

岩盤の力学特性評価における損傷テンソルの適用について

AN APPLICATION OF DAMAGE TENSOR FOR ESTIMATING MECHANICAL PROPERTIES OF ROCK MASS

京谷孝史*・市川康明**・川本眺万***

By Takashi KYOYA, Yasuaki ICHIKAWA and Toshikazu KAWAMOTO

Distributed discontinuities essentially affect to the mechanical behaviour of rock mass. Such discontinuities can be modelled by introducing the damage tensor of Murakami et al. which was originally proposed for creep failure of metal-like materials. In this paper, the concept is extended to the rate-insensitive rock mass behaviour involving joint sets. An in-situ observation method of the damage tensor is proposed.

1. はじめに

岩盤は岩と大小さまざまな不連続面から成る系であり、その基本的な力学特性は、構成材料である岩の材料特性と不連続面によって特徴づけられる構造特性を反映したものである。この基本的特性に初期応力や間隙水などの付帯条件が加わって、岩盤の実際の力学特性が顕現する。岩盤のこのような力学特性は、さらに細かな因子に分けられる。岩の材料特性は構成関係の応力依存性、時間依存性、ひずみ硬化・軟化などの履歴特性などに分けられる。不連続面については、その分布状態、面の形状、粗さ、かみ合わせの具合、充填物(粘土鉱物や水)の有無、せん断抵抗、粘着力などの因子が問題となる。岩盤の力学特性は、これらの非常に多くの因子が複雑にからみ合って実現するものということもできよう。

このような岩盤の力学特性を信頼し得る精度で評価することは、岩盤構造物の合理的な設計に最も必要なことであり、さまざまな角度から研究が行われている。

岩の材料特性は時間依存性挙動、非時間依存性挙動に

分けられる。さらに応力依存性、履歴依存性などの特性が問題に応じてピックアップされて、岩の連続性の仮定のもとに弾性、塑性、粘性などの数理理論によって構成式として表現される。そしてこれらの構成式を用いた有限要素モデルによって、岩盤斜面や基礎、トンネルや立坑などの変形破壊挙動解析が数多く行われている。しかし、岩の材料特性をそのまま岩盤に適用するこの方法は、岩盤の挙動を支配しているもう1つの基本的要素である不連続性を考慮しない点に問題がある¹⁾。

一方、岩盤の不連続性については、不連続面の分布状態を統計的に表現する方法や、個々の不連続面のせん断抵抗やダイレイタンスなどの力学特性が研究され、岩盤の力学特性を評価するに際してのインデックスを与えている^{3)~7)}。そして、こうした不連続面の力学特性を岩盤の変形破壊挙動解析に反映させるために、ジョイント要素^{12)~14)}やクラック要素¹⁸⁾などが提案されており、岩盤の有限要素解析に用いられている。また、不連続面が岩盤の挙動を支配する主因であるとして、不連続面上でのすべりに対する安定性を取り扱う Goodman のステレオ投影図を利用する方法²⁾や、岩盤を弾性ブロックの集合体に置き換える Cundall のモデル¹⁵⁾、ばねで連結された剛体ブロックの集合体とする川井によるモデル¹⁶⁾などが、岩盤の力学特性を評価するために用いられている。

* 学生会員 工修 名古屋大学大学院博士後期課程
(〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 MS 名古屋大学助手 工学部地盤工学科(同上)

*** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部地盤工学科(同上)

しかし、これらのうちステレオ投影図による方法は、不連続面で区切られたブロック(キープロックとよばれる)が、滑動するか否かを調べる方法で、岩盤の局所的な安定性を評価するものであり、全体的な挙動は評価できない。また、ジョイント要素やクラック要素を用いた有限要素モデル、Cundall や川井のモデルなどは、メッシュ分割において個々の不連続面を陽に表現する必要があるために、計算機の容量や費用の制限、モデルの煩雑さなどから、表現し得る不連続面の規模に限界がある。

このほか、岩盤の力学特性を支配するいくつかの因子を用いて、岩盤の総合的評価を1つの指数で表わし、設計指針を与えようというRMR システム⁹⁾、Q システム⁸⁾などの岩盤分類法が提案されている。これらは、数多くのトンネルの工事例をもとに経験的に整理されたもので、現在のところトンネルにしか適用できない。

