、この波数をもつ交互砂州は発生しない。すなわち、発生し得る交互砂州の波数は  $k_{min} < k < k_{max}$  の範囲である。

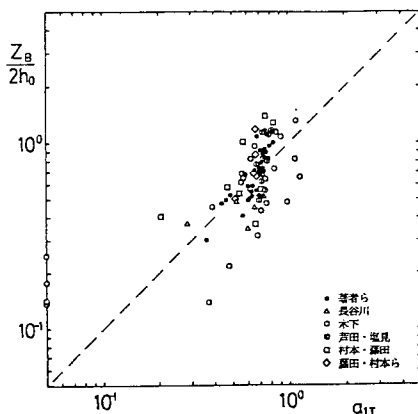
発生し得る波数の範囲と2つの規準により算定された卓越波数が、 $l$  (水深—川幅比に相当する  $\pi h_0/B$ ) によりどのように変化するかを図—3に示す。左側の実線が発生最小波数  $k_{min}$  を、右側の実線が発生最大波数  $k_{max}$  を示し、両者に囲まれた領域内で交互砂州が発生することを意味する。ここで注目すべき点は、 $l > l_{max}$  では、流れが波高を発達させる作用に比し、河床の横断勾配による抑制作用が卓越するため、いかなる波数の交互砂州も形成されないことである。この  $l_{max}$  は、後に述べる交互砂州の領域区分図の形成限界線を与える。発生領域内に示される卓越波数は、一点鎖線が非線形解析によるもの、破線が初期擾乱の波形勾配の発達率を最大とする波数で定義された卓越波数である。 $l$  が小さな領域で非線形解析による卓越波数(一点鎖線)が存在しないのは、図—2に示したと同様に、 $k$  の小さな領域で式(47)の解が得られないことによる。解が得られている範囲内においては、両者に大きな差はなく、両者とも概して  $l$  に比例して増大する(波長が流路幅に比例)。

図—4は、このようにして得られた非線形解析による単列砂州の理論卓越波数  $k_r$  と実測波数  $k_{ob}$  の比較を示す。理論波数が実測波数に比してやや大きいものの、両

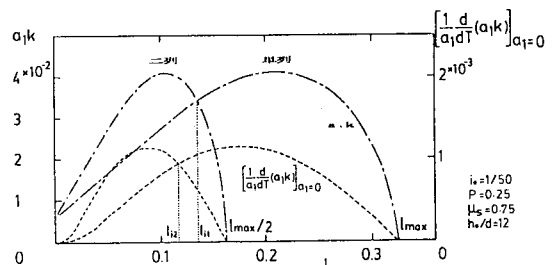
者の一致の程度は高い。理論値が大きめに見積もられる原因は、波数の小さい領域で式(47)が解をもたないという非線形解析の精度に若干の問題が残されていることに加え、実験は有限な長さの水路で行われるのに対して理論解析は無限の長さをもつ水路に形成される交互砂州を対象としている点にあると考えられる。有限長の水路では、上流域の河床低下<sup>6)</sup>や砂州波高の発達が上流域ほど早いこと<sup>7)</sup>に原因して、波高が比較的大きくなった後も波長が時間的に増大(波数は減少)することが知られている。本解析では、この効果まで考慮していないため、これも、実験値を高い精度で説明できない原因の1つになっているものと考えられる。

先の研究<sup>2)</sup>では、実測された波数を与えて平衡波高の算定を行った。すなわち、そこでは波数は既知である必要があった。しかし、ここで述べた方法で卓越波数を求めることにより、平坦河床時の水理量のみを与えて交互砂州の平衡波高を算定できる。図—5は、平衡波形勾配を最大とする波数を卓越波数と定義し、実測の水理条件 ( $F_r$ ,  $C_r$ ,  $l$ ,  $P$ ) を与えて計算された理論平衡半波高  $a_{1r}$  と実測された単列砂州の波高  $Z_B$  の関係を示す。縦軸上にプロットされた点は、理論的には交互砂州が形成されない ( $a_{1r}=0$ ) ことを示す。点のばらつきはやや大きいものの、理論平衡波高は実測される波高をほぼ満足に説明できる。

