

境界要素法と有限要素法によるトンネルの三次元弾塑性融合解析

THREE DIMENSIONAL ELASTO-PLASTIC COUPLING ANALYSIS OF
TUNNELS BY FE AND BE METHODS

久武勝保*・伊藤富雄**

By Masayasu HISATAKE and Tomio ITO

A method of coupling a boundary element method (BEM) with a finite element method (FEM) is developed to analyze three dimensional elasto-plastic problems of tunnels in infinite ground.

In the proposed method, FEM handles construction sequences and elasto-plastic behavior of the ground surrounding a tunnel, and BEM which is applied to the infinite elastic region takes into account boundary conditions at infinity.

By performing some coupling analyses, the following conclusions are obtained. (1) The coupling method is shown to be a reasonable one in the problems with infinite region. (2) Economical coupling analysis of tunnels can be performed by considering geometrical symmetry proposed here. (3) In an elasto-plastic coupling analysis, it is not necessary to make stiffness matrix of BEM region repeatedly. (4) Applicability of the coupling method to tunnel problems is confirmed.

1. 緒 論

近年、トンネルの一次覆工は、永久構造物として考えられるようになり^{1),2)}、また NATM にみられるように、吹付けコンクリートやロックボルトは、切羽掘削後早期に施工され、その効果は多くの工事現場で確認されている³⁾。このように、一次覆工の役割や施工法が在来工法でのそれらと相当異なってきたことから、その地山支持効果を定量的に把握することは、一次覆工の適切な施工法、ならびに二次覆工の巻厚を合理的に決定するうえで、非常に重要である。

しかし、一次覆工の地山支持効果を解析により明らかにするには、下記の諸点を解決する必要が認められる。すなわち、①：一次覆工は、通常、切羽に近接して施工されるため、当然のことながら、三次元解析が必要となる。②：トンネルの挙動は、切羽掘削と一次覆工の施工、といった建設手順の影響を顕著に受けるので、この手順を考慮すべきである。③：地山は無限、または半無限に存在し、トンネル掘削に起因する地山の応力増分・変位

増分は、掘削位置から十分離れた位置で0に収束する、という条件が満足されなければならない。④：弾性地山では問題が少ないことから、現実のトンネル工事に貢献するには、地山の非弾性的な特性を考慮する必要がある。

上記諸点を取り入れる解析法として、領域型の解析法である有限要素法（以後、FEM）が挙げられ、また近年のほとんどの研究は、FEM によっている^{4)~7)}。しかし、FEM は①②④の取り扱いが容易であるが、③の条件を満足さすには非常に広い解析領域を採用する必要があり、特に三次元問題においては、計算機の容量・時間・費用の制約から、十分な領域・要素分割により解析できていないのが実状である。したがって、個々の研究者によって解析領域が異なるので、当然のことながら、解析結果の定量的な比較・評価が困難になりやすい。

一方、近年急速に発展してきた境界型の解析法である境界要素法（以後、BEM）は解析精度が高く、計算機の容量・時間・費用を大幅に減少でき、したがって、三次元解析（①）に適しており、また③の条件を完全に考慮できる、という長所を有するが、しかしロックボルトの取り扱いが困難であり、②と④の取り扱いが複雑となる。すなわち、両解析法とも、単独でこの問題を解析するには、それぞれ独自の不都合が生じるわけである。

そこで本研究では、両者の長所を生かすために、ロツ

* 正会員 工博 大阪大学助手 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘 2-1)

** 正会員 工博 大阪工業大学教授 土木工学科
(〒535 大阪市旭区大宮 5-16-1)

クボルト，弾塑性特性，および建設手順の取り扱いを必要とするトンネル周辺領域を FEM，その外部の無限領域を含む弾性領域を BEM で取り扱う三次元弾塑性融合解析法を提案し，少ない入力データ数，計算機の容量・時間・費用により，トンネル解析を行う手法を示す。また，吹付けコンクリートとロックボルトの効果について考察し，本手法がトンネル問題に有効に適用できることを示す。

2. トンネル問題における三次元融合解析法

(1) 概 説

FEM から得られる剛性方程式と，BEM から得られる弾性方程式を融合する場合，両手法で共有する節点でのつり合い条件式を，節点応力ベクトルまたは節点力ベクトルで表現できることから，下記の 2 つの方法が考えられる^{8)~12)}。

有限要素構成（以後，FE 構成）：BE 領域を等価な FE 領域とみなし，BEM から得られる弾性方程式を，変位と力の関係に表現した後，FEM から得られる剛性方程式と融合する。

境界要素構成（以後，BE 構成）：FE 領域を等価な BE 領域とみなし，FEM から得られる剛性方程式を，変位と応力の関係に表現した後，BEM から得られる弾性方程式と融合する。

