【土木学会論文集　第360号／V-3　1985年8月】

研究展望

鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析

NON-LINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE

岡村　甫*・前川宏一**

By Hajime OKAMURA and Kohichi MAEKAWA

1. はじめに

土木工学の各分野で有限要素法が広く活用されていることは今更述べるまでもない．鉄筋コンクリート分野においても例外ではなく，1967年，Scordelis ら[1]によって鉄筋コンクリートはりのせん断挙動の解析に応用されて以来，さまざまな問題に対して適用されてきている．鉄筋コンクリートへの応用に対する関心が最近特に高まっているように思われる．これは，有限要素解析によって，鉄筋コンクリートの非線形挙動を統一のとれたアルゴリズムで解くことができること，対象とする構造物の形状や境界条件を任意に設定できること，本質的には“見る”ことのできない応力の流れを見ることができること，用いる材料特性などに関するモデルが正しいものであれば，解析対象が広がるという魅力などによるものである．計算機の急速な進歩によって，数値計算自体の苦労が減少していることも，その活用を促進する要因となっている．

鉄筋コンクリートを実験的ではなく解析的に扱うことに関する国際会議等が毎年のように開催されており[2]~[4]，わが国においても「鉄筋コンクリートの有限要素解析」に関するシンポジウム等[5]~[7]が開催され，昭和60年5月には，日米科学セミナーが『Finite Element Analysis of Reinforced Concrete』のテーマで行われている[8]．

鉄筋コンクリート構造物の挙動を正確に解析すべく，現在も多大の努力が払われている．しかし，対象とする問題によっては，まだ共通の認識に立った確立した方法論がなく，十分な解析精度をもっているとはいえないのが現状である．本文では，鉄筋コンクリートの非線形有限要素解析の現状を簡単に概括し，解析モデルの評価方法について私見を述べたい．

なお，線形解析を鉄筋コンクリートに応用することも行われている．線形解析は実際の現象と異なる解を出す可能性をもつが，数値解の信頼性は高く，これを承知したうえで線形解析結果を用いることは，きわめて有意義であるが，ここでは省略することにする．

2. コンクリートにおけるひびわれと解析手法

有限要素法は，連立微分方程式を数値的に解く手法であり，本来微分可能である『連続体』を対象とするものである．鉄筋コンクリートはひびわれの発生を前提として成り立つものであるが，コンクリートのひびわれは厳密にいえば連続体でないことは明らかであり，鉄筋コンクリートが連続体を対象とする有限要素解析にはなじみにくいものであることは否めない．鉄筋コンクリートに有限要素法を適用することは，本質的に無理だとして否定的な見解を述べる研究者もいる．

鉄筋コンクリートの有限要素解析に取り組んでいる人々は，ひびわれの性質を考慮したうえで，工学的判断を下しながら，うまく活用しようとしているといえよう．すなわち，有限要素解析が要求している『連続体の仮定』に対して，ひびわれをいかに表現するかが最大の問題である．

現在，鉄筋コンクリートの有限要素解析に取り組んでいる人々を，ひびわれ解析手法に従って大きく分けると以下の4つのグループに分けられる．

* 正会員　工博　東京大学教授　工学部土木工学科
（〒113　文京区本郷7-3-1）
** 正会員　工博　東京大学助手　工学部土木工学科（同上）

（ⅰ） ひびわれの進展を破壊力学的アプローチで取り扱おうとするグループ

（ⅱ） 個々のひびわれの影響をミクロなモデルで取り扱おうとするグループ

（ⅲ） ひびわれの影響を平均的にとらえ，連続体に置き換えることのできる領域を扱うグループ

（ⅳ） コンクリートにひびわれが発生するまでの連続体の条件を満たしている領域を扱うグループ

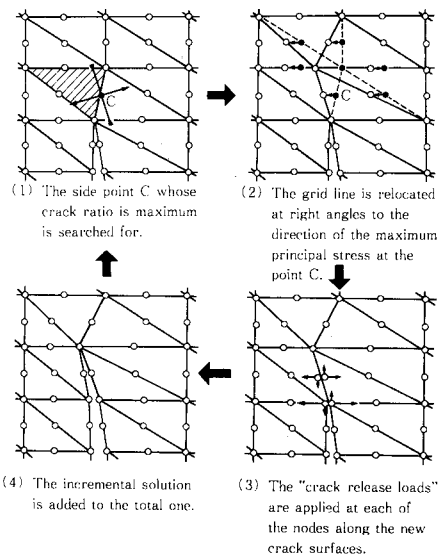
（1） 破壊力学的アプローチ

コンクリート構造物に発生するひびわれのなかで，ごく小数のひびわれの進展が部材の挙動を支配する問題に対しては，ひびわれの進展を合理的に取り扱うことがきわめて重要であり，コンクリート構造分野での未解明の問題の多くはこれにかかわっているといえる．この問題に対して，最近アメリカ合衆国の研究者を中心に，破壊力学的アプローチをとる人が多くなってきている[9)~11)]．現段階は1つの発展の段階であり，百家争鳴の状況であって，このアプローチによってどのような果実が実るかを見守っていきたい．

（2） ミクロモデルによるひびわれ表現

ひびわれの発生・進展が合理的にモデル化された場合には，ひびわれ自体を有限要素解析のなかでどのようにモデル化するかが問題となる．1つの代表的な方法が離散型ひびわれ（Discrete crack）とよばれるもので，ひびわれを面として取り扱い，ひびわれの進展に伴って，有限要素メッシュを逐一変化（re-mesh）させる手法である（図—1参照）．

ひびわれの進行方向があらかじめ判明している場合は，ひびわれ進行方向に面を形成しておき，その間を



図—1 離散型ひびわれの例[12)]

