

多地点入力による構造系の応答共分散漸化式の誘導と応用

DERIVATION AND APPLICATION OF RECURSIVE COVARIANCE OF STRUCTURAL RESPONSES SUBJECTED TO MULTIPLE-SUPPORT SEISMIC EXCITATIONS

星谷 勝*・渋沢重彦**

By Masaru HOSHIYA and Shigehiko SHIBUSAWA

This paper describes an effective method of obtaining covariance responses in recursive form for a multiply-supported structural system, such as bridges and buried underground pipes, subjected to multiple-support seismic excitations. The seismic excitations are expressed as an autoregressive model for multiply-correlated stochastic processes. By utilizing white noise characteristics of the AR model, this covariance response matrix equation is derived from a state space matrix equation with mixed excitations are expressed as an autoregressive model for multiply-correlated stochastic model, subjected to mutually correlated stationary and nonstationary random excitations, is demonstrated.

1. はじめに

近年、構造物の長大化に伴い、橋梁や地中埋設パイプライン等の長大構造物の耐震安全性の検討が、重要な課題となってきている。このような長大構造物を対象に確率論的手法^{1)~3)}を用いて応答解析を行うとき、構造物の各支点には、互いに相関を有した地震動入力がかかることを考慮すれば、多地点入力の適切な確率過程モデルが重要となる。また、この確率論的手法を用いた応答解析では、確率過程入力に対する応答として、共分散応答が得られる^{4)~13)}。

そこで、本論文では、既発表の1地点に多成分地震動が作用する場合の構造系の応答共分散漸化式^{14)~16)}を拡張して、長大構造物の各支点に、互いに相関を有する入力がかかる場合の構造系の応答共分散を、効率よく算出する漸化理論式の誘導を行った。

多地点での互いに相関を有する地震波について、たとえば、川上ら^{17), 18)}は、一次元的に伝播する波動を各地点での波動の振動数スペクトルは一定であるが、2地点に関する波動のクロススペクトルの相関の程度が減少しな

がら伝播するものとしてモデル化している。また、原田ら¹⁹⁾は、2地点間の距離の増加により2地点での波形の相関が減少する現象と、波動伝播による相関関数の波状特性を、地震動変位の場所に関する2乗平均値を用いて定式化している。

以下に、本漸化理論式の誘導の手順を述べる。

(1) 振動方程式を各次モードに分解して、それぞれの解を線形加速度法を用いて求めて、その解をマトリックス漸化式で表示した。

(2) 平面的に広がる多地点での各入力波形が互いに相関を有するように、時間領域の多次元自己回帰モデル [Autoregressive Model (ARモデル)²⁰⁾] で表現した。さらに、ARモデルを状態空間表現²¹⁾することにより、各時刻のホワイトノイズを入力とする漸化式で表わした。

(3) 任意の1地点において、変位、速度、加速度入力が互いに独立なものとならないように、変位波形のパワースペクトルを基準として順次微分し、速度、加速度波形のパワースペクトルを求めた。そして、これらのパワースペクトルを用いて算出した相互相関関数を使ってARモデルの未定係数 $b(j)$ あるいは $b(j, k)$ を求めた。

(4) マトリックス表示した振動方程式の解と入力のARモデルを1つにまとめることにより、入力-応答を要素とする状態ベクトルに関する状態方程式を作成し

* 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

** 正会員 工修 東急建設(株) (前・武蔵工業大学大学院 工学研究科修士課程)

た。さらに、この状態方程式から、多地点入力による構造系の応答共分散を、効率よく算出するための漸化理論式を誘導した。

数値計算では、2支店構造モデルの振動解析を定常および非定常入力について行い、シミュレーション解と比較して漸化理論式の検証を行った。ただし、数値計算に用いた2自由度系の2支店構造モデルにおいても、応答共分散マトリックスのディメンジョンがかなり大きな値となった。したがって、誘導した漸化理論式を用いて実構造物を対象に応答解析を行うためには、この応答共分散マトリックスのディメンジョンを縮減させる方法の開発が必要である。本論文の数値計算では、汎用プログラムへの発展の第一歩として、簡潔な理論で、しかも、従来と比べて計算時間が大幅に短縮されるといった応答共分散漸化式の本質的な効率のよさを示すものである。

2. 応答共分散漸化式の誘導

(1) 基本振動方程式^{22),23)}

任意の構造系において、減衰を考慮した各質点の運動方程式は、次式で表わすことができる。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + p = 0 \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 M ：質量マトリックス(n, n)、 C ：粘性係数マトリックス(n, n)、 x ：質点変位ベクトル($n, 1$)、 p ：復元力に逆向き等価な仮想力ベクトル($n, 1$)。以後、構造物の自由度を n 、入力点数を m とする。

いま、各支店に強制変位 z_0 が入力されたとき、質点の変位 x は次式で与えられる。

$$x = Fp + F_0 z_0 \dots\dots\dots(2)$$

ただし、 F ：質点に作用する単位外力に対する変位の影響マトリックス(n, n)、 F_0 ：支店の単位変位に対する質点変位の影響マトリックス(n, m)、 z_0 ：各支店の強制変位ベクトル($m, 1$)

影響マトリックス F の逆マトリックスは、剛性マトリックス K である。

$$K = F^{-1} \dots\dots\dots(3)$$

また、影響マトリックス F_0 は、次式で表わされる。

$$F_0 = K^{-1} K_0 \dots\dots\dots(4)$$

ただし、 K_0 ：ばね定数を要素とし入力条件を決定するマトリックス(n, m)

式(1)と式(2)から次の振動方程式が得られる。

$$FM\ddot{x} + FC\dot{x} + x = F_0 z_0 \dots\dots\dots(5)$$

式(5)の解を動的応答変位と支店の静的応答変位の和として次式のように置く。

$$x = \Phi y + F_0 z_0 \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 $\Phi = [\phi_{ij}]$ ：モーダルマトリックス(n, n)、 y ：基準座標ベクトル($n, 1$)

また、式(6)の第 i 番要素は次式で表わされる。

$$x_i(k) = \sum_{p=1}^n \phi_{ip} y_p(k) + \sum_{r=1}^m f_{ir} z_{0r}(k) \\ t = k \cdot \Delta t \quad (i=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots(7)$$

式(5)、(6)より基準座標系 y に関する方程式は、次のようになる。

$$FM\Phi\ddot{y} + FC\Phi\dot{y} + \Phi y = -FMF_0\ddot{z}_0 - FCF_0\dot{z}_0 \dots\dots(8)$$

式(8)の両辺に左から $\Phi^T F^{-1}$ をかけて整理すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} + H\dot{y} + \Omega^2 y &= -R\ddot{z}_0 - S\dot{z}_0 \\ H &= \Phi^T C \Phi \\ R &= \Phi^T M F_0 \\ S &= \Phi^T C F_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

