

曲げ・せん断とねじりを同時に受ける 鉄筋コンクリート部材の耐力と変形

STRENGTH AND DEFLECTION OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS
SUBJECTED TO COMBINED BENDING, SHEAR AND TORSION

岡本享久*・長滝重義**

By Takahisa OKAMOTO and Shigeyoshi NAGATAKI

Theoretical expressions for the ultimate strengths and the deformations of reinforced concrete members subjected to combined bending, shear and torsion are described. They are based on a space truss model. Equilibrium and compatibility are considered and the obtained equations involve the behaviours at ultimate of the concrete struts among diagonal cracks, the locations of centroid of shear flows and the distributions of shear strains at the vertical face where the vertical shear stresses and the torsional stresses are additive and the other vertical face where the vertical shear stress and torsional stresses are subtractive. The proposed equations are compared with test results and good correlation is noted.

1. まえがき

従来、鉄筋コンクリート構造部材の設計に際し、ねじりモーメントが作用する場合、その影響を二次的な程度に抑えることを前提としてきた。しかしながら、地震固有の問題として、通常の荷重状態ではねじりモーメントの発生をみないので、地震時に大きなねじりモーメントが構造物に発生し、現実に被害例も報告¹⁾されていることを考慮すると、ねじりモーメントがコンクリート構造物の耐力および変形性状に及ぼす影響を定量的にとらえることは重要な課題である。

これらの事情を背景として、わが国でも1960年代からねじりを受けるコンクリート部材の破壊機構に関する研究が活発化し、純ねじりおよび曲げとねじりを同時に受ける場合については設計に適用可能なところまで発展した。しかしながら、現実の構造物において最も一般的な荷重状態である曲げ・せん断にねじりが作用する場合の終局耐力および変形性状に関する理論的および実験的研究はほとんど見受けられない。この原因として、せん

断破壊が曲げ破壊に比べて非常に多くの要因を受ける複雑な破壊であるため、適切なモデル化が行えず数学的な取扱いが難しいことが挙げられ、したがって、ねじりとせん断を同時に受ける場合は一層複雑な問題となる。著者らの研究²⁾によると、曲げとねじりを受ける場合と、曲げ・ねじりにせん断力が同時に作用する場合を比べると、せん断力の作用によって約30%もねじり耐力が低下する場合があり、この種の組合せ荷重下の破壊機構を知ることは合理的な設計を行うために重要な意義をもつものであると考えられる。

したがって、本研究では、曲げ・せん断とねじりを同時に受ける鉄筋コンクリート部材の耐力および変形性状を明らかにする目的で解析および実験の両面から検討を加えた。すなわち、解析にあたって、かぶりコンクリートの耐力に及ぼす影響、斜めひびわれ間のコンクリートストラットの挙動およびせん断とねじりによる影響が累加される側面と相殺される側面の鉄筋とコンクリートのひずみ分布を考慮して、つり合い条件式およびひずみの適合条件式を求め、ねじり耐力および変形に関する算定式を提案した。ここで求められた算定式はねじり耐力およびせん断耐力に及ぼすパラメーター、すなわちねじりモーメントと曲げモーメントの比、曲げモーメントとせん断力の比、鉄筋比およびコンクリート強度の影響を含

* 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科
(〒152 目黒区大岡山2-12-1)

** 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科
(同上)

んでおり、実験結果を合理的に説明できた。

2. 既往の研究と本論文の特徴

曲げ・ねじりとせん断を同時に受ける鉄筋コンクリート部材の耐力および変形を理論的に取り扱った論文に使用されているモデルは、斜め曲げモデルに基づくものと、立体トラスモデルに基づくものの2種に大別される。現在までの耐力に関する代表的な研究として、斜め曲げモデルを用いた Elfren³⁾、Ewida & McMullen⁴⁾の研究があり、立体トラスモデルを用いた Collins & Mitchell⁵⁾、Thürlimann⁶⁾の研究がある。

Ewida & McMullen は図-1 に示す斜め曲げモデルに基づいてねじりとせん断の組合せ荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の強度およびすべての荷重段階における変形を予測する解析方法を示している。解析にあたり、力のつり合いおよび変形の適合条件を考慮しており、ねじりモーメントにせん断力が同時に作用する場合を取り扱えること、および荷重-ひずみ関係、荷重-変形関係を予測できることに特徴がある。仮定した破壊面は Elfren のものと同一であり、矩形ばかりの3つの面上で生ずるらせん状のひびわれと第4面において3つの面に生じたひびわれの端部を結ぶ圧縮域から形成されると仮定している。破壊モードとして、コンクリートの圧縮域がおのおの上、下にある場合と、圧縮域が側面にある場合の3種類を考えている。この論文の特徴は引張面での圧縮面に鉛直なひずみを

$$\epsilon_{n\phi} = \epsilon_t (\cos^2 \phi + \tan \theta \sin \phi \cos \phi)$$

$$+ \epsilon_h (\sin^2 \phi + \sin \phi \cos \phi / \tan \theta) \dots \dots \dots \quad (1)$$

で表わし、この式(1)と圧縮域の ϕ 面に垂直な圧縮ひずみとのひずみの適合条件を考えることにより、任意の荷重段階における荷重と変形曲線を求めることができる。また、解析上の仮定としてせん断力によるせん断応力とねじりによるせん断応力が累加される面のひびわれ角度 β_1 とそれぞれのせん断応力が相殺される面でのひびわれ角度 β_2 の間には

$$\tan \beta_2 = \frac{2 - 1/\eta}{2 + 1/\eta} \tan \beta_1 \dots \dots \dots \quad (2)$$