BE 構成は，その過程で逆行列の計算を必要としないが，得られるマトリックスは非対称となり，FE 構成に比べて，FEM と BEM の共有節点数 (N) の 3 倍（三次元解析であるので）だけ，解くべき方程式の数が増えることになる。

いま，FE 領域の節点数を M とすれば，FE 構成では，BEM から得られる非対称な $3N$ 元マトリックスの逆行列と，対称な $3M$ 元マトリックスを有する連立方程式を解く必要があり，BE 構成では，非対称な $3(M+N)$ 元のマトリックスを有する連立方程式を解くことになる。したがって，小さい FE マトリックスに大きな BE マトリックスが融合される場合には，逆行列を作る必要のない BE 構成が有利となるが，その逆の場合には，最終的に得られるマトリックスが対称性を有する FE 構成が有利となる。本トンネル問題では，通常， M は N の数倍大となり，また FE 構成は既存の FEM プログラムに組み入れやすいという利点があるので，以下では FE 構成を採用する。

(2) BEM の FE 構成

融合解析に先立ち，BEM の解析手順¹³⁾およびその FE 構成¹⁴⁾を略述しておく。

等方性弾性体に対する境界値問題を BEM で表現すれば，次のようになる¹⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} c_{ij}(P_0)u_j(P_0) + \int_S T_{ij}(P_0, Q_0)u_j(Q_0)dS_{Q_0} \\ = \int_S U_{ij}(P_0, Q_0)P_j(Q_0)dS_{Q_0}, \quad (P_0, Q_0 \in S) \\ u_i(P) = \int_S U_{ij}(P, Q_0)p_j(Q_0)dS_{Q_0} \\ - \int_S T_{ij}(P, Q_0)u_j(Q_0)dS_{Q_0}, \\ (P \in V, Q_0 \in S) \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに， V, S は領域とその境界， P, P_0, Q_0 は座標点， p, u は表面力と変位， U と T は変位と応力の基本特異解であり， c_{ij} は，境界が滑らかな場合は $\delta_{ij}/2(\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタ)，そうでない場合は剛体運動を考慮した Watson の手法¹⁶⁾で決定できる。

次に，式 (1) を離散化するために，境界 S を m 個の要素に分割し，境界上の全節点数を n ，要素 e の有する節点数を n_e で表わせば，要素内の任意点の座標値 x_i ，変位 u_i ，表面力 p_i は，その要素 e に含まれる節点 b での値 $\bar{x}_i^b, \bar{u}_i^b, \bar{p}_i^b$ を用いて，次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} x_i &= N^b(\xi)\bar{x}_i^b = N\bar{x} \\ u_i &= M^b(\xi)\bar{u}_i^b = M\bar{u} \\ p_i &= {}^2M^b(\xi)\bar{p}_i^b = {}^2M\bar{p}, \quad (b=1 \sim n_e) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここに， $N^b, {}^1M^b$ は，要素内に設けた無次元の局部座標 ξ で表わされる形状関数と内挿関数である。また，式 (1) の微小面積 dS_{Q_0} は，各要素 e のヤコビアン J_e を用いて次式で表わされるので，

$$\left. \begin{aligned} dS_{Q_0} &= |J_e| d\xi_1 d\xi_2 \\ \text{ここに,} \\ |J_e| &= \sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2} \\ g_1 &= \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} \\ g_2 &= \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} \\ g_3 &= \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

式 (2), (3) を式 (1) の第 1 式に代入して，次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} c_{ij}(P_l)\bar{u}_j(P_l) + \sum_{e=1}^m \sum_{b=1}^{n_e} \bar{u}_j(d(e, b)) \\ \cdot \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 T_{ij}(P_l, Q_0) M^b |J_e| d\xi_1 d\xi_2 \\ = \sum_{e=1}^m \sum_{b=1}^{n_e} \bar{p}_j(d(e, b)) \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 U_{ij}(P_l, Q_0) \\ \cdot {}^2M^b |J_e| d\xi_1 d\xi_2, \quad (1 \leq l \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