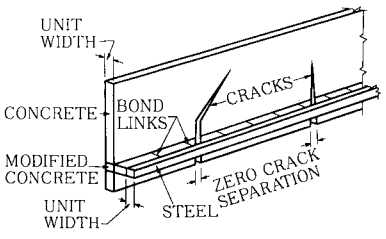
Crack-link 要素あるいは接合要素で結んだのち，破壊基準に応じて接合を切り離す方法も採用されている[12)]．後者の方法は，ひびわれ進展方向を予測することができない短所をもつが，局所的な挙動が全体挙動にいかなる貢献をなしているかを考察するうえで有用な方法であり，現段階ではこのアプローチによって得られる最も重要な情報であろう．

このとき，Crack-link 要素あるいは接合要素をいかなる場合に開放するか，完全に節点が分離する状態に至るまでの残留節点力をどうモデル化するかが問題となる．これらについての情報は，破壊力学的アプローチによってもたらされるかもしれない．

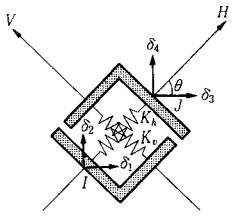
ひびわれ面におけるせん断伝達あるいはひびわれに沿ってのすべりについても Crack-link 要素あるいは接合要素で表現されることになる．しかし，ひびわれに沿ってのすべりおよびすべり破壊に至る条件についての基礎的な研究成果は少なく，その適切なモデル化については今後の研究が望まれるのである．

構造物の耐震性を想定した繰り返し載荷の解析におけるひびわれ再接触の問題も Crack-link 要素あるいは接合要素で表現することができる[13)]．このときも，いかなる性質をひびわれ境界を表現する要素に反映させるかが重要となる．ひびわれ開閉状態に関する力学的挙動については，いまだ不明な点が多く，今後の検討課題の1つであろう．

離散型ひびわれを用いてひびわれを表現する場合には，鉄筋とコンクリートとの付着あるいは相対変位を表現する必要がある（図—2参照）．通常は，Bond-link 要素によって，鉄筋とコンクリートとをつなぎ，この要素の特性をうまく与えることによって処理されている



図—2 離散型ひびわれのモデル化の例[1)]



図—3 Bond-link 要素の例[1)]

（図—3参照）．しかし，鉄筋とコンクリートとの相対変位は多くの要因の影響を受けるので，あらゆるケースに適合するモデル化は不可能である．逆に，このモデルの特性の影響が大きい場合の鉄筋コンクリートの挙動を付着モデルをパラメーターとして解析することによって，実験では容易に得られない付着特性が明らかとなることが期待される．

（3） 鉄筋コンクリート要素としてのひびわれ表現

壁などのように，鉄筋が2方向以上に分散して配置されている場合には，数多くのひびわれが分散して発生し，個々のひびわれの発生・進展よりも，むしろひびわれが発生し終わり安定な段階となった以降の挙動が重要となる．この場合には，何本かのひびわれと鉄筋とを含んだ有限の領域を連続体と考え，その平均的な性質を1つの有限要素モデルで表現する方法を採ることができる．この方法は，一般に，分散型ひびわれ（Smeared crack）モデルとよばれている．すなわち，微視的レベルでは不連続な状態にあるが，要素を適度な大きさに限定することによって，巨視的な構成式を用いるものである．鉄筋が分散して配置されている壁やシェル構造等に適した方法である．

最近，応用の増えてきた問題の1つに，温度応力と外荷重の組合せ下の鉄筋コンクリート構造物，LNGタンク，原子力施設等の挙動追跡が挙げられる[14]．これらの状況を想定した設計を行う必要があるが，実験的にシミュレートすることは実際的には不可能であり，なんらかの方法によって実際の挙動をシミュレートする必要がある．この場合，鉄筋コンクリート要素を用いた有限要素解析の結果が検討の材料として加えられるのであって，非線形解析の応用例として最もふさわしいものの1つである．

構造物設計に用いる設計式を作成する場合，従来は実験によって挙動を検討した後，ある巨視的なモデルを作り，その定数を実験結果により決定する方法が多くの場合採用されてきた．巨視的モデル作成の際に，有限要素解析を1つの武器として使用する試みが行われ，成功をおさめている[15]．実験では難しい理想的な境界条件や実験条件を解析では容易に作ることができ，実験では測定できない応力の流れをつかむことができる点が買われるのである．最大耐荷力近傍からそれ以後の計算結果はそのまま信用することは現段階では難しいが，耐力の90％以内では，メッシュ分割数，荷重増分幅に関する収束性は一般に良好であり，材料モデルが妥当であれば，その解析結果にはある程度信頼を置くことができる．解析を数値上の実験と割り切り，研究者のイメージ構築の一材料とする方向は，工学的な応用として有効に利用できるものである．

（4） ひびわれを考慮しなくてよい場合

コンクリート構造物の温度応力解析，あるいは温度ひびわれ発生の予測は，ひびわれを考慮しなくてよい場合の最も代表的な応用分野であり，温度ひびわれの発生に至るまでは，解析が要求している連続体の仮定を満足している．有限要素解析が実用的に最も貢献している分野の1つであろう．

解析の精度はコンクリートの材料特性そのものと構造物を取り巻く外力と境界条件の正確な記述に依存しているが，現時点では情報不足のために解析精度が十分ではない領域も残されており，以下の事項の解明が期待される．

地盤-構造物，新旧コンクリート打設面等の境界条件は，剛性の大きい場合ほど応力解析結果に敏感に影響する[16]．マスコンクリートにおける境界条件の重要性は特に強く指摘されてきており，その解明にあたる研究もさらに進められるものと期待される．

きわめて断面の大きい構造物であれば，セメントの水和反応時期における熱の移動は小さく，断熱状態に近いので，熱入力データとしては断熱状態での熱発生を考慮することは妥当なことである．一方，熱の移動が水和の過程で無視できないほど存在する場合，コンクリートは断熱状態とは異なる温度履歴を受けることになり，発生熱量も断熱温度上昇試験から得られたものと異なる．この場合には，過去に受けた温度経路が，水和反応速度ひいては熱発生率に影響することをモデルの中に取り入れる必要がある[17),18)]．