を使用している。なお、ここで $\eta = T/Vb_1$ である。最

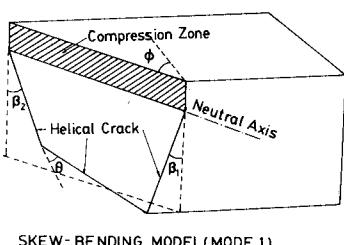


図-1 斜め曲げモデル

終的に終局荷重は荷重-変形曲線の傾きがゼロの荷重として求めることができる。

Collins & Mitchell は立体トラスモデルを用いて解析を行っている。トラス理論の問題点として斜めひびわれ角度を決定することができないことを補うために、Wagner の引張場の理論の考え方、すなわち座屈後の薄いウェブは圧縮力を負担せず、せん断力は斜め方向引張力により伝達されるとし、斜め方向引張力の角度を決定するために、この角度は引張主ひずみの向きに一致するという仮定に基づく考え方を導入している。すなわち、コンクリートは引張力を負担せず、せん断力は斜め方向圧縮力によって伝達されるとして鉄筋コンクリートばかりに対しても Wagner の考え方を応用し、圧縮場の理論として、ねじりおよびせん断の問題を扱っている。解析上の仮定として、斜めひびわれ間のコンクリートストラットを曲げに関する終局理論と同様に取り扱っていること、ねじり耐力に対してかぶりコンクリートの影響を無視していることが特徴的である。ねじりとせん断の両方の作用外力を受ける場合の考え方の基本として、ねじりモーメントおよびせん断力によるせん断応力を重ね合わせた式から、ひびわれ角度を試行錯誤によって求め、鉄筋の応力を算出する方法について述べているが、この種の組合せ荷重下の耐力を直接求める方法については触れていない。Thürlimann も立体トラスモデルに基づいて、スターラップの降伏後、はりの下面、上面および側面のおのおのの軸方向鉄筋が降伏する3つの破壊形式について耐力算定式を導いた。すなわち、

下面の軸方向鉄筋の降伏に対して

$$\frac{F_{yu}}{F_{yt}} \left[\left(\frac{T_u}{T_{uo}} \right)^2 + \left(\frac{V_u}{V_{uo}} \right)^2 \right] + \frac{M_u}{M_{uo}} = 1 \dots \dots \dots \quad (3)$$

上面の軸方向鉄筋の降伏に対して

$$\left(\frac{T_u}{T_{uo}} \right)^2 + \left(\frac{V_u}{V_{uo}} \right)^2 - \frac{F_{yt}}{F_{yu}} \frac{M_u}{M_{uo}} = 1 \dots \dots \dots \quad (4)$$

側面の軸方向鉄筋の降伏に対して

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_u}{T_{uo}} \right)^2 + 2 \frac{T_u}{T_{uo}} \frac{V_u}{V_{uo}} \sqrt{2h/u} \\ + \left(\frac{V_u}{V_{uo}} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{F_{yt}}{F_{yu}} + 1 \right) \end{aligned} \dots \dots \dots \quad (5)$$

である。ただし、 $M_{uo} = 2F_{yt}h$ 、 $T_{uo} = 2A_0 \sqrt{4F_{yu} s_y/(us)}$ 、 $V_{uo} = 2\sqrt{2F_{yu} s_y h/s}$ であり、 T_u ：終局ねじりモーメント、 M_u ：終局曲げモーメント、 V_u ：終局せん断力、 T_{uo} ：終局純ねじりモーメント、 M_{uo} ：終局純曲げモーメント、 V_{uo} ：終局純せん断力、 F_{yt} ：下端筋の降伏力、 F_{yu} ：上端筋の降伏力、 s_y ：1本のスターラップの降伏力、 u ：断面にある軸方向鉄筋が囲む面積の周長、 h ：断面の高さである。

以上のように、2つのモデルに基づく解析があるが、

それぞれに利点・欠点がある。そこで本研究では立体トラスモデルに基づく方が合理的であると考え、このモデルに基づき、曲げ・せん断とねじりを同時に受ける鉄筋コンクリート部材の耐力および変形性状を解析的に検討したものであり、以下の特徴を有する。

(1) 曲げ・せん断およびねじりを同時に取り扱い、モデルとして立体トラスモデルを用い、簡単なつり合い条件およびひずみの適合条件を利用して under reinforced, partially overreinforced, completely overreinforced の場合について解析を可能とした。

(2) 従来より純ねじりを受ける場合に使用されてきたせん断流の有効厚さの取り扱い⁵⁾および斜めひびわれ間の斜め圧縮部コンクリートの取り扱い⁵⁾を明確にした。

(3) 立体トラス理論は斜めひびわれがはり四面に入った場合のみ本来適用可能であるが、断面を構成する上、下面および両側面のひずみ性状およびひびわれ角度をひずみの適合条件式に応用することにより、曲げ・せん断がねじりに比べて卓越する領域まで解析を可能とした。

3. 構成方程式

(1) 荷重の組合せ

作用しているねじりモーメント (T)、曲げモーメント (M) およびせん断力 (V) の間には次のような関係があると仮定する。

$$f = T/M \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$g = M/V \quad \dots \dots \dots (7)$$

(2) つり合い条件

仮定した立体トラスモデルについて図-2に示すように作用ねじりモーメントと作用せん断力を仮想外力としてのせん断流と置き換える、このせん断流と鉄筋およびコンクリートの応力とのつり合い式を求めた。

作用ねじりモーメントおよび作用せん断力とせん断流の関係は、

$$q_r = T/(2b_1 d_1) \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$q_v = V/(2d_1) \quad \dots \dots \dots (9)$$

となる。なお、 b_1 、 d_1 はせん断流の通路厚の中心線が囲む断面の幅および高さである。

破壊はねじりモーメントとせん断力による主引張方向が同一となる側面で生じ、この側面の応力状態が終局耐力を決定するとすれば、この面におけるコンクリートおよび鉄筋とせん断流とのつり合い条件を考えることにより、終局時のせん断流が決定される。すなわち、図-2(a), (b) に示すように仮想モデルのねじりとせん断による主引張方向が同一となる面 (A 面) と上下面の左半分上で斜め圧縮部コンクリートとねじりモーメントとせん

断力によるせん断流との部材軸に垂直方向のつり合いを考えることによって

$$f_{ci}^l = \frac{T + Vb_1}{b_1 d_1 t_d \sin 2\alpha^l} \quad \dots \dots \dots (10)$$

が得られ、また図-2 (d) で free body について部材軸に垂直方向のつり合いにより

$$f_h^l = \frac{(T + Vb_1)s}{2b_1 d_1 A_h \cot \alpha^l} \quad \dots \dots \dots (11)$$

