

## 曲線桁腹板における中間垂直補剛材の一設計法\*

### A PROPOSITION FOR DESIGNING INTERMEDIATE TRANSVERSE STIFFENERS IN WEB PLATE OF HORIZONTALLY CURVED GIRDERS

中井 博\*\*・北田俊行\*\*\*・大南亮一\*\*\*\*

By Hiroshi NAKAI, Toshiyuki KITADA and Ryoichi OHMINAMI

This paper presents an analytical study on the ultimate strength of intermediate transverse stiffener in the web plate of horizontally curved girders. Firstly, the shear buckling strength is analyzed by the theory of shallow shell. Secondly, the ultimate shear strength is also inquired through the collapse model. Based upon these analyses and some experimental data, the behaviors of the transverse stiffener are discussed. Finally, a beam-column model for evaluating the strength of the transverse stiffeners is proposed and a design recommendation to determine the strength and corresponding rigidity of the transverse stiffeners of curved girders in the ultimate state is given by this paper.

#### 1. ま え が き

プレートガーダーの中間垂直補剛材（以下、単に垂直補剛材という）は、腹板のせん断座屈強度を上昇させるほか、腹板が座屈した後座屈領域に入った後にも、フランジとともに枠組として働き、桁全体としての後座屈強度をもたせるため設けられるものである。このような後座屈強度を期待する場合、桁が終局状態に至っても、垂直補剛材が十分な剛度と強度を保持することが前提となる。

わが国の道路橋示方書<sup>1)</sup>（以下、JSHB という）の直線プレートガーダーの規定では、弾性座屈理論によって得られた垂直補剛材の必要最小剛比の約2倍以上の剛比をもたせた設計法を採用しているが、桁の終局状態における垂直補剛材の挙動を考慮したものではない。他方、AASHTO<sup>2)</sup>の示方書（以下、AASHTO という）では、直線桁はもちろん、曲線桁腹板の垂直補剛材の必要最小

剛度を定めているが、いずれの場合にも、やはり弾性座屈理論に基づいたものであり、終局状態における垂直補剛材の強度を完全に保障したものではない。

Rockey・Valinat・Tang<sup>3)</sup>は、斜張力場にある腹板パネルを有する直線プレートガーダー、すなわち、終局状態におけるプレートガーダーの垂直補剛材の挙動、およびその強度について取り扱っているが、曲線桁腹板の垂直補剛材については、実験的研究<sup>6)</sup>により、直線桁の垂直補剛材に比べ厳しい荷重状態にあることが指摘されているぐらいで、具体的に取り扱った研究はほとんど見当たらないようである。

上記の文献6)では、①腹板パネルの斜張力の曲率半径方向成分が垂直補剛材に横荷重として作用するため、曲線桁腹板の垂直補剛材は直線プレートガーダーに比し、厳しい荷重条件下にあることを指摘するとともに、②実橋で用いられる程度の曲率を有する腹板においては、その垂直補剛材が十分剛であれば、腹板のせん断終局強度は、斜張力場を想定するRockey<sup>4),5)</sup>らの直線プレートガーダーのための解析法で十分推定できることを明らかにしている。

本研究では、まず垂直補剛材を有する曲線桁腹板のせん断座屈強度を偏平シェルの理論に基づいて解析する。そして、Rockey<sup>4),5)</sup>モデルに基づく終局せん断力の算

\* 第39回土木学会年次学術講演会（昭和59年10月）にて概要発表済み。

\*\* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科  
（〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138）

\*\*\* 正会員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科  
（同上）

\*\*\*\* 正会員 工修 川崎重工業株式会社技術研究所  
（〒673 明石市川崎町1番1号）

定式にこれらの解析結果を取り入れることにより、曲線桁の終局せん断力が解析できるよう試みるものである。

次に、これらの解析法による結果と文献6) に述べられている曲線桁模型によるせん断耐荷力実験結果とを対比するとともに、曲線桁の終局状態における垂直補剛材の崩壊挙動について考察する。そして、Rockey<sup>3)</sup>の方法を曲線桁腹板の場合へと拡張するため、垂直補剛材に作用する外力を明らかにし、強度解析を簡素化するためのはり-柱モデルを提案する。また、そのモデルの妥当性や挙動特性を実験結果と比較し、垂直補剛材の強度設計法について考察する。

最後に、このはり-柱モデルを用い、実際の曲線桁の構造諸元<sup>7)</sup>を参照し、多数のパラメーター解析を行い、せん断を受ける曲線桁における垂直補剛材の必要剛度をJSHBで規定する直線プレートガーダーの垂直補剛材に関する必要最小剛比の係数倍と定義し、その取り方について合理的な提案を行うものである。

## 2. せん断を受ける曲線桁の座屈強度、終局強度、および垂直補剛材の挙動

### (1) 曲率を有する腹板のせん断座屈強度

#### a) せん断座屈強度の近似解法

曲率を有する腹板のせん断座屈強度を厳密な円筒シェルの理論に基づいて解析することは、かなり複雑で実用的な見地からは必ずしも合理的であるとはいえない。すなわち、実橋の曲線桁橋で採用される腹板の垂直補剛材間の中央縦距  $\Delta R$  の分布範囲 ( $\Delta R/t_w \leq 0.75$ )<sup>7)</sup> を考慮すると、腹板は十分偏平シェル(板としての軸方向ひずみに  $w/R$  の項のみを追加する)とみなしてよいと考えられる。したがって、ここでは偏平シェルの仮定に基づき円筒シェルに関して導かれた Donnell<sup>8)</sup> の基礎式を準用し、ポテンシャルエネルギーを面外変位  $w$  のみの関数として表わして、Rayleigh-Ritz 法により腹板の弾性座屈強度を求める。

腹板の解析モデルは、Fig.1 に示すとおりで、解析にあたって以下の仮定<sup>9)</sup>を設ける。

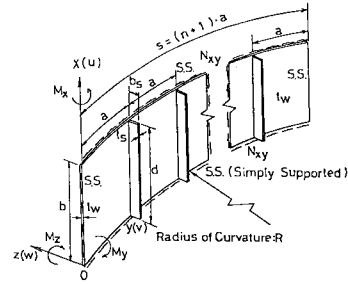
① 曲率を有する腹板には、それぞれ同じ形状・寸法をもつ垂直補剛材が取り付けられており、各パネルは等間隔に区切られている。