上式の積分は Gauss の数値積分ででき，たとえば右辺の積分は，

$$\sum_{k_1=1}^n \sum_{k_2=1}^n \omega_{k_1} \omega_{k_2} U_{ij} |P_l, Q_0(\xi_1^{k_1}, \xi_2^{k_2})|$$

$$\cdot^2 M^0(\xi_1^k, \xi_2^k) | J_e(\xi_1^k, \xi_2^k) |$$

ここに、 ω_{k_i} は重み係数、 h は積分点の数である。したがって、式 (4) は節点での変位、応力を用いて、次のようにマトリックス表示できる。

$$H\bar{u} = Lp \quad \dots\dots\dots (5)$$

次に上式の FE 構成を示せば、まず、弾性体に対する全ポテンシャルエネルギー π に、Gauss の発散定理、および力のつり合い条件を適用し、式 (5) から得られる次式

$$\bar{p} = Q\bar{u}, \quad \text{ここに、} Q = L^{-1}H \quad \dots\dots\dots (6)$$

を用いて π を変数 \bar{u} のみで表現したのち、 π を極小化 ($\delta\pi = \partial\pi/\partial\bar{u} \cdot \delta\bar{u} = 0$) すれば、BEM の FE 構成が次のように得られる。

$$K_0\bar{u} = \bar{F}$$

ここに、

$$K_0 = [MQ + [MQ]T] / 2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\bar{F} = \int_{S_p} M^T \bar{p}^0 dS, \quad M = \int_S M^T \cdot^3 M dS$$

S_p は、表面外力ベクトル \bar{p}^0 の作用する境界であり、 T は転置を示す。上式の形からして、 K_0 が対称であることが容易にわかる。

(3) FE 構成による融合解析法

いま、無限地山内のトンネルの周辺領域 (D_f) を FEM、 D_f の外面 L に境界要素を配し、 D_f の外部領域 (D_b) を BEM で取り扱えば、 D_f において次式が得られる。

$$K_f \bar{u} = \bar{F} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 K_f は D_f の全体剛性マトリックスである。 \bar{F} は、 L 上で D_b から D_f に作用する節点力 F_0 と、 L 以外での節点力 \hat{F} とに分けることができる。

$$\bar{F} = F_0 + \hat{F} \quad \dots\dots\dots (9)$$

F_0 は、 L 以外の節点では 0 であるから、 L 上の節点数 N の 3 倍の次元をもつ節点力 \bar{F}_0 を用いて、次のように書ける。

$$F_0 = \{0, \bar{F}_0\}^T \quad \dots\dots\dots (10)$$

また、変位についても同様に、 L 上の変位

$$u_0 = \{0, \bar{u}_0\}^T \quad \dots\dots\dots (11)$$

と、 L 以外の変位 \hat{u} とに分けることができる。

$$\bar{u} = u_0 + \hat{u} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、式 (9) を式 (8) に代入して、

$$K_f \bar{u} = F_0 + \hat{F} \quad \dots\dots\dots (13)$$

一方、 D_b に対しては、式 (7) から

$$K_0 \bar{u}_0 = -\bar{F}_0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

K_f の次元数に対応させるために、 K_0 を拡大して

$$K_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (15)$$

とすれば、式 (14) は、式 (10)、(11) を考慮して

$$K_0 u_0 = -F_0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

また、 \hat{u} は L 上で 0 であるから、上式は式 (12) を考慮して次のように変形できる。

$$K_0 \bar{u} = -F_0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

上式の F_0 を式 (13) に代入すれば、

$$(K_f + K_0) \bar{u} = \hat{F} \quad \dots\dots\dots (18)$$

これを解けば、FE 領域の節点変位が得られ、さらには、ひずみ、応力が求められる。また、 L 上の変位を式 (6) に適用して表面力が得られるので、これら L 上の変位と表面力を用いれば、BE 領域の変位、応力が通常の BEM から求められる。

(4) 幾何学的対称性を考慮した融合解析法

通常のトンネルは、その縦断面に対して対称性を有するので、これを融合解析で考慮すれば、入力データ数、計算コストが減少し、有利である。そこで、幾何学的対称性を考慮した融合解析法を示せば、次のとおりである。

対称面を境にして境界 S を S_1 と S_2 に分け、 S_1 、 S_2 に属するものにそれぞれ添字 1、2 を付けると、次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} u_i(P^2) &= B_{ij} u_j(P^1), & p_i(p^2) &= B_{ij} p_j(p^1) \\ n_i(P^2) &= B_{ij} n_j(P^1), & p_i^2 &= B_{ij} p_j^1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 n は単位法線ベクトルである。上式において、座標原点を対称面内にとれば、 B_{ij} は、対称面が x_1-x_2 面、 x_2-x_3 面、および x_3-x_1 面にある場合について、それぞれ次のようなマトリックスである¹⁷⁾。

$$\left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{ccc} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad \dots\dots\dots (20)$$

さて、対称性を考慮しない場合の BEM での変位と表面力の関係式 (6) を、対称性を考慮して変形すると、

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \bar{p}^1 \\ \bar{p}^2 \end{array} \right\} &= \left[\begin{array}{cc} Q^{11} & Q^{12} \\ Q^{21} & Q^{22} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}^1 \\ \bar{u}^2 \end{array} \right\} \\ \text{ここに、} & \\ \bar{p}^1 &= \{p_i(p_0^1)\}, & \bar{p}^2 &= \{p_i(p_0^2)\} \\ \bar{u}^1 &= \{u_j(p_0^1)\}, & \bar{u}^2 &= \{u_j(p_0^2)\} \\ Q^{ik} &= [Q_{ij}^{ik}] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