が導かれる。さらに図-2 (c) に示すように、上縁および下縁の軸方向鉄筋について、断面の左半分のすべての力のモーメントのつり合いを考えると

$$\begin{aligned} f_{tb}^l &= \frac{1}{A_s d_0} \left(\frac{M}{2} + \frac{T d_1 \cot \alpha^l}{4 b_1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{V d_1 \cot \alpha^l}{4} + \frac{T \cot \alpha^b}{4} \right) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$\begin{aligned} f_u^l &= \frac{1}{A'_s d_0} \left(-\frac{M}{2} + \frac{T d_1 \cot \alpha^l}{4 b_1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{V d_1 \cot \alpha^l}{4} + \frac{T \cot \alpha^l}{4} \right) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (13)$$

を導くことができる。ここで、 t_d ：仮想壁厚、 f_{ci} ：斜めひびわれ間の斜め圧縮部コンクリートに作用する応力、 f_h ：腹鉄筋に作用する応力、 f_{tb} ：下板に配筋された軸方向鉄筋の応力、 f_u ：上板に配筋された軸方向鉄筋の応力、 A_h ：腹鉄筋 1 本の断面積、 A_s ：下板に配筋された軸方向鉄筋の総量の 1/2 の断面積、 A'_s ：上板に配筋された軸方向鉄筋の総量の 1/2 の断面積、 d_0 ：上板と下板に配置された軸方向鉄筋の内心間の距離である。各記号の肩文字、 l , r , t , b はそれぞれ A 側面、B 側面、上面、下面を示す。

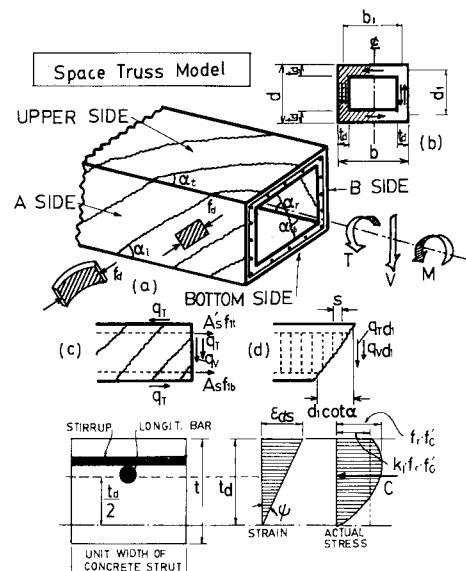


図-2 仮想モデル

(3) せん断流の通路厚

せん断流は斜めひびわれ間のコンクリートにおいて、ひびわれ面の垂直方向に一様に分布すると考え、その深さ方向のせん断流の通路厚 (t_d) は、図-2 (e) に示すように矩形分布するとして求めた。すなわち、式(10)、(11)、(12) および (13) のつり合い式より、 $\sin^2\alpha^t$ 、 $\cos^2\alpha^t$ を求め、式(16)、(17) を参照すると次式が得られる。

$$t_d = \frac{A_h f_h}{f_{ct} s} + \frac{(A_s f_{tb} + A'_s f_{tb}') d_0}{f_{ct} s b_1 d_1} \cdot \frac{(1+b_1/fg)d_0}{(d_1/b_1+d_1/fg+k)} \quad (14)$$

ここで、 $k = \left(\frac{2+b_1/fg}{2} + \frac{2}{2+b_1/fg} \right)/2$ である。

(4) 変形の適合条件

図-2 の A 側面上におけるせん断ひずみ (γ^t) は、軸方向鉄筋の平均ひずみ ($\bar{\epsilon}^t$) と腹鉄筋のひずみ (ϵ_h^t) やびコンクリートのひずみ (ϵ_a^t) によって下記のように表わされる。

$$\gamma^t = \bar{\epsilon}_t^t / \tan \alpha^t + \epsilon_h^t \tan \alpha^t + \epsilon_a^t / (\sin \alpha^t \cos \alpha^t) \quad (15)$$

同様に上、下面および B 側面上におけるせん断ひずみ ($\gamma^t, \gamma^b, \gamma^r$) も同様に表わされる。ここで、 $\bar{\epsilon}_t^t = (\epsilon_{tb}^t + \epsilon_{tt}^t)/2$ であり、 $\epsilon_{tb}, \epsilon_{tt}$ はそれぞれ下面、上面の軸方向鉄筋のひずみである。 $\alpha^t, \alpha^r, \alpha^b, \alpha^a$ はそれぞれ A 側面、B 側面および上下面のひびわれ角度である。

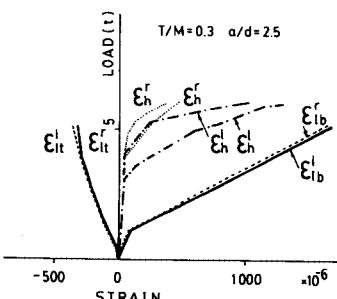


図-3 軸筋とスターラップのひずみ分布

曲げ・せん断およびねじりを受ける場合、軸方向鉄筋のひずみは図-3 に示すように、せん断とねじりによる主引張方向が同一となる面 (A 側面) と直交する面 (B 側面) ではほぼ同様の挙動を示し、 $\epsilon_{tb}^t = \epsilon_{tt}^t$ 、 $\epsilon_{tb}^t = \epsilon_{tt}^t$ と仮定する。一方、せん断とねじりを受ける部材の両側面のひびわれ角度は異なってくる。この傾向は T/Vb_1 (b_1 : せん断流の通路の中心線が囲む矩形の短辺長) が小なる領域で起こる。したがって、A 側面と B 側面および A 側面と上下面におけるひびわれ角度と T/Vb_1 の間には

次のような関係⁴⁾が成立すると仮定する。

$$\frac{\tan \alpha^r}{\tan \alpha^t} = \frac{2+1/\eta}{2-1/\eta} \quad (16)$$

$$\frac{\tan \alpha^b}{\tan \alpha^t} = \frac{\tan \alpha^r}{\tan \alpha^t} = \frac{2+1/\eta}{2} \quad (17)$$

