

鋼圧縮部材の最適断面設計

CROSS-SECTIONAL OPTIMIZATION OF STEEL COMPRESSION MEMBERS

宇佐美 勉*・寺尾 圭史**

By Tsutomu USAMI and Keiji TERA0

Optimum design of steel compression members (columns and beam-columns) is undertaken by means of SUMT method, one of the nonlinear programming techniques. The cross-sections being considered are both unstiffened and stiffened square box sections. Design formulas proposed previously by the present authors for the local and overall interaction strength of compression members are utilized in the optimization process, together with some side constraints (i.e. maximum slenderness ratio and minimum thickness) specified in the current Japanese design code for highway bridges. All the computed results are presented in graph with nondimensional basis so that they could easily be used for practical design.

1. 緒 言

著者らは、文献1)において、箱形断面中心軸圧縮柱の局部座屈と全体座屈の連成強度の実験的研究を行いそれから得られた設計強度式を用いて正方形箱形断面柱の最適設計を行った。その結果、後述の無次元細長比 $\bar{\lambda}$ (式(11))が1.0以上の部材では局部座屈を許した設計の方が経済的な設計になることを初めて指摘し、高張力鋼部材に対しては積極的に薄肉断面を使用すべきことを示唆した。その後、鋼圧縮部材の最適断面設計に関する研究が国の内外^{2)~6)}で盛んに行われるようになってきたが、それらの研究は実用的な立場からみると以下に挙げる理由で必ずしも満足すべき研究とはいえない。文献2)~4)では無補剛の中心軸圧縮柱または圧縮力と一軸曲げを受ける部材の最適設計を現行道路橋示方書¹¹⁾の設計式をもとに行っている。しかしながら、現行道路橋示方書の無補剛板に対する設計式は、板要素の後座屈強度の影響を全く考慮しないで求められたものであるため、局部座屈の影響がある場合、すなわち、幅厚比が限界幅厚比(全断面降伏荷重に達するまで局部座屈を起こさな

いと考えられる幅厚比)を超える場合の部材の強度は真の強度に比べ極端に低くなる。したがって、文献2)~4)では、局部座屈を考えない領域に常に最適解があるという、著者らの結論とは相容れない結果を得ている。文献5)の計算に用いられている設計式には、板要素の後座屈強度が考えられているが、数値計算はSS41およびSM53材についてのみなされており、その結果、文献2)~4)とほぼ同じような結論を得ている。しかしながら、それより高強度の鋼材に対しても同じ結論が得られるかどうか疑問である。文献6)は、著者らが文献1)で提案した設計式を用いて無補剛の中心軸圧縮柱および偏心圧縮柱の最適設計を行っているが、特定の鋼材に対する数値計算結果が表の形で与えられており、板厚制限、細長比制限なども考慮されていないため、鋼橋の実用設計にそのまま用いることはできない。なお、わが国の造船の分野では、圧縮部材の最適設計に対する秋田・北村⁷⁾の先駆的研究があるが、この研究は計算手法の提示に力点が置かれているようで、用いられている設計式には、局部座屈と全体座屈の連成は考慮されていない。

本論文の目的は、著者らが行ってきた鋼圧縮部材の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する一連の理論的、実験的研究^{1),8)~10)}を踏まえ、無補剛および補剛箱形断面圧

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科
(〒464 名古屋市千種区不老町)

** 学生会員 名古屋大学大学院博士課程前期在学中

縮部材の最適設計を行い、文献1)の結果の正当性を再確認するとともに、結果をできる限り無次元化して表わし、設計のためのチャートを提供することにある。文献1)では、部材の重量を一定にして強度を最大にする条件から最適断面構成を求めたが、この論文では、荷重条件は与えられたものとし、部材重量を最小にする条件(最小重量設計)から最適断面を求めている。ただし、細長比および最小板厚制限は現行道路橋示方書¹¹⁾に準拠している。

2. 無補剛正方形箱形断面圧縮部材

(1) 定式化

ここでは、Fig.1に示すような幅 b 、厚さ t の薄肉無補剛正方形箱形断面 ($t \leq b$) を考える。また、軸方向圧縮力 P と一軸曲げを受ける等断面部材を、Fig.2に示すように、等価な不等偏心圧縮柱に置き換えて考える。左端の偏心量を e 、右端のそれを x_e (ただし、 x は偏心比で $-1 \leq x \leq 1$) とする。このような部材の最小重量設計の定式化は文献8)、10)で提案した設計式を用いると次のように表わすことができる。ただし、荷重、部材長、偏心量は与えられるものとする。

目的関数 $F = AL \rightarrow$ 最小化 (1)

制約条件 $g_1 = R - 1.2 \leq 0$ (2)

$g_2 = L/r - 120 \leq 0$ (3)

$g_3 = 8 - t \leq 0$ (4)

$g_4, g_5 \leq 0$ (5), (6)

設計変数 $\{X\} = \{b, t\}$ (7)

ここで、関数 g_4, g_5 は次のように定義される。

$g_4 = \frac{SP}{P_u} + \frac{SPeC_m}{M_u(1-SP/P_e)} - 1.0$ (8)

$g_5 = \frac{SP}{Q\sigma_v A} + \frac{SPe}{M_u} - 1.0$ (9)

ただし、中心軸圧縮柱の場合には $e=0$ として式(8)のみ考えればよい。上式および式(10)~(16)に用いられる記号は、 $A = 4bt$ = 全断面積、 L = 部材長、 $r \cong b/\sqrt{6}$ = 断面二次半径、 S = 安全率、 σ_v = 降伏応力、 E = 弾性係数、 ν = ポアソン比、 $W \cong 4b^2t/3$ = 断面係数、 $I \cong 2b^3t/3$ = 断面二次モーメントであり、

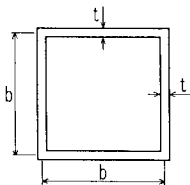


Fig.1 Unstiffened Square Box-Section.

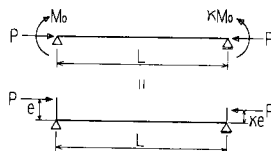


Fig.2 In-plane Beam-Column.