上式に式 (19) の関係を適用すれば、 S_1 上の変位と表面力の関係が得られる。

$$\{p_i(p_0^1)\} = [Q_{ij}^{11} + B_{kj} Q_{ij}^{12}] \{u_j(p_0^1)\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで、上式を次式

$$\bar{p}^1 = Q_A \bar{u}^1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

で表わすとし、これに表面力を節点力に変換するマトリックス M (式 (7)) を左から掛けると、幾何学的対称性を考慮した BEM の FE 構成が得られる。

$$\bar{F}^1 = K_A \bar{u}^1, \quad \text{ここに、} K_A = MQ_A \quad \dots\dots\dots (24)$$

以下の融合手順は、対称性を考慮しない場合と同じであるので省略する。

3. 三次元弾塑性解析

本融合解析法は、2. で示したとおり、FE 構成されており、したがって、弾塑性、非線形性、ジョイント特性、ノータンション特性等を取り扱う既存のFE 解析法が、そのまま利用できる。そこで、本解析では、以下のDrucker-Pragerの降伏条件式 f^{18} 、および関連流れ則を仮定した弾塑性解析法を採用する。

$$f = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} - k = 0$$

ここに、 J_1 : 応力の一次不変量、 J_2 : 偏差応力の二次不変量、 $\alpha = \sin \phi / \sqrt{9 + 3 \sin^2 \phi}$ 、 ϕ : 内部摩擦角、 c : 粘着力

4. 建設手順を考慮した解析

切羽掘削時に解放する節点力を m_r 等分し、その分割節点力を下記の手順で載荷して、建設手順を考慮した解析を行う。

ステップ1: 地山の初期応力を各地山要素に与えた後、図-1 (B) のトンネル内面(1-2-2'-1')の各節点に、図-1 (A) の要素①の初期応力から算出される解放節点力 \vec{F} を作用させ、要素①を掘削する。この解析により、要素②~⑤の変位増分、応力増分、および応力増分に対応した掘削解放節点力が求められるが、これらは、要素①の各分割解放節点力の載荷によって求められるそれぞれの値の和として算出される。また、これらは、地山要素が塑性化したか否かを各載荷ごとに判定する弾塑性解析より求められる。以下では、応力増分から求められる解放節点力を $F_{\text{ok}}^{(n)}$ のように表わすこととする。ここに、() 内の数はステップ数、○内の数は要素番号、右下2番目の数は節点番号を表わす。

ステップ2: 実際の施工手順を解析に取り入れる際、通常は、要素①を取り除いた後、ここに覆工を施工し、次に要素②を取り除く、という手順が取られる。この場合、いずれ取り除かれる要素と切羽との間の距離は順次小になるので、この点に着目すれば、以下のような解析を行ってプログラム作成を容易にできる。すなわち、要素②から求められる解放節点力 $\vec{F}_{\text{ok},2} + F_{\text{ok},2}$ 等を、ステップ1と同様に m_r 等分し、図-1 (B) のトンネル内面(1-2-2'-1')に作用させる。ただし、この場合、ステップ1で求めた各要素の応力等の諸量は、要素1つ分だけ右にずらしておく必要がある。また、要素⑤のように、左に要素のない要素には、地山の初期応力が入ることになる。こうすれば、解放節点力を作用させる節点が常に同一になり、好都合である。そして、要素②の掘削に起因する応力増分等を、ステップ1と同様に算出する。

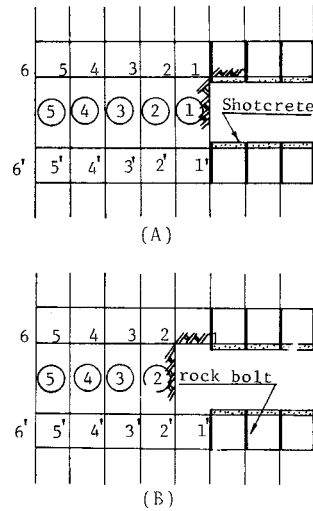


図-1 解析手順

ステップ n : 要素①の掘削では、 $\vec{F}_{n,n} + F_{\text{ok},n}^{(1)} + F_{n-1,n-1}^{(2)} + \dots + F_{\text{ok},2}^{(n-1)}$ 等をトンネル内面に作用させて、応力増分等を算出する。

