

河床物質の二、三の性質とその応用

— 射出水による洗掘についての第二報 —

正 員 栗 津 清 蔵*

要旨 在来発表されている本邦の河床物質の資料から、(1) 比重はほとんど一定で、(2) フルイ分曲線の差違を示す境氏の係数 β は (1) 式または 図-3 によつて与えられ、(3) 空隙率は (3) 式で示される等の 2, 3 の性質がえられた。その応用として (a) Quick-sand の問題、(b) 移動床の移動以前の Manning の粗度係数 n について、(c) 限界掃流力の問題等を取扱ひ各 (a) 限界動水勾配について式 (5)、(b) n について表-1、(c) 限界掃流力について (20) 式の結果がえられた。

I. 河床物質の性質について

§1. 比 重

砂礫の比重はその生成から考え流域の地質学的条件並びにその採取される位置に左右せられることは明らかであるが同一河川においてはその比重は一定とみなしてさしつかえないものと思われる¹⁾。

§2. 砂礫のフルイ分析について

自然状態の砂礫の一群を取りその平均径並びに混合状態を調べる時フルイ分曲線をもとにして平均径並びに混合を示す粗粒率またはフルイ通過 50% を境界としてその面積比の函数によつて係数 $\beta^{(2)}$ を算定することは周知の通りである。一般に種々のフルイ分曲線を比較するに当つて 図-1 のように通過 % と d/D (D : 一群の最大径, d : フルイの寸法でそのフルイを通過したのが $p\%$ である) との関係で比較検討した方が便利である、なお図の白丸は最大密度を与えるフルイ分曲線 $p=100\sqrt{d/D}$ から計算した値である³⁾。さて同一平均径でフルイ分曲線が違ふ場合それらの関係をいかに表示するかが問題である、実際に砂礫の一群を構成している粒径の分散を統計的に検討する時割合に少ないフルイの種類によつてフルイ分けしたものを標本とする時には幾多の問題があり、一応分散の差異としてフルイ分曲線をもとするならば混合状態を示す要素は無次元のものが好ましく、一群を代表する要素として平均径を取つているからその値は例えば同一平均径の 2 種の砂礫間の差違が余り大きくない事が好ましい、以上の観点から著者は砂礫の混合を示すのに境氏の β をもつて表示する。図-1 の仮想フルイ分曲線を作り、それらの模型について平均径並びに β を算定すると 図-1 の値が得られる、すなわち一般に最大径に近い粒径のものが多く β は 1 に近く、逆に近いものが少く β は 2 に近づくことが容易に知られる、鬼怒川筋の砂礫を取つて⁴⁾ 図-1 の要領でフルイ分曲線を求めると 図-2 の通りである、1, 2, 3 の折線は 図-1 の模型の性質と相反する結果になつているが最大径に相当する部分が 1% 前後であると言ふことに着目すると 図-1 の性質と合致するものと考えられる。

図-1

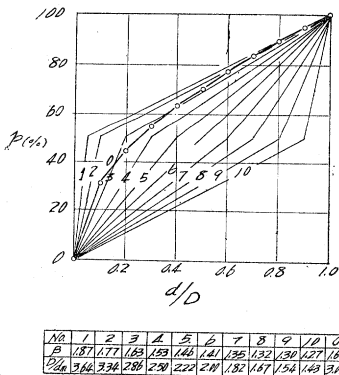
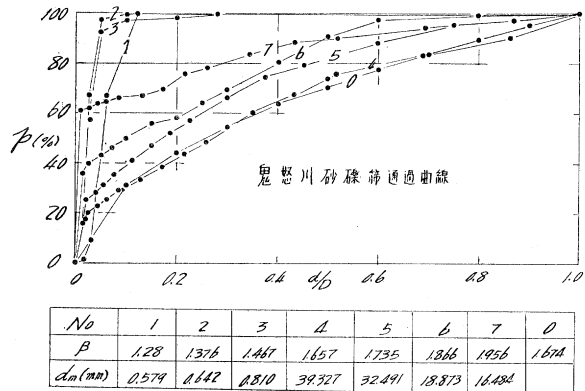


図-2



多摩川⁵⁾、富士川、鬼怒川、最上川、笛吹川⁶⁾の河筋の砂礫について平均径 d_m (mm) と β を計算し plot したのが 図-3 である、なお実線部分を実験公式化すると次の通りで、一般に自然河床砂礫の混合を示す係数 β は平均径の函数として示すことができる。

* 日本大学助教授、工学部土木教室

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\beta} &= 0.647 - 0.303 \log_{10} d_m \quad (0.1 < d_m < 2) \\ \frac{1}{\beta} &= 0.574 - 0.056 \log_{10} d_m \quad 2 < d_m < 13 \\ \frac{1}{\beta} &= 0.299 + 0.193 \log_{10} d_m \quad 13 < d_m < 80 \end{aligned} \right\} (1)$$

d_m : mm-unit.