$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_v}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{4\pi^2}}$ (等価幅厚比) (10)

$\bar{\lambda} = \frac{L}{r} \cdot \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_v}{E}}$ (等価細長比) (11)

$\bar{\lambda}' = \sqrt{Q} \bar{\lambda}$ (修正細長比) (12)

$P_u = Q\sigma_v A$ ($\bar{\lambda}' \leq 0.2$)
 $= (1.109 - 0.545 \bar{\lambda}') Q\sigma_v A$ ($0.2 < \bar{\lambda}' \leq 1.0$)
 $= \frac{Q\sigma_v A}{0.773 + (\bar{\lambda}')^2}$ ($1.0 < \bar{\lambda}'$)

..... (13)

(中心軸圧縮強度)

$Q = \frac{0.7}{R} \leq 1.0$ (降伏応力の低減係数) (14)

$M_u = \frac{5Q+3}{8} \sigma_v W$ (極限モーメント) (15)

$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ (オイラー座屈荷重) (16)

$C_m = 0.6 + 0.4x \geq 0.4$ (17)

である。 g_1 は文献8)の実験より得られた幅厚比制限であり、 g_2, g_3 は現行道路橋示方書¹¹⁾の制限値、 g_4 は部材の安定の照査式、 g_5 は断面の局部座屈強度照査式である。また、 Q は局部座屈による強度低下を表わす係数で、 $R > 0.7$ のとき、局部座屈の影響で Q が 1.0 より小さくなる¹¹⁾。なお、軸方向圧縮力と等曲げ ($x=1.0$) を受ける部材の場合には、 g_5 を考慮する必要はない。

(2) 計算式の無次元化

実際の計算は式(1)~(7)に示した式の形で行ったが、得られた計算結果を無次元化するために、上式をできる限り無次元表示することを試みる。そのために設計変数として、 b, t の代わりに、等価幅厚比 R (式(10)) と等価細長比 $\bar{\lambda}$ (式(11)) を考える。すなわち、

設計変数 $\{X\} = \{R, \bar{\lambda}\}$

このとき、目的関数および関数 g_4, g_5 は次のように R と $\bar{\lambda}$ を用いて表わせる。

目的関数 $\bar{F} = \frac{1}{R\bar{\lambda}^2}$ (18)

$g_4 = \frac{\bar{P} \bar{\lambda}^2 R}{f(\bar{\lambda}') Q} + \frac{\bar{P} \bar{\lambda}^2 R \bar{e} C_m}{(5Q+3)/8(1-P\bar{\lambda}' R)} - 1.0$ (19)

$g_5 = \frac{\bar{P} \bar{\lambda}^2 R}{Q} + \frac{\bar{P} \bar{\lambda}^2 R \bar{e}}{(5Q+3)/8} - 1.0$ (20)

$\bar{F} = \frac{F\alpha\sqrt{\beta}}{4L^3}$, $\bar{P} = \frac{SP\alpha\sqrt{\beta}}{4\sigma_v L^2}$, $\bar{e} = \frac{\sqrt{6}e}{2r}$

..... (21)~(23)

$f(\bar{\lambda}') = 1.0$ ($\bar{\lambda}' \leq 0.2$)
 $= (1.109 - 0.545 \bar{\lambda}')$ ($0.2 < \bar{\lambda}' \leq 1.0$)

..... (24)

$$\alpha = \frac{\pi^2 \cdot E}{6 \cdot \sigma_v}, \quad \beta = \frac{\pi^2}{3(1-\nu^2)} \cdot \frac{E}{\sigma_v} \dots (25), (26)$$

目的関数を式 (21) の \bar{F} 、荷重を式 (22) の \bar{P} で表わせば、目的関数および関数 g_1, g_4, g_5 はすべて設計変数 R および $\bar{\lambda}$ で表わされることがわかる。このことは、もし、 g_2 と g_3 が共にアクティブな制約条件とならない場合には、材質に関しても無次元化した最適解を得ることが可能となることを示している。

(3) 数値計算方法

数値計算方法はSUMT法⁸⁾ (Sequential Unconstrained Minimization Technique) のうち、内部ペナルティ関数法を用い、無制約最小化手法として可変計量法 (Variable Metric Method) を用いた。ただし、解の収束性がよくない場合 (後述) には試行錯誤による繰り返し計算によって最適解を得る方法も併用した。

(4) 数値計算結果

a) 中心軸圧縮柱

中心軸圧縮柱の最適断面設計について計算した結果を、制約条件 g_2 および g_3 がアクティブではない、すなわち、細長比が120以下で板厚が8mm以上の場合について、前述した無次元量によって示したものが Fig. 3 である。この図より、与えられた \bar{P} に対する最適解 $R, \bar{\lambda}$ および目的関数 \bar{F} が容易に求められ、対応する断面の幅 b 、板厚 t は次式より求められる。

$$b = \frac{L}{\bar{\lambda}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\alpha}}, \quad t = \frac{b}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\beta}} \dots (27), (28)$$

α, β は式 (25), (26) で定義される定数であり、代表的な鋼種に対する α, β の値は、降伏応力 σ_v 、許容応力

Table 1 Material Constants for Various Grades of Steel.

Grade of Steel	SS41 SM41 SMA41	SM50	SM50Y SMA50 SM53	SM58 SMA58	HT70	HT80
σ_v (MPa)	235	314	353	451	588	686
σ_v / S (MPa)	137	186	206	255	314	353
α	1442	1079	960	751	576	494
β	3169	2372	2160	1651	1267	1086
L/r for $\bar{\lambda}=1.0$	93.0	80.5	75.9	67.1	58.8	54.4
$\frac{S\alpha\sqrt{\beta}}{4\sigma_v}$ (1/MPa)	148	70.6	59.3	29.9	16.3	11.5
$(\frac{\bar{\lambda}}{L} L I M)$ for $L/r=120$	1.29	1.49	1.58	1.79	2.04	2.20

Note: Young's modulus $E=206GPa$ and Poisson's ratio $\nu=0.3$ are assumed.

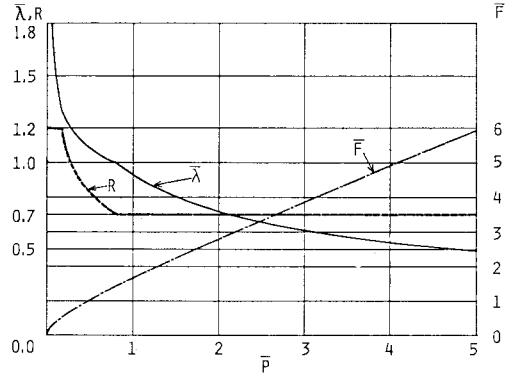


Fig. 3 Optimum Solution of Centrally Loaded Column ($t \geq 8$ mm and $L/r \leq 120$).