このように岩盤の力学特性を評価するための従来の方法は、岩の材料特性か、または不連続面の幾何学性・力学特性かのどちらか一方から行われており、どれも一長一短の感が強い。また、Q システムなどの設計と直結した岩盤分類法は経験則であり、今後の事例の蓄積を待たねばならない状況にある。

岩盤の力学特性を評価するには、構成材料である岩の材料特性と不連続面の幾何学性・力学特性を同時に取り扱うことが必要である。

近年、損傷力学 (damage mechanics) という学問分野が、主として金属の破壊の問題を対象に発展しつつある。この学問は、材料の破壊に先行して発生する無数の亀裂や空隙が、材料の劣化を引き起こし破壊に至らしめる“損傷”であると把握し、その力学的効果を連続変数場 (損傷場とよぶ) で表現することによって、無数の亀裂や空隙を含んだ材料の力学挙動を連続体力学の枠内で取り扱おうというものである。岩盤における分布不連続面に対しても、この損傷力学と同様の考え方ができよう。岩盤に発達する節理などの分布不連続面の力学的効果を損傷場に置き換えることができれば、損傷力学の方法によって、不連続性岩盤の力学挙動を連続体力学の枠内で合理的に取り扱うことが可能となる。このとき、不連続性岩盤の挙動は、応力場、ひずみ場 (変位場)、損傷場の3つの変数場を用いて、構成式、損傷場の発展式 (不連続面の進展や発生を表わす) の2つの支配方程式によって表現される。このような力学モデルを損傷力学モデルとよび、岩質材料を対象としたものもいくつか提案されている^{25), 26)}。

本研究では、不連続性岩盤の力学挙動を表現する損傷力学モデルを作ることを目的に、その第1段階として、村上ら^{19)~21)}が金属のクリーブ破断の解析で提案した損傷理論に基づいて、岩盤内に分布する不連続面を損傷場

(2階の対称テンソル、損傷テンソルとよぶ) として表現する方法を提案する。この損傷テンソルは、材料内の有効断面 (連続部分) が、分布不連続面によって失われる減少率を三次元的方向性をもって表現するもので、結果的に見掛けの Cauchy 応力を方向性をもって拡大するという力学的効果を発揮するものである。不連続面に対する同様の取り扱い、小田^{23), 24)}の研究にもみることができる。小田は不連続面の分布を2階のテンソルで表現し、その2階のものが不連続性材料の弾性コンプライアンスを与えるとしている。

岩盤に存在する不連続面は節理から岩石内の微小クラックまで、大きさや分布状態はさまざまである。したがってわれわれがいかなる規模の岩の系を対象にしようと、必ずその規模に応じた支配的な不連続性が現われる。本研究において損傷テンソルで表現しようとするのは、この“支配的な不連続性”である。岩盤を対象とするとき、問題となる不連続性は節理群である。このとき、岩石内のクラックは無視できる。規模の小さな岩塊あるいは岩石を対象とするときは、岩石内の小さなクラックが問題となろう。本研究で提案する損傷テンソルは、岩盤における節理群を対象としているが、対象の規模とその規模に応じた支配的な不連続性を選べば、岩石にも適用することができる。ただし、そのときは岩石におけるクラックが岩盤における節理と、幾何学的・力学的に相似であることが前提となる。

2. 損傷テンソルの幾何学的・力学的性質

村上らは、分布不連続面が材料内の有効断面積を減少させることに注目し、その幾何学的効果を Fig. 1(b) のように表わした^{20), 21)}。材料が完全な連続体であるとすると、材料内の微小四面体 OABC に対して、面 ABC 上に S_1, S_2, S_3 を成分とする面積ベクトル \mathbf{S} を作ることができる。ところが Fig. 1(a) にみるように、 X_3 軸に垂直な面内に面密度 Ω で不連続面が一様に分布している材料であったとすると、微小四面体における有効面積 S_3 は $(1-\Omega)S_3$ に減少する。したがって、連続体として考えた見掛けの面積ベクトル \mathbf{S} は、不連続面の存在により実質面積ベクトル $\mathbf{S}^* = (S_1, S_2, (1-\Omega)S_3)$ に変換されることになる。この幾何学的効果は次式で表わされる：

$$\mathbf{S}^* = (\mathbf{I} - \Omega)\mathbf{S} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 \mathbf{S}^* , \mathbf{S} はベクトル

$$\mathbf{S}^* = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ (1-\Omega)S_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