ここまでは、単列砂州に限って議論を進めてきたが、次のようにしてこれらを複列砂州にも適用することができる。流路中央に対して対称な形状を有する二列砂州の片列上の流れは、側壁の摩擦を考慮しない浅水流解析においては、流路幅を半分にして形成される同じ波長、波高をもつ単列砂州上の流れと等価になる。したがって、これまでに行ってきた解析において、 $l$  を  $2l$  で置き換えることにより、これらを二列砂州に適用することが可能となる。これにより、二列砂州の発生領域図は、単列砂州の発生領域図を  $l$  方向にのみ  $1/2$  に縮尺して得られる。これらの発生領域図は、 $l_{max}/2 < l < l_{max}$  においては、単列砂州しか存在し得ないが、 $l < l_{max}/2$  においては単列と二列の両者が存在し得ることを意味する。 $l$



図—5 理論平衡波高と実測値の比較



図—6 波形勾配に着目した卓越砂州形態の判定曲線

$< l_{max}/2$ においてどちらの砂州が卓越するかは、Fred-sph<sup>8)</sup>、黒木ら<sup>9)</sup>の手法を応用して、以下により判定する。

図-6の一点鎖線は単列砂州の最大波形勾配(このとき波数は卓越波数)と二列砂州の最大波形勾配の  $l$  による変化図(卓越形態判定曲線)を示す。先に述べた理由により、二列砂州の最大波形勾配は単列砂州のそれを  $l$  方向に  $1/2$  縮尺した分布となる。 $l < l_{max}/2$  においては、単列砂州の卓越波数に対応する単列砂州の最大波形勾配、および二列砂州の卓越波数に対応する二列砂州の最大波形勾配の両者が存在する。平衡形状に着目した本研究では、卓越の判定規準を平衡波形勾配にとっているため、2つの形態のうち、最大平衡波形勾配が大きな形態の砂州が卓越して現われると考える。すなわち、図-6の両曲線の交点  $l_{11}$  を境に、 $l < l_{11}$  では複列が卓越し  $l > l_{11}$  では単列が卓越して現われることになる。同図中の破線は、初期擾乱の波形勾配の発達率を卓越の判定規準として準用した場合の卓越形態判定曲線を示す。上記と同様にして、この場合の単列・複列の区分点は  $l_{12}$  となる。2つの区分点  $l_{11}$ 、 $l_{12}$  はほぼ一致する。

以上により、単列砂州の形成限界  $l_{max}$  すなわち  $(\pi h_0/B)_{max}$  と、単列砂州、複列砂州の領域区分  $l_i$  すなわち  $(\pi h_0/B)_i$  が得られた。これらは、独立水量  $i_0$ 、 $h_0/d$ 、 $\mu_s$ 、 $\tau_{*co}/\tau_{*r}$  により変化する。ここで砂の静止摩擦係数を平均的に  $\mu_s=0.75$  とし、水平床上の無次元限界掃流力として著者ら<sup>10)</sup>が行った実験条件に対する平均値  $\tau_{*co}=0.035$  を与えると、 $h_0/d$  は  $\tau_{*co}/\tau_{*r}$  と  $i_0$  に対する従属水量となる。これにより、交互砂州の形成領域区分図は、縦軸に  $\tau_{*r}/\tau_{*co}$ 、横軸に  $B/h_0$  をとった平面上に、河床勾配  $i_0$  をパラメーターとして描くことが可能である。このようにして描かれた単列砂州の形成限界線、単列・複列の区分線は、パラメーター  $i_0$  の値により左右に大きくシフトする。これを取り除くために、黒木らと同様に横軸に勾配のベキ乗を乗じて整理すると図-7に示すように、勾配の影響はほとんど取り除かれて、区分線はほぼ1本にまとまる。また、最もまとまりがよいベ