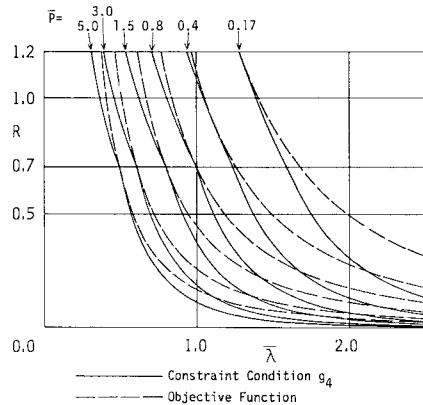


Fig. 4 Constraint and Objective Function Contours - Centrally Loaded Column.

σ_v/S などとともに Table 1 にまとめてある。HT 70, HT 80 に対する σ_v および σ_v/S は文献 13) よりとった。

さて、Fig. 3 より次のことがわかる。すなわち、等価細長比 $\bar{\lambda}$ が 1.0 以上のときには等価幅厚 R は 0.7 以上となり、最適断面は局部座屈を許す領域にあるということである。このことは、文献 1) の結果の正当性を最小重量設計から再確認したことになる。なお、 $\bar{\lambda}=1.0$ に対応する L/r の値は各種鋼材に対して Table 1 にまとめてあるが、高張力鋼になれば、 $\bar{\lambda} \geq 1.0$ になる実用的な柱も多くなると思われる。

さて、この問題は設計変数が 2 つのみであるため、どのようにして最適解が決定されているのかを図示することが可能である。そのため、 $\bar{\lambda}$ および R を座標軸として、制約条件 g_4 および目的関数を示したものが Fig. 4 である。図中、実線は g_4 を示し、与えられた 1 つの荷重 \bar{P} に対して 1 本の曲線が定まる。また、破線は目的関数 \bar{F} の値が一定のときの $\bar{\lambda}$ と R の関係を示しているが、右上の曲線となるに従い、小さい目的関数の値に対する曲線を示している。このとき、最適解は制約条件と目的

関数との曲線の接触点で示されているが、 $\bar{\lambda} \leq 1.0$ では $R=0.7$ で、また、 $\bar{\lambda} > 1.0$ では $R > 0.7$ で最適解となっている様子がよくわかる。さらに、 $\bar{\lambda} > 1.0$ では、同じような曲率をもつ曲線の接点で最適解が決定しており、目的関数値のわずかな増減に対しても、 $\bar{\lambda}$ および R の値が大きく変化するため、SUMT 法を用いた場合にもこの範囲では、 $\bar{\lambda}$ および R の最適解の正確な値を得ることが困難であり、試行錯誤的に接点を求める方法も併用した。

次に、制約条件 g_2 または g_3 がアクティブになる場合を考える。Fig. 3 から得られた最適解 $\bar{\lambda}$ が、 $L/r=120$ に対応する $\bar{\lambda}$ ($\bar{\lambda}_{LIM}$ と書き、各種鋼材に対する値は Table 1 にまとめてある) を超えるとき、または最適解 t が 8 mm 以下になるときは、 g_2 または g_3 がアクティブになる場合に対応する。この場合の最適解も式 (1) ~ (17) から求められることはいうまでもないが、Fig. 3 のように無次元表示することは困難である。細長比 L/r が 120 を超えるかまたは板厚 t が 8 mm 以下になる場合は、かなり特殊な場合に相当すると考えられるため、ここでは、次のような近似的な設計方法を提案する。すなわち、Fig. 3 から得られる最適解 $\bar{\lambda}$ が $\bar{\lambda}_{LIM}$ を超えるときは $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{LIM}$ と置き、この解および対応する解 R から断面構成 b 、 t を求め、これを近似最適解とする。一方、Fig. 3 から得られる最適解 b 、 t のうち板厚 t が 8 mm 以下になるときは $t = 8$ mm と置き、近似最適解を b 、 $t = 8$ mm とする。このようにして得られた解は厳密な最適解ではないが、安全側にある解である。

Fig. 3 を用いて例題を 2, 3 解いてみる。

[例題 1]

材質=SM 58, 荷重 $P=6$ MN, 柱長 $L=10$ m のときの最適解を求める。

Table 1 より $\sigma_y=451$ MPa, $\sigma_y/S=255$ MPa, $\alpha=751$, $\beta=1651$ であるから $\bar{P}=SP\alpha\sqrt{\beta}/4\sigma_yL^2=1.80$ となり Fig. 3 より $R=0.7$, $\bar{\lambda}=0.74$ と読み取ることができるので、式 (27), (28) より $b=493$ mm, $t=17.3$ mm となる。 $\bar{\lambda} < \bar{\lambda}_{LIM}$ および $t > 8$ mm であるから得られた b 、 t は最適解である。

[例題 2]

材質=SM 58, 荷重 $P=800$ kN, 柱長 $L=6$ m のときの最適解を求める。

$\bar{P}=0.664$ であるから Fig. 3 より $R=0.748$, $\bar{\lambda}=1.025$ を得、 $b=214$ mm, $t=7.0$ mm を得る。しかるに $t < 8.0$ mm であるから最適解の近似値として $b=214$ mm, $t=8$ mm を得る。ちなみに、この問題に対する厳密な最適解は、 $b=196$ mm, $t=8$ mm である。