ただし、 H ： $2\beta_i \omega_i$ ($i=1, 2, \dots, n$) を要素とする対角マトリックス(n, n)、 Ω ：各次モードの固有円振動数を要素とする対角マトリックス(n, n)、 R ：各支店への加速度入力に対する各次モード寄与率を要素とするマトリックス(n, m)、 S ：各支店への速度入力に対する各次モードのモード寄与率を要素とするマトリックス(n, m)、 β_i 、 ω_i は、それぞれ i 次モードの減衰定数、固有円振動数である。 T は、転置マトリックスを表わす。

式(9)を各振動モードに関する式に分離すると、第 i 次モードに関する式は次のように表わされる。

$$\ddot{y}_i + 2\beta_i \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = - \sum_{l=1}^m R_{il} \ddot{z}_{0l}(t) - \sum_{l=1}^m S_{il} \dot{z}_{0l}(t) \dots\dots\dots(10)$$

ただし、 R_{il} 、 S_{il} は、それぞれマトリックス R 、 S の i 行 l 列要素である

式(10)の微分方程式を、 $t = k \cdot \Delta t$ で離散化表示して線形加速度法²⁴⁾を用いて求めた解をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\eta_i(k+1) = G_i \eta_i(k) + \Gamma_i \ddot{z}_0(k+1) + \Delta_i \dot{z}_0(k+1) \dots\dots(11)$$

なお、離散型数値積分にはいくつかの手法があるが、精度の面で大きな差がないので^{15),25)}、ここでは線形加速度法を用いている。ただし、 $\eta_i(k)$ 、 $\dot{z}_0(k+1)$ 、 $\ddot{z}_0(k+1)$ 、 G_i 、 Γ_i 、 Δ_i は、それぞれ次式で与えられる。

$$\eta_i(k) = [y_i(k), \dot{y}_i(k), \ddot{y}_i(k)]_{3,1}^T \dots\dots\dots(12)$$

$$\ddot{z}_0(k+1) = [\ddot{z}_{01}(k+1), \ddot{z}_{02}(k+1), \dots, \ddot{z}_{0m}(k+1)]_{m,1}^T \dots\dots\dots(13)$$

$$\dot{z}_0(k+1) = [\dot{z}_{01}(k+1), \dot{z}_{02}(k+1), \dots, \dot{z}_{0m}(k+1)]_{m,1}^T \dots\dots\dots(14)$$

$$G_i = \begin{bmatrix} g_{i11} & g_{i12} & g_{i13} \\ g_{i21} & g_{i22} & g_{i23} \\ g_{i31} & g_{i32} & g_{i33} \end{bmatrix}_{(3,3)} \dots\dots\dots(15)$$

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} \tau_{i11} & \tau_{i12} & \dots & \tau_{i1m} \\ \tau_{i21} & \tau_{i22} & \dots & \tau_{i2m} \\ \tau_{i31} & \tau_{i32} & \dots & \tau_{i3m} \end{bmatrix}_{(3,m)} \dots\dots\dots(16)$$

$$\Delta_i = \begin{bmatrix} \delta_{i11}, \delta_{i12}, \dots, \delta_{i1m} \\ \delta_{i21}, \delta_{i22}, \dots, \delta_{i2m} \\ \vdots \\ \delta_{i31}, \delta_{i32}, \dots, \delta_{i3m} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(17)$$

さらに、式(15)、(16)、(17)の要素は次のとおりである。

$$\begin{aligned} g_{i11} &= 1 + \frac{1}{6}(\Delta t)^2 a_i \omega_i^2, & g_{i12} &= \Delta t + \frac{1}{6}(\Delta t)^2 a_i b_i, \\ g_{i13} &= \frac{1}{3}(\Delta t)^2 + \frac{1}{6}(\Delta t)^2 a_i d_i, & g_{i21} &= \frac{1}{2}(\Delta t) a_i \omega_i^2, \\ g_{i22} &= 1 + \frac{1}{2}(\Delta t) a_i b_i, & g_{i23} &= \frac{1}{2}(\Delta t) + \frac{1}{2}(\Delta t) a_i d_i, \\ a_{i31} &= a_i \omega_i^2, & g_{i32} &= a_i b_i, & g_{i33} &= a_i d_i, \\ a_i &= -|1 + (\Delta t)\beta_i \omega_i + \frac{1}{6}(\Delta t)^2 \omega_i^2|^{-1} \\ b_i &= 2\beta_i \omega_i + (\Delta t)\omega_i^2, & d_i &= (\Delta t)\beta_i \omega_i + \frac{1}{3}(\Delta t)^2 \omega_i^2 \\ r_{ij} &= \frac{1}{6}(\Delta t)^2 a_i R_{ij}, & r_{i2j} &= \frac{1}{2}(\Delta t) a_i R_{ij}, & r_{i3j} &= a_i R_{ij}, \\ \delta_{ij} &= \frac{1}{6}(\Delta t)^2 a_i S_{ij}, & \delta_{i2j} &= \frac{1}{2}(\Delta t) a_i S_{ij}, & \delta_{i3j} &= a_i S_{ij}, \end{aligned}$$

($j=1, 2, \dots, m$), Δt =等間隔の時間刻み。

(2) 多地点入力地震動の確率過程モデル

加速度入力 $\ddot{z}_{or}(k)$ ($r=1, 2, \dots, m$) を、互いに相関を有するような確率過程にモデル化するために、時間領域の多次元定常 AR モデル²⁰⁾を用いると、次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} \ddot{z}_{or}(k) &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M a b_{rp}(j) \ddot{z}_{op}(k-j) + a \varepsilon_r(k) \\ t &= k \cdot \Delta t \quad (r=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

以後、添字 a, v, d は、それぞれ加速度、速度、変位を表わすものとする。式(18)において $\ddot{z}_{or}(k)$ は $E[\ddot{z}_{or}(k)]=0$ の確率過程である。 $a b_{rp}(j)$ は、定常確率過程 $\ddot{z}_{or}(k)$ の周波数特性を決定する確定係数である。また、 $a \varepsilon_r(k)$ は、 $E[a \varepsilon_r(k)]=0$ の確率変数(定常ホワイトノイズ)であり、 $a \varepsilon_r(k)$ と $a \varepsilon_s(l)$ は次のような性質を有する。ただし、 $E[\]$ は期待値を表わす。

$$E[a \varepsilon_r(k) a \varepsilon_s(l)] = \begin{cases} \sigma_{rs}^2 (\text{const.}) & k=l \\ 0 & k \neq l \end{cases} \dots\dots\dots(19)$$

式(18)の級数和の総数 M は、定常確率過程 $\ddot{z}_{or}(k)$ のスペクトル特性を規定する係数であり、正の整数で与えられる。式(18)の AR モデルを応答共分散漸化式に組み込むために状態空間表示²¹⁾すると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{P}_1(k) \\ \ddot{P}_2(k) \\ \vdots \\ \ddot{P}_m(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aB_{11} & & & 0 \\ aB_{21} & aB_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ aB_{m1} & aB_{m2} & \dots & aB_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{P}_1(k-1) \\ \ddot{P}_2(k-1) \\ \vdots \\ \ddot{P}_m(k-1) \end{bmatrix} + V \times [a \varepsilon_1(k), a \varepsilon_2(k), \dots, a \varepsilon_m(k)]_{(m,1)}^T \dots\dots\dots(20)$$