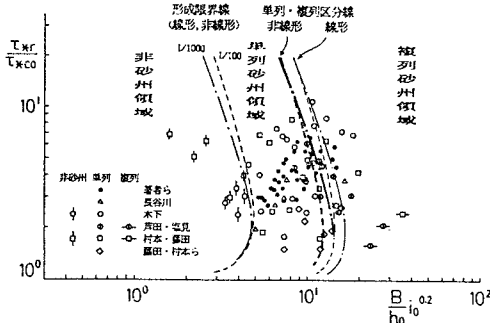


図-7 交互砂州の形成領域区分図

キ数は約 0.2 であり、これは黒木らの解析結果とも一致する。太線が非線形解析から得られる区分線を細線が初期擾乱の波形勾配の発達率を判定規準とした区分線(線形解析)を示す。 $l_{max}$ に対応する砂州の形成限界線は両者に共通である。これらの曲線は、破線が  $i_0=1/100$ 、一点鎖線が  $i_0=1/1000$  に対応する。図-6にも示したように、2つの方法で得られた区分線には大きな差は認められない。したがって、本研究で行ったように波形勾配を卓越の判定規準とする場合には、非線形解析の精度の問題点と計算の煩雑さから、現段階では、初期擾乱の波形勾配の発達率を判定規準にとった線形解析が有効であると思われる。しかし、理論的に得られる形成限界線は実測砂州の形成限界を精度よく説明でき、非線形解析による単列・複列の区分線は単列砂州領域をやや狭めに予測するのみであるので、平衡波高を算定する非線形解析の精度が向上すれば、ここで述べた同様の方法によりさらに精度のよい区分図を理論的に作成することができる可能性がある。

(3) 従来の方法による卓越波数と形成領域区分

本研究で用いた、非線形解析から得られる交互砂州の発達速度の式の極限は、従来より行われてきた安定解析で用いられる線形解となる。そこで、従来の方法と同様にして得られる交互砂州の形成領域区分図が、従来の解析結果、および先の解析結果とどのように異なるかを比較し、これらの差について考察する。先にも述べたよう

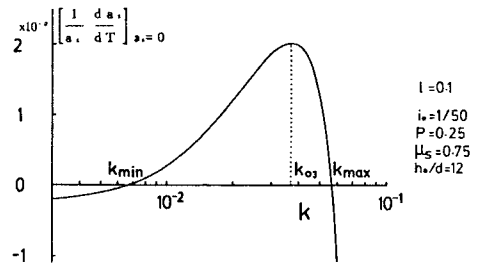


図-8 微小擾乱の初期発達率の波数による変化

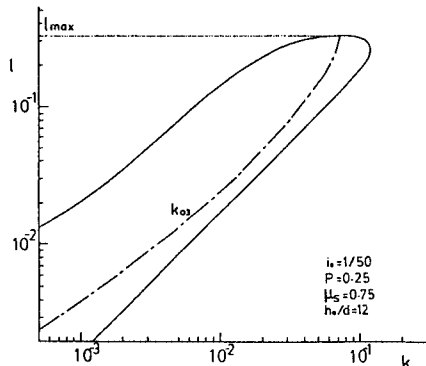


図-9 交互砂州の発生領域と卓越波数



に、線形安定解析では、平衡波高についての議論ができないため、初期の微小擾乱の発達速度、すなわち  $[(1/a_1) \cdot (da_1/dt)]_{a_1=0}$  が最大となる波数を卓越波数と定義してきた。この発達速度は、本解析においては、式(20)中の  $Q_{10}$  または式(45)中の  $Q_1$  (両者は同一) にて与えられる。今後述べられる線形解析の解は、式(45)において振幅  $a_1, a_2$  を限りなくゼロに近づけた、

$$\left. \begin{aligned} da_1/dT &= Q_1 a_1 \\ d\phi/dT &= S_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

で表わされる。式(49)の  $Q_1$  は、河床が平坦時の水理量と波数  $k$  から決定される。 $Q_1$ 、すなわち  $[(1/a_1) \cdot (da_1/dt)]_{a_1=0}$  が  $k$  によってどのように変化するかを図-8に示す。初期擾乱の発達率を最大とする波数  $k_{03}$  が従来より用いられてきた卓越波数であり、これが  $l$  によってどのように変化するかを図-9の発生領域内に破線で示す。先の解析から得られた図-3と比較すると、3つの方法による卓越波数に大きな差はみられないため、波数の予測には解析が容易な線形解析を適用できると考えられる。