② 垂直補剛材は曲げ剛度のみを有し、それらが腹板の座屈に対して寄与するものとする。

③ 解析にあたっては、せん断が卓越するパネルを対象としているため、フランジは無視し、腹板周辺の境界条件はすべて単純支持とする。

#### 1) ひずみ-変位の関係

腹板の板厚中央面で Fig.1 に示した円筒座標系  $(x, y, z)$  をとる。すると、それぞれの軸方向変位  $u, v, w$



R : Radius of Curvature at Middle Plane of Web Plate  
 b : Depth of Web Plate  
 $t_w$  : Thickness of Web Plate  
 d : Height of Transverse Stiffener  
 $b_s$  : Width of Transverse Stiffener  
 $t_s$  : Thickness of Transverse Stiffener  
 s : Total Longitudinal Length of Web Plate  
 a : Spacing of Transverse Stiffeners  
 n : Total Number of Stiffeners

Fig.1 Analytical Model for evaluating Buckling Strength of Curved Web Plate with Transverse Stiffeners.

とひずみ  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$  との関係式は、腹板が Donnell に従う薄肉の偏平シェルとみなせるとすれば、次式で近似することができる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \partial u / \partial x - z \cdot \partial^2 w / \partial x^2 \\ \epsilon_y &= \partial v / \partial y + w / R - z \cdot \partial^2 w / \partial y^2 \\ \gamma_{xy} &= \partial u / \partial y + \partial v / \partial x - 2z \cdot \partial^2 w / \partial x \partial y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)_{a-c}$$

一方、垂直補剛材については、曲げ剛度のみを有しているので、

$$\epsilon_s = -z \cdot \partial^2 w / \partial x^2, (y = ka, k = 1, 2, \dots, n) \dots\dots (2)$$

と表わされる。

#### ii) 応力-ひずみ関係

腹板の応力  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  とひずみ  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$  との関係は、偏平シェルの理論に従うと、次式の平面応力問題と同じものを用いることができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= E / (1 - \mu^2) \cdot (\epsilon_x + \mu \epsilon_y) \\ \sigma_y &= E / (1 - \mu^2) \cdot (\epsilon_y + \mu \epsilon_x) \\ \tau_{xy} &= G \gamma_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)_{a-c}$$

ここに、 $E$  : ヤング率、 $G$  : せん断弾性係数、 $\mu$  : ポアソン比、である。

また、垂直補剛材では、次の関係式を用いる。

$$\sigma_s = E \epsilon_s, (y = ka, k = 1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (4)$$

#### iii) Rayleigh-Ritz 法による座屈解析

ここで、Donnell が導いた薄肉円筒シェル理論<sup>8)</sup>を適用すると、面内の力のつり合い式から面内の  $(x, y)$  軸方向変位  $u, v$  は、次式のように面外の  $z$  軸方向の変位  $w$  の関数として表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} -R \nabla^4 u &= \mu \cdot \partial^3 w / \partial x^3 - \partial^3 w / \partial x \partial y^2 \\ -R \nabla^4 v &= (2 + \mu) \cdot \partial^3 w / \partial x^2 \partial y + \partial^3 w / \partial y^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

ここに、

$$\nabla^4 = (\partial^4/\partial x^4 + 2\partial^2/\partial x^2\partial y^2 + \partial^4/\partial y^4) \dots \dots \dots (6)$$

したがって、腹板の変位はすべて面外方向の変位  $w$  の関数として表現できる。そして、周辺単純支持の境界条件を満足するような変位関数は、

$$w = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{pq} \sin(p\pi x/b) \sin(q\pi y/s) \dots \dots \dots (7)$$

なる 2 重フーリエ級数で表わすことができる。ここに、 $a_{pq}$  : 各座屈波形の最大縦距、 $p, q$  : それぞれ  $(x, y)$  軸方向の座屈波形の波数、である。

次に、系全体のポテンシャルエネルギー  $\Pi$  は、腹板と垂直補剛材内に貯えられるひずみエネルギー  $U$ 、および腹板周辺上の単位長さ当たりに作用するせん断力  $N_{xy}$  のなす外力仕事  $V$  との和で表わされる。すなわち、

$$\Pi = U + V \dots \dots \dots (8)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \iint_{\text{web plate}} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \\ &+ \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \iint_{\text{stiffener}} [\sigma_s \epsilon_s]_{y=ka} dx dz \\ V &= -\frac{1}{2} \iint_{\text{web plate}} N_{xy} \cdot \partial^2 w / \partial x \partial y dx dy \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)_{a,b}$$

式 (9) に式 (1)~(7) を代入し、全ポテンシャルエネルギー  $\Pi$  を式 (7) の  $a_{pq}$  の関数として整理する。そして、エネルギーの停留原理

$$\delta \Pi = (\partial \Pi / \partial a_{pq}) \cdot \delta a_{pq} = 0 \dots \dots \dots (10)$$

を用いると、最終的に未知定数  $a_{pq}$  に関する連立同次方程式から、次式の座屈方程式が得られる。

$$\text{ded. } |A - \lambda B| = 0 \dots \dots \dots (11)$$

ここに、マトリックス  $A, B$  は、それぞれ腹板と垂直補剛材の剛度および外力せん断力を含む正方マトリックス (詳細は紙面の都合上省略) で、 $\lambda$  は固有値である。

結局、座屈荷重  $\bar{N}_{xy}$  は、式 (11) の最小固有値  $\lambda_{\min}$  と一致し、せん断座屈応力度  $\tau_{cr}$  は次式で与えられる。

$$\tau_{cr} = \bar{N}_{xy} / t_w \dots \dots \dots (12)$$

**b) 解析結果の検討・考察**

**i) 垂直補剛材のない単一腹板パネルのせん断座屈**

Fig. 2 は、Batdorf<sup>10)</sup> らにより解析された円筒シエルのせん断座屈係数  $k_s$  と曲率パラメーター  $Z$  との関係を示したものである。ここに、

$$\left. \begin{aligned} k_s &= \tau_{cr} t_w a^2 / D \pi^2 \\ Z &= (a/R)(a/t_w) \sqrt{1-\mu^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)_{a,b}$$

ただし、

$$D = E t_w^3 / 12(1-\mu^2) \dots \dots \dots (14)$$

この図中には、アスペクト比  $\alpha = 1.0$  で、 $Z = 0.0, 5.04, \text{ および } 8.82$  の腹板パネルのせん断座屈係数を上述の解析法で計算したのももブ