ただし、 $\ddot{P}_r(k)$, aB_{rr} , aB_{rs} , V は、それぞれ次のように表わすことができる。

$$\ddot{P}_r(k) = [\ddot{z}_{or}(k) \ \ddot{z}_{or}(k-1) \ \ddot{z}_{or}(k-2) \ \dots \ \ddot{z}_{or}(k-M+1)]_{(M,1)}^T \dots\dots\dots(21)$$

$$aB_{rr} = \begin{bmatrix} a b_{rr}(1) & a b_{rr}(2) & \dots & a b_{rr}(M-1) & a b_{rr}(M) \\ 1 & & & 0 & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(22)$$

$$aB_{rs} = \begin{bmatrix} a b_{rs}(1) & a b_{rs}(2) & \dots & a b_{rs}(M-1) & a b_{rs}(M) \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(23)$$

$$V = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ 0 & & & & \\ & 1 & & & \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} (mM, m) \dots\dots\dots(24)$$

式(20)は、初期ベクトル $[\ddot{P}_1^T(0), \ddot{P}_2^T(0), \dots, \ddot{P}_m^T(0)]^T$ と、各時刻の定常ホワイトノイズベクトル $[a \varepsilon_1(k), a \varepsilon_2(k), \dots, a \varepsilon_m(k)]^T$ を与えることにより、各時刻の確率過程入力を漸化的に算出できる式である。

式(18)と同様に、速度入力 $\dot{z}_{or}(k)$ についても AR モデルを用いてモデル化を行う。

$$\begin{aligned} \dot{z}_{or}(k) &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M v b_{rp}(j) \dot{z}_{op}(k-j) + v \varepsilon_r(k) \\ t &= k \cdot \Delta t \quad (r=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

式(20)と同様に、式(25)の AR モデルを応答共分散漸化式に組み込むために状態空間表示する。

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_1(k) \\ \dot{P}_2(k) \\ \vdots \\ \dot{P}_m(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} vB_{11} & & & 0 \\ vB_{21} & vB_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ vB_{m1} & vB_{m2} & \dots & vB_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{P}_1(k-1) \\ \dot{P}_2(k-1) \\ \vdots \\ \dot{P}_m(k-1) \end{bmatrix} + V \times [v \varepsilon_1(k), v \varepsilon_2(k), \dots, v \varepsilon_m(k)]_{(m,1)}^T \dots\dots\dots(26)$$

(3) 入力波形間の相互スペクトルおよび相関関数^{26), 27)}

一般に、平面的に分布する多地点の各入力波形間の相関性は、それらの相互スペクトルによって表現することができる。たとえば、後述の数値計算例でも示すように、任意の2地点 r, s 間を波形変形を伴わずに、一定の位相速度 v_0 で伝播する波動では、各地点における入力波形のパワースペクトル $S_r(\omega)$ と $S_s(\omega)$ は同一のもの

なる。したがって、次式の関係を満たす。

$$S_r(\omega) = S_s(\omega) = S(\omega) \dots\dots\dots(27)$$

また、このとき2地点 r および s に関する相互スペクトル $S_{rs}(\omega)$ は、相互相関関数 $R_{rs}(\tau)$ をフーリエ変換して得られるから、式 (29) のように表わされる^{28), 29)}。

$$R_{rs}(\tau) = E[z_{0r}(t)z_{0s}(t+\tau)] \\ = R_r(\tau - x_{rs}/v_0) \dots\dots\dots(28)$$

$$\therefore S_{rs}(\omega) = S_{rs}(x_{rs}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_r\left(\tau - \frac{x_{rs}}{v_0}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ = \int_{-\infty}^{\infty} R_r(u) e^{-i\omega(u + \frac{x_{rs}}{v_0})} du \\ = S(\omega) \cdot e^{-i\omega \frac{x_{rs}}{v_0}} \dots\dots\dots(29)$$

ただし、 $R_r(\tau)$: 地点 r における入力波形の自己相関関数、 x_{rs} : 2地点 r, s 間距離。

次に、変位入力のパワースペクトル $aS(\omega)$ が与えられるならば、式 (29) によって相互スペクトル $aS_{rs}(x_{rs}, \omega)$ を求め、さらに、これをフーリエ逆変換して、相互相関関数 $aR_{rs}(x_{rs}, \omega)$ を得ることができる。すなわち、

$$aR_{rs}(x_{rs}, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} aS_{rs}(x_{rs}, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \dots\dots\dots(30)$$

また、ARモデルの未定係数である aB_{rs}, vB_{rs} の要素を求めるときに必要となる²⁰⁾、加速度および速度入力に関する相互相関関数は、それぞれ次式のような関係¹⁾から求めることができる。

$$aR_{rs}(x_{rs}, \tau) = -\frac{\partial^4 aR_{rs}(x_{rs}, \tau)}{\partial \tau^4} \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 aS_{rs}(x_{rs}, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \dots\dots\dots(31)$$

$$vR_{rs}(x_{rs}, \tau) = -\frac{\partial^2 aR_{rs}(x_{rs}, \tau)}{\partial \tau^2} \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 aS_{rs}(x_{rs}, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \dots\dots\dots(32)$$

(4) 応答共分散漸化式^{14)~16)}

式 (5) の振動方程式の解、および式 (18), (25) の確率過程入力は、それぞれ式 (11), (20), (26) のような時間領域の漸化式で表わすことができた。そこで、これらの式 (11), (20), (26) を結合して、入力-応答を要素とする状態ベクトルに関する状態方程式³⁰⁾を作成す

$$\alpha_{ij}(k) = E[W_i(k)W_j^T(k)] \quad (3+2mM, 3+2mM)$$

$$= \begin{bmatrix} E[\eta_i(k)\eta_j^T(k)] & E[\eta_i(k)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\eta_i(k)\dot{P}_m^T(k+1)] & E[\eta_i(k)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\eta_i(k)\dot{P}_m^T(k+1)] \\ E[\dot{P}_i(k+1)\eta_j^T(k)] & E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] & E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ E[\dot{P}_m(k+1)\eta_j^T(k)] & E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] & E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] \\ E[\dot{P}_i(k+1)\eta_j^T(k)] & E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] & E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_i(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ E[\dot{P}_m(k+1)\eta_j^T(k)] & E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] & E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_i^T(k+1)] \dots E[\dot{P}_m(k+1)\dot{P}_m^T(k+1)] \end{bmatrix}$$