図-10は卓越形態の判定に用いる、初期擾乱の最大発達率と  $l$  の関係図を示す。図-6と同様に右側に位置する曲線が単列砂州に対応し、これを横方向に1/2縮小した左側に位置する曲線が複列砂州に対応する。先に述べた解析と同様に、両者の交点  $l_{03}$  が単列砂州、複列砂州の形成領域区分点となる。この区分点は平衡波形勾配、および初期擾乱の波形勾配の発達率を卓越の判定規準とした図-6に示した区分点  $l_{01}, l_{02}$  に比べ、 $l$  が小さな側に位置する。すなわち、従来の方法に従った線形解析による単列砂州の形成領域は、平衡波形勾配、および初期擾乱の波形勾配の発達率を卓越の判定規準とした先のものより広がる。この理由は以下のように考えられる。2つの形態の波形勾配が一致する  $l_{01}$  においては、波長は単列砂州のものが大きくなる。したがって、波高も単列砂州のものが、複列砂州のものより大きくなり、波高の大ききで卓越列数を判定すれば、ここでは単列が卓越することになる。このため、微小擾乱の初期発達率(波高に準じたもの)を判定規準とした従来の方法による区分の方が、単列砂州が卓越して形成される領域が広がっているものと考えられる。

図-11は、従来と同様に、微小擾乱の初期発達率を卓越判定規準として作成された交互砂州の形成領域区分図を、同一の判定規準による黒木らの結果と比較して示す。太線が本解析によるもの、細線が黒木らによるものである。本解析の線形解から得られる交互砂州の形成領域区分図と黒木らの区分図は、掃流力比  $\tau_{*r}/\tau_{*co}$  の大きな領域で異なるものの、両者に本質的な差はみられない。掃流力比の大きな領域において、本解析から得られ

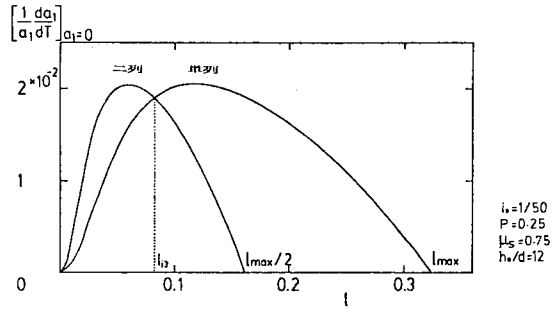


図-10 従来の線形解析と同様にして得られる卓越砂州形態の判定曲線

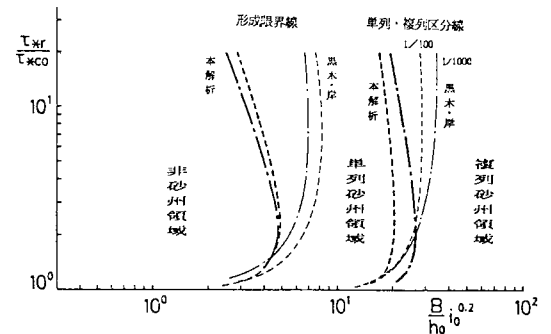


図-11 線形解析から得られた形成領域区分図と黒木ら<sup>9)</sup>の結果の比較

る砂州の形成領域の方が広がる(形成限界線が左側に位置する)原因は、主に横断方向流砂量に及ぼす河床の横断勾配の影響の差から生じていると考えられる。河床勾配に起因して重力が砂を横断方向へ輸送する作用は、本解析においては  $(1/\mu_s)(\tau_{*co}/\tau_{*r}) \sin \theta_y$  で表わされ、黒木らの解析においては  $\sqrt{(\tau_{*co}/\tau_{*r})(\mu/\mu_s)}/\mu \sin \theta_y$  で表わされる。両者の差は  $\tau_{*co}/\tau_{*r}$  が大きくなるほど顕著となり、後者が前者を上回るようになる。すなわち、 $\tau_{*co}/\tau_{*r}$  が大きな領域においては前者の表現を用いた波高の発達を抑制する効果が後者のものに比べて小さくなり、これに起因して、本解析による砂州の形成領域がやや広がっている。両横断方向流砂量式の差は、本解析では流砂に作用する流体力を砂が静止している状態で算定しているのに対して、黒木らの解析では流体と流砂の相対速度差から流体力を算定していることから生じているが、掃流力の大きな領域では、流砂の移動速度が比較的大きくなるため、後者による算定式の方がより現象に即したものと考えられる。また、後者の流砂量式を用いた場合には、交互砂州の発達を抑制する重力効果が大きくなるため、本解析と同様の解析による理論平衡波高がより容易に得られる可能性がある。