§3. 空隙率について

図-1 の模型フルイ分曲線に示されるように β が 1 より大きくなるに従つてそのフルイ分曲線が最大密度を与えるフルイ分曲線に近づき更に β の値が大きくなると最大密度の曲線から遠ざかることが知られる。一方藤井氏の研究⁷⁾によると「フルイ径を小から大へA, B, C を選び A~B の粒子群を基本として B~C のものをその 10%, 20%……と順次混合その都度密度を測定すると密度は増加して一定限度に達すると次は逆に減少する」と述べてある事から一般にフルイ分曲線が最大密度フルイ分曲線から遠ざかると空隙率が大きくなるものと推定せられる。従つて空隙率は次の式で示されるものと考えられる。

$$\lambda = f(d_m, \beta) \dots\dots\dots (2)$$

この関係を調べるために在来発表されている資料⁸⁾並びに実験によつて先づ λ と d_m との関係を図示すると図-4 の通りである、次に λ と β との関係を調べると図-5 の通りである測定値が少いけれども β が増加すると λ が減少する傾向があり前述の推定が一応可能で、かつ β が 1.67 以上になると最大密度から遠ざかることに着目して著者は図のように対称形に示されるものと仮定し空隙率 λ について次の実験公式を作つた。

$$\lambda = 0.319 + 0.238 |1.67 - \beta| - 0.0573 \log_{10} d_m \dots\dots\dots (3)$$

d_m : mm-unit.

(1), (3) より β を消去して図示すると図-6 が得ら

れこれより河床砂礫の空隙率が推定される、ただしその値はコンクリート標準示方書によつて得られるべき値である。

II. 応 用

§4. Quick-sand について

Quick-sand 現象についてはその理論式は Taylor によつて示されている⁹⁾、すなわち現象の発生する限界動水勾配は次の式で与えられている。

$$\frac{H}{L} = \frac{G-1}{1+\lambda} \dots\dots\dots (4)$$

H: 落差, L: 浸透距離, G: 比重, λ : 空隙率
砂礫の性質から比重を一定とみなすと限界勾配は λ のみの函数となる、しかし自然状態の砂礫の λ は一応 (3) 式から推定せられるが (3) 式に用いた資料は全部コンクリート標準示方書に従つて求めた値であるから、その値を直接 (4) に代入することはできない。

著者は河床砂礫がどのようになつた時 Quick-sand が発生するか並びに浸透流がある場合の seepage force はどのようなものかを知るのが目的であり、それ等の事項を加味して実験を行い (4) 式を考えることにする。