5. 考察

以下では、以上で示した三次元弾塑性融合解析法の効率等について検討するとともに、建設手順を考慮した融合解析を行うことにより、吹付けコンクリートおよびロックボルトの作用効果について考察し、本手法がトンネル問題に有効に適用できることを示す。

(1) 融合解析法とFEMの比較

まず、本解析で採用した弾塑性解析法を検証するために、図-2に示すような素掘トンネルを掘削した場合を想定し、三次元弾塑性FE解析を行って、平面ひずみ成立位置でのトンネル横断面内の塑性領域を求め、これと図-3に示す要素を用いたZienkiewiczら²¹⁾の二次元弾塑性FE解析による塑性領域とを比較したのが図-4である。ここに、 m は載荷した解放節点力を全解放節点力で無次元化した値であり、 $\phi = 30^\circ$ 、 $c = 28 \text{ lb/in}^2$ 、

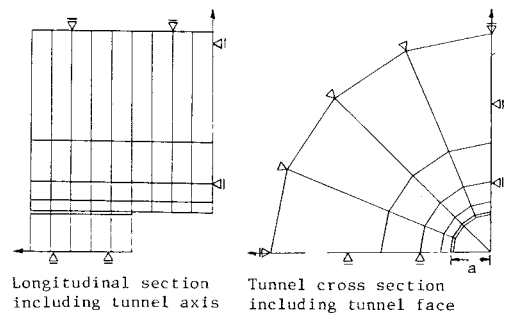


図-2 三次元FEMでの要素分割図

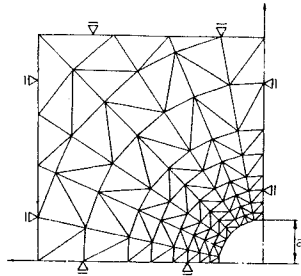


図-3 二次元 FEM での要素分割図

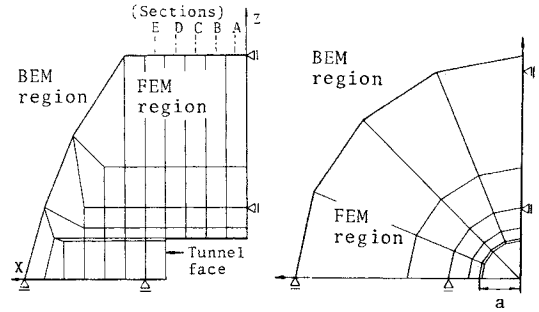


図-5 融合解析における要素分割図

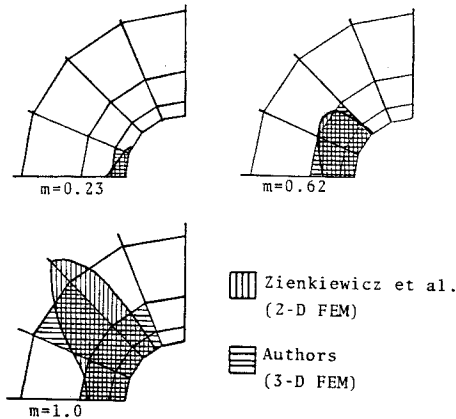


図-4 塑性領域の比較

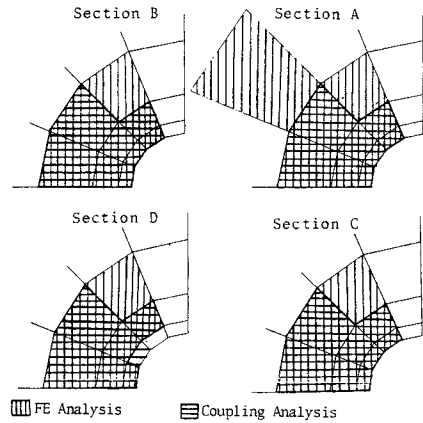


図-6 融合解析と FE 解析による塑性領域の比較

弾性係数 $E_0 = 500\,000 \text{ lb/in}^2$ 、ポアソン比 $\nu_0 = 0.2$ 、鉛直と水平の初期応力は、 $\sigma_v = 1\,000 \text{ lb/in}^2$ 、 $\sigma_h = 250 \text{ lb/in}^2$ である。図-4 をみると、三次元解析での要素分割が二次元解析でのそれに比べて粗い点を考慮すれば、両者はよく対応しており、本弾塑性解析法は妥当であると考えられる。