ると、

$$W_i(k+1) = T_i W_i(k) + U \epsilon(k+2) \dots\dots\dots(33)$$

となる。ここで、 $W_i(k)$ は、入力と応答を要素とする状態ベクトルであり、次式で表わされる。

$$W_i(k) = [\eta_i^T(k) : \dot{P}_1^T(k+1), \dot{P}_2^T(k+1), \dots, \dot{P}_m^T(k+1), \dot{P}_1^T(k+1), \dot{P}_2^T(k+1), \dots, \dot{P}_m^T(k+1)]^T_{3+2mM, 1} \dots\dots\dots(34)$$

また、 T_i は、時刻 k における状態ベクトル $W_i(k)$ から時刻 $k+1$ における状態ベクトル $W_i(k+1)$ への移行を規定する定常遷移マトリックスであり、次式で表わされる。

$$T_i = \begin{bmatrix} G_i & \Gamma_i V^T & \Delta_i V^T \\ \hline aB_{11} & & \\ aB_{21}, aB_{22} & & 0 \\ \vdots & & \\ aB_{m1}, aB_{m2}, \dots, aB_{mm} & & \\ \hline 0 & & vB_{11} & & 0 \\ & & vB_{21}, vB_{22} & & \\ & & \vdots & & \\ & & vB_{m1}, vB_{m2}, \dots, vB_{mm} & & \end{bmatrix} \\ (3+2mM, 3+2mM) \dots\dots\dots(35)$$

さらに、 $U, \epsilon(k+2)$ は、次式で表わされる。

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & V^T \\ \hline 0 & V^T & 0 \end{bmatrix}_{(3+2mM, 2m)}^T \dots\dots\dots(36)$$

$$\epsilon(k+2) = [a\epsilon_1(k+2), a\epsilon_2(k+2), \dots, a\epsilon_m(k+2), v\epsilon_1(k+2), v\epsilon_2(k+2), \dots, v\epsilon_m(k+2)]^T_{2m, 1} \dots\dots\dots(37)$$

ここで、 i 次および j 次のモードに対応する状態ベクトル $W_i(k+1)$ と $W_j^T(k+1)$ の積を求め、その期待値を取ると次式のようになる。

$$E[W_i(k+1)W_j^T(k+1)] = T_i E[W_i(k)W_j^T(k)] T_j^T \\ + T_i E[W_i(k)\epsilon^T(k+2)] U^T \\ + U E[\epsilon(k+2)W_j^T(k)] T_j^T \\ + U E[\epsilon(k+2)\epsilon^T(k+2)] U^T \dots\dots\dots(38)$$

さらに、ARモデルのホワイトノイズ入力 $\epsilon(k)$ の独立性を考慮すると、式 (38) の右辺第2, 3項は、

$$E[W_i(k)\epsilon^T(k+2)] = E[\epsilon^T(k+2)W_j^T(k)] = 0 \dots\dots\dots(39)$$

$$\sigma^2 = E[\varepsilon(k)\varepsilon^T(k)] = \begin{bmatrix} E[a\varepsilon_1(k)a\varepsilon_1(k)] & & & \\ E[a\varepsilon_m(k)a\varepsilon_1(k)] \cdots E[a\varepsilon_m(k)a\varepsilon_m(k)] & & & \\ E[v\varepsilon_1(k)a\varepsilon_1(k)] \cdots E[v\varepsilon_1(k)a\varepsilon_m(k)], E[v\varepsilon_1(k)v\varepsilon_1(k)] & & & \\ E[v\varepsilon_m(k)a\varepsilon_1(k)] \cdots E[v\varepsilon_m(k)a\varepsilon_m(k)], E[v\varepsilon_m(k)v\varepsilon_1(k)] \cdots E[v\varepsilon_m(k)v\varepsilon_m(k)] \end{bmatrix} \quad \text{Sym.}$$

$$= \begin{bmatrix} a\sigma_{11}^2 & & & \\ a\sigma_{m1}^2 & & a\sigma_{mm}^2 & \\ va\sigma_{11}^2 & & va\sigma_{1m}^2 & \\ va\sigma_{m1}^2 & & va\sigma_{mm}^2 & \\ v\sigma_{11}^2 & & & \\ v\sigma_{m1}^2 & & & v\sigma_{mm}^2 \end{bmatrix} \quad \text{Sym.} \quad (2m, 2m)$$

$$+ \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m f_{ir}f_{js} E[\dot{z}_{0r}(k)\dot{z}_{0s}(k)] \cdots \cdots \cdots (42)$$

となる。したがって、式 (38) は、式 (40) のように書き直すことができる。

$$\alpha_{ij}(k+1) = T_i \alpha_{ij}(k) T_j^T + U \sigma^2 U^T \cdots \cdots \cdots (40)$$

ここで、 $\alpha_{ij}(k)$ は、時刻 k における応答共分散マトリクスであり、 σ^2 は、AR モデルの定常ホワイトノイズ $\varepsilon(k)$ の共分散を表わしている。

なお、実際の応答は、式 (40) に示した $\alpha_{ij}(k)$ の要素を用いて算出することができる。たとえば、第 i 番目と第 j 番目の質点の、加速度、速度、変位に関する応答共分散は、式 (7) よりそれぞれ次のように表わされる。

$$\begin{aligned} E[\dot{x}_i(k)\dot{x}_j(k)] &= \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \phi_{ip}\phi_{jq} E[\dot{y}_p(k)\dot{y}_q(k)] \\ &+ \sum_{p=1}^n \sum_{s=1}^m \phi_{ip}f_{js} E[\dot{y}_p(k)\dot{z}_{0s}(k)] \\ &+ \sum_{r=1}^m \sum_{q=1}^n f_{ir}\phi_{jq} E[\dot{z}_{0r}(k)\dot{y}_q(k)] \\ &+ \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m f_{ir}f_{js} E[\dot{z}_{0r}(k)\dot{z}_{0s}(k)] \cdots \cdots \cdots (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[\dot{x}_i(k)\dot{x}_j(k)] &= \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \phi_{ip}\phi_{jq} E[\dot{y}_p(k)\dot{y}_q(k)] \\ &+ \sum_{p=1}^n \sum_{s=1}^m \phi_{ip}f_{js} E[\dot{y}_p(k)\dot{z}_{0s}(k)] \\ &+ \sum_{r=1}^m \sum_{q=1}^n f_{ir}\phi_{jq} E[\dot{z}_{0r}(k)\dot{y}_q(k)] \end{aligned}$$

$$E[x_i(k)x_j(k)] = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \phi_{ip}\phi_{jq} E[y_p(k)y_q(k)] \cdots \cdots \cdots (43)$$

ただし、 f_{ij} は、影響マトリクス F_0 の i 行 j 列要素である。また、式 (43) では、変位入力の影響項は一般に小さく、省略しても大きな誤差とはならないため、その項は無視している³¹⁾。

(5) 応答共分散の初期値の検討

式 (10) の振動方程式の初期変位、速度を次のように仮定する。

$$y_i(k) = \dot{y}_i(k) = 0 \quad k \leq 0 \quad (i \leq 0) \cdots \cdots \cdots (44)$$