であり、 \mathbf{I} , Ω は2階のテンソル

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Omega = \Omega(e_3 \otimes e_3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega \end{bmatrix}$$

である。

上式における2階の対称テンソル Ω は、分布不連続面の面密度 Ω に、不連続面の単位法線ベクトル e_3 のテンソル積をつけて作られ、損傷テンソルとよばれる。損傷テンソル Ω は分布不連続面の幾何学的配置を三次元的に表現するものである。

Ω で表わされた分布不連続面は、式(1)で表わされる幾何学的効果を通して、見掛けのCauchy応力を材料実質部に働く実質応力に変換するという力学的効果を発揮する。これは次のように説明される。材料を連続体と仮定すると、図面体OABCに関するCauchy応力 σ と面ABCに働く応力ベクトル t の間に次の力のつり合い式が成立する：

$$St = \sigma(S\nu) = \sigma S \dots \dots \dots (2)$$

ここに S は面ABCの面積、 ν はその外向き単位法線ベクトルである。ところが、材料には不連続面が存在しているので、力のつり合いは四面体OA*B*C*で考えられねばならない^{20),21)}：

$$St = \sigma^*(S^*\nu^*) = \sigma^* S^* \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 σ^* は実質部分に働いていると考えられる実質応力、 S^* は面A*B*C*の面積、 ν^* はその外向き単位法線ベクトルである。式(1)、(2)、(3)から、実質応力 σ^* が次式で与えられる：

$$\sigma^* = \sigma(I - \Omega)^{-1} \dots \dots \dots (4)$$

この実質応力 σ^* は連続体力学の枠内で取り扱うことができる。

不連続面を損傷テンソルで表現することによって、分布不連続性を有する材料の挙動が連続体力学の枠内で取り扱える。また、不連続面の配置による材料異方向性が自

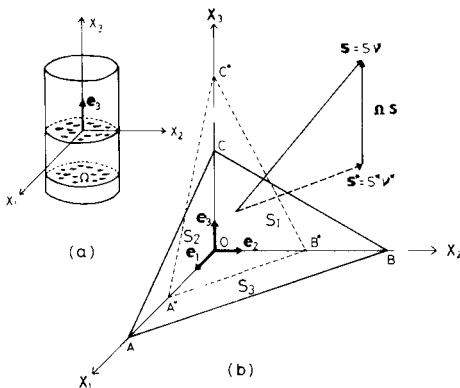


Fig. 1(a) The effect of discontinuities.
 (b) Distribution of discontinuities.
 (after Murakami et al.^{20),21)}

然に表現される。

3. 岩盤における損傷テンソル

岩盤における節理群を損傷テンソルとして表現するに際して次のような仮定を設ける。

- 1) 不連続面は平面であり、その厚みは無視できる。
- 2) 無数の不連続面を含んだ岩の系は、系固有の構造最小単位によって構成されていて、不連続面はその境界に存在あるいは発生・進展する。

仮定2)は材料の三次元的な全有効断面積を与える。本質的には三次元物体に対して断面の取り方は無限に存在し、断面積の総和は無限大である。しかし、通常取り扱う応力レベルにおける岩石や岩盤では、不連続面が発生すべき潜在的弱面があらかじめ存在していると考え、潜在的弱面で切り取られる体積を構造最小単位とする。したがって、岩の系の三次元的な全有効断面積(連続部分)は、この最小単位の境界面積の和で与えられ、この有効断面積が不連続面によって失われると考える。