### 5. 結 論

本研究では、交互砂州の卓越波数、形成領域区分が、

河床の平衡形状に着目して決定されるべきであるとの考えに基づき、平衡波高を理論的に得るために考慮すべき非線形性について検討を加え、得られた平衡波高の算定式をもとに交互砂州の卓越波数、形成領域区分の解析を行った。その結果、以下のことが明らかとなった。

(1) 交互砂州波高の安定化には、流れおよび流砂量の非線形性が重要な役割を果たし、この両者とも考慮しなければ理論平衡波高が得られない。

(2) 非線形解析から得られる平衡縦断波形勾配を最大とする波長で定義される卓越波数と、初期擾乱の波形勾配の発達率を最大とする波長で定義される卓越波数はほぼ同じ値をとる。

(3) 著者らが行った先の研究<sup>9)</sup>の段階では、波数を与えなければ、平衡波高を算定できなかったが、本研究で卓越波数を求めたことにより、平坦河床時の水量のみから平衡波高を推定することができる。

(4) 本研究では、列数の卓越判定規準として非線形解析から得られる平衡波形勾配を採用して、はじめて平衡形状に着目した形成領域区分図を作成することができた。この区分図は、列数の卓越判定規準として初期擾乱の波形勾配の発達率（非線形解析の極限である線形解から得られる）を準用したものにほぼ一致する。非線形解析の煩雑さとその精度の問題点を考えると、現段階では後者が有効であると思われる。

(5) 従来の形成領域区分図は、初期擾乱の波高の発達率を列数の卓越判定規準とした線形解析により求められている。本研究で行った非線形解析の解の極限である線形解から、同様の規準を用いて作成された区分図は、掃流力の大きな領域を除いて、従来の手法による黒木らのものとほぼ一致する。

(6) 本研究で得られた結果から総合的に判断すると、交互砂州の波数、列数は発生初期に流路幅の影響を大きく受けて決定され、流路の上・下流端の影響がない限り、発達過程においてこれらはあまり変化しない。これより、波数、列数の推定に用いられる線形解析の有効

性が確認された。しかし、波高が平衡に至る過程は線形解析では説明し得ず、平衡波高の推定には非線形解析を必要とする。

謝 辞：本研究は、文部省科学研究費 自然災害特別研究「沖積地河川における洪水流の制御と治水安全度の向上に関する研究」(研究代表者：岸 力 北大教授)の補助を受けて行ったものである。ここに記して、感謝の気持ちを表わします。

#### 参考文献

- 1) 委員会報告、洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究、土木学会論文集、第345号/II-1, pp.41~52, 1984。または、土木学会水理委員会「洪水流の三次元流況と流路形態」研究小委員会報告、(代表者芦田和男)、1982。
- 2) 福岡捷二・山坂昌成：河床形状・流れ・流砂量の非線形関係を考慮した交互砂州の平衡波高の理論、土木学会論文集、第357号/II-3, 1985。
- 3) 藤田裕一郎・村本嘉雄・堀池周二・小池 剛：交互砂州の発達機構、第26回水理講演会論文集、pp.25~30, 1982。
- 4) 福岡捷二・山坂昌成：直線流路の交互砂州、第27回水理講演会論文集、pp.703~708, 1983。
- 5) 長谷川和義・山岡 勲：発達した交互砂州の性状に関する実験と解析、第26回水理講演会論文集、pp.31~38, 1982。
- 6) 石川忠晴・吉岡健一：水路上流端における河床低下と砂州の固定化、土木学会第39回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp.375~376, 1984。
- 7) 藤田裕一郎・小池 剛・村本嘉雄：交互砂州の波長の発達機構、第29回水理講演会論文集、pp.485~490, 1985。
- 8) Fredsøe, J.: Meandering and braiding of rivers, J. Fluid Mech., Vol.84, Part 4, pp.609~624, 1978。
- 9) 黒木幹男・岸 力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究、土木学会論文報告集、第342号、pp.87~96, 1984。
- 10) 福岡捷二・内島邦秀・山坂昌成・早川 博：交互砂州上の流砂量分布、第27回水理講演会論文集、pp.697~702, 1983。

(1985.4.8・受付)