図-3

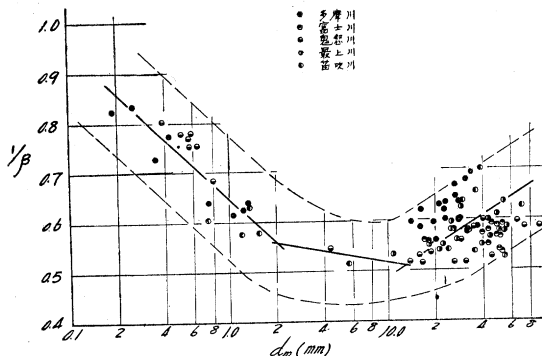


図-4

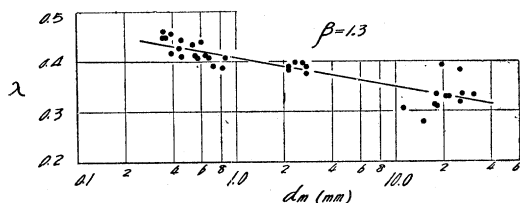


図-5

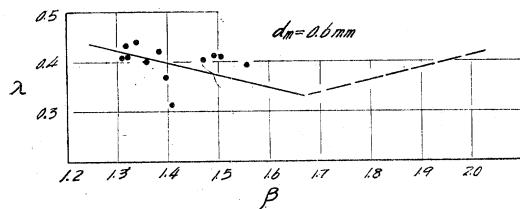
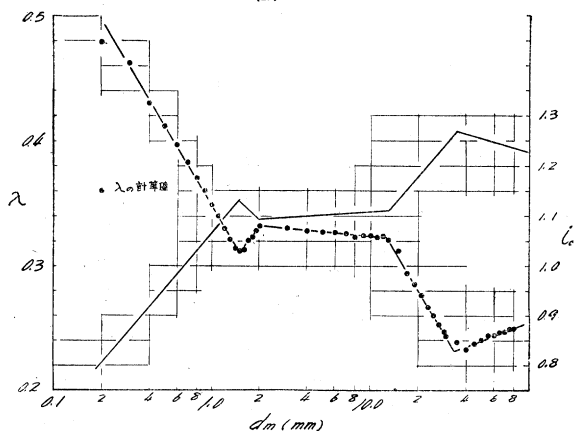
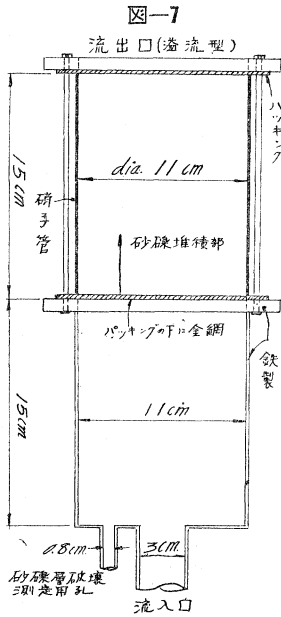


図-6





装置は図-7の cylinder 状の装置をゴム管で head tank と連絡し実験の初めに砂礫の全然入らない場合の損失水頭を測定し実験値の補正に用いた。実験方法としては自然河床砂礫は浮遊、沈澱現象がくり返されて形成されているから cylinder 中を満水静水状にして、24 時間水中養成した資料を cylinder に一回に約 0.5 cm の厚さになる量を沈澱せしめ所定の厚さ (6, 8, 10, 12 cm) に達するまでこの作業をくり返し滲透層を作った。

次に head tank を静かに徐々に傾斜面に沿うて上昇せしめると滲透層の水は透水する、head tank がある高さに達すると砂礫層は破壊され Quick-sand 現象が発生する、cylinder のガラスを通して破壊時はなかなか観察できないが破壊測定用孔を manometer に連絡すると破壊時には流量が変化するので manometer に敏感にきいて来るから容易に測定することができた。

砂礫層は一回の測定が終了すると全部砂礫を入れかえ一つの測定値を得るために 3 回の実験を行った。砂礫粒の小さい場合は壁面の影響がきいて来るが実際問題として固体壁面に接した部分の Quick-sand について考える場合には実験値を取つてもさしつかえなくかつ安全側である。なお 2.5~5 mm の砂礫を取つた場合には壁の影響はきいて来なかつた。使用した資料は次のもので測定値を plot したのが図-8で、かつ測定点は 8 コの平均値である、ただし λ は (3) 式より計算した。

相 模 川 砂

資料記号	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀
比 重	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6
d _m (mm)	1.713	2.172	2.724	1.820	2.339	2.639	2.970	3.150	1.479	1.313
β	1.395	1.344	1.262	1.412	1.265	1.273	1.250	1.221	1.288	1.246
λ	0.371	0.378	0.391	0.365	0.394	0.389	0.392	0.397	0.414	0.413

実験公式化すると限界動水勾配は次の式で与えられる。

$$\frac{H}{L} = 1.689 - 1.786 \lambda \dots\dots\dots (5)$$

(4) 式との比較は実験の砂礫層の真の λ の値が測定できないので不可能であるが (4) 式を二項定理で展開第三項より無視した形と類似で実際には (5) 式を適用してもさしつかえないものと考えられる。自然河床砂礫についての限界動水勾配を求めると図-6の通りである、次に Quick-sand 現象が発生している時にはその瞬間において砂礫粒は流水と共に移動するものと考えると砂礫粒の見掛比重は 1 とみなすことができる、滲透水がない時には比重は 2.6 であるから滲透水がある場合には見掛比重は 2.6~1 に変るものとみなされ、その間 Darcy の法則を加味すると直線的に変化することが考えられるから任意の動水勾配 i と限界動水勾配 i_c 並びに見掛比重 S との間には図-9 の関係があるものと推定せられる。従つて河床に垂直に滲透流が流出する時にはその砂礫の比重は見掛比重に等しくなり、例えば $i/i_c = 0.4$ の時見掛比重は 1.96 となり軽い砂礫として取扱うことができる。

§5. 移動床の粗度係数について

自然河床の状態は砂礫におおわれ、その勾配も一様でなくかつ河幅も不規則であつて一般にその粗度係数を決定する事はなかなかむづかしく著者は河川の断面及び河床勾配が一様な (局部的起伏のない) 一つの理想化した河床について考える事にする。