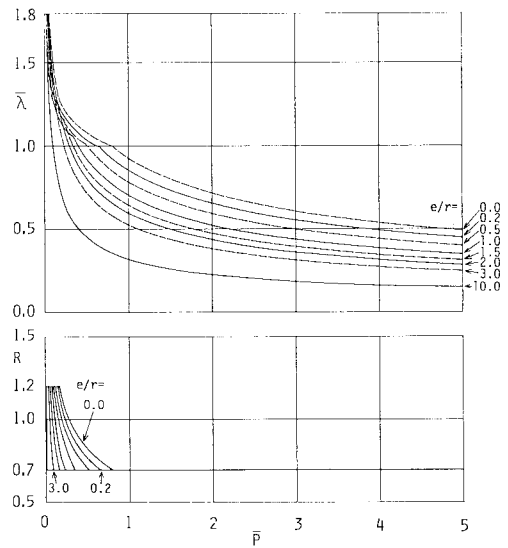
b) 軸方向圧縮と一軸曲げを受ける部材

中心軸圧縮の場合と同様にしてまとめたものが Fig. 5

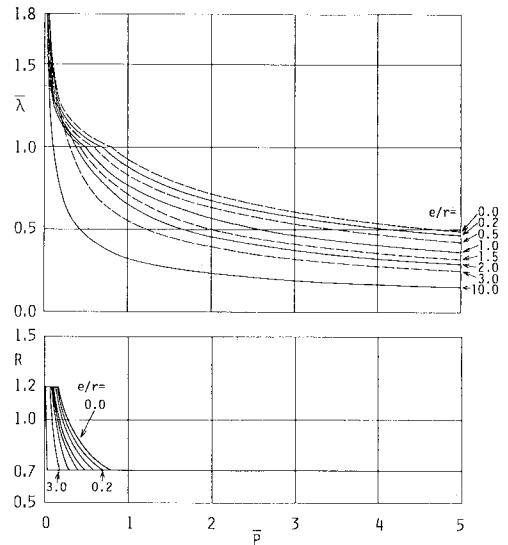
である。ただしこの場合には、偏心量を表すパラメーターとして e/r および x があるため、中心軸圧縮の場合のように 1 つの曲線では表わすことができない。したがって、これらの図を用いて設計を行う場合に、与えられた偏心量に対する曲線が存在しない場合には、適当に補間して用いる必要がある。さらに実際の設計では、偏心量として e/r の代わりに e および x が与えられるが、この場合には次の手順によればよい。

① $e=0$ と仮定して Fig. 5 から中心軸圧縮と仮定したときの断面を求め、これより、与えられた e に対する e/r を計算する。

② 得られた e/r および与えられた x の値より図を



(a) $x=1$



(b) $x=0$

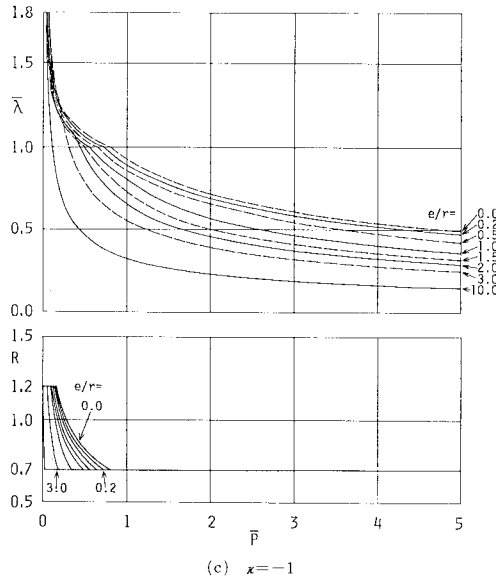


Fig. 5 Optimum Solution of Beam-Column ($t \geq 8 \text{ mm}$ and $L/r \leq 120$).

用いて断面を求め、さらに、与えられた偏心量 e に対する e/r を計算する。

③ 仮定した e/r と、それを用いて計算された e/r が一致していれば、そのときの断面を最適断面とする。もし一致していなければ、ステップ②より繰り返す。

以上の手順は、図から読み取れる値の精度の範囲では、3~4回の反復で収束する。また、細長比の制約条件 g_2 および板厚の制約条件 g_3 に制限される場合については、中心軸圧縮の場合と同様に考えればよい。さて、偏心圧縮では、偏心量 e/r が増加するに従い、中心軸圧縮力に対する端部モーメントの影響が大きくなるが、これに伴い、 $R=0.7$ となる範囲が拡大している。これは、端部モーメントが増大するにつれて、柱の強度は局部座屈に支配されるようになり、局部座屈を起こさないような断面に最適解が存在するようになることを示している。また、偏心比 x の変化により最適解の変化は非常に鈍感であることがわかり、 x が 1, 0, -1 以外のときの解は、単純な直線内挿で求めれば十分である。なお、偏心量が無限大すなわち純曲げの場合には、 $\bar{\lambda}=0.0$, $R=0.7$ となる。このときは、図を用いて断面を決定することができないので、

$$\frac{SM_0}{M_Y} = 1.0, R = 0.7 \dots\dots\dots(29)$$

を用いて b および t を計算し、最適解を求めればよい。

【例題 3】

材質=SM 58, $P=6 \text{ MN}$, $L=10 \text{ m}$, $e=100 \text{ mm}$, $x=0.0$ のときの最適解を求める。

例題 1 と同様にして $\bar{P}=1.80$ となるから、まず中心軸圧縮柱 ($e=0$) と仮定して Fig. 5 (b) より $R=0.7$, $\bar{\lambda}=0.74$ を得る。これより $b=394 \text{ mm}$, $t=13.9 \text{ mm}$ を得るから、 $r=b/\sqrt{6}=161 \text{ mm}$ となり、 $e/r=100/161=0.62$ を得る。次に、 $e/r=0.62$ として上と同様な計算を行えば、 $b=456 \text{ mm}$, $t=16 \text{ mm}$, $r=186 \text{ mm}$, $e/r=0.53$ となる。3 回目の計算では、同様に、 $b=449 \text{ mm}$, $t=15.8 \text{ mm}$, $r=183 \text{ mm}$, $e/r=0.55$ となるから、解は収束したとみなし、 $b=449 \text{ mm}$, $t=16 \text{ mm}$ を最適解とする。

3. 補剛正方形箱形断面中心軸圧縮柱

(1) 定式化

以下に述べる条件、仮定のもとで、補剛材つき板を構成板要素とする中心軸圧縮柱の最適設計を考える (Fig. 6 参照)。

- ① 正方形箱形断面を考え、各構成板要素の厚さは等しいものとする。
- ② 各構成板は等本の等しい断面 (長方形) の縦方向補剛材を有するものとし、補剛材本数は与えられるものとする。
- ③ 構成板要素と補剛材の降伏応力は等しい。
- ④ 部材の長さ方向は等間隔に剛なダイアフラムで仕切られており、その間隔は与えられるものとする。
- ⑤ ダイアフラムの重量は無視する。

問題の定式化は文献 9) で提案した設計式を用いる。そのため前節に定義した記号以外に、次の記号を導入する。 b_s =補剛材の幅, t_s =補剛材の板厚, $\delta=b_s t_s/bt$ =補剛材と補剛される板の面積比, γ_{req} =補剛材必要剛比¹¹⁾, R_s =補剛材の等価幅厚比, a_l =ダイアフラム間隔と補剛される板の幅 b の比, n =補剛材によって分割されるパネル (サブパネル) 数, である。さて、道路橋示方書¹¹⁾には、必要剛比 γ_{req} の式が与えられており、この式を用いる。ただし、必要剛比の緩和係数 (文献 11) の式 3.2.5 の係数 t_0/t) は 1.0 とおく。補剛材が必要剛比以上であっても強度は変わらないので、明らかに必要剛比のときに補剛材は最適となる。このことを用いれば、 b , t の代わりに面積比 δ を設計変数として採用すればよいので、変数の数を 1 つ減らすことが可能になる。こ

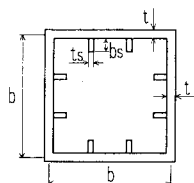


Fig. 6 Stiffened Square Box-Section.