ロットしてある。なお、数値計算の際、式 (7) の腹板高さ方向と橋軸方向との波数の打ち切り項数は、解の収束性を検討した結果、垂直補剛材 1 枚の腹板パネルではそれぞれ最大  $m = 10, \text{ および } n = 18$  にとった。

これらの比較から、Batdorfの結果と本計算結果とは、非常によく一致していることがわかる。

**ii) 垂直補剛材を有する腹板のせん断座屈**

Fig. 3 は、アスペクト比  $\alpha = 2.0$ 、中心角  $\Phi = a/R = 0.0608$  の腹板パネル中央に垂直補剛材を設け、その剛比  $\gamma (= EI/Da)$  を変化した場合の本解析結果を示したものである。

この解析より、剛比  $\gamma \geq 8$  の範囲で座屈係数  $k_s$  がほとんど垂直補剛材間の腹板パネル ( $\alpha = 1.0$ ) の値  $k_s = 11.16$  に正しく収束し、このときの座屈波形は垂直補剛材位置ではば節となる結果が得られた。

以上の結果から、本文の近似的座屈解析法は、垂直補

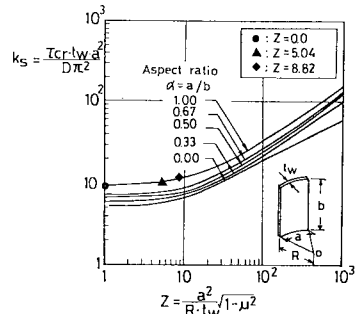


Fig. 2 Variations of Shear Buckling Coefficients  $k_s$  due to Curvature Parameter  $Z$  (Web Plate without Transverse Stiffener).

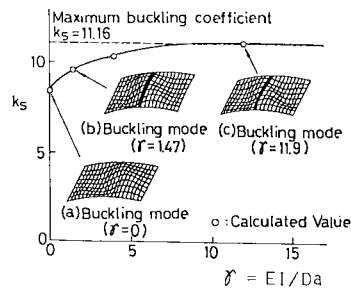


Fig. 3 Relationships between Buckling Coefficient  $k_s$  and Rigidity Parameter of Transverse Stiffener  $\gamma$ .

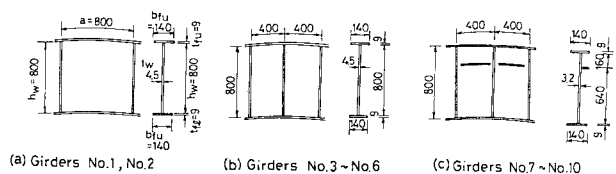


Fig. 4 Dimensions of Test Girders.

**Table 1** Comparisons of Experimental and Analytical Shear Buckling Strength of Curved Web Plate.

Girder No.	Detail of Test Girder <sup>1)</sup>	Experimental Result	Analytical Result	Ratio $V_{cr}/V_{cr}^C$
		$V_{cr}$ (kN)	$V_{cr}^C$ (kN)	
1	S00(1.0-178-12-0.0-0.0)	194	188	1.03
2	S10(1.0-178-12-0.0-0.0)	210	258	0.82
3	S00(0.5-178-12-4.4-0.0)	502	509*	0.99
4	S10(0.5-178-12-0.5-0.0)	281	495*	0.57
5	S10(0.5-178-12-1.0-0.0)	413	505*	0.82
6	S10(0.5-178-12-4.4-0.0)	504	518*	0.97
7	S10(0.5-250-12-1.0-1.0)	184	224	0.82
8	S10(0.5-250-12-1.0-5.0)	157	223	0.71
9	S10(0.5-250-12-4.9-1.0)	207	226	0.92
10	S10(0.5-250-12-4.9-5.0)	222	225	0.99

1) Aspect ratio  $a=b/2$ , 2) Slenderness ratio  $h_w/t_w$ ,  
 3) Slenderness ratio  $b_f/t_f$ , 4) relative stiffness of transverse stiffener  $\gamma_t$ , 5) relative stiffness of longitudinal stiffener  $\gamma_l$   
 \*) In the case where  $\tau_{cr} > 0.8\tau_{wy}$ ,  $\tau_{cr}$  is modified by the following equation<sup>3)</sup>;  $\tau_{cri}/\tau_{wy} = 1.0 - 0.16(\tau_{wy}/\tau_{cr})$

剛材の有無にかかわらず、曲線桁腹板のせん断座屈を評価するために十分適用できるものと考えられる。

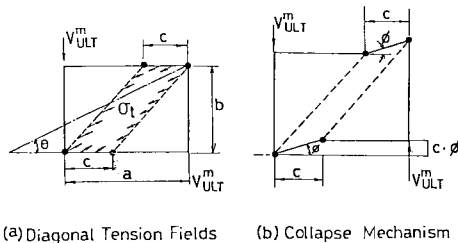
c) 計算値と実験値との比較

Fig. 4 に示すような種々の腹板パネルをもつ合計 10 体の曲線桁模型によるせん断耐力実験<sup>6)</sup>が行われている。これらの実験で得られた各実験桁のせん断座屈強度  $V_{cr}$  と、上述の解析法による計算座屈強度  $V_{cr}^C$  とを Table 1 に示す。

この表より、No.4 桁を除いて、実験値と計算値とが比較的一致する結果が得られた。ちなみに、No.4 の実験桁とは、垂直補剛材剛比  $\gamma$  が JSHB の必要最小剛比  $\gamma_{req}^{JSHB}$  に比べ 1/2 しかなく、十分な補剛材剛度を有していないものである。また、この桁の腹板は、弾塑性座屈領域 ( $\tau_{cr} > 0.8\tau_{wy}$ ) に入るため、表中の式<sup>15)</sup>に従って座屈荷重の補正を行った。

(2) 曲線桁の終局せん断強度

曲線桁のせん断耐力に関する実験結果<sup>6)</sup>によると、実橋で使用される範囲の曲率半径では、垂直補剛材が十分剛であれば、曲率が終局せん断強度に及ぼす影響はほとんどみられない。そして、曲線桁の終局せん断力は、斜張力場を考慮した直線プレートガーダーに関する極限