構造最小単位は、物体を構成する分子のような材料に固有のものではなく、荷重とその作用を受ける系との相対的な関係において考えられるべきものである。実際、Bieniawski¹¹⁾の石炭を用いた寸法効果の実験は、不連続性材料におけるこのような構造最小単位の存在を示唆している。構造最小単位は、その系が荷重の作用を受けてバラバラに壊れるときの極限状態を規定するもので、実際には、解析しようとする対象に存在する不連続面の最小間隔を目安に決定する。

この2つの仮定のもとに、損傷テンソルを次のように定義する。

位置 x における不連続面を含んだ解析対象物体の体積を $V(x)$ 、この系の構造最小単位の体積を v とする。明らかに v は V よりはるかに小さい。これらそれぞれを等価な体積の立方体に置き換えて(Fig.2)、 $V(x)$ の三次元的な全有効断面積 $S(x)$ を、構造最小単位の全境界面積として次式で定義する：

$$S(x) = 3 V(x)^{\frac{2}{3}} \frac{V(x)^{\frac{1}{3}}}{v^{\frac{1}{3}}} = 3 \frac{V(x)}{l}, \quad l = v^{\frac{1}{3}} \dots \dots \dots (5)$$

$S(x)$ は不連続面の三次元的配置によって方向性をもって失われる。これを村上ら^{20),21)}の方法によって次式で表現し、損傷テンソルとする：

$$\begin{aligned} \Omega(x) &= \frac{1}{S(x)/3} \sum_{K=1}^N a^{(K)} [n^{(K)} \otimes n^{(K)}] \\ &= \frac{l}{V(x)} \sum_{K=1}^N a^{(K)} [n^{(K)} \otimes n^{(K)}] \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 $a^{(K)}$ は解析対象物体 $V(x)$ の中の K 番目の不連続面の面積、 $n^{(K)}$ はその単位法線ベクトル、 $\sum_{K=1}^N$ は $V(x)$ が含む N 個の不連続面について総和をとることを表わ

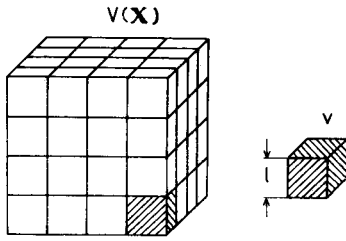


Fig. 2 Definition of effective area.

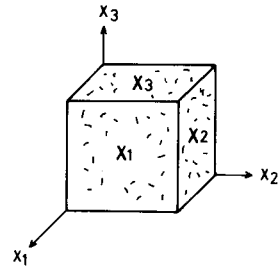


Fig. 3 A sample of rock specimen with discontinuities.

す。

式(6)で与えられる2階の対称テンソル Ω は、不連続面の三次元的配置によって、有効断面積 $S(x)$ が失われる割合を方向性をもって表現している。全有効断面積が不連続となり、系がバラバラになる極限状態は $\Omega = I$ で表わされる。また、 $\frac{1}{3} tr \Omega$ は、全有効断面積に対する不連続面の面密度を表わしている。

4. 損傷テンソルの決定法

ここでは、実際の岩盤の不連続面を観察し、式(6)の定義に従って損傷テンソルを決定する方法を述べる。

岩石や岩盤内に存在する不連続面は、過去に受けた力学的作用が主な生因である。したがって不連続面の大きさや数と、不連続面の方向には強い相関性があると考えられる。実際、岩盤中に観察される節理などは、一定の方向に群を成して存在する 경우가多く、それら一群の不連続面は節理群とよばれる。ここでは、不連続面を大きさによって分類し、同程度の大きさの不連続面を1つの群としてとらえて、損傷テンソルを決定するという方法をとる。

(1) 不連続面の観察とデータの整理

損傷テンソルを決定するには、不連続面の方向を三次元的に把握することが必要である。したがって不連続面の観察は Fig. 3 に示すように、不連続面を十分に含んだ立方体の直交する3つの面で行う。対象としている系の規模が比較的小さく、不連続面を十分に含む立方体が切り出し可能な大きさであれば、系から立方体を切り出して観察を行うことができる。対象とする系が大規模な岩盤で、このような立方体が切り出し不可能な大きさであれば、対象とする岩盤の規模と目的に応じて、地表露頭や坑内に、3つの面で囲まれた仮想的立方体を想定するなどの方法が考えられる。