のとき、補剛材の幅 b_s は、次式より求められる。

$$b_s = 0.522 t \sqrt{\gamma_{req} / \delta} \dots\dots\dots (30)$$

以上の記号を用いれば、次のように定式化できる。

目的関数 $F = AL \rightarrow$ 最小化 $\dots\dots\dots (31)$

制約条件 $g_1 = R - 1.2 \leq 0 \dots\dots\dots (32)$

$$g_2 = L/r - 120 \leq 0 \dots\dots\dots (33)$$

$$g_3 = 8 - t \leq 0 \dots\dots\dots (34)$$

$$g_4 = SP - P_u \leq 0 \dots\dots\dots (35)$$

$$g_5 = R_s - 0.7 \leq 0 \dots\dots\dots (36)$$

$$g_6 = 8 - t_s \leq 0 \dots\dots\dots (37)$$

$$g_7 = 0.1/n - \delta \leq 0 \dots\dots\dots (38)$$

設計変数 $\{X\} = \{b, t, \delta\} \dots\dots\dots (39)$

ここで、

$$A = 4bt \{1 + (n-1)\delta\} \dots\dots\dots (40)$$

$$r \approx b/\sqrt{6} \dots\dots\dots (41)$$

$$R = \frac{b}{nt} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{4\pi^2}} \dots\dots\dots (42)$$

$$R_s = \frac{b_s}{t_s} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{0.43\pi^2}} \dots\dots\dots (43)$$

$$Q = 1.24 - 0.545R \leq 1.0 \dots\dots\dots (44)$$

なお $\bar{\lambda}$, $\bar{\lambda}'$ および P_u は無補剛断面と同様それぞれ式 (11), (12), (13) で与えられる。関数 g_5 は補剛材の幅厚比制限, g_7 は面積比 δ の制限を表わす制約条件である。また, R は補剛材で囲まれたサブパネルの等価幅厚比であり, Q は補剛される板の強度低減係数で, $R > 0.44$ の領域で局部座屈の影響が出てくる。なお, 断面二次半径 r の式 (41) は補剛材の影響を無視した近似式であるが, Appendix に示すように厳密な式に比べ, 実用的な範囲内で 2% 以内の誤差に納まる。

(2) 無次元化

前節と同様に, 計算式をできる限り無次元表示する。設計変数としては, b, t, δ の代わりに,

設計変数 $\{X\} = \{R, \bar{\lambda}, \delta\} \dots\dots\dots (45)$

を用いる。このとき, 目的関数 F および関数 g_1, g_3 は次のように $R, \bar{\lambda}, \delta$ を用いて表わされる。

目的関数 $\bar{F} = \frac{1+(n-1)\delta}{nR\bar{\lambda}^2} \dots\dots\dots (46)$

$$g_1 = \frac{n\bar{P}\bar{\lambda}^2 R}{1+(n-1)\delta} - f(\bar{\lambda}') Q \dots\dots\dots (47)$$

$$g_3 = \frac{3}{11} \cdot \frac{1}{n\sqrt{\beta\beta_s}} \cdot \frac{\gamma_{req}}{\delta^2} \cdot \frac{1}{R} - 0.7 \dots\dots\dots (48)$$

ここで、

$$\beta_s = \frac{0.43\pi^2}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{E}{\sigma_y} \dots\dots\dots (49)$$

であり, $\bar{F}, \bar{P}, f(\bar{\lambda}')$, α, β は無補剛断面の場合と同様, それぞれ式 (21), (22), (24), (25), (26) で与えられる。また, 補剛材必要剛比 γ_{req} は道路橋示方書¹¹⁾に準じ次式

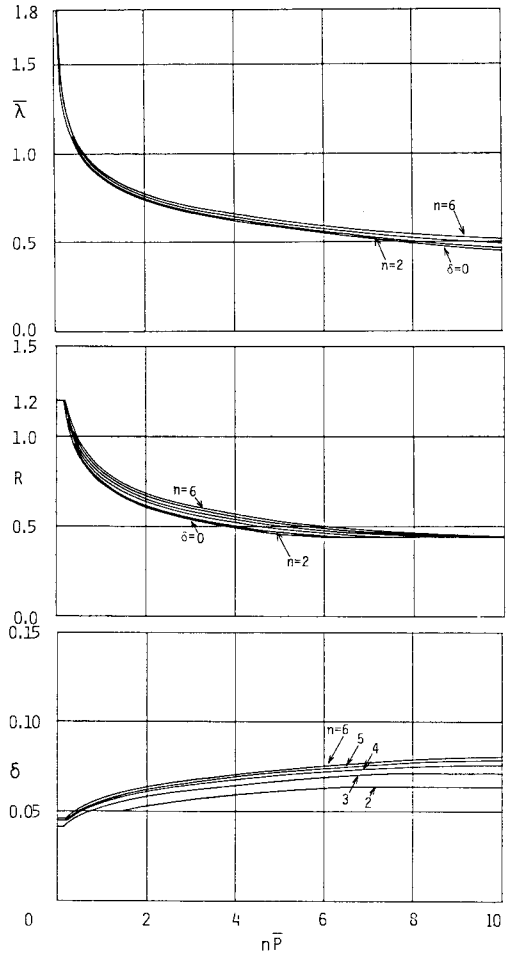
を用いる。

$$\gamma_{req} = \begin{cases} 4\alpha^2 n(1+n\delta) - (\alpha^2 + 1)^2/n & (\alpha \leq \alpha_0) \\ [2n^2(1+n\delta) - 1]^2 - 1/n & (\alpha > \alpha_0) \end{cases} \dots\dots\dots (50)$$