いま流水によって河床砂礫が移動せられない場合河床の剪断応力を τ とすると

図-8

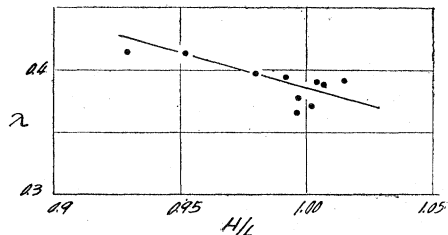
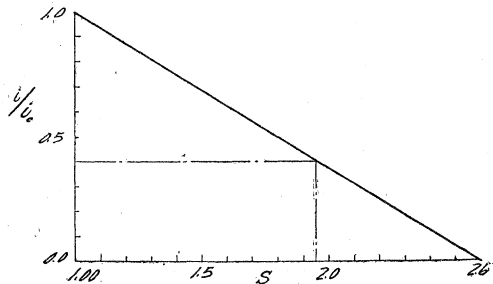


図-9



$$\tau = f \rho \frac{v^2}{2} \dots\dots\dots (6)$$

f : 抵抗係数, ρ : 水の密度, v : 平均流速

抵抗係数は一般に Relative roughness ϵ/R , Reynolds number N_R , Froude number N_F によつて支配されるもので Nikuradse の実験で渦乱流にあつては N_R は余りきいて来ないことが知られ, なめらかな pipe から粗な pipe への遷移は自然の粗さについては比較的単純に遷移することが知られている¹⁰⁾. 従つて抵抗係数は渦乱流にあつては ϵ/R , N_F の函数と考えることができる。

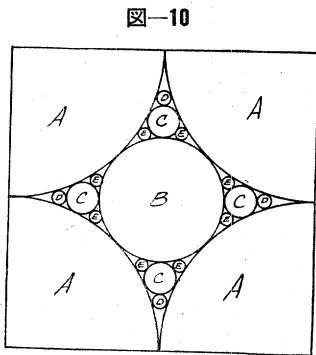
砂礫層の表面の凹凸の平均値 ϵ は $\beta=1$ の場合平均径の半分と考えられ, かつ混合状態によつても左右されるから

$$\epsilon = f(d_m, \beta) \dots\dots\dots (7)$$

d_m を一定として β のみ変化させると §3 で述べたように β が 1 より 1.67 に近づくに従つてその密度は増加し, 1.67 を越えると逆に減少する, 一般に最大密度の混合においては大きな粒と粒の間に小さな粒が入ることを意味する, 例えば粒を球と仮定すると最大密度を与える場合 図-10 の模型図が得られる¹¹⁾, この模型図から最大密度時の河床の凹凸の平均値は 図-11 の仮想図から $B/4$ と考えられ $\epsilon = d_m/3.252$ の程度と推論せられ空隙率の場合と同様 β が 1~1.67, 1.67~2 までは直線的に変わるものとする ϵ は次の式で表示されるものと思われる。

$$\epsilon = \frac{d_m}{3.252 - \frac{1.252|1.67 - \beta|}{0.67}} \dots\dots\dots (8)$$

在来発表されている資料をもとにして砂礫が流動しない場合の抵抗係数について考える¹²⁾, 抵抗係数と ϵ/R との関係をも N_F を parameter として plot したのが 図-12, 13, 14 である, なお $N_R: \epsilon v/\nu$ が余りきいてこないことを検討すると 図-15 の通りで余りきいてこないことが推定せられる, 測定値の計算には $N_F = v/\sqrt{gR}$ から行い, 安藝氏の測定値に対しては $\nu = 0.0125 \text{ cm}^2/\text{sec}$ として計算を行つた。これらの実験値より一般に次の関係が得られる。