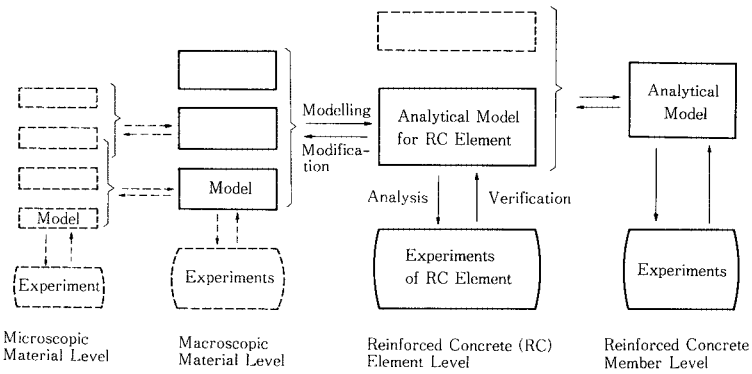
応力の解析には，コンクリートの時間依存の変形予測が重要である．温度ひびわれが発生する若材令かつ高引張応力域でのクリープ試験結果はほとんどなく，この分野のデータの蓄積が望まれる．

温度ひびわれ発生の判定基準についても，若材令においてゆっくりと応力が増加していくもとで検証される必要がある．

コンクリート構造物の温度応力解析は，一般に非定常な三次元問題となることから，解析に必要なデータが膨大となるとともに，解析所要時間も長くなる．したがって，データ作成法ならびに適当な解析処理システムの開発も重要な課題である[19]．

3. 有限要素解析モデルの評価方法

鉄筋コンクリートの有限要素解析の応用範囲はきわめて広く，今日の計算機のレベル，プログラム開発能力，多くの文献と技術者のレベルを考えれば，相当複雑な問題でもなんらかの結果を出すことに関しては，比較的容易な状況になりつつある．この場合，得られた結果がどの程度信頼できるかが問題となる．非線形計算における



図—4 構造解析モデルの検証の流れの例（鉄筋コンクリート要素モデルの場合）

つり合い条件の収束が満足いくレベルにあり，解析において仮定している材料モデルとそれを計算に反映させるための数値解析的手法に問題がない場合には，その解析システムは十分な信頼性があるといえよう．これをどのようにして検証すればよいかが問題であって，現在自信のもてる回答を持ちあわせてはいない．しかし，このことは，鉄筋コンクリートの非線形解析にとってはきわめて重要なことであるとの認識に立って，現段階での考えを述べてみたい．

解析システムが妥当なものであるか否かを検証するときの中心的作業は，解析結果と実験結果との照合にあることは，異論のないところであろう．信頼できる実験の挙動と解析結果とが異なる場合は，解析に用いた仮説に問題があり，解析結果と実験結果とがよく一致すれば，その解析を信頼できると考えるのである．前者は確かに正しいといえるが，後者については慎重な検討が必要である．不適当な仮定やモデルを用いてもそれらがお互いに相殺しあって，実験結果とうまく一致させることができるからである．特に，実験結果をみて，モデルを修正すれば，どのような実験結果に対しても，解析結果を合わせることができるのが非線形解析の特徴である．非線形解析は変数が無限大であるともいえるのであって，有限の数の実験結果に解析結果を合わせるのは根気さえあればできることである．

いかにして解析システムを評価するかは，いかなる流れで実験結果と解析結果を比較検討するかに置き換えることができよう．図—4は，2.(3) に述べた鉄筋コンクリート有限要素を用いた構造解析モデルの検証の流れを示したものである．

鉄筋コンクリート有限要素は，巨視的レベルでの材料モデルを基礎として構成される．多くの場合，コンクリートの応力-ひずみモデル，ひびわれ面での応力伝達モデル，付着モデルなどの組合せによってマクロな鉄筋コンクリート有限要素が定式化される．これらの巨視的材料モデルの構築は，材料要素レベルでの実験結果を用いて行われるのが普通である．その場合，モデルの構築に用いる実験は，限定かつ理想化された状態で行われたものが多く，鉄筋コンクリート要素レベルに対して適用可能であるかどうかを，鉄筋コンクリート要素レベルでの実験結果と計算結果との対比で判断しなければならない．たとえば，1方向にのみ鉄筋が配置された状態で求められた付着モデルを，2方向に配筋され，しかも任意の角度でひびわれと交わる状態においても使用できるかどうかは，鉄筋コンクリート要素レベルにおいてのみ検証されるのである．

モデルの検証に使用する実験結果を注意深く選定することはきわめて重要である．個々の材料モデルが，要素レベルの挙動に敏感に働くようなパラメーターをもつ実験を選定し，しかも使用しているそれぞれの材料モデルがある挙動に大きな貢献をするようなデータを分散して収集しなければならない．あるモデルに敏感で，他のモデルが少々変化しても結果に利いてこないような実験結果に対しては，たとえ多くのデータに符合したとしても，巨視的材料モデルすべての検証ができたとはいえない．このとき，実際の構造物に近い形状や強度を検証データに多く入れる必要はなく，むしろ極端なケースを含むことが望ましい．

鉄筋コンクリート要素レベルでの検証のほかに，鉄筋コンクリート部材レベルでの検証を行う必要がある．連続体仮定に立脚した有限要素解析の離散化において，任意の要素変位に対する等価節点力を構成方程式から計算することができ，ひずみ勾配がない状態では，第1段階で開発された鉄筋コンクリート構成式を用いることに矛盾は生じない．しかし，ひずみ勾配の存在する状態での要素変位と等価節点力との関係が，第1段階の構成式から十分な精度で予測できるかの検証を行うことは肝要である．その他，構成式の寸法効果等についても部材レベルでの検証が必要となろう．