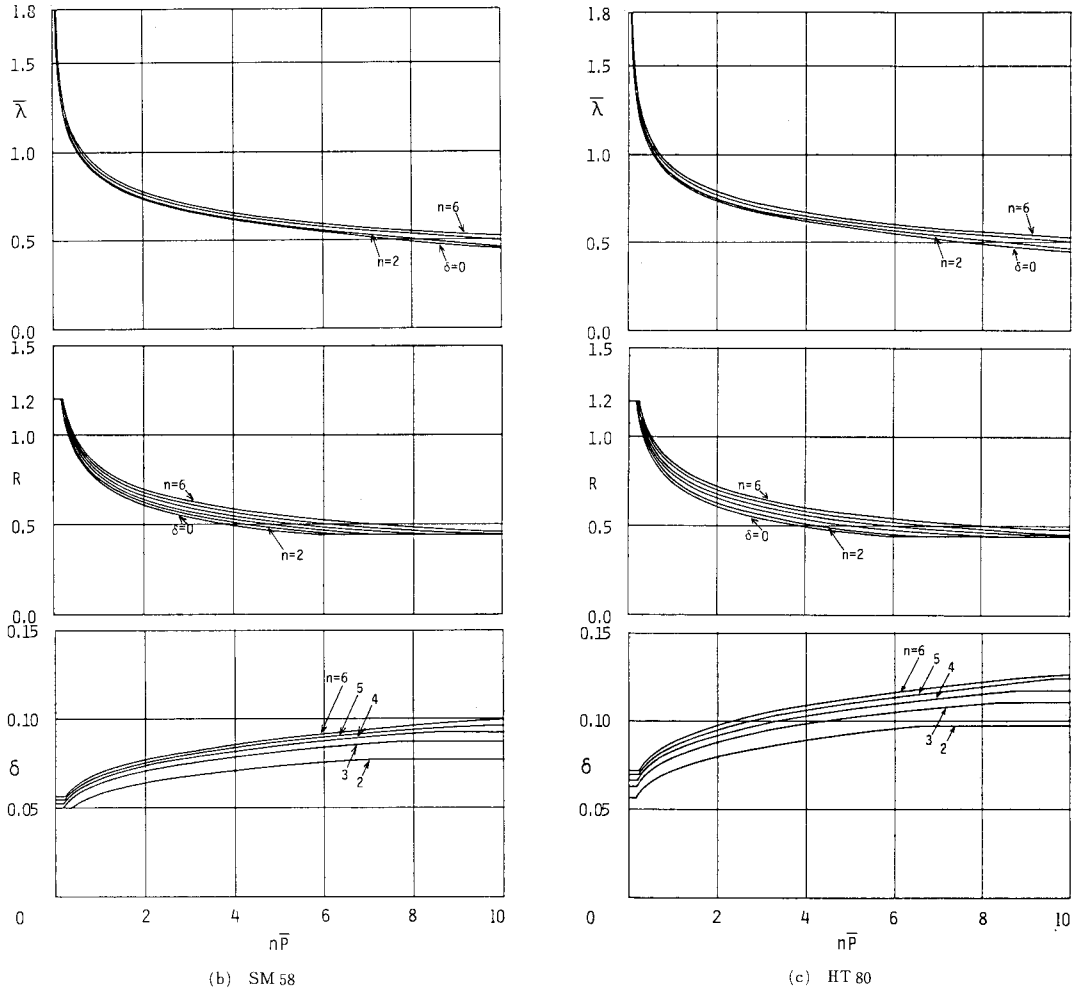
ここで, α_0 は次式で定義される。

$$\alpha_0 = \sqrt{2n^2(1+n\delta) - 1} \dots\dots\dots (51)$$

さて, 以上のように無次元化を試みたが, 補剛材の幅厚比に対する制約条件 g_5 の式にはなお材質に関する定数 β, β_s を含むため, 板厚制限 (g_3, g_6) および細長比制限 (g_2) がアクティブでない最適解においても材質によって異なる解となり, 無補剛断面の場合のようには無次元化されない。ところが, 最初から補剛材の断面積を無視し $\delta = 0.0$ と置くと, g_5, g_6, g_7 の制約条件は考えなくてもよいため, 無補剛断面と同じように材質に関して無次元化した解 (ただし, 細長比と板厚制限に対応する制約条件がアクティブでないとき) が得られる。数値



(a) SM 50



(b) SM 58 (c) HT 80
 Fig. 7 Optimum Solutions of Centrally Loaded Stiffened Box-Column.

計算に際しては、面積比 δ を考慮した場合と、 $\delta=0.0$ と置いた場合の両方について計算を実施した。

(3) 数値計算結果

SM 50, SM 58, HT 80 のそれぞれについてサブパネル数 n を 1~6 と変化させて行った設計変数 $R, \bar{\lambda}, \delta$ の最適値を横軸に $n\bar{P}$ をとって Fig. 7 (a)~(c) に示す。ただし、縦横寸法比 α_t の値は 1.0 としている。また、それぞれの場合について、面積比 δ を零と置いたときの R と $\bar{\lambda}$ の最適解もプロットしてある。なお、Fig. 7 の解は、無補剛断面の場合と同様、板厚制限 (g_3 および g_6) および細長比制限 (g_2) がアクティブでないときの解に相当する。これらの図より次のことがわかる。

① $\bar{\lambda}$ および R の最適解は、図のようにプロットすればサブパネル数 n 、面積比 δ に対して鈍感であり、特に、SM 58 以下の鋼材に対しては、鋼種、サブパネル数 n に無関係に $\delta=0.0$ の解を用いても大きな誤差は

なく、安全側の解を得る。

② 補剛断面の場合には、荷重パラメーター \bar{P} のほぼ全領域 (ただし、 $0 \leq n\bar{P} \leq 10$) で、局部座屈を許した領域 (すなわち $R > 0.44$) に最適解が存在する。

③ 補剛材の面積比 δ の最適解は、鋼種およびサブパネル数 n に対し敏感であり、これらの影響を考慮する必要がある。

④ これらの最適解を式 (48) に代入すればわかるが、補剛材の幅厚比制限を表わす制約条件 g_5 (式 (37) または (48)) はほとんどの場合アクティブになる。例外は、SM 50 材に対する $n=2, n\bar{P} \leq 1.5$ の解で、この場合には、面積比制限 g_7 (式 (39)) がアクティブとなり、 $\delta = 0.1/n = 0.05$ が最適解となっている。

鋼種が図に与えられている SM 50, SM 58, HT 80 以外の場合の近似最適解は次の方法により簡単に求められる。 $\bar{\lambda}$ および R の最適解は上述のように鋼種により