球の記号	A	B	C	D
直径	100	41	10	4

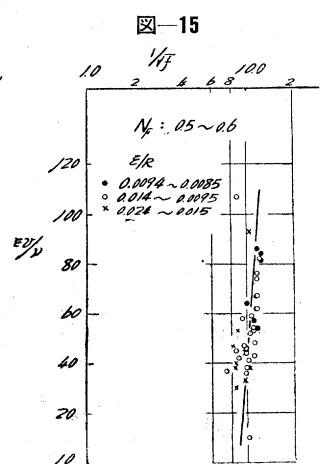
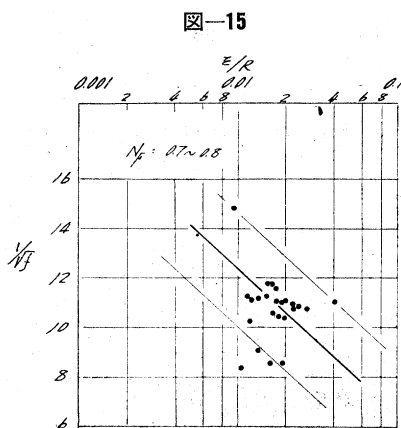
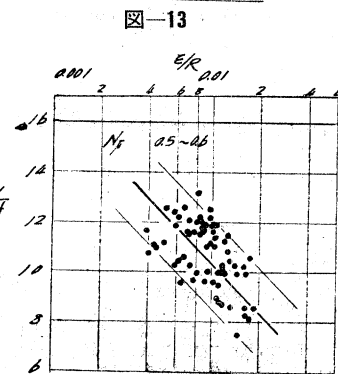
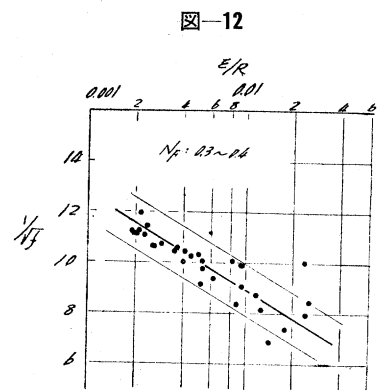
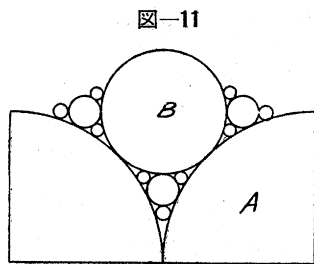
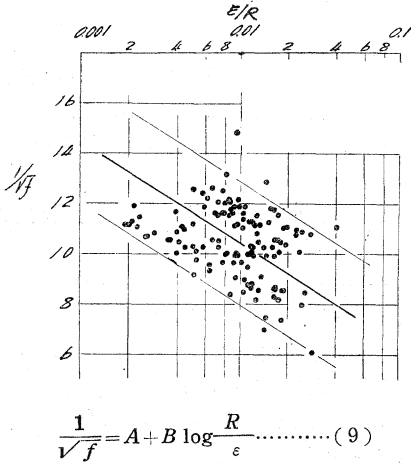


図-16



常数 A, B は N_F がきいてくることが容易に推定され近似的に図-16から次の式が得られる。

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.26 + 4.07 \log_{10} \frac{R}{\epsilon} \quad \dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} 0.3 \leq N_F \leq 0.9 \\ 10 \leq N_R = v \epsilon / \nu \leq 150 \\ 1000 \leq N_R = v R / \nu \leq 42,000 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

Manning の粗度係数 n について考えると

$$\frac{v}{v_*} = 3.2 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{\epsilon}$$

$$v_* = \sqrt{\tau/\rho}$$

$$n = \frac{R^{1/6}}{\sqrt{g} (3.2 + 5.75 \log_{10} R/\epsilon)} \quad \dots (11)$$

自然河床砂礫についての ϵ は(1), (8) より計算されそれを図示すると図-17のようになり近似的に $\epsilon = d_m/3$ とみなされこれを(11)式に代入すると n の値が求められる, その結果は表-1の通りである。

§6. 限界掃流力について

限界掃流力について在来多くの研究がなされている, 著者はこれらの実験値をもとにして一提案を試みるもので, 一般に流水下の砂礫の移動は砂粒の受ける外力が砂粒同志の摩擦による抵抗力を越える時に起きることは当然であるが違う粒径の砂粒群の移動は径の小さいものから始まり大きな物へと発達するものと考えられる。一般に前節で述べた砂礫層の受ける力は平均的考えで局部的ものではない著者は局部的抵抗として砂粒群から代表的粒径の砂粒(平均径に相当する砂粒)を取りその流水より受ける力を考える。

$$F = C \cdot A \frac{\rho v^2}{2} \quad \dots (12)$$

C は抵抗係数で砂粒の形状, Reynolds 数の函数と考えられ, 平均径に相当する砂粒が限界沈降速度で沈降する時の抵抗係数と相似であるものと ($C = K C_f$) 仮定すると上の式は次のようになる。

$$F = K C_f \cdot A \frac{\rho v^2}{2} \quad \dots (13)$$

- C_f : 限界沈降速度で静水中を沈降する時の抵抗係数
- A : 平均径に相当する粒の流水方向の投影面積
- v : 砂礫層上の流速

限界掃流力は砂礫群の混合が非常に影響することは周知の通りで, それらの点について考えることにする, 例えば $\beta = 1.67$ の場合図-11の仮想的砂礫配列から局部的抵抗を考えるならば少なくとも平均径に相当する砂粒を考慮代わりに B に相当する粒の受ける外力を考えなければならない, 次に平均径が等しい時でも最大径は β によつて