さらに、式 (18)、(25) の確率過程入力において、次のように仮定する。

$$\dot{z}_{0r}(k) = \dot{z}_{0r}(k) = 0 \quad k < 0 \quad (t < 0) \cdots \cdots \cdots (45)$$

以上の仮定を用いると、式(10)、(18)、(25) から次のような関係が得られる。

$$\dot{y}_i(k) = 0 \quad k < 0 \quad (t < 0) \cdots \cdots \cdots (46)$$

$$E[\dot{z}_{0r}(0)\dot{z}_{0s}(0)] = E[a\varepsilon_r(0)a\varepsilon_s(0)] = a\sigma_{rs}^2 \cdots \cdots \cdots (47)$$

$$E[\dot{z}_{0r}(0)\dot{z}_{0s}(0)] = E[v\varepsilon_r(0)v\varepsilon_s(0)] = v\sigma_{rs}^2 \cdots \cdots \cdots (48)$$

したがって、応答共分散漸化式の初期値マトリクス $\alpha_{ij}(-1)$ は、次式で与えられる。

$$\alpha_{ij}(-1) = E[W_i(-1)W_j^T(-1)] = E[[\eta_i^T(-1) : \dot{P}_1^T(0), \dot{P}_2^T(0), \dots, \dot{P}_m^T(0), \dot{P}_1^T(0), \dot{P}_2^T(0), \dots, \dot{P}_m^T(0)]^T \times [\eta_j^T(-1) : \dot{P}_1^T(0), \dot{P}_2^T(0), \dots, \dot{P}_m^T(0), \dot{P}_1^T(0), \dot{P}_2^T(0), \dots, \dot{P}_m^T(0)]]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & & & & & 0 \\ \hline a\sigma_{11}^2 & & & a\sigma_{1m}^2 & & va\sigma_{11}^2 & & & va\sigma_{1m}^2 & & 0 \\ & 0 & & & 0 & & & & & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ \hline a\sigma_{m1}^2 & & & a\sigma_{mm}^2 & & va\sigma_{m1}^2 & & & va\sigma_{mm}^2 & & 0 \\ & 0 & & & 0 & & & & & & 0 \\ \hline va\sigma_{11}^2 & & & va\sigma_{1m}^2 & & v\sigma_{11}^2 & & & v\sigma_{1m}^2 & & 0 \\ & 0 & & & 0 & & & & & & 0 \\ \hline va\sigma_{m1}^2 & & & va\sigma_{mm}^2 & & v\sigma_{m1}^2 & & & v\sigma_{mm}^2 & & 0 \\ & 0 & & & 0 & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3+2mM, 3+2mM) \quad \cdots \cdots \cdots (49)$$

(6) 非定常入力モデルの場合³⁾
多次元定常自己帰帰過程 $\dot{z}_{0r}(k)$ および $\dot{z}_{0r}(k)$ と振幅

の包絡曲線 $g_r(k)$ を用いることにより、振幅強度に関して非定常性を有する多次元非定常自己帰帰過程 $\dot{z}_{0r}(k)$

および $\dot{z}_{gr}(k)$ を表現することができる。ただし、振幅の包絡曲線 $g_r(k)$ は、以下の仮定に基づいて与えられるものとする。

$$\dot{z}_{gr}(k) = g_r(k) \cdot \dot{z}_{or}(k) \dots\dots\dots (50)$$

$$\ddot{z}_{gr}(k) = \dot{g}_r(k) \cdot \dot{z}_{or}(k) + g_r(k) \cdot \ddot{z}_{or}(k) \dots\dots\dots (51)$$

ここで、 $g_r(k)$ は、全継続時間にわたって、その傾きがなだらかな曲線である。したがって、

$$\dot{g}_r(k) \cong 0 \dots\dots\dots (52)$$

$$\therefore \ddot{z}_{gr}(k) = g_r(k) \cdot \ddot{z}_{or}(k) \dots\dots\dots (53)$$

よって、加速度入力 $\ddot{z}_{gr}(k)$ の多次元非定常自己帰帰モデルは、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{z}_{gr}(k) &= g_r(k) \cdot \ddot{z}_{or}(k) \\ &= g_r(k) \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M a b_{rp}(j) \ddot{z}_{op}(k-j) \\ &\quad + g_r(k) \cdot a \epsilon_r(k) \\ &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M \frac{g_r(k) \cdot a b_{rp}(j)}{g_p(k-j)} g_p(k-j) \ddot{z}_{op}(k-j) \\ &\quad + g_r(k) \cdot a \epsilon_r(k) \\ &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M a b_{rp}(j, k) \ddot{z}_{gr}(k-j) + a \epsilon_{gr}(k) \\ t &= k \cdot \Delta t \quad (r=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (54) \end{aligned}$$

したがって、非定常自己帰帰過程 $\ddot{z}_{gr}(k)$ の周波数特性を規定する係数 $a b_{rp}(j, k)$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} a b_{rp}(j, k) &= g_r(k) \cdot a b_{rp}(j) / g_p(k-j) \\ p &= 1, 2, \dots, r \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

また、 $\dot{z}_{gr}(k)$ の振幅強度や振幅の包絡形状特性を規定する確率変数 $a \epsilon_{gr}(k)$ の 2 乗平均値 $a \sigma_r^2(k)$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} a \sigma_r^2(k) &= E [a \epsilon_{gr}^2(k)] = g_r^2(k) E [a \epsilon_r^2(k)] \\ &= g_r^2(k) \cdot a \sigma_r^2 \dots\dots\dots (56) \end{aligned}$$

速度入力の非定常確率過程 $\dot{z}_{gr}(k)$ についても、加速度入力 $\ddot{z}_{gr}(k)$ と同様にモデル化を行う。

$$\begin{aligned} \dot{z}_{gr}(k) &= g_r(k) \cdot \dot{z}_{or}(k) \\ &= g_r(k) \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M v b_{rp}(j) \dot{z}_{op}(k-j) \\ &\quad + g_r(k) \cdot v \epsilon_r(k) \\ &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M \frac{g_r(k) \cdot v b_{rp}(j)}{g_p(k-j)} g_p(k-j) \dot{z}_{op}(k-j) \\ &\quad + g_r(k) \cdot v \epsilon_r(k) \\ &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^M v b_{rp}(j, k) \dot{z}_{gr}(k-j) + v \epsilon_{gr}(k) \\ t &= k \cdot \Delta t \quad (r=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (57) \end{aligned}$$

したがって、式 (55)、(56) と同様に、係数 $v b_{rp}(j, k)$ および確率変数 $v \epsilon_{gr}(k)$ の 2 乗平均値 $v \sigma_r^2(k)$ は、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} v b_{rp}(j, k) &= g_r(k) \cdot v b_{rp}(j) / g_p(k-j) \\ p &= 1, 2, \dots, r \dots\dots\dots (58) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v \sigma_r^2(k) &= E [v \epsilon_{gr}^2(k)] = g_r^2(k) E [v \epsilon_r^2(k)] \\ &= g_r^2(k) \cdot v \sigma_r^2 \dots\dots\dots (59) \end{aligned}$$