以上のプロセスが著者の考えている解析モデルの評価方法である．鉄筋コンクリート要素レベルのモデルの検証を例にとって，4. で具体的に述べたい．

4. 鉄筋コンクリート要素のモデル化とその評価

一様平面応力場における鉄筋コンクリート要素の平均応力と平均ひずみとの関係を実験によって検証することがこの章の目的である．鉄筋コンクリート要素の構成式については多くのモデルが提案され，実験的検討も盛んに行われているので，評価モデルの対象として適当であると思われる．

ここでは，鉄筋コンクリート要素としての挙動を，図—5のように鉄筋の特性を主として代表する構成式と，コンクリートの特性を主に代表する構成式の2者に分離する方法を採用することにした．すなわち，鉄筋の効果を鉄筋方向にのみ剛性をもち，せん断剛性のない板として代表させ，コンクリートの貢献分を鉄筋モデルとは独立に表現するものである．したがって，鉄筋コンクリートの構成式は両者の単純和で表現されることになる．

ただし，鉄筋とコンクリート間の付着による相互作用のため，鉄筋およびコンクリートそれぞれの独立した特性を足しあわすことだけでは鉄筋コンクリートを表現することはできない．また，鉄筋だけの構造システムでは発生しないダボ作用が，コンクリートのひびわれによって発現するなどの複合効果を考慮しなければならない．鉄筋とコンクリートの相互・複合効果を巨視的に考えて，鉄筋あるいはコンクリートの構成式を与えるのである．したがって，鉄筋コンクリート要素の中における鉄筋およびコンクリートの構成式は，鉄筋ならびにコンクリート単体としての構成式とは当然異なることを強調しておきたい．

（1） ひびわれ発生前のモデル

コンクリートに対してはコンクリート単体としての構成式をそのまま用いる．ここでは，弾塑性破壊モデル[20]を基本とした構成式を用いた．鉄筋に対しては実際の応力とひずみの関係をそのまま用いる．

（2） ひびわれ発生条件

2軸引張あるいは圧縮・引張主応力が以下の方程式を満たしたとき，最大引張主応力方向に塑性ひずみが発生するとした．

$$\sigma_1/f_t=\sqrt{1-(\sigma_2/f_c')^2} \qquad \sigma_2\leqq 0 \quad \cdots\cdots(1)$$
$$=1-0.3(\sigma_2/\sigma_1) \qquad \sigma_2>0$$

ただし，σ_1, σ_2：主応力 $\sigma_1\leqq\sigma_2$

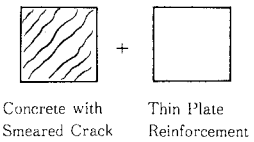
f_t および f_c'：コンクリートの引張強度および圧縮強度

式（1）は山田の提案式[21]を修正したものである．

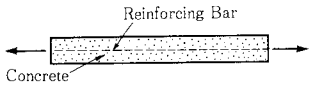
ひびわれは最大引張主ひずみが0.0002を越えると発生するとし，ひびわれの方向は以下の青柳・山田の提案式[22]に従った．

$$\theta=\pi/2 \qquad \sigma_2\leqq 0 \quad \cdots\cdots(2)$$
$$=\pi/2\{1-0.5(\sigma_2/\sigma_1)\}, \quad \sigma_2>0$$

ただし，θ は最大主応力とひびわれの方向との角度（ラジアン）



図—5　鉄筋コンクリート要素



図—6　コンクリートの引張剛性モデル作成のための実験

（3） ひびわれ発生後のモデル

ひびわれが発生した後も，鉄筋とコンクリートとの付着が存在するために，ひびわれ間のコンクリートにも引張力が作用し，鉄筋コンクリートとしての剛性は鉄筋単体としての剛性よりも大きい．この現象をモデル化する方法として，ひびわれ発生後もコンクリートに引張剛性をもたせ，これと鉄筋単体としての特性を重ね合わせることが一般に行われている．ここでも，その方法を採用した．

通常，図—6に示すように，鉄筋軸方向と主応力方向とが一致する実験によってこの特性が求められている．ここでは，森田・角モデル[23]とほぼ同じ結果を与えるが，表現方法が異なる次式を用いた（図—7参照）．

$$\sigma_t/f_t=(\varepsilon_{tu}/\varepsilon_t)^c \quad \cdots\cdots(3)$$

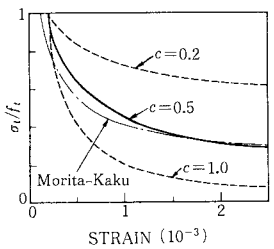
ここで，σ_t：ひびわれ直交方向の見掛けの引張応力

ε_t：ひびわれ直交方向の平均引張ひずみ

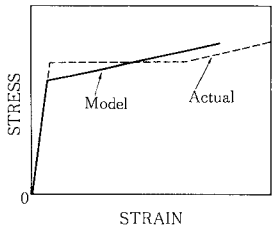
ε_{tu}：0.0002

c：付着性状を代表する係数，0.5を標準とする．

ただし，主応力軸方向と鉄筋主軸方向とは一般に一致するわけではなく，モデルを導出した条件と解析における



図—7　コンクリートの引張剛性モデル



図—8 鉄筋コンクリート要素における鉄筋モデル

条件とは異なるのである．その他，コンクリートのかぶり，鉄筋まわりのコンクリートの応力状態なども，モデル化に用いた実験条件とは相当に異なるので，このモデルの適用性については，十分な検討が必要である．

このモデルと組み合わせる鉄筋の応力とひずみとの関係は図—8に示すようにモデル化した．鉄筋の降伏は，鉄筋コンクリートに作用する応力が鉄筋の降伏応力に一致したときに開始するとしたのである．このことは，ひびわれ発生位置で鉄筋だけで引張力を負担していることをモデル化したものである．また，鉄筋単体の構成式に存在する塑性棚がなく，降伏開始後ただちにひずみ硬化に入る形を採用している．この仮定は，コンクリートに埋め込まれた鉄筋の場合，塑性棚が生ずる範囲は，付着のために限定され，ゼロに等しいという仮定と等価である．