図-17

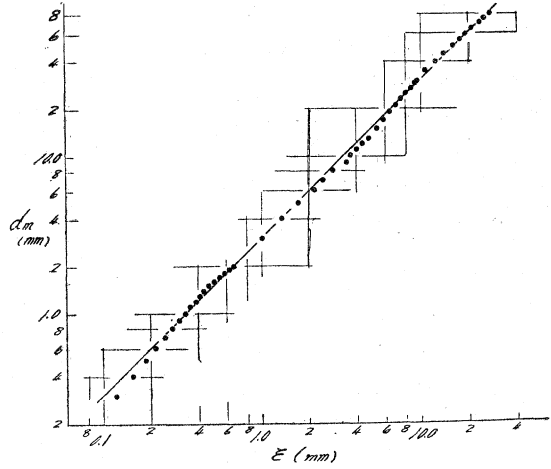


表-1 $n \times 10^4$

$\frac{R}{d_m} \left(\frac{m}{cm} \right)$	2	4	6	10	20	50	100	200	500
0.1	124	124	124	125	127	132	138	144	153
0.2	142	139	139	139	140	142	149	154	164
0.3	155	151	149	148	148	152	156	161	170
0.4	167	161	158	156	155	158	162	167	175
0.5	177	168	165	162	161	163	166	171	180
0.6	185	175	171	169	166	167	171	175	183
0.7	194	182	177	173	170	171	174	179	187
0.8	202	188	182	178	175	175	177	181	189
0.9	209	193	187	182	178	178	180	184	192
1.0	216	199	192	187	182	181	183	187	194
2.0	280	244	230	219	209	203	207	205	211
3.0	337	281	261	244	228	219	217	218	223
4.0	374	315	288	265	245	232	227	229	232
5.0	454	347	313	286	259	243	238	236	239
6.0	519	379	346	302	273	253	246	243	245
7.0	590	411	360	319	285	262	254	252	251
8.0	670	444	383	336	297	270	260	256	254
9.0	755	478	423	352	308	278	267	262	261
10.0	844	512	429	367	318	285	273	267	265

変ることは図-1の模型的混合からも容易に知られそれを plot すると図-18が得られそれから推論できる、自然砂礫のフルイ分曲線を $p=100 (d/D)^{1/n}$ と仮定する場合にも最大径は β に比例することが知られる、著者は代表的砂粒として平均径に相当するものを選んだが砂礫の混合を考えると不備な点があり、その事項を補う必要がある。著者は砂粒の局部的抵抗力は砂粒の流水方向の断面積が大きく作用することに着目、かつ最大径をも加味して混合による補正項として β^2 を取る、(13) 式は次のようになる。

$$F = k \beta^2 \cdot C_f \cdot A \frac{\rho v^2}{2} \dots\dots\dots (14)$$

平均径に相当する砂粒の限界沈降速度、密度、体積を各 v_f, ρ', V とすると

$$C_f = \{(\rho' - \rho)gV\} / \left\{ A \cdot \rho \frac{v_f^2}{2} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

水中で砂粒同志の摩擦係数を f とすると、流水による砂礫の移動に対する抵抗力 F_r は次の式で与えられ

$$F_r = f(\rho' - \rho)gV \dots\dots\dots (16)$$

砂礫が流水によつてまさに移動しようとする時には $F = F_r$ の関係が成立するから (14), (15), (16) と問題を

表-2

v_* cm/sec	v_f cm/sec	v_*/v_f	f/β^2	d_m cm	測定者
2.71	14.92	0.136	0.276	0.154	Schaffernak
7.31	44.60	0.181	0.528	0.432	Schokitsch
5.08	31.78	0.160	0.481	0.445	.
3.33	23.71	0.140	0.430	0.225	.
2.08	16.22	0.128	0.379	0.124	.
1.66	12.65	0.131	0.358	0.092	.
1.53	6.31	0.243	0.262	0.038	Krey
1.66	8.51	0.195	0.290	0.053	.
1.77	11.12	0.159	0.293	0.080	.
2.24	15.66	0.143	0.171	0.115	REI"
2.03	12.16	0.167	0.111	0.083	.
2.38	12.05	0.198	0.179	0.036	.
2.34	12.84	0.216	0.193	0.074	.
1.53	4.25	0.360	0.162	0.024	.
2.34	11.65	0.201	0.186	0.081	.
2.23	14.21	0.218	0.197	0.049	.
3.13	19.26	0.162	0.168	0.148	Engels
1.95	9.04	0.216	0.201	0.058	Gilbert
2.45	22.48	0.109	0.231	0.191	.
5.38	31.25	0.172	0.429	0.371	.
6.93	37.40	0.185	0.664	0.530	.
2.26	14.74	0.210	0.179	0.071	Kramer
1.95	8.81	0.221	0.198	0.056	.
2.19	11.82	0.185	0.200	0.080	.
1.47	4.45	0.366	0.267	0.022	安藤, 伴藤
2.71	12.61	0.205	0.132	0.070	.
3.10	15.85	0.184	0.199	0.122	.
2.52	14.09	0.260	0.162	0.071	石原
2.28	12.61	0.181	0.176	0.092	.