次に、以上で検証された弾塑性解析法を用い、素掘トンネル掘削によるその横断面内塑性領域について、図-5 に示す要素を用いた三次元弾塑性融合解析の結果と、図-5 の境界要素領域を取り除いた三次元弾塑性 FE 解析の結果とを比較したのが図-6 である。なお、境界要素、有限要素とともにアイソパラメトリック要素、数値積分点はそれぞれ、 $4 \times 4 = 16$ 、 $4 \times 4 \times 4 = 64$ であり、以下の解析でも同様である。図-6 をみると、FE 解析では、有限要素外部の地山の存在が考慮されていないため、これによる塑性領域は、Section D の一部を除いて、融合解析でのそれより広い。したがって、FE 解析では、塑性領域の広さに対応して、解析領域を十分広くとる必要があることがわかる。

ところで、融合解析においては、塑性領域を含むできるだけ狭い領域を FEM で取り扱えば、入力データ数、

計算機の時間・費用が減少し、有利である。また、BEM は常に弾性領域を取り扱うので、繰り返し解析を必要とする弾塑性解析においても、BE 領域の剛性マトリックスは常に同一となる。したがって、このマトリックスは、一度計算した後計算機のファイルに記憶させておき、以後の解析ではこれ呼び出して FE 領域の剛性マトリックスに足し合わせるができる。

(2) 建設手順を考慮した融合解析

本手法の解析例として、比較的軟質な地山中に、図-5 に示す要素分割および表-1 に示す条件のもとで、吹付けコンクリート、またはロックボルトを有するトンネルの三次元弾塑性融合解析を行うこととする。ここに、 a はトンネル半径、 W は切羽での掘削長、 H_0 は地山降伏後のひずみ硬化率、 h は吹付け厚、 D_r 、 n_r 、 E_r 、 A_r はそれぞれ、ロックボルトのトンネル縦断面内ピッチ、横断面内本数、弾性係数、1 本当たりの断面積、 E_c と ν_c は吹付けコンクリートの弾性係数とポアソン比である。なお、ロックボルトは棒要素で地山に固定させ、吹付けコンクリートはアイソパラメトリック要素であり、ともに弾性体と仮定する。

さて、図-7 は、コンクリートを厚さ 5 cm 吹き付け

表一 解析条件

a	4m	W	0.5a	σ_v	1.96MPa	σ_h/σ_v	0.25
H_g/σ_v	15	ν_g	0.3	c/ σ_v	0.3	E_g/σ_v	75
D_r/a	0.25	n_r	32	m_f	5	ϕ	30°
E_r	2.058x10 ⁵ MPa			A_r	6.6x10 ⁻⁴ m ²		

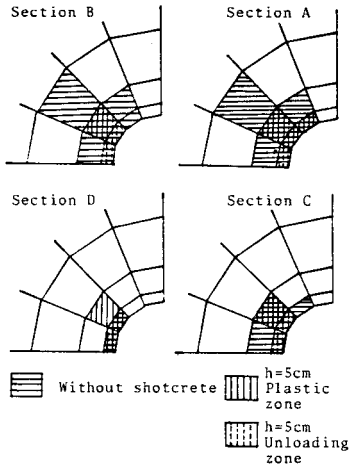


図-7 素掘時および吹付けコンクリート施工時における塑性領域の比較 ($E_t/\sigma_v=7500$, $\nu_t=0.15$)

た場合と素掘の場合における塑性領域を比較したものであり、わずかの吹付けにより、塑性領域が大幅に減少することがわかる。

図-8は、ロックボルト長 L_r の違いによる塑性領域を、切羽からの距離をパラメーターにして示したものである。図-8 (A) から、 $L_r=1$ m と短い場合の塑性領域は、素掘の場合と比較して、Sections A, B では狭いが、Sections C, D では広く、切羽付近では、ロックボルトの効果がでていない。すなわち、ロックボルトは地山の相対変位によって生じるその軸力を、弾性領域に伝達して効果を発揮するが、ロックボルトが短い場合には、素掘時に塑性化しなかった領域も、ロックボルト軸力の伝達により塑性化する場合のあることがわかる。次に、図-8 (B) の $L_r=3$ m と 7 m の場合には、素掘の場合と比べて塑性領域はかなり狭く、トンネル内面から 3 m 以内が塑性化し、ロックボルトの効果が十分期待できる。しかし、両者の塑性領域に差がないことから、むやみにロックボルトを長くすることは、不経済となる場合のあることがわかる。

図-9は、ロックボルト長をパラメーターとし、クラウン (A)、および側壁 (B) のトンネル内面半径方向変位 u_r を示したものである。クラウンは、図-8 から明らかなよ