せん断剛性は，青柳・山田モデル[22]を用いた．

$$G_{cr}=36/\varepsilon_t \quad \cdots\cdots(4)$$

ここで，G_{cr}：ひびわれたコンクリートの割線せん断剛性

ε_t：ひびわれ直交方向の平均ひずみ

このモデルは，鉄筋コンクリート要素レベルの実験から導かれたものであるので，鉄筋コンクリート要素レベルでの検証は必ずしも必要がない．このモデルの適用性の検討は，ひずみ勾配を含む部材レベルにおいて行われるべき性格をもつのである．

無筋コンクリートにひびわれを導入したとき，ひびわれ平行方向の剛性が低下することが実験的に観察されている．この現象を，ひびわれに伴う付加的なダメージの蓄積として表現した弾塑性破壊式を解析に用いた[24]．

$$\sigma_c=E_0K_c\varepsilon_e \quad \cdots\cdots(5)$$

ここで，K_c：ひびわれたコンクリートの破壊パラメーター

$=wK$

K：ひびわれのない状態での破壊パラメーター

w：ひびわれ直交方向ひずみの関数で，

$=1 \qquad \varepsilon_t \leqq \varepsilon_{t0}$

$=1-\alpha(\varepsilon_t-\varepsilon_{t0}) \geqq w_0 \qquad \varepsilon_t > \varepsilon_{t0} \quad \cdots\cdots(6)$

$w_0=0.66$，$\alpha=340$，$\varepsilon_{t0}=0.001$（標準値）

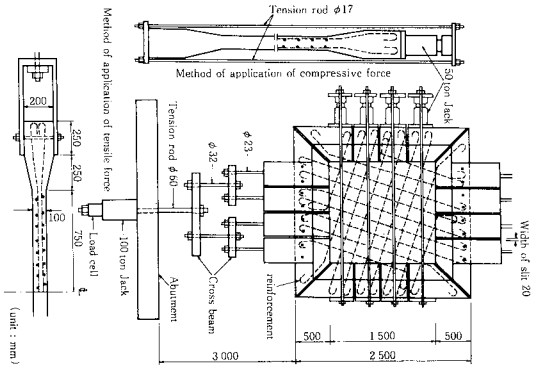
以上の材料モデルは，必ずしも鉄筋コンクリートのあらゆる状態に対して想定されたものではない．モデルを構築した実験条件と鉄筋コンクリート要素レベルの条件とは等しくないことは，前述したとおりである．仮定した材料モデルは，鉄筋コンクリート要素レベルで間接的にその適用性が検証されなければならないのである．

（4） 鉄筋コンクリート要素レベルでの検証

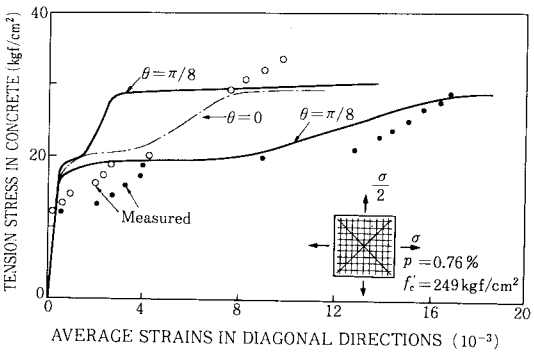
鉄筋コンクリート要素レベルでの検証には，青柳・山田[22]およびコリンズら[25]の実験を用いることとした．これらの実験は，いずれも，試験体の中は一様な応力場が形成され，一要素の解析によって表現できるものであり，かつ，ある材料モデルがその挙動に大きく影響するものである．

青柳・山田の実験概要を図—9に示す．ここでは，直交等方配筋でしかも2軸引張応力を作用させた3つの実験を取り上げる．図—10にパネル6の実験値，ならびに解析によって求められた応力と板の対角方向の伸びとの関係を示した．

ひびわれの方向が最大主応力方向に直交する方向に発生するとすれば，2方向の鉄筋ひずみは一致することになる．しかし，実験では，主応力と直交方向に入るひびわれは少なく，式（2）によって表わされるように，直交方向と22.5度方向に発生するひびわれが多く，2つ



図—9 青柳・山田の実験



図—10 パネル6における解析結果と実験結果

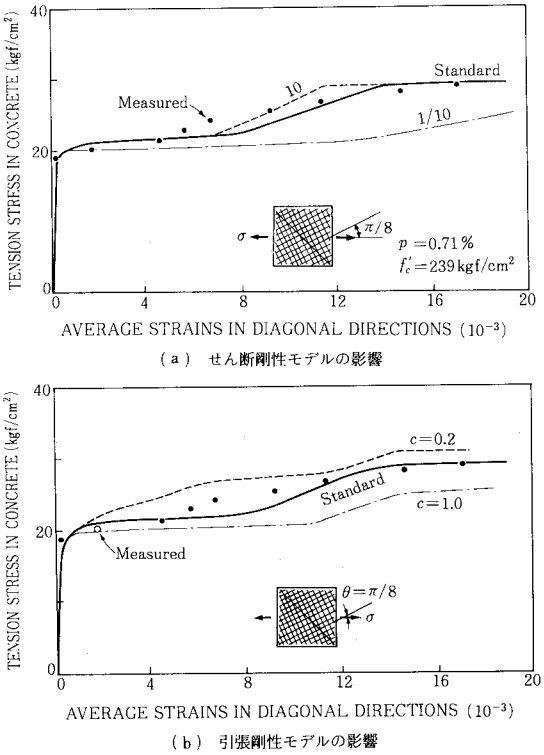
の対角方向ひずみに差が出てくるのである．ひびわれ方向の予測がこの問題の支配要因の１つであり，この問題に対してはこのモデルはほぼ妥当であるとみれる．しかし，そもそもひびわれ方向は，この実験シリーズから求められたものであるから，その検証にはならない．また，ひびわれ方向は実際には２つの方向のうちの１つが卓越するが，いずれが卓越するかは予測できない．したがって，複数の要素を用いる場合にはこれが問題となる．さらに，このような方向にひびわれが入るのは，供試体の形と載荷方向との関係にもよるものとも考えられるのであって，この点についてはさらに検討が必要である．