定常入力モデルの場合と同様に、式 (54) および (57) の AR モデルを応答共分散漸化式に組み込むために状態空間表示する。そして、漸化式で表わされた式 (11) の振動方程式の解と結合することにより、式 (33) と同様に、入力-応答を要素とする状態ベクトルに関する状態方程式を作成すると、次式のようになる。

$$\mathbf{W}_i(k+1) = \mathbf{T}_i(k+2) \mathbf{W}_i(k) + \mathbf{U} \boldsymbol{\epsilon}(k+2) \dots\dots\dots (60)$$

ここで、 $\mathbf{W}_i(k)$ は、入力と応答を要素とする状態ベクトルであり、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_i(k) &= [\eta^T(k) : \dot{\mathbf{P}}_{g1}^T(k+1), \ddot{\mathbf{P}}_{g2}^T(k+1), \dots, \\ &\quad \dot{\mathbf{P}}_{gm}^T(k+1), \dot{\mathbf{P}}_{r1}^T(k+1), \dot{\mathbf{P}}_{r2}^T(k+1), \dots, \\ &\quad \dot{\mathbf{P}}_{rm}^T(k+1)]_{[1+2m, M, 1]}^T \dots\dots\dots (61) \end{aligned}$$

ただし、 $\ddot{\mathbf{P}}_{gr}(k+1)$ 、 $\dot{\mathbf{P}}_{gr}(k+1)$ は、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{P}}_{gr}(k+1) &= [\ddot{z}_{gr}(k+1), \ddot{z}_{gr}(k), \ddot{z}_{gr}(k-1), \\ &\quad \dots, \ddot{z}_{gr}(k-M+2)]_{[M, 1]}^T \dots\dots\dots (62) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}_{gr}(k+1) &= [\dot{z}_{gr}(k+1), \dot{z}_{gr}(k), \dot{z}_{gr}(k-1), \\ &\quad \dots, \dot{z}_{gr}(k-M+2)]_{[M, 1]}^T \dots\dots\dots (63) \end{aligned}$$

また、 $\mathbf{T}_i(k+2)$ は、時刻 k における状態ベクトル $\mathbf{W}_i(k)$ から時刻 $k+1$ における状態ベクトル $\mathbf{W}_i(k+1)$ への移行を規定する非定常遷移マトリックスであり、式 (35) の要素 $a \mathbf{B}_{rs}$ 、 $v \mathbf{B}_{rs}$ ($r=1, 2, \dots, m$ $s=1, 2, \dots, r$) をそれぞれ $a \mathbf{B}_{rs}(k+2)$ 、 $v \mathbf{B}_{rs}(k+2)$ で置き換えたものである。さらに、 $\boldsymbol{\epsilon}(k+2)$ は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\epsilon}(k+2) &= [a \epsilon_{g1}(k+2), a \epsilon_{g2}(k+2), \dots, \\ &\quad a \epsilon_{gm}(k+2), v \epsilon_{g1}(k+2), v \epsilon_{g2}(k+2), \dots, \\ &\quad v \epsilon_{gm}(k+2)]_{[2m, 1]}^T \dots\dots\dots (64) \end{aligned}$$

なお、 \mathbf{U} は、式 (36) で表わされる。

ここで、 i 次および j 次のモードに対応する状態ベクトル $\mathbf{W}_i(k+1)$ と $\mathbf{W}_j^T(k+1)$ の積を求め、その期待値を取り、さらに、式 (39) と同様に、AR モデルのホワイトノイズ入力 $\boldsymbol{\epsilon}(k)$ の独立性を考慮すると、次式のような非定常入力モデルの場合の応答共分散漸化式が得られる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_{ij}(k+1) &= \mathbf{T}_i(k+2) \boldsymbol{\alpha}_{ij}(k) \mathbf{T}_j^T(k+2) \\ &\quad + \mathbf{U} \boldsymbol{\sigma}^2(k+2) \mathbf{U}^T \dots\dots\dots (65) \end{aligned}$$

式 (65) を用いれば、式 (40) と同様に各時刻の非定常ホワイトノイズの共分散 $\boldsymbol{\sigma}^2(k+2)$ を入力としたかたちで、各時刻の応答共分散を漸化式に算出することができる。

3. 数値計算例

構造モデルとして、図-1 に示すような 2 支点構造モデルを用いる。また、構造諸元は、表-1 に示すとおりである。

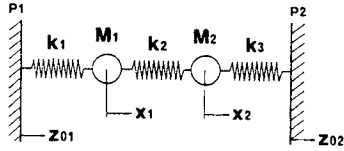


図-1 2支点構造モデル

表-1 構造諸元

$M_1 = M_2 = 4.9 \times 10^4$ (kg)
$k_1 = k_2 = k_3 = 1.96$ (MN/m)
$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0.05$
$x_{12} = 2.0 \times 10^3$ (m)

なお、ここで扱うモデルは計算例を示す目的で用いたもので、実構造物を対象とするものではない。したがって、寸法等は現実性を考慮していない。

次に、定常および非定常入力を二次元 AR モデル ($m=2$) でモデル化して、図-1 の構造モデルの各支点に作用させた。入力をモデル化する際に必要となる入力波形のパワースペクトルとして、Goto, Kameda³²⁾により提案された次式を用いる (図-2)。

$$\begin{aligned}
 aS(\omega) &= \omega^2 vS(\omega) = \omega^4 dS(\omega) \\
 &= \frac{64}{3\omega_g} \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^4 \exp\left(-\frac{4|\omega|}{\omega_g}\right); \omega_g = 2\pi \dots (66)
 \end{aligned}$$

また、AR モデルの級数和の総数 M に関しては、星谷・千葉²⁰⁾が実地震波形の AR モデル化を行う際に検討を行い、 $M=4$ で良好な結果が得られているので、この値を用いた。なお、モデル化の際に必要な AR 係数およびホワイトノイズの共分散の計算方法に関する詳細は、文献 20) を参照されたい。さらに、波動の伝播速度を $v_0=1000$ (m/s) と仮定した。

a) 定常入力による過渡応答の共分散漸化式の検証
定常 AR モデルとして次式を用いた。

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_{or}(k) &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^s a b_{rp}(j) \dot{z}_{op}(k-j) + a \varepsilon_r(k) \\
 r &= 1, 2, \dots (67)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_{or}(k) &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^s v b_{rp}(j) \dot{z}_{op}(k-j) + v \varepsilon_r(k) \\
 r &= 1, 2, \dots (68)
 \end{aligned}$$