**Fig. 5** Collapse Mechanism of Plate Girder subjected to Pure Shear<sup>4)</sup>.

**Table 2** Comparisons of Experimental and Analytical Ultimate Shear Strength of Curved Test Girders.

Girder No.	Detail of Test Girder <sup>1)</sup>	Experimental Result	Analytical Result	Ratio $V_u/V_u^R$
		$V_u$ (kN)	$V_u^R$ (kN)	
1	S00(1.0-178-12-0.0-0.0)	426	420	1.01
2	S10(1.0-178-12-0.0-0.0)	404	422	0.96
3	S00(0.5-178-12-4.4-0.0)	573	633	0.91
4	S10(0.5-178-12-0.5-0.0)	479	613	0.78
5	S10(0.5-178-12-1.0-0.0)	459	613	0.90
6	S10(0.5-178-12-4.4-0.0)	524	631	0.83
7	S10(0.5-250-12-1.0-1.0)	352	307	0.89
8	S10(0.5-250-12-1.0-5.0)	372	386	0.96
9	S10(0.5-250-12-4.9-1.0)	391	388	1.01
10	S10(0.5-250-12-4.9-5.0)	394	384	1.03

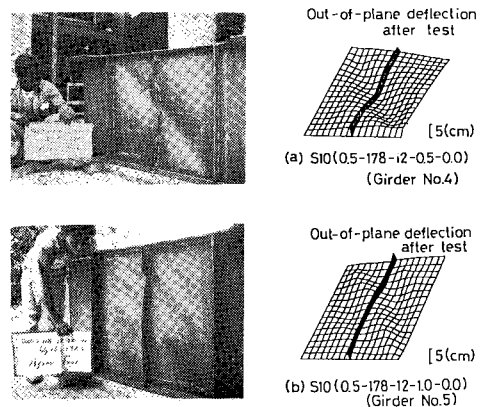
1) Aspect ratio  $a=b/2$ , 2) Slenderness ratio  $h_w/t_w$ ,  
 3) Slenderness ratio  $b_f/t_f$ , 4) Relative stiffness of transverse stiffener  $\gamma_t$ , 5) Relative stiffness of longitudinal stiffener  $\gamma_l$

解析法に準じて推定できることが明らかにされている。この種の極限解析法による終局せん断力の算定法としては、Basler<sup>11)</sup>, Fujii<sup>12)</sup>, Komatsu<sup>13)</sup>, Rockey<sup>4)</sup>, および Ostapenko<sup>14)</sup> など数多くの研究者により提案されているが、文献 6) ではこれらの算定法のうち、Fig. 5 に示す Rockey モデルによる方法が実験桁の終局せん断力を比較的精度よく推定できると報告している。すなわち、文献 6) の各実験桁で実測された終局せん断力  $V_u$  と、Rockey モデルにより計算された終局せん断力  $V_u^R$  との値は、Table 2 に示すように整理される。この表から、実験値と計算値との比  $V_u/V_u^R$  は、垂直補剛材剛度の小さい No.4 桁を除くと、0.83~1.03 の狭い範囲に分布していることがわかる。

(3) 垂直補剛材の崩壊挙動

実験桁の終局状態における垂直補剛材の挙動特性を文献 6) から詳しく検討すると、以下のようにまとめることができる。

① No.4 桁の垂直補剛材剛比  $\gamma$  は、JSHB の必要最



**Fig. 6** Collapse Patterns of Transverse Stiffener in Test Girder No. 4 and No. 5.

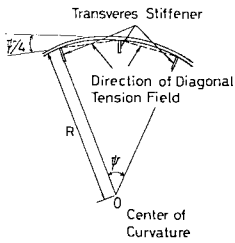


Fig. 7 Situation of Diagonal Tension Field in Curved Web Plate.

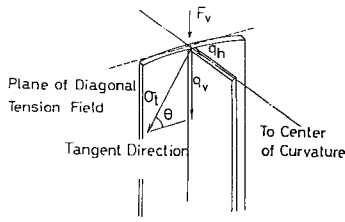
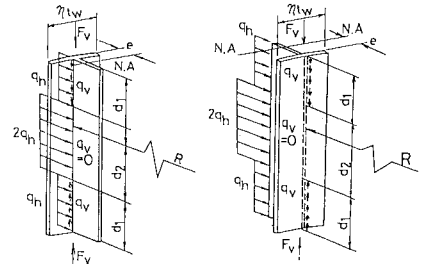


Fig. 8 Forces acting on Transverse Stiffener.



(a) Stiffener attached at Inner Side of Curvature (b) Stiffener attached at Outer Side of Curvature  
Fig. 9 Beam-Column Model.

小剛比  $\gamma_{\text{req}}^{\text{SHB}}$  の 0.5 倍の剛度しか有さない。このため、No. 4 桁の垂直補剛材は、 $\gamma=1.0$  の桁に比べても各荷重段階にわたり半径方向に大きな変位を生じ、Fig. 6(a) に示すように、桁が終局状態に至るまでに崩壊した。

② No. 5 桁の垂直補剛材剛比  $\gamma$  は、 $\gamma=1.0 \gamma_{\text{req}}^{\text{SHB}}$  であるにもかかわらず、Fig. 6(b) に示すように、垂直補剛材の崩壊が観察された。

③ また、No. 5 桁の垂直補剛材は、桁の終局荷重とはほぼ同じ荷重で崩壊した。

④ No. 4 および No. 5 桁とも垂直補剛材の座屈が桁の耐荷力にかなり重要な役割を演じたことがわかる。したがって、せん断を受ける曲線プレートガーダーの設計法を確立するうえで、垂直補剛材の強度特性を把握することが不可欠であると考えられる。

### 3. 垂直補剛材の耐荷力解析

#### (1) 解析モデルと断面力解析

##### a) はり-柱モデル

せん断を受ける曲線桁の終局状態では、垂直補剛材間の腹板パネルはすでに座屈しており、Fig. 5 に示すような斜張力場の発生がみられる。この斜張力場における引張応力  $\sigma_t$  は、Von Mises の降伏条件から、次式のように表わすことができる。

$$\sigma_t = -3/2 \cdot \tau_{cr} \cdot \sin 2\theta + \sqrt{\sigma_{wy}^2 + \tau_{cr}^2 (9/4 \cdot \sin^2 2\theta - 3)} \quad \dots \dots \dots (15)$$

ここに、 $\tau_{cr}$  : 式 (12)<sub>b</sub> で与えられる腹板のせん断座屈応力度、 $\sigma_{wy}$  : 腹板の降伏応力度、 $\theta$  : Fig. 5 に示す  $\sigma_t$  とフランジとのなす角、である。