ここで、 $\eta = T/(Vb_1)$ である。

この式 (16) および式 (17) は実験結果^{2), 9)} と比較すると図-4 のようになり、実際の各面におけるひびわれ角度をよくとらえることができる。

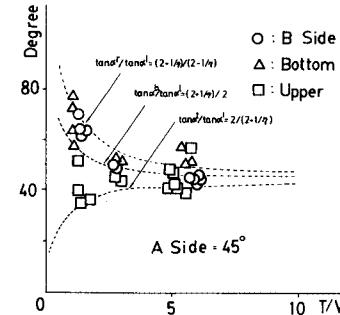


図-4 A 面とその他の面のひびわれ角度の関係

腹鉄筋と斜め圧縮部コンクリートのひずみは、A 側面と B 側面の断面で式 (10) および式 (11) より、

$$\frac{\epsilon_h^r}{\epsilon_h^t} = \frac{1-1/\eta}{1+1/\eta} \cdot \frac{\tan \alpha^r}{\tan \alpha^t} \quad (18)$$

$$\frac{\epsilon_a^r}{\epsilon_a^t} = \frac{1-1/\eta}{1+1/\eta} \cdot \frac{\sin 2\alpha^r}{\sin 2\alpha^t} \quad (19)$$

となる。さらに、A 側面と上下面で

$$\frac{\epsilon_h^b}{\epsilon_h^t} = \frac{1/\eta}{1+1/\eta} \cdot \frac{\tan \alpha^b}{\tan \alpha^t} \quad (20)$$

$$\frac{\epsilon_a^b}{\epsilon_a^t} = \frac{1/\eta}{1+1/\eta} \cdot \frac{\sin 2\alpha^b}{\sin 2\alpha^t} \quad (21)$$

となる。

式 (18)～式 (21) を、各面のせん断ひずみとひびわれ角度の関係式に代入し、式 (16)、(17) の関係を利用して A 側面のひびわれ角度 (α^t) について整理し、単位長さ当たりのねじり角 (ϕ) とせん断ひずみの関係式に代入すると、

$$\phi = \frac{d_1}{2A_0} \left[\frac{\bar{\epsilon}_t^t}{\tan \alpha^t} A_x + \epsilon_h^t B_y \tan \alpha^t + \frac{\epsilon_a^t}{\sin \alpha^t \cos \alpha^t} C_z \right] \quad (22)$$

となり、ここで

$$A_x = 1 + \frac{b_1}{d_1} \left(\frac{2}{2+1/\eta} + \frac{2+1/\eta}{2} + \frac{2-1/\eta}{2+1/\eta} \right) \quad (23)$$

$$B_y = 1 + \frac{b_1}{d_1} \frac{1}{1+1/\eta} \left[\left(\frac{2}{2+1/\eta} \right)^2 + \left(\frac{2+1/\eta}{2} \right)^2 \right] + \frac{1-1/\eta}{1+1/\eta} \left(\frac{2+1/\eta}{2-1/\eta} \right)^2 \quad (24)$$

$$C_z = 1 + \frac{b_1}{d_1} \frac{1}{1+1/\eta} \left\{ \left(\frac{2}{2+1/\eta} \right)^2 \cdot \frac{\left(1 + \tan^2 \alpha^t \right)^2 + \left(\frac{2+1/\eta}{2} \right)^2 \left(1 + \tan^2 \alpha^t \right)^2}{1 + \tan^2 \alpha^t} \right. \\ \left. + \frac{1-1/\eta}{1+1/\eta} \left(\frac{2-1/\eta}{2+1/\eta} \right)^2 \right\} \quad (25)$$

となる。なお、 α^t は曲げ・せん断・ねじりを受ける場合、大略 $40^\circ \sim 50^\circ$ の値をとる²⁾ので、式(25)の右辺の第2項、第3項を Taylor 展開を用いて簡略化すると、

$$C_z = 1 + \frac{b_1}{d_1} \frac{1}{1+1/\eta} \left[\left(\frac{2}{2+1/\eta} \right)^2 \cdot \left[0.587 \left(\frac{2+1/\eta}{2} \right)^2 + 0.413 \right]^2 + \left(\frac{2+1/\eta}{2} \right)^2 \cdot \left[0.587 \left(\frac{2}{2+1/\eta} \right)^2 + 0.413 \right]^2 \right] + \frac{1-1/\eta}{1+1/\eta} \cdot \left(\frac{2-1/\eta}{2+1/\eta} \right)^2 \left[0.587 \left(\frac{2+1/\eta}{2} \right)^2 + 0.413 \right] \quad (25)'$$

外力によって仕事がなされると、内部エネルギーは最小を保とうとする。したがって、ある与えられた荷重に對し、外力による変位は最小となる。このことは $d\phi/d\alpha^t = 0$ となることであり、式(22)より

$$\tan^2 \alpha^t = \frac{\varepsilon_a^t C_z + \bar{\varepsilon}_t A_x}{\varepsilon_a^t C_z + \varepsilon_h^t B_y} \quad (26)$$

立体トラスモデルの斜め圧縮部コンクリートの曲げ変形は平面弾性論を参考にして、 ϕ および α^t によって表示されると仮定する。

$$\phi = \phi \sin 2\alpha^t = \varepsilon_{ds}/t \quad (27)$$

ここで、 ϕ は斜め圧縮部コンクリートの曲率である。

(5) 軸方向鉄筋および腹鉄筋の平均ひずみ

式(22)、(26)および(27)を用いて、 $\bar{\varepsilon}_t$ あるいは ε_h^t の値を求め、 α^t に関する項を式(10)、(11)、(12)および(13)を用いて消去すると以下のようになる。

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{1}{2} \left| -\frac{C_z}{A_x} \cdot \frac{\varepsilon_{ds}}{2} + \sqrt{\left(\frac{C_z}{A_x} \cdot \frac{\varepsilon_{ds}}{2} \right)^2 + \frac{2\varepsilon_{ds} A_0 f_{ct}^t (d_1/b_1 + d_1/fg + k)}{d_1 A_x E_s d_0 (A_s + A'_s)(1+b_1/fg)}} \right| \quad (28)$$

$$\varepsilon_h^t = \frac{1}{2} \left| -\frac{C_z}{B_y} \cdot \frac{\varepsilon_{ds}}{2} + \sqrt{\left(\frac{C_z}{B_y} \cdot \frac{\varepsilon_{ds}}{2} \right)^2 + \frac{2\varepsilon_{ds} A_0 f_{ct}^t s}{d_1 B_y A_h E_s}} \right| \quad (29)$$