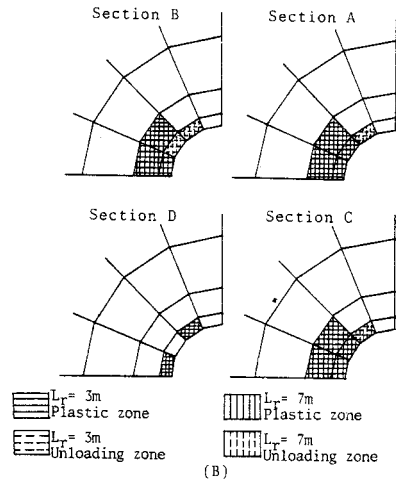
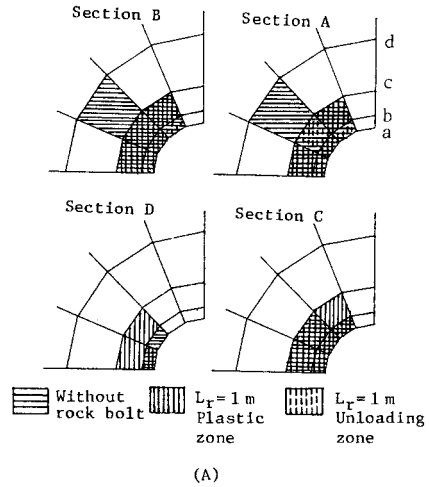


図-8 ロックボルト長 L_r の違いによる塑性領域の変化 ($L_r=1$ m, 3 m, 7 m はそれぞれ図中の $ab, \bar{a}\bar{c}, \bar{a}\bar{d}$ の長さに対応する)

うに、いずれの場合にも塑性化せず、したがって、 u_r は L_r の違いによって大きく異なる。一方、側壁は塑性化してはいるが、 $L_r=3$ m と 7 m の場合には、ロ

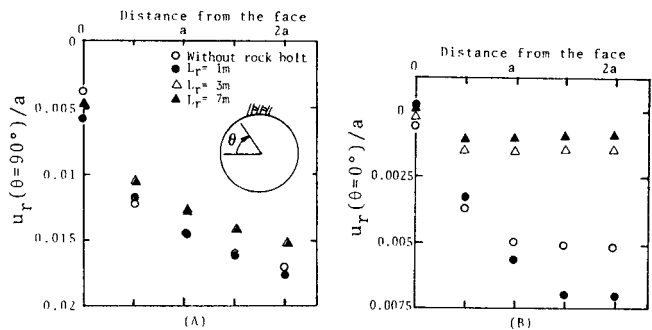


図-9 ロックボルト長 L_r の違いによるクラウン (A) と側壁 (B) の内面半径方向変位 u_r

クボルトが弾性領域に結合されているため、変位は非常に少なく、 $L_r=1\text{ m}$ の場合には、Section A にみられるように、ロックボルトは弾性領域に結合されていないので、相当多くの変位が生じている。また、図-8 (A) の Section D にみられるように、 $L_r=1\text{ m}$ の場合の $\theta=0^\circ$ での塑性領域は、素掘の場合に比べて広いので、この場合の側壁変位は、素掘の場合以上になっている。

すなわち、ロックボルト長は、塑性領域の広さとともにトンネル内面変位に大きく影響を与え、この変位を十分拘束するには、ロックボルトは弾性領域に達するだけの長さを必要とすることがわかる。ただし、地山を弾性体と仮定した場合の解析では、ロックボルトの変位拘束効果は明瞭にできなかった²⁰⁾ので、この効果を明らかにするには、地山の弾塑性的な特性を考慮する必要が認められる。この場合、図-6 で示したように、FEM 単独で弾塑性解析をすると、計算機その他の都合によって、十分な解析領域・要素分割が採用されない場合があり、そのときには塑性領域の広さ、およびトンネル内面変位が正確に算定されず、したがって、ロックボルトの適切な長さが決められない場合が生じるかもしれない。すなわち、このような場合には、融合解析法が合理的な解析法として、その威力を発揮し得るといえることができる。

なお、本研究では、融合解析法の合理性を示すことに主眼を置いたため、比較的粗い要素分割により解析を行い、覆工の定性的な効果しか明らかにできなかった。実際問題の解析では、より細かい要素分割を採用することが望まれる。

6. 結 論

本研究で得られた成果の概要は、下記のとおりである。

(1) トンネル解析において生起する諸問題を解決するために、ロックボルト、弾塑性特性、および建設手順の取り扱いを必要とするトンネル周辺領域を FEM、その外部の無限領域を含む弾性領域を BEM で取り扱う三次元弾塑性融合解析法を示し、その合理性を明らかにした。

(2) 本手法では、BEM から得られる剛性マトリックスは、繰り返しを必要とする弾塑性解析においても、同一のものが利用できる。

(3) FEM 単独で弾塑性解析を行う場合には、塑性領域の広さに対応して解析領域を十分広くとる必要があるが、本手法では、塑性領域を含むできるだけ狭い領域を FEM で取り扱うと有利である。