¹¹ Prussian Experiment Institute for Hydraulic Engineering

図-19

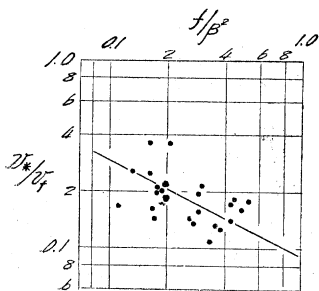
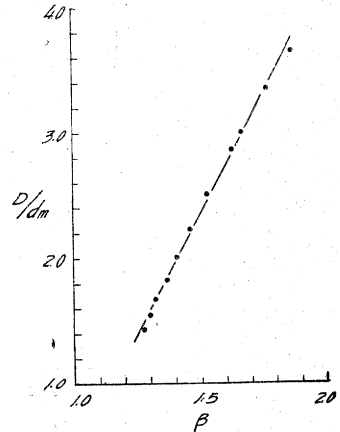


図-18



簡易化するために k を単なる常数とみなすならば次の関係が得られる。

$$F \left(\frac{v}{v_f}, \frac{f}{\beta^2} \right) = 0$$

砂礫層上の流速は摩擦速度 v_* と関係づけられるから

$$F \left(\frac{v_*}{v_f}, \frac{f}{\beta^2} \right) = 0 \dots\dots\dots (17)$$

在来発表されている実験値をもとにしてこれらの変数間の関係を調べると表-2の通りである、ただし f は d_m, β の函数と推論せられ目下研究中で一応境氏の提案した式をそのまま用い、限界沈降速度については Krey の丸味のある川砂の公式を用いた、表-2 を plot したのが図-19である、これを実験公式化すると次の通りである。

$$\frac{v_*}{v_f} = 0.09 (f/\beta^2)^{-0.528} \dots\dots\dots (19)$$

砂粒の比重を S とし (19) 式より限界掃流力 τ_0 を求めると

$$\left. \begin{aligned} \tau_0 &= 0.0603 (S-1)^{1.67} \beta^{2.11} d_m^{1.46} \\ &\quad d_m < 0.15 \text{ cm} \\ \tau_0 &= 0.0237 (S-1)^{2.11} d_m^{0.789} \\ &\quad d_m > 0.15 \text{ cm} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

$\tau_0 : \text{gr/cm}^2, d_m : \text{cm}$

自然河川に適用できるためには (1) 式を cm-unit に直しそれと (20) より β を消去すると得られる。なお (20) 式の誘導には 2, 3 の仮定があり果して実際河川に適用できるかどうか検討するために既知の実測値¹³⁾をもとにして境、栗原公式¹⁴⁾とも比較して行う。

3つの公式を図示すると図-20の通りである、境氏の実測値(富士川水系-土木科学)をもとにし3公式を比較したのが図-21でたゞし白丸は β を (1) 式を cm 単位に直した値を代入したものである、次に著者の公式を β を parameter として図示、測定値と比較したのが図-22である、この結果から実際に適合しないものは9例中1例である。同様に最上川について比較したのが図-23, 24