パネル６の実験では，せん断伝達ならびにひびわれ平行方向のコンクリートの圧縮剛性評価は全体挙動にはほとんど影響がないことが感度解析で認められた．したがって，ひびわれの発生とその方向およびひびわれ直角方向の引張剛性が最も重要な要因となっており，この２者のみがこの実験によって検証されるといえる．なお，乾燥収縮による見掛けのひびわれ発生強度の低下を考慮するため，割裂強度の 85 % をこの実験シリーズの鉄筋コンクリート要素の引張強度とした．

図—11 に，コンクリートの引張剛性を極端に変化（**図—7** 参照）させたときの感度解析の結果を示す．この図から判断すると，引張剛性モデルの最大耐荷力に及ぼす影響は小さいが，変形に及ぼす影響はきわめて大きいことが認められよう．用いたモデルはそれほど悪くないといえる．

パネル７は，主応力方向に傾いた方向に配筋された１軸引張実験であり，せん断伝達モデルが全体挙動に意味をもつケースである（**図—12** 参照）．せん断剛性を標準の場合の 1/10 に落とすと，ひびわれが発生するとただちに鉄筋が降伏し，変形が急増することを示している．せん断剛性を 10 倍としても，標準値を用いた場合との相違はあまり大きくない．特に，ひびわれ直後では，全く一致している．

図—12(b) は式（３）の定数 c を変化させたときの

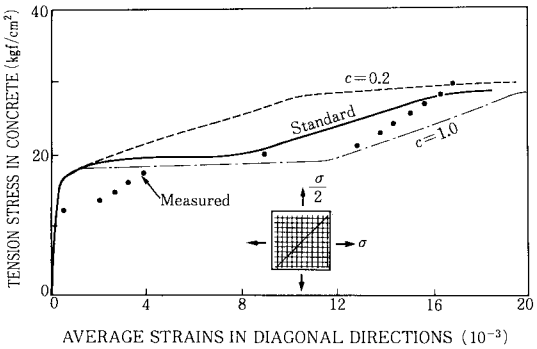


（ａ） せん断剛性モデルの影響

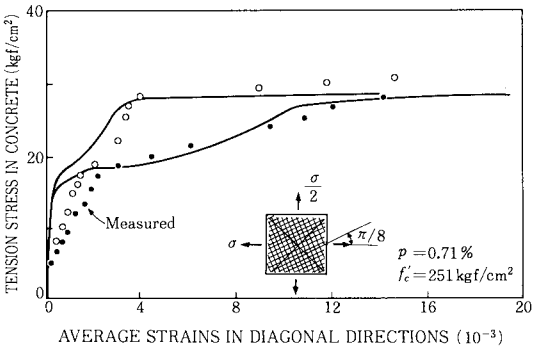
（ｂ） 引張剛性モデルの影響

図—12　パネル７における解析結果と実験結果

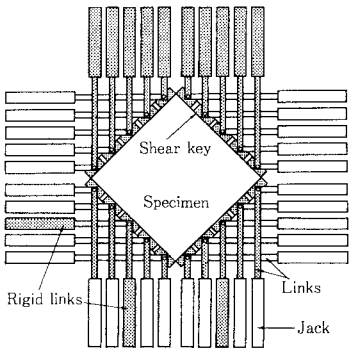
感度解析の結果を示したものである．パネル６とは異なり，引張剛性は全体変形のみならず，最大耐荷力にも影響を及ぼしている．これは，せん断伝達機能がひびわれ直角方向の変形の影響を受け，その結果，鉄筋の降伏荷重に影響を及ぼすからである．したがって，このパネルはせん断剛性と引張剛性両者の相互作用によって，その挙動が規定されることになるので，引張剛性モデルを評価するには必ずしも適当ではない．しかし，せん断伝達モデルは，このシリーズの実験から導かれたものであるので，一応，正しいと考えれば，引張剛性モデルもほぼ妥当なものと考えられるのである．



図—11　コンクリートの引張剛性モデルの影響（パネル６）



図—13　パネル８における解析結果と実験結果



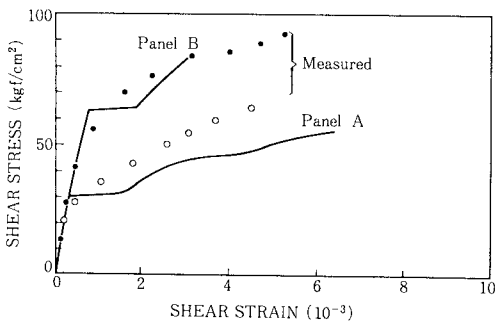
図—14 コリンズらの実験

パネル8はパネル6と7の組合せであり，その挙動も両者の特性が現われている点が興味深い（図—13参照）．ひびわれ方向，コンクリートの引張剛性およびせん断剛性が重要な要因である．これらの結果からみると，引張剛性モデルは，引張主応力が鉄筋と直交していない状況においても適用可能であると考えてもよいようである．

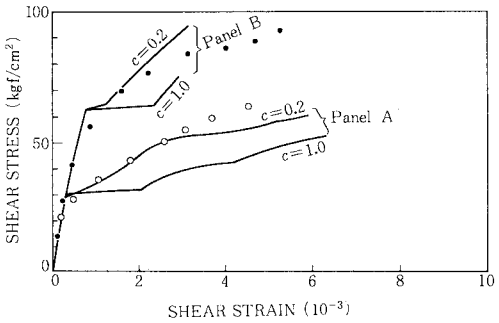
コリンズらの実験の概要と供試体を図—14に示す．1982年に行われたコリンズ解析予測コンペティション[25]で用いられた4つの実験である．ただし，引張強度が明示されていなかったので，ひびわれ発生荷重が実験値と一致するように決定した．解析に用いた値はそれぞれの図に示してある．