曲線桁腹板の場合、斜張力場は Fig. 7 に示すように、垂直補剛材間を折れ線で結んだ平面内に生じるものと仮定する。すると、曲線桁腹板の垂直補剛材は、Fig. 8 に示すように、以下の 3 種類の斜張力応力度  $\sigma_t$  による分力を受けることになる。

(i) フランジを通じて垂直補剛材に伝達される  $\sigma_t$  の鉛直成分の合力  $F_v$  :

$$F_v = \sigma_t l_w c \cdot \sin^2 \theta \quad \dots \dots \dots (16)$$

(ii) 垂直補剛材に直接作用する  $\sigma_t$  の鉛直成分による分布荷重  $q_v$  :

$$q_v = \sigma_t l_w \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \quad \dots \dots \dots (17)$$

(iii) 垂直補剛材に直接作用する  $\sigma_t$  の曲率半径方向の成分による分布荷重  $q_h$  :

$$q_h = \sigma_t l_w \cdot \cos \theta \cdot \sin(\phi/4) \quad \dots \dots \dots (18)$$

ここに、 $c$  は Fig. 5 に示した垂直補剛材からフランジの塑性ヒンジまでの距離で、次式で与えられる。

$$c = 2 / \sin \theta \cdot \sqrt{M_{pr} / \sigma_t l_w} \quad \dots \dots \dots (19)$$

そして、 $M_{pr}$  はフランジの面外曲げに対する全塑性曲げモーメントで、次式で表わされる。

$$M_{pr} = A_f \sigma_{fy} l_f / 4 \quad \dots \dots \dots (20)$$

ここで、 $A_f$  : フランジ断面積、 $\sigma_{fy}$  : フランジの降伏点、 $l_f$  : フランジ厚、である。また、式 (18) 中の  $\phi$  は、Fig. 7 に示すように、2 つの腹板パネルがなす中心角である。

式 (16)~(18) で表わされる分力のうち、式 (18) の曲率中心に向かう分布荷重  $q_h$  は、曲線桁特有の作用荷重であるため、曲線桁の垂直補剛材は直線桁のそれと比較し、厳しい載荷状態に置かれていると考えられる。また、はり-柱モデルの中央部では  $2q_h$  となるが、これは垂直補剛材に隣接する 2 つの腹板パネルを考慮しているためである。

ところで、このような荷重を受ける垂直補剛材は、腹板にある有効幅  $\eta l_w$  を想定すれば、Fig. 9 に示すような T 形断面のはり-柱モデルに置き換えることができる。腹板の有効幅に関する係数  $\eta$  の値については種々な議論もあるが、Rockey<sup>3)</sup> らの研究によると  $\eta=40$  とすることができるとしている。

##### b) はり-柱モデルの応力解析

はり-柱モデルの初期たわみ  $v_0$ 、および、付加たわみ  $v_1$  が、次式で近似できるものと仮定する。

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= f_0 \sin(\pi x/d) \\ v_1 &= f_1 \sin(\pi x/d) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)_{a,b}$$

ここに、 $f_0, f_1$  はそれぞれ初期たわみと付加たわみとの最大値、 $d$  ははり一柱モデルの長さ、また、 $x$  は長さ方向の任意点の位置を表わしている。

次に、付加曲げモーメントの影響を考慮すると、はり一柱モデルのつり合い方程式は、次式のように与えられる。

$$EI \cdot d^2 v / dx^2 - (M_{Fv} + M_{qv} + M_{qn}) = 0 \dots\dots\dots (22)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} M_{Fv} &= F_v \delta & , (0 \leq x \leq d) \\ M_{qv} &= q_v x \delta & , (0 \leq x \leq d_1) \\ &= q_v d_1 \delta & , (d_1 < x \leq d_1 + d_2) \\ &= q_v (d - x) \delta & , (d_1 + d_2 < x \leq d) \\ M_{qn} &= [(d + d_2)x - x^2] q_n / 2 & , (0 \leq x \leq d_1) \\ &= (-d_1^2 + 2dx - 2x^2) q_n / 2 & , (d_1 < x \leq d_1 + d_2) \\ &= [d_2 d + (d - d_2)x - x^2] q_n / 2 & , (d_1 + d_2 < x \leq d) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)_{a-c}$$

$$\delta = e + v_1 + v_0 \dots\dots\dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= d - (a - c) \tan \theta \\ d_2 &= d - 2d_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)_{a, b}$$

また、偏心量  $e$  は腹板の板厚中央からT形断面の中央軸までの距離であり、 $a$  は垂直補剛材間隔である。

さて、Galerkin法を適用すると次式が得られる。

$$\int_0^d \epsilon(x) \cdot \sin(\pi x / d) dx = 0 \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 $\epsilon(x)$  は、式(22)にたわみの近似解(21)<sub>b</sub>、式(23)の付加曲げモーメント、および、式(21)<sub>a</sub>、(24)、(25)を代入したときの誤差関数である。すなわち、上式は式(21)<sub>b</sub>の最も適切な未知係数 $f_1$ を決めるためのエネルギーを最小ならしめる条件を与えている。

上式を解いて、たわみ $v_1$ が求められると、任意断面 $x$ における軸方向力 $P$ と曲げモーメント $M$ とが次式で算定される。

$$\left. \begin{aligned} P &= F_v + q_v x & , (0 \leq x < d_1) \\ &= F_v + q_v d_1 & , (d_1 \leq x < d_1 + d_2) \\ &= F_v - q_v (x - d_1 - d_2) & , (d_1 + d_2 \leq x < d) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)_{a, b}$$

$$M = P\delta + M_{qn}$$

c) 実験結果によるはり一柱モデルの検討

上述のはり一柱モデルによる解析法の妥当性を調べるため、文献6)のNo.4桁の垂直補剛材における軸方向ひずみの実測値と計算値とを比較し、Fig.10に例示する。

この図の結果から、垂直補剛材は曲率中心に向かう力を受けていること、また、その力による曲げひずみが支配的であることがわかる。さらに、実測値と計算値とは傾向が一致していることから、曲線桁腹板の垂直補剛材

Table 3 Calculation Formulae for Interaction Curves.