表-2 に AR 係数 $a b_{rp}(j)$, $v b_{rp}(j)$ を示した。また表-3 には定常ホワイトノイズの共分散 σ_{rs}^2 を示した。表-2, 3 の定常 AR モデルを用いて算出した、図-1 のモデルの変位、速度、加速度の Root Mean Square 応答を図-3~5 にそれぞれ示した。本例題では、応答共分散漸化式の妥当性を検討するために、式 (67), (68) を用いて 50 波のサンプル波形を作成し、シミュレーション法により求めた解を図-3~5 に合わせて示した。なお、50 波のサンプル波形を作成する際、式 (67), (68)

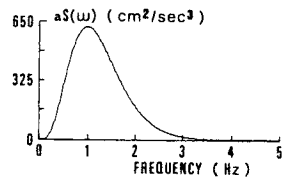
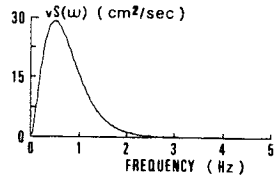
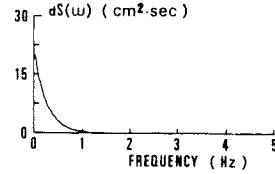


図-2 パワースペクトル密度関数

表-2 AR 係数 $a b_{rp}(j)$, $v b_{rp}(j)$

	j=1	j=2	j=3	j=4
ab11(j)	1.693	-1.772	1.093	-0.488
ab21(j)	0.003	-0.002	0.002	0.001
ab22(j)	1.693	-1.772	1.093	-0.488
vb11(j)	2.376	-2.714	1.738	-0.558
vb21(j)	-0.011	0.013	-0.007	-0.001
vb22(j)	2.377	-2.716	1.739	-0.558

表-3 ホワイトノイズの共分散 σ_{rs}^2

$a\sigma_{rs}^2$ (cm ² /sec ⁴)	s=1	s=2
r=1	331.510	1.870
r=2	1.870	331.550
$v\sigma_{rs}^2$ (cm ² /sec ²)	s=1	s=2
r=1	2.736	-0.057
r=2	-0.057	2.741
$av\sigma_{rs}^2$ (cm ² /sec ³)	s=1	s=2
r=1	30.117	-0.632
r=2	0.170	30.135

の定常ホワイトノイズ $a\varepsilon_r(k)$, $v\varepsilon_r(k)$ は、定常ホワイトノイズ共分散マトリックス $a\sigma^2$, $v\sigma^2$ をそれぞれ 3 角分解して得られる下三角マトリックスと平均 0, 分散 1 の正規乱数の積により求めた²⁰⁾。

b) 非定常入力による応答共分散漸化式の検証
非定常 AR モデルとして次式を用いた。

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_{or}(k) &= \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^s a b_{rp}(j, k) \dot{z}_{op}(k-j) + a \varepsilon_{gr}(k) \\
 r &= 1, 2, \dots (69)
 \end{aligned}$$

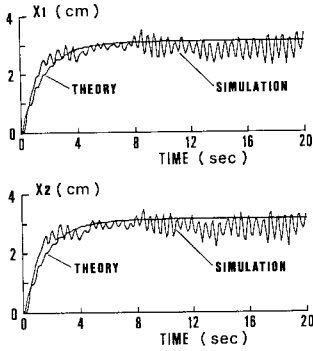


図-3 変位の R. M. S. 応答

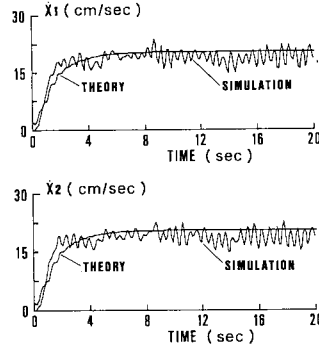


図-4 速度の R. M. S. 応答

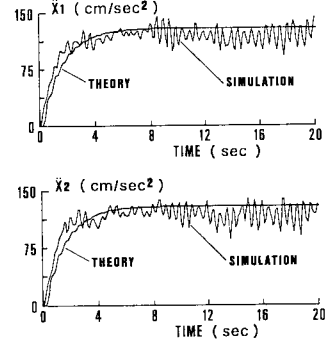


図-5 加速度の R. M. S. 応答

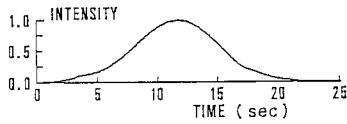


図-6 振幅包絡曲線

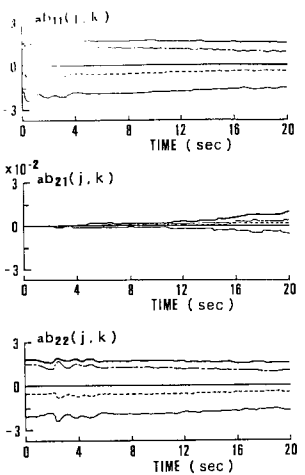


図-7 AR係数 $a_{brp}(j, k)$

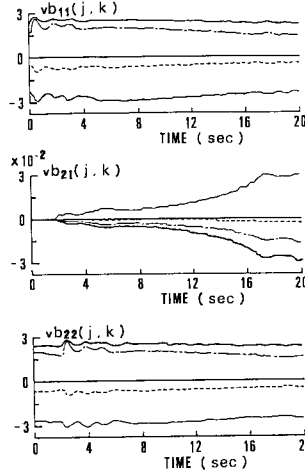


図-8 AR係数 $v_{brp}(j, k)$

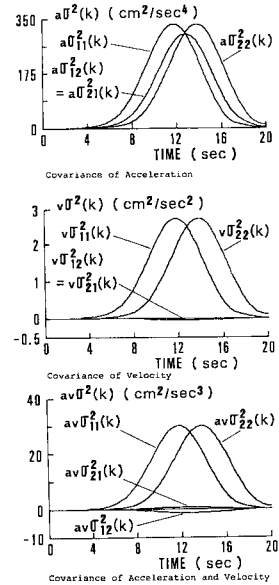


図-9 ホワイトノイズの共分散 $\sigma_{rs}^2(k)$

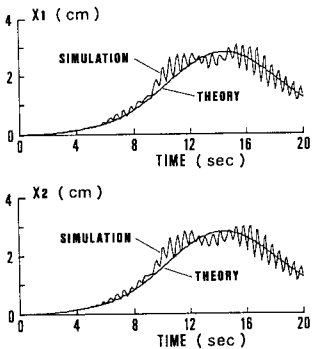


図-10 変位の R. M. S. 応答

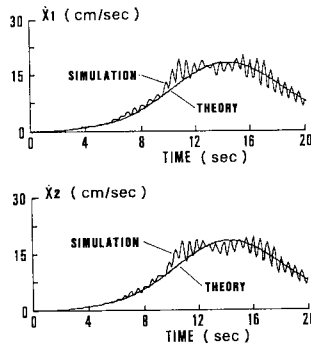


図-11 速度の R. M. S. 応答

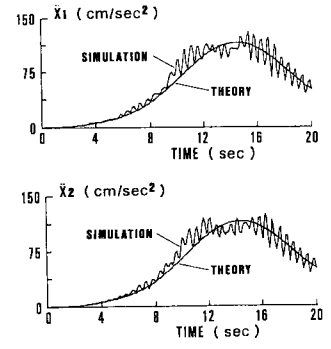


図-12 加速度の R. M. S. 応答

$$\dot{z}_{gr}(k) = \sum_{p=1}^r \sum_{j=1}^A v b_{rp}(j, k) \dot{z}_{gp}(k-j) + v \epsilon_{gr}(k) \quad r=1, 2, \dots \quad (70)$$