立方体に Fig. 3 のように基準座標軸 $X_1 \sim X_3$ と、これに垂直な座標面 $X_1 \sim X_3$ を決める。このとき、系全体に導入された基準座標と、この局所座標系の関係を明らかにしておく必要がある。

$X_1 \sim X_3$ 面において、亀裂を線分で近似して長さや方向角を測定する。亀裂の長さについてはあらかじめいく

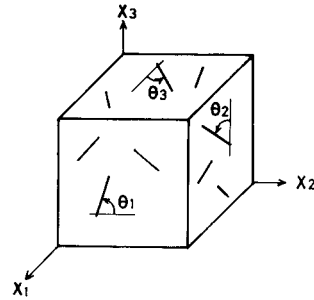


Fig. 4 Measurement of angles of cracks.

つかのランクを定めておき、亀裂の長さを測定するごとにその亀裂が属するランクを決める。方向角は Fig. 4 に示すように、 X_1 面の観察時には X_2 軸の正方向から、 X_2 面の観察時には X_3 軸の正方向から、座標面と座標軸が右手系を構成する順序で反時計回りに角度を測定する。

この作業を各座標面において、すべての亀裂に対して行い、各面について Fig. 5 のような亀裂長さのヒストグラムと各ランクごとの方向角のヒストグラムを作成する。角度のヒストグラムは $5^\circ \sim 10^\circ$ 刻みとする。このヒ

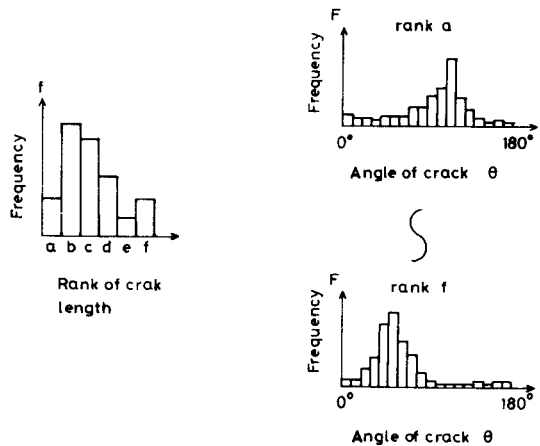


Fig. 5 Frequency of cracks and of angles of cracks for each rank.

ストグラムから次の諸量を定める。亀裂長さのストグラムにおいて、各ランクの亀裂個数を N 、各ランクの中央値を亀裂平均長さ L とする。また、方向角のストグラムによって、卓越した方向角区分を捜し、その区分の中央値を亀裂群の方向角 θ とする。方向角が均等な分布を示し、卓越区分が見出せない場合は、ランダムに分布する亀裂群とみなせるので、方向角 θ を R で表すことにする。

各座標面でのデータ L, N, θ を Table 1 のように整理する。さらに、各面において方向角 θ が等しいものは同じ不連続面群に属する亀裂であると考えられるので、長さ L に個数 N の重みをつけて平均し、1つの亀裂群にまとめる。Table 2 は Table 1 において $\theta_{a1} = \theta_{b1}$ 、 $\theta_{c1} = \theta_{a1}$ 、 $\theta_{c3} = \theta_{a3}$ であった場合の例である。この操作を行った後、ある座標面のデータが他の面に比べて少なくなったときには、*の欄を設けて3つの面のデータが同じ数になるようにする。

(2) 不連続面群の方向の決定 (法線 n の決定)

法線ベクトル n を有する不連続面群が立方体内に存在するときに、各座標面で測定される亀裂の卓越方向角が $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ であったとする。このとき、各座標面内において、亀裂の卓越方向に垂直な単位ベクトル ν_1, ν_2, ν_3 が、 θ を用いてそれぞれ次式で与えられる (Fig. 6) :

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= (0, \sin \theta_1, -\cos \theta_1) \\ \nu_2 &= (-\cos \theta_2, 0, \sin \theta_2) \\ \nu_3 &= (\sin \theta_3, -\cos \theta_3, 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

Table 1 Data of cracks (1).