Curves	Equation Number in Fig.11	Stress Situations	Calculation Formulae
Initial Yield Line	①		$\frac{M}{M_p} = \frac{\sigma_y}{\sigma_y} \frac{I}{I_s} \frac{P}{P_s} + \frac{\sigma_y}{M_p} \frac{I}{I_s}$
	②		$\frac{M}{M_p} = -\frac{\sigma_y}{M_p} \frac{I}{I_s} \frac{P}{P_s} + \frac{\sigma_y}{M_p} \frac{I}{I_s}$
	③		$\frac{M}{M_p} = \frac{\sigma_y}{M_p} \frac{I}{I_s} \frac{P}{P_s} - \frac{\sigma_y}{M_p} \frac{I}{I_s}$
Fully Plastic Curve	④		$\frac{M}{M_p} = [b_w \cdot (y_1 \cdot \eta_1) \{ \eta_1 \cdot \frac{1}{2} (y_1 \cdot \eta_1) \} - b_w (t_w \cdot y_1 \cdot \eta_1) \{ \eta_1 \cdot \frac{1}{2} (t_w \cdot y_1 \cdot \eta_1) \} - \frac{t_s}{2} (b_s - 2b_s \eta_2) \} \frac{\sigma_y}{M_p}$
	⑤		$\frac{M}{M_p} = [b_w \cdot t_w \cdot (q_1 - \frac{1}{2} t_w) + t_s (y_1 \cdot y_2 \cdot t_w) \{ \eta_1 \cdot \frac{1}{2} (y_1 \cdot \eta_2 \cdot t_w) \} - \frac{t_s}{2} \{ (q_1 - y_1 - \eta_2)^2 - q_2^2 \}] \frac{\sigma_y}{M_p}$
	⑥		$\frac{M}{M_p} = [b_w (y_1 \cdot \eta_1) \{ \eta_1 \cdot \frac{1}{2} (y_1 \cdot \eta_1) \} - b_w (t_w \cdot (y_1 - \eta_1)) \{ \eta_1 \cdot \frac{1}{2} (t_w \cdot \eta_1 \cdot \eta_1) \} + \frac{t_s}{2} (q_2^2 - (q_1 - t_w)^2) \} \frac{\sigma_y}{M_p}$

Remarks:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{1}{2b_w} (b_w t_w + b_s t_s) \\ \eta_2 &= b_s \cdot t_w - y_1 \\ q_1 &= b_s \cdot t_w - \frac{b_w t_w^2 + 2b_w b_s t_s + b_s^2 t_s}{b_w t_w + b_s t_s} \\ q_2 &= \frac{b_w t_w^2 + 2b_w b_s t_s + b_s^2 t_s}{b_w t_w + b_s t_s} \\ \eta_1 &= \frac{P_s}{2b_w \sigma_y} \frac{P}{P_s} \\ \eta_2 &= y_2 - (1 - \frac{P}{P_s}) \cdot \frac{P_s}{2I_s \sigma_y} \\ y_w, y_s &: \text{Maximum Distance from Neutral Axis to Web and Stiffener, respectively} \\ I &: \text{Moment of Inertia of Tee Section} \end{aligned}$$

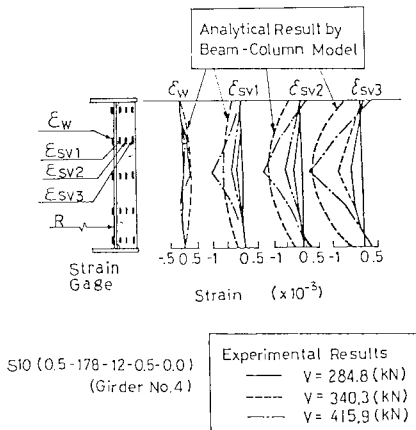


Fig. 10 Strain Distribution in Transverse Stiffener.

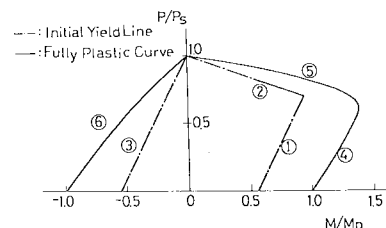


Fig. 11  $M/M_p - P/P_s$  Interaction Curves for Beam-Column.

にはり-柱モデルを適用するという上述の解析法が有用であると考える。

(2) はり-柱モデルの相関曲線、および垂直補剛材の耐荷力

a) はり-柱モデルの相関曲線

はり-柱モデルの初期降伏状態と全塑性状態における軸力  $P/P_s$  と曲げモーメント  $M/M_p$  との相関曲線は、Table 3 に示すようにまとめることができる。また、これらの相関曲線をプロットすると、Fig. 11 が得られる。ただし、これらの図表中  $P_s$  と  $M_p$  は、それぞれ次式で与えられるはり-柱断面の全塑性軸力と全塑性曲げモーメントである。

$$\left. \begin{aligned} P_s &= \sigma_y A_s \\ M_p &= \sigma_y / 2 \cdot A_s (y_1 + y_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)_{a,b}$$

ここに、 $A_s$  ははり-柱モデルの断面積、 $y_1$ 、 $y_2$  はそれぞれ全塑性状態におけるはり-柱モデル断面の引張および圧縮領域の図心から中立軸までの距離である。

Fig. 11 にみられるように、はり-柱モデルの断面がT形断面であるため、曲げモーメント  $M$  の作用方向により相関曲線の形状が著しく異なる。したがって、垂直補剛材が腹板の曲率中心の内側、あるいは外側に取り付けられている場合に、相関曲線が相異なることになる。ちなみに、正の曲げモーメントを受ける場合は、曲率中心に対し垂直補剛材が内側に取り付けられた場合を意味する。

b) 垂直補剛材の耐荷力

垂直補剛材が保有する耐荷力を調べるため、垂直補剛材の崩壊が観察された No. 4 と No. 5 との実験桁に対し、上述のはり-柱モデルによる解析を行い、その相関曲線を Fig. 12 に示す。同図中には、式 (28)<sub>a,b</sub> から求められる桁の終局状態における垂直補剛材の断面力  $P/P_s$  および  $M/M_p$  の値が○印でプロットしてある。

これらの図から、No. 5 桁の垂直補剛材が保有する耐荷力は、ほぼ初期降伏線上に乗っていることがわかる。

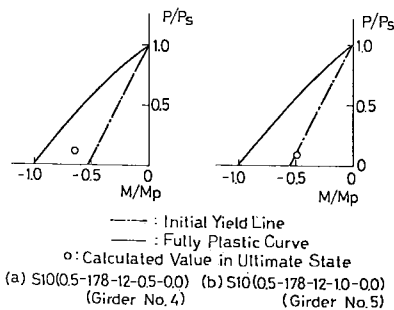


Fig. 12 Examples of  $M/M_p$ - $P/P_s$  Interaction Curves for Beam-Column Model of Transverse Stiffener in Test Girders.