(6) 終局時のねじりモーメント、せん断力および曲げモーメントの算定

式(10)の $\sin \alpha^t \cdot \cos \alpha^t$ の項に、式(10)、(11)、(12)の連立方程式から求めた $\sin \alpha^t$ および $\cos \alpha^t$ を代入すると

$$T_u = 2A_0 \sqrt{\frac{A_h f_h (A_s + A'_s) f_i d_0}{A_0 s (1+b_1/fg) (d_1/b_1 + d_1/fg + k)}} \quad (30)$$

が求まり、 V_u も同様にして

$$V_u = \frac{T_u}{fg} \quad (31)$$

となる。

解析で取り扱った式(6)および(7)はねじり、曲げおよびせん断の各組合せ荷重間の条件を示す仮定であり、式(14)および式(28)～式(31)の値はねじりとせん断の比率の関数として表わされる。したがって、曲げ耐力は、配置された軸方向鉄筋の降伏ひずみから式(28)で求めた軸方向鉄筋の平均ひずみを差し引いたひずみから求めることができると考えられる。したがって、

$$M_u = f_{ub} \cdot I_s / y_t \quad \text{or} \quad = f_{ub} \cdot I_s / y'_t \quad (32)$$

ここで f_{ub} 、 f_{ub} は配置した軸方向鉄筋の降伏応力と、式(28)のひずみから求めた応力の差であり、 I_s 、 y_t および y'_t は断面に配置された軸方向鉄筋について考えた断面二次モーメント、中立軸から下側および上側の軸筋までの距離である。

(7) 解析上の仮定

a) 終局時の斜め圧縮部コンクリートのひずみ

斜めひびわれ間のコンクリートはそれを横切るスター ラップおよび軸方向鉄筋の影響によって図-5に示すような二軸状態の圧縮-引張^{7), 8)}となり、一軸状態のコンクリートに比べて著しく強度が低下する。斜めひびわれ間のコンクリートの挙動をねじりに関して取り扱った論文には、1981年のEwida, McMullen⁴⁾、1982年の著者ら⁸⁾、1983年のHsu¹⁰⁾がある。本解析ではVecchioとCollins¹¹⁾の考え方を参照して、次式によって斜めひびわれ間のコンクリートの応力-ひずみ関係を用いた。

$$\sigma_d = f'_c \left[2 \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} + \frac{1}{f_r} \cdot \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} \right)^2 \right], \quad \varepsilon_{ds} \leq \varepsilon_p \quad (33)$$

$$\sigma_d = f_p \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_d - \varepsilon_p}{2\varepsilon_0 - \varepsilon_p} \right)^2 \right], \quad \varepsilon_{ds} > \varepsilon_p \quad (33)'$$

これらの関係は図-6のようになり、ここで f_r は低減

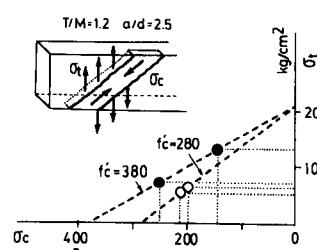


図-5 斜め圧縮部コンクリートの挙動

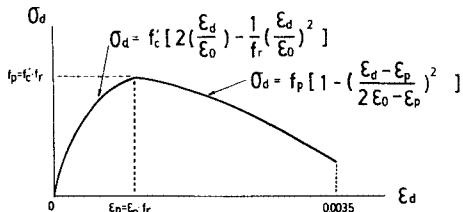


図-6 斜めひびわれ間のコンクリートの挙動

係数で以下のような式で表わされる¹¹⁾.

$$f_r = 1/\sqrt{(\varepsilon_t + \varepsilon_n + 2\varepsilon_d)/\varepsilon_d} - 0.3 \quad \dots\dots\dots(34)$$

斜めひびわれ間のコンクリートの応力・ひずみ関係を矩形分布(図-2(e))に変換することによって一般化すると

$$k_1 = \text{平均応力 } (f'_c)/\text{ピーキ強度 } (f'_c \cdot f_r) \quad \dots\dots\dots(35)$$

となり、この k_1 は式 (33), (33)' を積分することによって求めることができる。

$$k_1 = \left[1 - \frac{1}{(2/f_r - 1)^2} \right] \left(1 - \frac{\varepsilon_{ds}}{3\varepsilon_{as}} \right) + \frac{1}{(2/f_r - 1)^2} \cdot \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \right) \quad \dots\dots\dots(36)$$

本解析では $\varepsilon_{as} = 0.0035$, $\varepsilon_0 = 0.002$ を用いた。なお、ねじりとせん断の組合せ荷重下では T と V の比率が変化しても、斜めひびわれ間のコンクリートの挙動はほとんど変化しないと考えられ、 f_r は T/V および T/M には無関係と仮定した。

b) せん断流の通路

せん断流の有効通路の考え方に関する、Collins & Mitchell¹⁵⁾は高荷重下ではかぶりコンクリートが剥離するために閉合スターラップより外側のコンクリートはねじり耐力に貢献しないとし、閉合スターラップの中心線より内側にせん断流の通路厚を仮定した。泉¹²⁾は解析にあたりせん断流の通路について Collins & Mitchell¹⁵⁾と同様に扱っているが、ひびわれ発生後とかぶりコンクリートの剥離後では区別する必要があると指摘している。実験結果^{2), 9)}によるとかぶりコンクリートの剥離が起こるのは最大荷重以後であって、斜めひびわれ発生から鉄筋の降伏する状態では起こらないことが多い。さらに、かぶりコンクリートの剥離は、鉄筋の付着性状、かぶり厚さおよび鉄筋の間隔にも影響されることを考慮すると、かぶりコンクリートのねじり耐力に及ぼす影響は複雑であるが、無視できない。本解析ではせん断流の通路の中心は図-2(e)に示すように考え、せん断流の通路厚(t_d)の中心を流れるとした。すなわち、部材の表面から $t_d/2$ の距離である。かぶりコンクリートの厚さ(c)をコンクリート表面からスターラップの中心線までの距離と仮定すると、かぶりコンクリートのはく離は