図 - 20

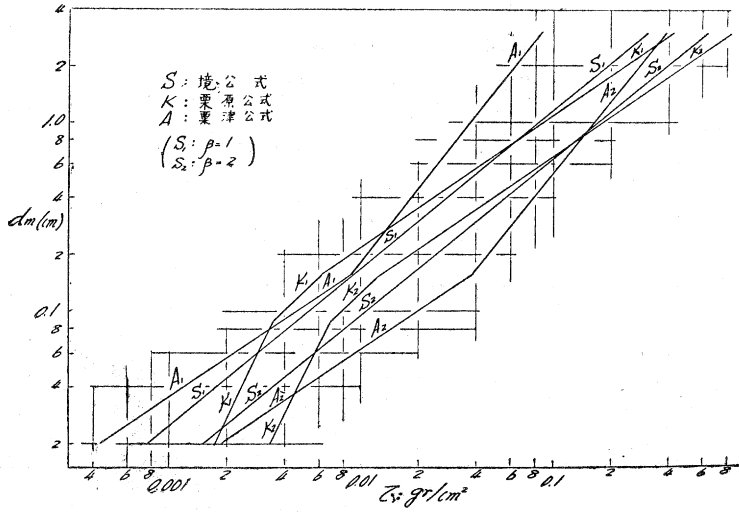


図 - 21

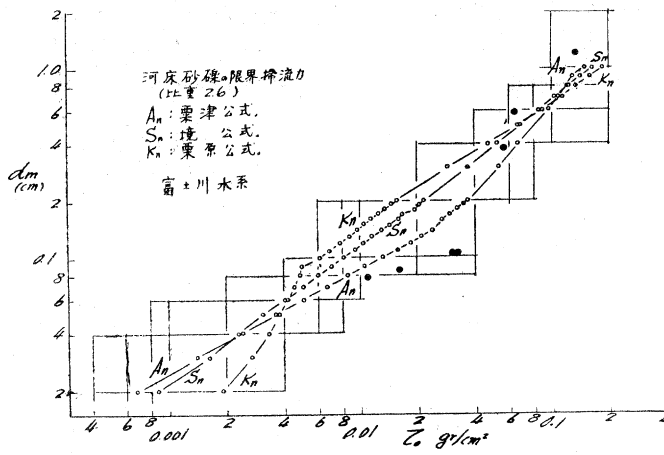
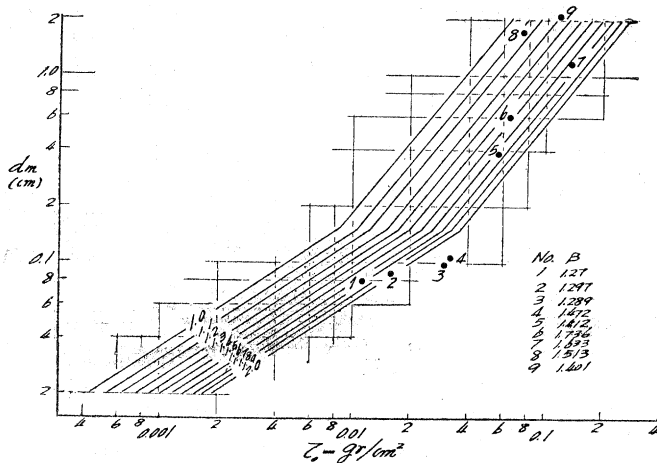


図 - 22



である、16例中実際に適合しないものが3例である結果が得られた、従つて(20)式が実際に適用できることが知られた。

§7. 結び

著者は射出水による洗掘について

研究を行つている、既に第一報は発表しているが洗掘の対称である砂礫の性質を知るために上述の研究を行つた、その目標とする所は洗掘現象を支配する砂礫の要素は何か、滲透流の洗掘に及ぼす影響はどのようにきいて来るかを知るためで一応目的を達成できるに至つた。

本研究は職務の余暇を見ておこなつた、ここに日本大学工学部並びに土木工学科の諸先生に厚く感謝致します。なお種々御指導を賜つた東京大学教授本間仁博士に心から御礼申上るとともに研究に協力下さつた杉内、仲両助手に感謝致します。

参 考 文 献

- 1), 8) 「本邦に於けるコンクリート骨材の調査」日本ポルトランドセメント業会集報
- 2), 13) 境隆雄「河床砂礫の性質と限界掃流力との関係に就いて」土木科学 1—2, 3
- 3), 7) 藤井真透「骨材の最大密度の粒度について」土木試験所報告 37号
- 4), 6), 12), 13) 安芸皎一「河相論」
- 5), 8) 高田昭「多摩川産砂利及び砂に関する調査」土木試験所報告 9号
- 9) 最上武雄「土質力学」
- 10) 本間仁「水理学」
- 11) 佐藤雅「コンクリート凝固の表面張力説と粒配合論の一端」セメントコンクリート 1952.7
- 12) Kramar "Sand mixtures and sand movement in final model" Proc. A.S.C.E.
- 14) 栗原, 椿「限界掃流力に就いて」九州大学流体力工学研究所報告, 4—3

(昭. 31. 2. 19)

図-23

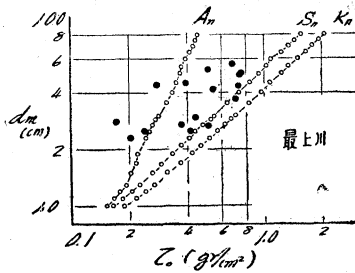


図-24