また、No. 5 桁では終局せん断力付近で垂直補剛材の崩壊が観察されたこと、および Table 2 に示した  $V_u/V_u^u$  値が 0.9 であることなどを総合して判断すると、はり-柱モデルの初期降伏曲線が桁の終局状態に対して必要な垂直補剛材剛度を定める重要な指標になると考えられる。

4. 垂直補剛材の一設計法

(1) 弾性座屈理論に基づいて設計された垂直補剛材の剛度の検討

現行の JSHB では曲線桁の垂直補剛材に対する設計条項はなく、実設計においては直線プレートガーダーの規準を準用している。直線プレートガーダーで要求している垂直補剛材の必要剛比  $\gamma_{req}^{JSHB}$  は、 $b$  を腹板高さ、 $a$  を垂直補剛材間隔とすれば、

$$\gamma_{req}^{JSHB} \geq 8.0(b/a)^2 \dots\dots\dots (29)$$

と定められている。

一方、AASHTO<sup>2)</sup>においては、曲線桁の垂直補剛材の必要剛度は直線桁の必要剛度に補正係数  $\chi$  を乗じて決めることとしている。この補正係数  $\chi$  は、曲率を有する腹板のせん断弾性座屈理論より導かれたもので、次式によって与えられている。

$$\left. \begin{aligned} \chi &= 1.0 & , (a/b \leq 0.78) \\ &= 1.0 + (a/b - 0.78)Z^4 / 1775, & (0.78 < a/b \leq 1.0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)_{a,b}$$

ここに、 $Z$  は曲率パラメーターで、

$$Z = 0.95 a^2 / R t_w \leq 10 \dots\dots\dots (31)$$

としている。

Fig. 13 は、式 (29) に基づいて設計された垂直補剛材の相関曲線、および前述のはり-柱モデルを用いて解析した耐荷力をそれらの相関曲線内にプロットしたものである。また、Fig. 13(b) は、上述の垂直補剛材剛度

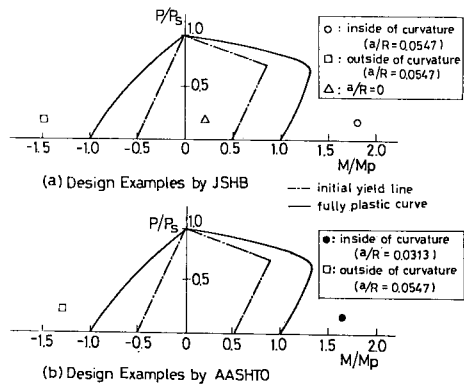


Fig. 13 Strength of Transverse Stiffener designed by AASHTO under Conditions  $A_r/A_w=0.2$  and  $h_w/t_w=152$ .

をAASHTOに準じ、曲率の影響を式(30)によって修正したのに対して同様な解析を行ったものである。

これらの図より、弾性座屈理論に基づいて設計された垂直補剛材は、たとえ曲率の影響を考慮して設計したとしても、桁が終局状態に至ると垂直補剛材に作用する外力が耐荷力を大幅に越えてしまい、完全に崩壊してしまうことがわかる。

(2) はり-柱モデルによる垂直補剛材の設計法の検討

曲線桁でも、腹板がせん断座屈したのちさらに大きな後座屈強度を期待できることが、実験的研究<sup>6)</sup>により明らかにされている。しかしながら、これはあくまで、フランジと垂直補剛材とで構成される枠組が腹板パネル内に発生する斜張力を十分に支持できる強度を有していることが前提となる。上記の解析結果および実験結果から、垂直補剛材の耐荷力をはり-柱モデルの相関曲線のうち初期降伏線内にとどめておけば、桁の終局状態においても、垂直補剛材の枠組としての強度が保障される。したがって、具体的には、はり-柱モデルに作用する断面力  $P$  と  $M$  とを組み合わせたものが相関曲線の初期降伏線上に位置するために必要な垂直補剛材の断面を計算し、この断面の剛比を求めれば、それが曲線桁の垂直補剛材の必要剛比  $\gamma_{req}^c$  を与えることになる。

設計の便に供するため、曲線桁における垂直補剛材の必要剛比  $\gamma_{req}^c$  と式(29)で与えられる直線桁の必要剛比  $\gamma_{req}^{JSHB}$  との比を、次式で定義する。

$$\beta = \gamma_{req}^c / \gamma_{req}^{JSHB} \dots\dots\dots (32)$$

そして、実際の曲線桁の諸元<sup>7)</sup>の範囲で、はり-柱モデルを用いたパラメトリック解析の結果から、補正係数  $\beta$  と曲率パラメーター  $Z$  との関係、および  $\beta$  とアスペクト比  $\alpha (= a/b)$  との関係を求めると、それぞれ Fig. 14,

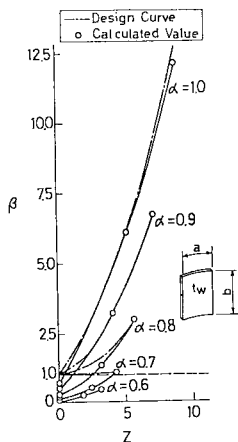


Fig. 14 Variation of  $\beta$  due to Curvature Parameter  $Z$ .

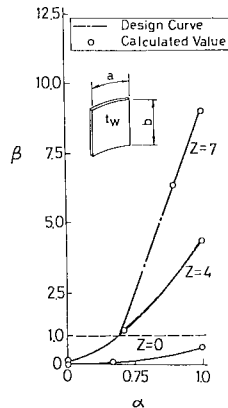


Fig. 15 Variation of  $\beta$  due to Aspect Ratio  $\alpha$ .