$c/t_d \geq 1$ のときに起こると考えた。

c) 破壊形式の分類とせん断ひずみの取扱い

T/M を変数として曲げ・せん断とねじりの組合せ荷重下のRC部材のひびわれ性状を観察すると⁹⁾、 T/M が 0.6 付近の荷重の組合せのもとではりの上面にひびわれが発生する場合としない場合に分類され、 M/Vd の影響をほとんど受けないことがわかった。既往の研究¹⁵⁾では、上面の軸方向鉄筋が引張応力を受けるとき、この上面にひびわれが発生するとして、 $\varepsilon_u = 0$ でこの上面のひびわれの有無による破壊性状を分類している場合が多い。本解析でも式 (13)において $\varepsilon_u = 0$ とおき、上面のひびわれ性状にはせん断力(V)の影響はきわめて少ないことから $V = 0$ として T/M を求めると、

$$(T/M)_{lim} = 2\tan\alpha'/(1+d_1/b_1) \quad \dots\dots\dots(37)$$

となり、 $\alpha' = 45^\circ$ として、この $(T/M)_{lim}$ によって破壊形式を分類した。すなわち、 $T/M < (T/M)_{lim}$ の条件下で上面にはひびわれは生じず、この面でのせん断ひずみ(γ')は、ひびわれの生じた面でのせん断ひずみよりもきわめて小さく、0として式 (16)～(25)を取り扱った。

(8) 解析の適用限界と解析のフローチャート

本解析では曲げ・せん断とねじりを受ける鉄筋コンクリート部材の終局耐力は、その部材がもつねじり耐力によって決定されることに基づいており、モデルとして立体トラスモデルを用い、ひびわれ性状の影響をつり合い条件およびひずみの適合条件に入れて解析を行っている。解析の適用限界は表-1に示すとおりである。なお、各面のひびわれ角度が 70° 以上 ($T/Vb_1 \leq 1.07$) ではせん断ひずみは生じないとし、0として解析を行った。

解析のフローチャートを図-7に示した。せん断流の通路厚と斜めひびわれ間のコンクリートの強度およびひずみの低減係数は trial and error によって求めた。

4. 実験結果と解析結果の比較検討

(1) 実験概要^{2), 9)}

供試体は図-8に示す中実矩形断面である。コンクリートの圧縮強度は 200 kgf/cm^2 および 350 kgf/cm^2 の2種、軸方向鉄筋量は軸方向鉄筋比($p_t = 2(A_s + A'_s)/(bd)$)にして 1.9% および 3.0% の2種に、また腹鉄筋量は腹鉄筋比($p_v = A_v/(bs)$)にして 0.3, 0.6, 1.3 および 2.0% の4種に変えて行った。載荷方法は図-9に示すように供試体にねじり載荷バンドをPCボルトで取り付け、支点を部材中心軸方向から偏心させることに

表-1 解析の適用限界

$T/M < (T/M)_{lim}$	$T/Vb_1 \leq 1.07$ $\alpha' \geq 70^\circ$	$T/Vb_1 \leq 0.285$ $\alpha' \geq 70^\circ$
$\gamma_t = 0$	$\gamma_r = 0$	$\gamma_b = 0$

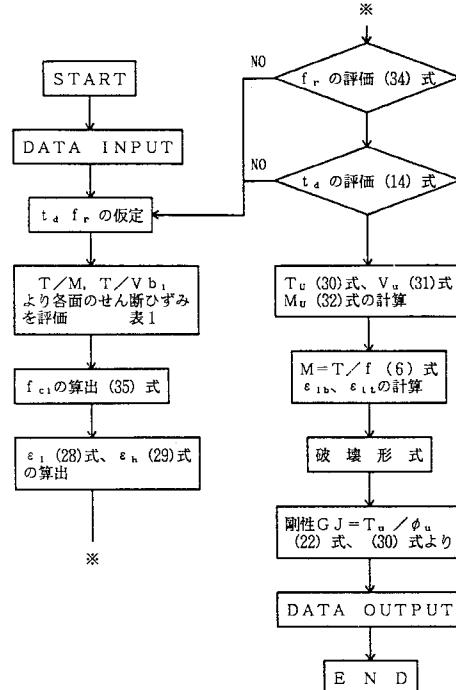


図-7 解析のフローチャート

よりねじりモーメントを作用させた。

(2) 実験値と解析値の比較

実験値と解析値の比較を表-2に示した。この結果に基づき、終局ねじりモーメント*に関する実験値と解析

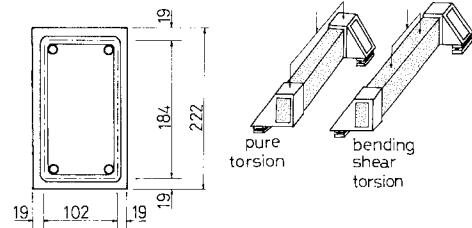
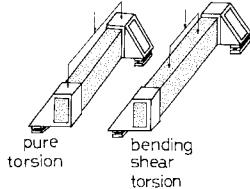


図-8 供試体の断面寸法 (mm)



値の比較検討を図-10に示した。図中には児島¹³⁾、Klus¹⁴⁾の純ねじり、曲げ・せん断およびねじりを受けるRC部材の載荷試験結果も引用してある。実験値と解析値の比の平均は1.05であり、変動係数は17%であった。 T/M が0.3の領域では(T/M)_{lim}より小さく、上面に圧縮部が形成され、ひずみの適合条件で上面のせん断ひずみを0として解析することにより、本来のトラスモデルの仮定と異なる領域でも比較的よい精度で実験値を推測することができると思われる。終局時のねじり剛性の解析値と実験値の比較を図-11に示した。Lampert¹⁵⁾およびYui¹⁶⁾は曲げせん断およびねじりを受ける場合の終局時のねじり剛性は T/M 、 T/Vb_1 の影響をほとんど受けないと仮定しているが、今回の解析結