また、モデル化の際に必要な振幅包絡曲線を図—6に示した。図—7~9には、AR係数 $a b_{rp}(j, k)$ 、 $v b_{rp}(j, k)$ 、非定常ホワイトノイズの共分散 $\sigma_{r_s}^2(k)$ をそれぞれ示した。図—7~9の非定常ARモデルを用いて算出した、図—1のモデルの変位、速度、加速度のRoot Mean Square 応答を図—10~12にそれぞれ示した。さらに、a) の場合と同様に、応答共分散漸化式の妥当性を検討するために、50波のサンプル波形によるシミュレーション解を図—10~12に合わせて示した。非定常ホワイトノイズの求め方も a) と同様である。

4. おわりに

本論文は、互いに相関を有する多点入力を確率過程モデルで表現し、このような確率過程入力が多質点線形構造物に作用した場合の応答共分散を効率よく算出することのできる、漸化理論式の誘導を行った。また、数値計算例を解き、シミュレーション解による漸化理論式の検証を行った。図—3~5、あるいは、図—10~12において、応答共分散漸化式を用いて算出された応答はシミュレーション解と全継続時間にわたって、よく一致していることがわかる。これは、誘導した応答共分散漸化式および、その初期条件の妥当性を表わすものである。従来、計算時間を長く必要としていた応答解析で、本漸化理論式を用いれば、その時間を大幅に短縮することができる。今後の課題として、実構造物の応答解析に対応できるプログラムへ発展させるために、応答共分散マトリックスのディメンジョンを縮減させる必要がある。

参考文献

- 1) 星谷 勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974.
- 2) Roberts, J.B. : The Covariance Response of Linear Systems to Nonstationary Random Excitation, Journal of Sound and Vibration, Vol.14, No.3, pp.385~400, 1971.
- 3) 星谷 勝・辻田 満・壺出正人・永田 茂：断層モデルを用いたスロッシング解析の確率論的評価法，土木学会論文報告集，第350号，pp.311~319, 1984.
- 4) Gasparini, D.A. : Response of MDOF Systems to Nonstationary Random Excitation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.105, No.EM1, pp.13~27, February, 1979.
- 5) Gasparini, D.A. and DebChaudhury, A. : Dynamic Response to Nonstationary Nonwhite Excitation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.106, No.EM 6, pp.1233~1248, December, 1980.
- 6) DebChaudhury, A. and Gasparini, D.A. : Response of

- MDOF Systems to Vector Random Excitation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.108, No.EM 2, pp.367~385, April, 1982.
- 7) 岡林隆敏：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，第286号，pp.15~27, 1979.
- 8) 岡林隆敏ほか：高次振動を考慮した道路橋の単一走行車両による非定常 r. m. s. 応答，土木学会論文報告集，第296号，pp.13~24, 1980.
- 9) 岡林隆敏：不規則な分布荷重を受けるはりの解析，土木学会論文報告集，第316号，pp.11~21, 1981.
- 10) Sami F. Masri and Ali Aryafar : Response of Beam to Stochastic Boundary Excitation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.103, No.EM 5, pp.807~822, October, 1977.
- 11) Kubo, T. and Penzien, J. : Analysis of Three-Dimensional Strong Ground Motion Along Principal Axes, San Fernando Earthquake, Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.7, pp.265~278, 1979.
- 12) Mahendra P. Singh and Mohsen Ghafory-Ashtiany : Structural Response under Multi-component Earthquakes, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.5, pp.761~775, May, 1984.
- 13) Ahmed M. Abdel-Ghaffar and Lawrence I. Rubin : Lateral Earthquake Response of Suspension Bridges, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.109, No.3, pp.664~675, March, 1983.
- 14) Hoshiya, M. : Recursive Formulation of Response Covariance Matrix in Earthquake Random Vibration, Proceedings of Review Meeting, U.S.-Japan Scientific Cooperative Program on Generalized Study on Seismic Risk, held at Hawaii, 1983.
- 15) 星谷 勝・石井 清・永田 茂：応答共分散漸化式の誘導と応用，土木学会論文報告集，第341号，pp.207~213, 1984.
- 16) Hoshiya, M., Ishii, K. and Nagata, S. : Recursive Covariance of Structural Responses, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.110, No.12, pp.1743~1755, 1984.
- 17) 川上英二・佐藤靖彦：地盤の相対変位・平均ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響，土木学会第17回地震工学研究発表会講演概要，pp.73~76, 1983.
- 18) 川上英二・佐藤靖彦：地盤の相対変位・ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響，土木学会論文報告集，第337号，pp.37~46, 1983.
- 19) 原田隆典・M. Shinozuka：地震動の工学的平面分布モデルにおける確率過程理論の応用，土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要，pp.129~132, 1981.
- 20) Hoshiya, M. and Chiba, T. : Simulation Method of Multi-Dimensional Nonstationary Stochastic Processes by Time Domain Models, Proc. of JSCE, No.296, pp.121~130, 1980.
- 21) 赤池弘次・中川東一郎：ダイナミックシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，1972.
- 22) 青柳史郎：地震動の位相差を考慮した長大吊橋の地震応

- 答について，土木学会論文報告集，第190号，pp. 37~48，1971.
- 23) 小坪清真：土木振動学，森北出版，1973.
- 24) 戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンス社，1975.
- 25) 星谷 勝・斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文報告集，第344号，pp. 289~298，1984.
- 26) 星谷 勝・磯山龍二：多次元非定常確率過程による地震動シミュレーション，土木学会論文報告集，第269号，pp. 131~134，1978.
- 27) 星谷 勝：多次元確率過程のシミュレーション理論の物理的意味について，土木学会論文報告集，第270号，pp. 131~134，1978.
- 28) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1977.
- 29) 石井 清：確率論手法による地震波の入力損失の効果の検討，土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要，pp. 317~320，1981.
- 30) 有本 卓：カルマンフィルター，産業図書，1977.
- 31) 小坪清真・原田譲二：各支点で異なる地震波をうける橋梁の応答解析，土木学会論文報告集，第175号，pp. 39~48，1970.
- 32) Goto, H. and Kameda, H.: Statistical influence of the future earthquake ground motion, Proc., 4 WCEE, Chile, Vol. 1, A-1, pp. 39~54, 1969.

(1985. 3. 4・受付)