および Fig. 15 に示す結果が得られる。もちろん、その際、垂直補剛材が腹板の曲率中心内側と外側に取り付けられたそれぞれの場合について  $\beta$  を計算し、安全側の設計ができるよう、いずれか大きい方の  $\beta$  の値を採用することとした。

この図から、曲率パラメーター  $Z$  あるいはアスペクト比  $\alpha$  が大きくなるほど補正係数  $\beta$  も大きくなること、すなわち、直線プレートガーダーの垂直補剛材に比して曲線桁腹板では剛な垂直補剛材を必要とすることがわかる。さらに、Fig. 14 において、 $\alpha \leq 0.69$  の範囲では  $\beta$  が 1.0 以下となり、 $Z=0$  (直線桁) では JSHB の規定を満足しなくなる。そこでこのような範囲では、曲線桁においても直線桁の必要剛比を用いれば、安全側の設計ができることがわかる。

以上の結果から、曲線桁の垂直補剛材の設計式としては、次式を提案することができる。なお、ここでは紙面の都合上示さなかったが、垂直補剛材が腹板の両側に取り付けられている場合についても同様な計算を行ったものであることを付記する。

i) 垂直補剛材が腹板の片側に取り付けられている場合：

$$\beta = 1.0 + (\alpha - 0.69)Z |9.38\alpha - 7.67 - (1.49\alpha - 1.78)Z|, (0.69 \leq \alpha < 1.0) \dots\dots (33)_{a,b}$$

$$= 1.0, (\alpha \leq 0.69)$$

ii) 垂直補剛材が腹板の両側に取り付けられている場合：

$$\beta = 1.0 + (\alpha - 0.65)Z |12.67\alpha - 10.42 - (1.99\alpha - 2.49)Z|, (0.65 \leq \alpha < 1.0) \dots\dots (34)_{a,b}$$

$$= 1.0, (\alpha \leq 0.65)$$

5. まとめ

本文では、曲線桁腹板の座屈特性について検討するため、まず垂直補剛材を有する曲線桁腹板のせん断座屈を偏平シェルの理論に基づいて解析し、その妥当性を検証した。また、曲線模型桁についての計算値と実験値とが比較的一致することを確かめた。さらに、曲線桁の終局せん断力は、Rockey らによる直線プレートガーダーの斜張力場理論に上述の解析結果を導入することにより算定できることを確かめた。

次に、曲線模型桁の垂直補剛材の挙動を詳細に調べた結果、弾性座屈理論に基づいて設計された垂直補剛材が必ずしも桁の終局状態まで、十分な耐荷力を保有しないことがわかった。

そこで、垂直補剛材の耐荷力を合理的に評価するためのはり-柱モデルを提案した。そして桁の終局状態におけるはり-柱モデルの応力照査から、垂直補剛材の安全性を検討する方法について述べた。さらに、その設計法



の提案を試みた。このような研究から得られた主な結論を列記すると、以下のとおりである。

(1) 曲線桁の垂直補剛材は、桁の終局状態において曲率中心に向かう分布荷重を受けるため、直線桁の垂直補剛材と比較すると、厳しい載荷条件のもとに置かれている。

(2) 腹板の有効幅を考慮したT形断面のはり-柱モデルを用い、たわみによる付加曲げモーメントも考慮した解析により、実際の垂直補剛材における作用断面力を評価することができる。

(3) 桁の終局状態における垂直補剛材の耐荷力は、はり-柱モデルの相関曲線のうち、初期降伏線で評価できた。

(4) 桁が終局状態に至っても、垂直補剛材が崩壊しないための必要剛比に関する設計式を、実橋の諸元を用いて提示した。

謝 辞：本研究は、文部省科学研究費、および阪神高速道路公団の援助のもとに実施した。また、研究を進めるにあたり、当時大阪市立大学工学部橋梁研究室の院生 福本和弘および学生 越村雅人、高橋達郎らの諸君のご協力を得たことを付記し、関係各位に深謝する。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，昭和55年2月。
- 2) AASHTO：Guide Specifications for Horizontally Curved Highway Bridges, 1980.
- 3) Rockey, K.C., Valtinat, G. and Tang, K.H.：The Design of Transverse Stiffeners on Webs Loaded in Shear—An Ultimate Approach, Proc. Instn. of Civil Engineers, Part 2, Vol.71, pp.1069~1099, Dec., 1981.
- 4) Rockey, K.C. and Skloud, M.：The Ultimate Load Behaviour of Plate Girders in Shear, The Structural

- Engineer, Vol.50, No.1, pp.29~48, Jan., 1972.
- 5) Porter, D.M., Rockey, K.C. and Evans, H.R.：The Collapse Behaviour of Plate Girders Loaded in Shear, The Structural Engineer, Vol.53, No.8, pp.313~325, Aug., 1975.
- 6) 中井 博・北田俊行・大南亮・福本和弘：曲線プレート・ガーダーのせん断強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，No.350/I-2, pp.281~290, Oct., 1984.
- 7) 中井 博・松村駿一郎・吉川 紀・北田俊行・大南亮：曲線桁橋の実績調査，橋梁と基礎，Vol.15, No.4, pp.38~43, 1981年5月。
- 8) Donnell, L.H.：Stability of Thin-walled Tubes under Torsion, NACA Rept. 479, 1933.
- 9) Mariani, N., Mozer, J.D., Dym, C.L. and Culver, C.G.：Transverse Stiffener Requirements for Curved Webs, Proc. of ASCE, Vol.99, ST 4, pp.757~771, Apr., 1973.
- 10) Batdorf, S.B., Stein, M. and Shildcrout, M.：Critical Shear Stress of Curved Rectangular Panels, NACA, Technical Note, No.1348, May, 1947.
- 11) Basler, K.：Strength of Plate Girder in Shear, Proc. of ASCE, Vol.87, ST 7, pp.151~180, Dec., 1961.
- 12) Fujii, T.：Minimum Weight Design of Structures Based on Buckling Strength and Plastic Collapse, 3rd Report, An Improved Theory and Post Buckling Strength of Plate Girder in Shear, Jour. of The Society of Naval Architects of Japan, No.122, pp.119~128, Dec., 1967.
- 13) Komatsu, S.：Ultimate Strength of Stiffened Plate Girders Subjected to Shear, IABSE Coll., Design of Plate and Box Girders for Ultimate Strength, London, 1971.
- 14) Ostapenko, A. and Chern, C.：Ultimate Strength of Plate Girders under Shear, Fritz Eng. Laboratory Report, No.328-7, Lchigh Univ., Aug., 1969.
- 15) Johnston, B.G.：Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Third Edition, Structural Stability Research Council, John Wiley & Sons, 1976.

(1984.11.19・受付)