* ここでいう「終局ねじりモーメント」は鉄筋の降伏あるいは斜めひびわれ間の斜め圧縮部コンクリート圧壊時におけるねじりモーメントである。

表-2 実験値と解析値の比較

No.	T/M	M/V (mm)	ϕ_{σ_c} (%)	P_t (%)	P_h (%)	$T_{u,test}$ (N)	$T_{u,cal}$ (N)	$T_{u,test}/T_{u,cal}$	GK_{test} (t.m)	GK_{cal} (t.m)	t_d (mm)	Failure Mode
1	∞	—	185	1.9	0.3	0.470	0.433	1.08	12.2	4.64	3.78	LE-UE-HY
2	∞	—	216	1.9	0.3	0.576	0.471	1.22	10.7	5.02	3.57	LE-UE-HY
3	∞	—	185	1.9	0.6	0.520	0.537	0.97	11.4	5.40	4.62	LE-UE-HY
4	∞	—	185	1.9	1.3	0.660	0.576	1.15	12.5	5.56	5.72	LE-UE-HY
5	—	216	1.9	1.3	0.680	0.660	1.03	12.2	6.75	4.93	—	LE-UE-HY
6	0.15	47.5	207	1.9	0.6	0.232	0.254	0.91	8.8	4.59	5.92	LY-UE-HY
7	0.3	38.0	209	1.9	0.6	0.416	0.324	1.28	15.6	4.80	5.41	LY-UE-HY
8	0.3	47.5	195	1.9	0.3	0.397	0.265	1.50	11.8	4.03	4.69	LY-UE-HY
9	0.3	47.5	195	1.9	0.6	0.392	0.341	1.15	9.8	4.78	5.42	LY-UE-HY
10	0.3	47.5	201	1.9	1.3	0.450	0.385	1.14	10.2	5.24	6.29	LY-UE-HY
11	0.3	53.4	201	1.9	0.6	0.380	0.363	1.05	27.7	5.00	5.31	LY-UE-HY
12	0.6	47.5	201	1.9	0.6	0.540	0.430	1.26	11.8	5.57	5.12	LY-UE-HY
13	0.6	47.5	205	1.9	1.3	0.591	0.481	1.23	12.9	5.53	6.32	LY-UE-HY
14	0.6	47.5	223	1.9	1.3	0.613	0.516	1.19	7.7	6.81	5.47	LY-UE-HY
15	1.2	38.0	216	1.9	0.6	0.609	0.496	1.23	10.7	5.49	4.58	LE-UE-HY
16	1.2	38.0	223	1.9	1.3	0.670	0.588	1.18	10.9	6.37	5.07	LE-UE-HY
17	1.2	47.5	203	1.9	0.3	0.371	0.388	0.96	10.7	4.50	3.86	LE-UE-HY
18	1.2	47.5	203	1.9	0.6	0.527	0.492	1.07	11.8	5.26	4.63	LE-UE-HY
19	1.2	47.5	188	1.9	1.3	0.579	0.490	1.18	11.6	5.05	5.96	LE-UE-HY
20	1.2	53.4	218	1.9	0.6	0.545	0.525	1.04	12.1	5.68	4.48	LE-UE-HY
21	1.2	53.4	218	1.9	1.3	0.618	0.585	1.06	9.8	6.41	5.07	LE-UE-HY
22	∞	—	218	3.0	1.3	0.675	0.691	0.98	9.7	7.40	5.04	LE-UE-HY
23	∞	—	218	3.0	1.3	0.670	0.691	0.97	11.5	7.40	5.04	LE-UE-HY
24	∞	—	345	3.0	1.3	0.820	0.958	0.86	13.1	10.38	4.16	LE-UE-HY
25	∞	—	208	3.0	2.0	0.656	0.672	0.98	12.5	6.78	5.87	LE-UE-HY
26	∞	—	345	3.0	2.0	0.330	1.036	0.91	13.9	10.80	4.69	LE-UE-HY
27	0.3	47.5	216	3.0	1.3	0.493	0.374	1.34	25.3	5.46	5.47	LE-UE-HY
28	1.2	47.5	218	3.0	0.6	0.485	0.531	0.91	12.8	6.04	4.68	LE-UE-HY
29	1.2	47.5	218	3.0	1.3	0.539	0.597	0.90	13.4	6.88	5.23	LE-UE-HY
30	1.2	47.5	339	3.0	1.3	0.730	0.812	0.90	16.3	9.54	4.38	LE-UE-HY
31	1.2	47.5	228	3.0	2.0	0.570	0.588	0.97	9.3	6.31	5.09	LE-UE-HY
32	1.2	47.5	218	3.0	2.0	0.660	0.615	1.07	9.6	5.64	5.96	LE-UE-HY
33	1.2	47.5	339	3.0	2.0	0.397	0.654	0.89	15.4	9.35	4.93	LE-UE-HY
34	0.3	47.5	355	1.9	0.3	0.440	0.355	1.24	12.0	5.32	3.92	LY-UE-HY
35	0.3	47.5	355	1.9	0.6	0.410	0.482	0.85	13.3	6.86	4.37	LY-UE-HY
36	0.3	47.5	355	1.9	1.3	0.470	0.567	0.83	14.5	8.29	4.73	LY-UE-HY

(L:Longitudinal bars at bottom, U:Longitudinal bars at top, H:Stirrup
E:Elastic, Y:Yielding)

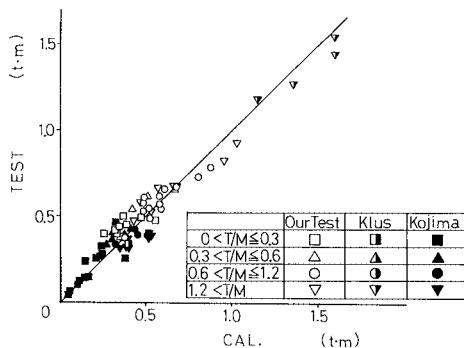


図-10 終局ねじりモーメント

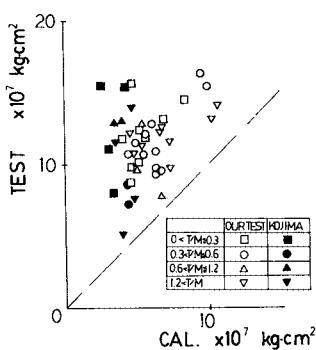


図-11 終局時のねじり剛性

果からも同様の結論が得られた。今回の実験は荷重制御型試験機で行ったため、明瞭なねじりモーメントとねじり変形の関係が得られなかったが、解析値は大略曲げ・せん断およびねじりを受ける部材の終局時におけるねじり剛性を定性的にとらえていると思われた。なお、解析値が実験値より小さくなったのは、各荷重段階に本解析を適用して求めた図-12に示すように、解析では最初から十分にひびわれが入った状態を想定するトラスモデルに基づいているが、実際の中実矩形断面部材では高い荷重に到達するまではひびわれが十分に入りきらないことが原因と思われた。