パネルAとBは等方配筋のもので，外荷重は純せん断およびせん断と2軸等圧縮の組合せである．したがって，ひびわれと鉄筋の角度は両者同じであって，パネルの変形はひびわれ方向に対して対称となるので，ひびわれ面に沿うすべりは起こらない．すなわち，せん断伝達モデルはこの問題には貢献せず，コンクリートのひびわれ直角方向の引張剛性およびひびわれ平行方向の圧縮剛性の検証に使用される．

標準の解析モデルによるせん断応力とせん断ひずみの関係を実験結果と一緒に図示したものが図—15である．パネルA，Bともにおおよその挙動を追跡することができているとも考えられるが，詳細にみるといささか物足りない．



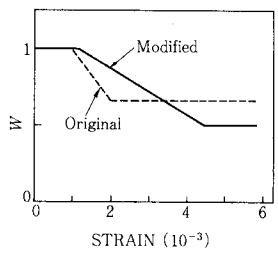
図—15 パネルAおよびBにおける解析結果と実験結果



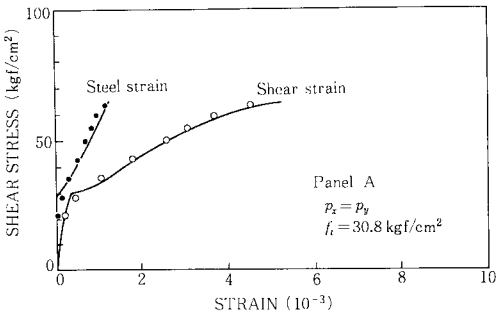
図—16 コンクリートの引張剛性モデルの影響

せん断ひずみの小さいレベルでは，ひびわれ幅も小さく，ひびわれ平行方向のコンクリート圧縮剛性は，ひびわれのないコンクリートと大差がなく，ひびわれによる剛性低下を考慮する必要がない．したがって，このレベルではひびわれ直角方向の引張剛性の影響が支配的である．図—16に，引張剛性のみを変化させたときの感度解析結果を示す（図—7参照）．引張剛性を標準値より大きく（$c=0.2$）採る方がこの実験には適合する．この実験には，通常の異形鉄筋ではなく，網状溶接鋼線が使用されており，引張剛性が異なるのは当然ともいえる．そこで，以後の解析には，式（3）における係数 c に0.2を用いることとした．

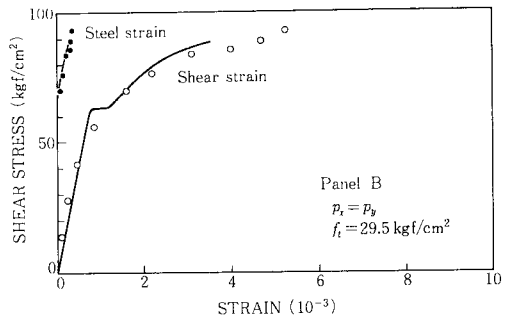
ひびわれ直角方向のひずみが大きいところでは，ひびわれ平行方向のコンクリート圧縮強度と剛性の低下を正しく評価することが重要となってくる．パネルAおよびBはともにコンクリートの圧縮破壊によって耐力が決定している．そこで，ひびわれ直角方向の引張剛性が正しいものとして，実験結果に合致するようにひびわれ平行方向の圧縮強度と剛性の低下とを修正することを試みた．パネルAの結果から，ひびわれ直角方向のひずみが1 000 μ程度から標準値より緩やかに剛性を低下させる必要があり，パネルBの結果から，2 000 μ近辺でコンクリートの圧縮剛性が初期の剛性の90％とする必要がある．これらを考慮して，図—17に示すように強度・剛性低下を修正した．それに基づいた計算結果は，図—



図—17 ひびわれ平行方向のコンクリート強度低下モデルの修正

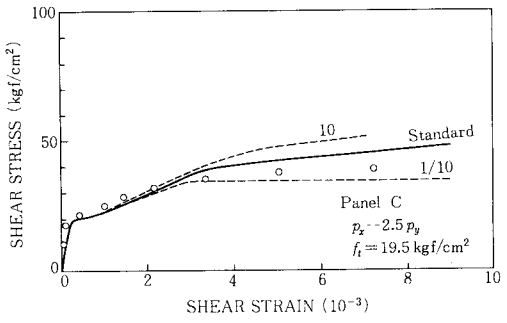


（a） パネルA

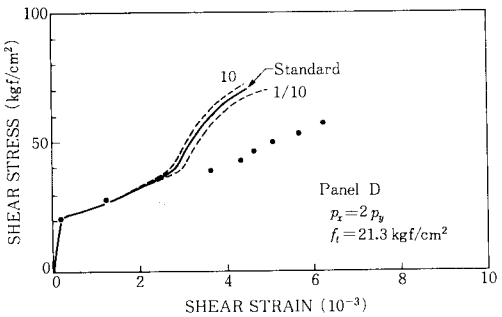


（b） パネルB

図—18　修正モデルによる解析結果



図—19　修正モデルによる解析結果（パネルC）



図—20　修正モデルによる解析結果（パネルD）

18に示すようであって，実験値ときわめてよく一致している．

異方配筋のパネルCとDでは，ひびわれ発生後のせん断伝達が挙動に影響を及ぼす要因となる．修正された解析モデルによるパネルC，Dのせん断応力とせん断ひずみの関係を示した（図—19および図—20）．これらの図には，せん断剛性を標準値の1/10に低減した場合，および10倍とした場合の解析結果も併せて表示した．パネルCでは，せん断剛性の変化が最大耐力に影響しているが，パネルDでは影響はほとんどない．パネルCでは，せん断伝達剛性を標準値よりも若干小さい値とすると，実験値への適合性はよくなる．