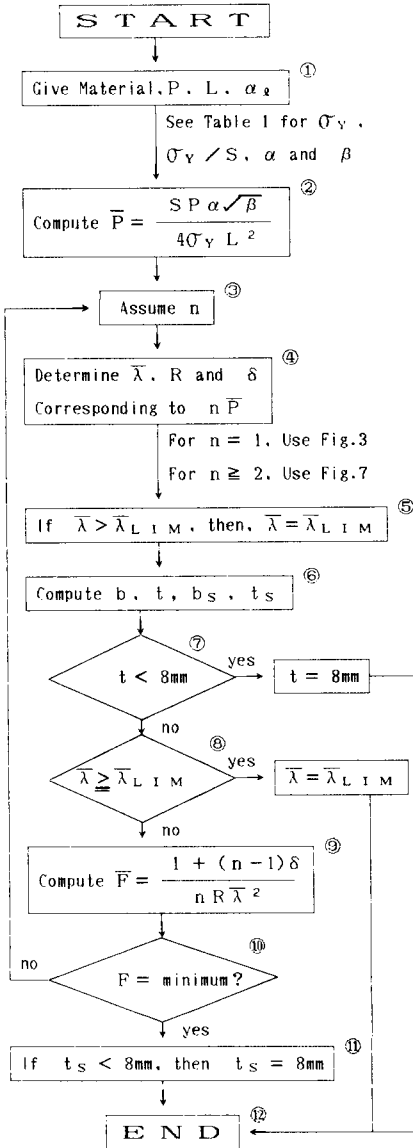


Fig. 8 Flow Chart for Determining Optimum Proportion of Stiffened Square Box-Column.

Table 2 Optimum Design Process of Example 4.

n	nP̄	λ̄	R	δ	b (mm)	t (mm)	b _s (mm)	t _s (mm)	F̄	Remarks
1	1.0	0.930	0.700	—	387	16.8	—	—	1.65	
2	2.0	0.750	0.630	0.080	480	11.6	57.8	7.71	1.52	
3	3.0	0.685	0.585	0.094	526	9.08	57.9	7.75	1.45	
4	4.0	0.650	0.560	0.103	554	7.50 8.00	58.7	7.54 8.00	1.39	←Optimum

からただちに求められるが、 n を変化させたときの最適解は、それぞれの n に対する最適解より目的関数 \bar{F} (式 (46)) を求め、最小の \bar{F} を与える n を求める必要がある。この過程と、板厚制限 (g_3 および g_6) および細長比制限 (g_2) がアクティブになる場合の対処の方法を組み合わせた、最適断面計算のフローチャートを Fig. 8 に示す。無補剛断面材の場合と同様、補剛される板の板厚が 8 mm 未満または細長比が 120 より大きくなったときは、それぞれ制限値に等しく置き、そのとき近似最適断面が得られるとみなしている。ただし、補剛材の板厚に関しては、サブパネル数 n を変化させて最適断面を求める過程では考慮せず、最適断面が求められた後で $t_s < 8$ mm のとき、 $t_s = 8$ mm に置き換える操作を行っている。これは、 n があまり大きくないときは、補剛材断面積は補剛される板の断面積に比べ、目的関数 \bar{F} に及ぼす影響が小さいと考えられるからである。

【例題 4】

材質 = HT 80, $P = 557$ MN, $L = 8$ m のときの最適解を求める。

Table 1 および式 (22) より $\bar{P} = 1.0$ となるから n を 1~4 まで変化させたときのそれぞれの n に対する最適解は Fig. 3 ($n = 1$) および Fig. 7 ($n \geq 2$) より求め、表の形にまとめると Table 2 に示すようになる。最適解 λ, R, δ を用いることにより、それぞれ板幅 $b =$ 式 (27)、板厚 $t =$ 式 (28)、補剛材幅 $b_s =$ 式 (30)、補剛材厚 $t_s = b t \delta / b_s$ 、目的関数 $\bar{F} =$ 式 (46) より求め、計算結果は同表にまとめてある。この表より、 n が増加するにつれ \bar{F} は減少し、 $n = 4$ で板厚が 8 mm 以下になるため、このときは近似最適断面が得られることがわかる。

上記例題以外にも種々の場合の最適化を計算してみたが、すべての場合について、最適サブパネル数は板厚 t が最小板厚制限値 8 mm 以下になるときのサブパネル数となった。すなわち、正方形箱形断面柱の最小重量設計は常に $t = 8$ mm のときに得られるという興味ある結果を得た。これは、サブパネル数が少ない補剛断面では、補剛される板の断面積に比べ、補剛材の断面積が全断面積に占める割合は小さいため、補剛される板を厚肉にするよりもできるだけ薄肉にし、その分補剛材の数を増し

大きな差がないので、降伏応力が最も近い鋼種の図から求めればよい。 δ の最適解は、たとえば、SM 58 の δ の最適解 (Fig. 7 (b)) を表わす図を用い、横軸および縦軸をそれぞれ、

$$n\bar{P} \rightarrow n\bar{P} \sqrt{\frac{481}{\sigma_y}}, \quad \delta \rightarrow \delta \sqrt{\frac{\sigma_y}{481}} \dots \dots \dots (52)$$

と置き換えることにより誤差 3 % 程度以内の精度で求められる。ただし、このようにして求められた δ が、 $n\delta < 0.1$ となったときは $\delta = 0.1/n$ とする。

与えられたサブパネル数 n に対する最適解は Fig. 7

た方が効率的であるからである。しかしながら、補剛材の数を増せばそれだけ溶接量が増え、施工費が高くなるわけで、最小重量設計が必ずしも最適設計とはいえない。この点については総費用最適化設計の立場から検討されなければならない、今後の研究課題であろう。

また、上記の計算結果は、板の縦横寸法比 α_t が 1.0 に対するものであるが、 α_t がそれ以外の場合の最適解も 2, 3 の場合について求めてみた。その結果、 $0.5 \leq \alpha_t \leq 2.0$ の範囲内で、 $\bar{\lambda}$, R の解は、 $\alpha_t = 1.0$ のときの解 (Fig. 7) と大きな差がないが、 δ の解はかなりの差があった。しかし、最適面積比 δ は、先の考察④と同様、制約条件 g_5 または g_7 がアクティブである条件より求められることがわかった。そこで、 α_t が 1.0 以外の場合の最適断面決定の簡便法としては、補剛板の幅、厚さは、 $\alpha_t = 1.0$ のときの最適解 (Fig. 7) を用いて定め、補剛材の断面を補剛材の幅厚比制限値すなわち $R_s = 0.7$ と剛比が必要剛比となる条件すなわち式 (30) より求めればよい。ただし、このように求められた δ は $n\delta \geq 0.1$ (式 (39)) を満たす必要がある。