5. 結 語

曲げ・せん断とねじりを同時に受ける鉄筋コンクリート部材の耐力および変形性状を知る目的で行ったものであり、得られた結果を要約すると以下のとおりである。

(1) ねじりを含む組合せ荷重を受ける鉄筋コンクリート部材において、作用ねじりモーメントおよび作用せん断力をせん断流としてとらえ、斜めひびわれ間のコンクリートは、これを横切る軸方向鉄筋およびスターラップの影響によって一軸状態のコンクリートとは異なる挙動をとり、このひびわれ間のコンクリートの最大応力およびこのときのひずみは一軸状態より小さくな

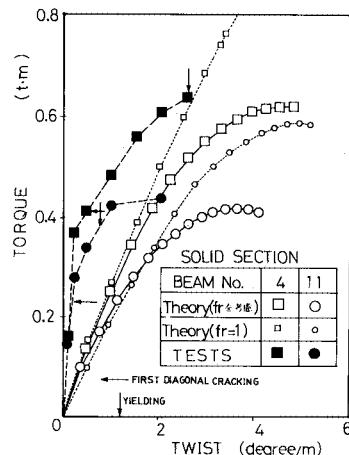


図-12 ねじりモーメントとねじり角の関係

ると考えることによって、この種部材の終局時の挙動を評価できる。

(2) 立体トラス理論ははり断面の四面上に斜めひびわれが存在する場合を対象として発展したものであり、ねじりが曲げ・せん断に比べて卓越する領域において適用可能であるとされてきたが、解析にあたり、ひずみの適合条件式に上、下面および側面のせん断ひずみ性状を考慮することによって曲げ・せん断がねじりに比べて卓越する領域でも適用が可能となる。

(3) 終局時のねじり剛性は、ねじりと曲げの比率、ねじりとせん断の比率の影響をほとんど受けず、鉄筋比（軸方向鉄筋比、腹鉄筋比）およびコンクリートの圧縮強度の影響を受けることが、実験値および解析値より得られた。

(4) 図-7に示す解析手順により、曲げ・せん断およびねじりを同時に受ける鉄筋コンクリート部材の耐力、ねじり剛性に関する合理的な算定が可能であると思われる。

謝 辞：本研究を進めるにあたり、船越 横博士(法政大学教授)およびThomas T. C. Hsu博士(Houston大学教授)より有益なご助言とご援助を賜わりました。また兒島孝之博士(立命館大学教授)からは貴重な実験資料のご援助をいただきました。ここに深く謝意を表します。

なお、本研究には文部省科学研究費補助金が授与されました。

参 考 文 献

- 中田慎介：1968年十勝沖地震後におけるコンクリート建築構造物の耐震対策、コンクリート工学、Vol. 20, No. 9,

- pp. 6~9, 1982年9月.
- 2) 船越 稔・岡本享久: RC 梁の終局耐力に及ぼすねじりの影響, セメント技術年報, Vol. 35, pp. 463~466, 1981年.
 - 3) Elfsgren, L., Karlsson, I. and Losberg, A. : Torsion-bending-Shear interaction for concrete Beams, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 100, No. ST.8, pp. 1657~1675, Aug. 1974.
 - 4) Ewida, A. A. and McMullen, A. E. : Torsion-shear-flexure interaction in reinforced concrete members, Magazine of Concrete Research, Vol. 33, No. 115, pp. 113~122, June 1981.
 - 5) Michael P. Collins, Denis Mitchell : Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams, PCI Journal, Vol. 25, No. 5, pp. 32~100, Sept.-Oct. 1980.
 - 6) Bruno Thürlmann : Torsional Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams..... CEB Approach, ACI, SP-59, pp. 117~143, 1979.
 - 7) 岡村 甫・前川宏一: 弾塑性破壊モデルに基づくコンクリートの平面応力構成則, コンクリート工学, Vol. 21, No. 5 (No. 83.5-1), pp. 87~99, 1983.
 - 8) 岡本享久・山岡 晓: ねじりを含む組合せ荷重を受けるコンクリート部材の耐力および変形性状に関する研究, セメント技術年報, Vol. 37, pp. 479~482, 1983.
 - 9) 船越 稔・岡本享久・舟橋政司: 曲げ・せん断およびねじりを受ける RC 部材の力学的特性, セメント技術年報, Vol. 36, pp. 462~465, 1982.
 - 10) Thomas T. C. Hsu and Mo, Y. L. : Softneing of Concrete in Torsional Members, University of Houston, Civil Engineering Department, Research Report, pp. 1~107, March 1983.
 - 11) Vecchio, F. and Collins, M. P. : Stress-Strain Characteristics of Reinforced Concrete in Pure Shear, IABSE Colloquium Advanced Mechanics No. 115, pp. 113~122, June 1981.
 - 12) 泉 満明: コンクリート部材の終局ねじり強度の算定と設計法に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 305, pp. 111~124, Jan. 1981年.
 - 13) 児島孝之・高木宣章・畠田教志: 鉄筋コンクリート部材の変形適合ねじりに関する一実験, 第6回日本コンクリート工学年次講演会論文集, Vol. 6, pp. 533~536, 1984.
 - 14) Klus, J. P. : Ultimate Strength of Reinforced Concrete Beams in Combined Torsion and Shear, ACI Journal, March, pp. 210~215, 1968.
 - 15) Paul Lampert : Postcracking Stiffness of Reinforced Concrete Beams in Torsion and Bending, ACI, SP 35, pp. 385~433, 1971.
 - 16) Stephen Sandegren and Yu, C. W. : Torsional Stiffness of Reinforced Concrete Rectangular Members, Magazine of Concrete Research, Vol. 31, No. 109, pp. 193~201, December 1979.

(1984.9.28・受付)