パネルDは，圧縮応力を載荷し始めるときに鉄筋が降伏しているかどうかがその後の挙動に非常に敏感に影響するために，本モデルによって，変形は満足できるレベルの結果は得られなかったが，最大耐力はほぼ一致している．

以上の検討から修正された解析モデルは，検討に用いたパネルの解析には十分満足できる結果を与え得る．しかし，ひびわれの間にあるコンクリートが破壊する場合については，供試体のスケールによる影響，鉄筋による2方向の拘束の影響などについて検討する必要がある．また，コンクリートのひびわれ発生に及ぼす乾燥収縮の影響と引張剛性との関係，ひびわれ発生直後のせん断伝達モデルについてもさらに検討が必要である．

また，面内力だけでなく，面外力が作用する場合についても検討する必要があり，鉄筋コンクリート有限要素のモデル化については，なお一層の研究が必要である．

（5） 鉄筋コンクリート部材レベルでの検証

鉄筋コンクリート要素モデルの評価にとって，鉄筋コンクリート要素レベルでの検証が，まず必要なことを強調しておきたい．しかし，そのレベルでの検証のみでは十分ではないことはすでに述べたとおりであって，次に，鉄筋コンクリート部材レベルでの検証を行う必要がある．このレベルでの検証は，（4）での繰り返しになるうえに，多くの研究者によって行われているので，ここでは省略したい．

5. むすび

以上に述べたように，鉄筋コンクリートに非線形有限要素解析を適用するにあたっては，解決すべき問題は多いが，いずれも鉄筋コンクリートの本質にかかわるものばかりである．著者らは有限要素解析を通じて，鉄筋コンクリートに対する理解が深まったことを痛感している．このことが，あるいは非線形有限要素解析の最大の利点といえるかもしれない．

参考文献

1) Ngo, D. and Scordelis, A. C. : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI Journal, pp. 152～163, March 1967.
2) Plasticity in Reinforced Concrete, IABSE COLLOQUIUM COPENHAGEN 1979.
3) Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, IABSE COLLOQUIUM DELFT 1981.
4) WILLIAM PRAGER SYMPOSIUM ON MECHANICS OF GEOMATERIALS, Northwestern University, 1983.
5) RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集，日本コンクリート工学協会，昭和57年6月.
6) 第2回 RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集，日本コンクリート工学協会，昭和58年10月.
7) RC 構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集，日本コンクリート工学協会，昭和59年12月.
8) SEMINAR ON FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES, Tokyo, 日本コンクリート工学協会, May 21-24, 1985.
9) Bazant, Z. P. : Fracture Mechanics and Strain-Softening of Concrete, seminar on finite element analysis of reinforced concrete structures, Tokyo, pp. 47～70, 1985.
10) Ingraffea, A. R. and Panthaki, M. J. : Analysis of 'Shear Fracture' Tests of Concrete Beams, seminar on finite element analysis of reinforced concrete structures, Tokyo, pp. 71～92, 1985.
11) Darwin, D. : Crack Propagation in Concrete-Study of Model Parameters, seminar on finite element analysis of reinforced concrete structures, Tokyo, pp. 93～110, 1985.
12) 野口 博：有限要素法による鉄筋コンクリートの非線形解析（第4報：コンクリートのひびわれの発生と進展），日本建築学会論文報告集，第262号，pp. 43～52，昭和52年12月.
13) 野口 博・長沼一洋：繰返し荷重を受ける RC 部材のせん断解析モデル，第2回 RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム，pp. 97～104，昭和58年10月.
14) 大内 一・武田寿一：鉄筋コンクリート製低温貯槽の終局挙動解析，RC 構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集，pp. 193～200，昭和59年12月.
15) 二羽淳一郎：FEM 解析に基づくディープビームのせん断耐荷力算定式，第2回 RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム，pp. 119～128，昭和58年10月.
16) 田辺忠顕・原口 晃・石川雅美：マスコンクリートの温度応力問題における岩盤あるいは旧コンクリートの外部拘束効果，マスコンクリートの温度応力発生メカニズムに関するコロキウム論文集，pp. 83～90，昭和57年9月.
17) 鈴木康範・原田修輔・前川宏一・辻 幸和：温度解析における断熱温度上昇試験結果の適用性，第7回コンクリート工学年次講演会論文集，pp. 25～28，1985年.
18) 斉藤 豊・榊原弘幸・内田清彦：セメントの水和熱と温度上昇，第38回セメント技術年報，pp. 66～69，昭和59年.
19) 小野 定・江渡正満・川崎廣貴・和田 孝・櫛田泰仁・真瀬伸治：非線形性を考慮したマスコンクリートの温度および温度応力解析システム，RC 構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集，pp. 97～104，昭和59年12月.
20) Maekawa, K. and Okamura, H. : The Deformational Behavior and Constitutive Equation of Concrete Using the Elasto-Plastic and Fracture Model, Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo (B), Vol. XXXVII, No. 2, pp. 253～328, 1983.
21) 山田一宇：面内力を受ける鉄筋コンクリートのせん断伝達機構および耐力・変形に関する実験的研究，東京大学博士論文，1981.
22) Aoyagi, Y. and Yamada, K. : Strength and Deformation Characteristics of Reinforced Concrete Shell Elements Subjected to In-plane Forces, Proc. of JSCE, No. 331, pp. 167～180, March 1983, Concrete Library International, No. 4, pp. 129～160, 1984.
23) 森田司郎・角 徹三：鉄筋コンクリート部材の引張り試験による付着効果の研究—コンクリートの強度，乾燥収縮の影響—，第18回セメント技術年報，pp. 426～430，昭和39年.
24) 前川宏一：弾塑性破壊理論に基づくコンクリートの構成則，第2回 RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム，pp. 1～8，昭和58年10月.
25) Collins, M. P., Vecchio, F. and Mehlhorn, G. : An International Competition to Predict the Response of Reinforced Concrete Panels, Festschrift Prof. Dr. Bruno Thürlimann zum 60. Geburtstag, pp. 471～491, 1983.

(1985. 7. 18・受付)