(4) 幾何学的対称性を考慮した融合解析法により、効率よいトンネル解析が可能になった。

(5) 建設手順を考慮したトンネルの三次元弾塑性融合解析を行うことにより、本手法がトンネル問題に有効

に適用できることを確認した。

なお、本解析では、BEM の基本解に Kelvin 解を用いたが、これに Mindlin 解を用いれば、半無限の問題が同様に解析される。また、本融合解析法は有限要素構成されているので、ここで取り扱った弾塑性解析にかかわらず、非線形性、ジョイント特性、ノーテンション特性等を考慮して作成された既存の FEM プログラムがそのまま利用できる。

謝 辞：おわりに、本研究は、文部省科学研究費の補助と大阪大学の元大学院学生 上田博之君（現在、パシフィックコンサルタンツ・インターナショナル）、元学部学生 野崎信宏君（滋賀県）の助力を得て行われたことを付記し、心から謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 土木学会：トンネル標準示方書（山岳編）・同解説，pp. 81～83，1977.
- 2) 山本 元・高木 薫：トンネルの支保工と覆工に関する研究，土木学会論文報告集，第 114 号，pp. 34～55，1965.
- 3) 藤田圭一・松吉謙雄・加藤太重：膨張性地山のトンネル支保について，間組技術局研究年報，pp. 29～32，1969.
- 4) Ranken, R. E. and Gaboussi, J. : Tunnel Design Considerations, Analysis of Stresses and Deformations Around Advancing Tunnels, Technical Reports of Federal Railroad Administration, No. FRA OR & D 1584, 1975.
- 5) Katzenbach, R. and Breth, H. : Nonlinear 3-D Analysis for NATM in Frankfurt Clay, Proc. 10th ICSMFE, Vol. 1, pp. 315～318, 1981.
- 6) Cunha, A. P. : Analysis of Advancing Tunnels in Rock, Proc. 5th Int. Cong. Rock Mech., Section F, pp. 153～157, 1983.
- 7) Desai, C. S., Eitani, I. M. and Haycocks, C. : An Application of Finite Element Procedure for Underground Structures with Non-linear Materials and Joints, Proc. 5th Int. Cong. Rock Mech., Section F, pp. 209～216, 1983.
- 8) 伊藤富雄・久武勝保：新設トンネルがそれに平行な既設トンネルの覆工応力に与える影響，土木学会論文報告集，第 308 号，pp. 77～84，1981.
- 9) Hisatake, M., Ito, T. and Ueda, H. : Three Dimensional Symmetric Coupling of Boundary and Finite Element Methods, Proc. 5th Int. Conf. on B. E. M., pp. 985～994, 1983.
- 10) Margulies, M. : Combination of Boundary and Finite Elements, Progress in Boundary Elements, Vol. 1, pp. 258～288, 1981.
- 11) Zienkiewicz, O. C., Kelly, D. W. and Bettess, P. : The Coupling of the Finite Element Method and Boundary Solution Procedures, Int. J. Numer. Meth. Engg., Vol. 11, pp. 355～375, 1977.
- 12) Kelly, D. W., Muslo, G. G. W. and Zienkiewicz,

- O. C. : Coupling Boundary Element Methods with other Numerical Methods, Chapt. 10, Develop. in Boundary Element Methods-1, 1979.
- 13) Brebbia, C. A. : Boundary Element Methods for Engineers, 1980.
- 14) Banerjee, P. K. and Butterfield, R. : Boundary Element Methods in Engineering Science, Chapt. 1, 1981.
- 15) Cruse, T. A. : Numerical Solutions in Three Dimensional Elastostatics, Int. J. Solids Structures, Vol. 5, pp. 1259~1274, 1969.
- 16) Watson, J. O. : Advanced Implementation of the Boundary Element Methods for Two-and Three-Dimensional Elastostatics, Develop. in Boundary Element Methods-1, 1979.
- 17) 丹羽義次・小林昭一・福井卓雄：積分方程式法による空洞周辺の三次元応力解析, 土木学会論文報告集, 第 266 号, pp. 25~37, 1977.
- 18) Drucker, D. C. and Prager, W. : Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design, Quart. Appl. Math., Vol. 10, No. 2, pp. 157~165, 1952.
- 19) Zienkiewicz, O. C., Valliappan, S. and King, I. P. : Elasto-Plastic Solutions of Engineering Problems "Initial Stress", Finite Element Approach, Int. J. Numer. Meth. Engg., Vol. 1, pp. 75~100, 1969.
- 20) 久武勝保・谷井淳志・仲久保忠伴：NATM の支保効果に関する三次元解析, 土木学会第 37 回年次学術講演会講演概要集第 3 部, pp. 341~342, 1982.

(1984. 7. 9・受付)