4. 結 言

無補剛および補剛正方形箱形断面よりなる中心軸圧縮柱および軸方向圧縮力と一軸曲げを受ける部材の最適設計について述べた。ここで、最適設計は最小重量設計を指す。用いた設計式は著者らの提案による局部座屈と全体座屈の連成強度を考慮した設計式^{1), 8)~10)}および現行道路橋示方書¹¹⁾の細長比制限値、板厚制限値である。得られた主な結論をまとめると以下ようになる。

(1) 無補剛正方形箱形断面部材の最適解は、細長比制限 (式 (2)) および板厚制限 (式 (3)) がともにアクティブでない場合には材質に関しても無次元化 (設計変数は等価幅厚比 R と等価細長比 $\bar{\lambda}$) が可能で、中心軸圧縮柱に対しては Fig. 3, 軸方向圧縮力と曲げを受ける部材に対しては Fig. 5 から、任意の鋼種に対する最適断面が求められる。

(2) 無補剛中心軸圧縮柱の場合、等価細長比 $\bar{\lambda}$ (式 (11)) が 1.0 より大きい部材では、局部座屈を許した断面 (すなわち等価幅厚比 R が 0.7 より大きい断面) の方が経済的になる。

(3) 軸方向圧縮力と曲げを受ける無補剛断面部材では、等価偏心量 \bar{e} (Fig. 2) が大きくなるにつれ、局部座屈を許した方が最適設計になる領域が狭くなり、純曲げ部材では、荷重の全領域で局部座屈を許さない設計 (すなわち $R = 0.7$) が最適設計となる。

(4) 縦方向補剛材およびダイアフラムで補剛された正方形箱形断面中心軸圧縮柱の最適設計を、縦方向補剛材剛比が道路橋示方書の必要剛比に等しいという条件の

もとで行った。

(5) 補剛断面部材の場合には細長比制限および板厚制限がアクティブでない場合に対しても材質に関する無次元化が不可能で、3つの鋼種に対する最適解を補剛板の縦横寸法比 α_t が 1.0 の場合について Fig. 7 に示した。

(6) 補剛断面の場合には、計算で与えた荷重のほぼ全領域で、補剛板の局部座屈を許した領域 (すなわち、サブパネル幅厚比 $R > 0.44$) に最適解がある。

(7) 補剛材面積比 δ の最適解は、ほとんどの場合補剛材幅厚比制限値 (すなわち補剛材の等価幅厚比 $R_s = 0.7$) と必要剛比から求められた値となる。

(8) 鋼種、荷重 P 、部材長 L および構成板縦横寸法比 α_t を与えて、無補剛および補剛断面を含めた中心軸圧縮柱の最適断面を求めるフローチャートを Fig. 8 に示した。

(9) 無補剛断面を含めた補剛箱形断面柱の最適解は、補剛される板の板厚 t が最小板厚制限値 (すなわち 8 mm) のときに得られる。

なお、本文中にも一部指摘したが、この種の最適化問題は、製作費、鋼材費などを考慮した総費用最適化設計の立場から検討されねばならないが、これは今後の研究課題としたい。

Appendix 補剛正方形断面の断面二次半径 r のより正確な式

いま、3.(1)の条件①, ②を満たす補剛断面を考える。計算の簡単化のためフランジ板補剛材の重心はフランジ板の肉厚中心線上にあると仮定することにより、補剛材の影響を考えた断面二次半径 r は次式で与えられる。

$$r = \mu \frac{b}{\sqrt{6}}, \quad \mu = \sqrt{\frac{1+(n-1)(2n-1)\delta/2n}{1+(n-1)\delta}} \quad \dots\dots\dots (A-1), (A-2)$$

ただし、 $t \ll b$, $t_s \ll b_s$ および $(b_s/b)^2 \ll 1$ の仮定を用いている。上式の μ が補剛材を考慮したことによる断面二次半径の補正係数を表わす。ところが、この補正係数は n , δ 両方に対して非常に鈍感で、 $0.0 \leq \delta \leq 0.15$, $2 \leq n \leq 10$ に対して $0.98 < \mu \leq 1.0$ の領域にあるため、実用的には $\mu = 1.0$ と考え、式 (41) を使うのは妥当であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 宇佐美勉・福本暁士・青木徹彦：溶接箱形断面柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第 308 号，pp. 47~58, 1981.
- 2) 安保秀範・長谷川彰夫・西野文雄：鋼柱の設計の最適化に及ぼす局部座屈の影響，土木学会第 38 回年次学術講演会講演概要集，pp. 233~234, 1983.
- 3) 杉本博之：無補剛平板よりなる圧縮柱の設計について，

- 構造工学論文集, Vol. 31 A, pp. 93~102, 1985.
- 4) 新延泰生・松井邦人：はり-柱の最適断面に及ぼす局部座屈の影響について，土木学会第39回年次学術講演会講演概要集，pp. 81~82, 1984.
 - 5) 長谷川彰夫・安保秀範・西野文雄：鋼柱の局部座屈と全体座屈の連成強度推定のための1モデル解析，構造工学論文集, Vol. 31 A, pp. 51~63, 1985.
 - 6) Farkas, J. : Optimum Square Hollow Sections for Centrally and Eccentrically Compressed Steel Members, Third International Colloquium on Stability of Metal Structures, Final Report, Paris, pp. 121~125, 1983.
 - 7) 秋田好雄・北村勝英：船体構造の最適設計に関する研究（第1報），日本造船学会論文集, 第128号, pp. 243~256, 1970.
 - 8) 宇佐美勉・福本昉士：鋼圧縮部材の連成座屈強度実験と有効幅理論による解析，土木学会論文報告集, 第326号, pp. 41~50, 1982.
 - 9) 宇佐美勉・福本昉士・青木徹彦・松川昭夫：補剛箱形断面偏心圧縮柱の強度に関する実験的研究，土木学会論文集, 第350号, pp. 197~205, 1984.
 - 10) 宇佐美勉・土屋信洋・福本昉士：鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究，土木学会論文集, 第362号/I-4, 1985年10月.
 - 11) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，1980.
 - 12) キルツシュ，U. (山田善一・大久保禎二監訳)：最適構造設計，丸善，1983.
 - 13) 本州四国連絡橋公団：補剛材つき圧縮板の設計要領，本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書，別冊1, p. 35, 1974.

(1985. 5. 23・受付)