rank	a	b	c	d	e	f	
area	L	L _a	L _b	L _c	L _d	L _e	L _f
X ₁	F	N _{a1}	N _{b1}	N _{c1}	N _{d1}	N _{e1}	N _{f1}
	θ	θ_{a1}	θ_{b1}	θ_{c1}	θ_{d1}	θ_{e1}	θ_{f1}
X ₂	F	N _{a2}	N _{b2}	N _{c2}	N _{d2}	N _{e2}	N _{f2}
	θ	θ_{a2}	θ_{b2}	θ_{c2}	θ_{d2}	θ_{e2}	θ_{f2}
X ₃	F	N _{a3}	N _{b3}	N _{c3}	N _{d3}	N _{e3}	N _{f3}
	θ	θ_{a3}	θ_{b3}	θ_{c3}	θ_{d3}	θ_{e3}	R

Table 2 Data of cracks (2).

L	L _{a1}	L _{c1}	L _e	L _f	*
F	N _{a1} +N _{b1}	N _{c1} +N _{d1}	N _e	N _f	
θ	θ_{a1}	θ_{c1}	θ_e	θ_f	

$$L_{a1} = \frac{N_{a1}L_a + N_{b1}L_b}{N_{a1} + N_{b1}}, \quad L_{c1} = \frac{N_{c1}L_c + N_{d1}L_d}{N_{c1} + N_{d1}}$$

L	L _{a2}	L _c	L _d	L _e	L _f
F	N _{a2} +N _{b2}	N _{c2}	N _{d2}	N _{e2}	N _{f2}
θ	θ_{a2}	θ_{c2}	θ_{d2}	θ_{e2}	θ_{f2}

$$L_{a2} = \frac{N_{a2}L_a + N_{b2}L_b}{N_{a2} + N_{b2}}$$

L	L _a	L	L _{c3}	L _e	L _f
F	N _{a3}	N _{b3}	N _{c3} +N _{d3}	N _e	N _f
θ	θ_{a3}	θ_{b3}	θ_{c3}	θ_{e3}	R

$$L_{c3} = \frac{N_{c3}L_c + N_{d3}L_d}{N_{c3} + N_{d3}}$$

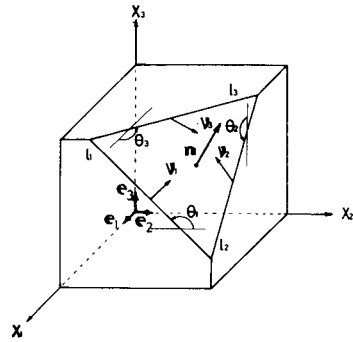


Fig. 6 Unit vectors normal to cutting lines and unit normal of discontinuous planes.

不連続面群の法線ベクトル n は、式 (7) で与えられるベクトル $\nu_i (i=1, 2, 3)$ と、局所座標系の基底ベクトル $e_i (i=1, 2, 3)$ の組合せで作られる3つの平面の交線上にある。したがって、3つのベクトルが同一平面上にある条件 $\det(n, e_i, \nu_i) = 0$ より、 n が

$$n = (a \cos \theta_1 \cos \theta_2, a \sin \theta_1 \sin \theta_2, -a \cos \theta_1 \sin \theta_2)$$

$$a = (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2)^{-1/2} \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる。式 (8) における指標 i, j の組合せは $(i, j) = (1, 2), (2, 3), (3, 1)$ である。

また、 $n = (n_1, n_2, n_3)$ 、 $\nu_i = (\nu_{i1}, \nu_{i2}, \nu_{i3})$ とおくと式 (8) より

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_1}{n_2} &= \frac{1}{\tan \theta_1 \tan \theta_2} = \frac{\nu_{31}}{\nu_{32}} = -\tan \theta_3 \\ \frac{n_2}{n_3} &= \frac{1}{\tan \theta_2 \tan \theta_3} = \frac{\nu_{12}}{\nu_{13}} = -\tan \theta_1 \\ \frac{n_3}{n_1} &= \frac{1}{\tan \theta_3 \tan \theta_1} = \frac{\nu_{23}}{\nu_{21}} = -\tan \theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

が成立する。

(3) 不連続面の個数と面密度の推定

立方体中に法線ベクトル n を有する1つの不連続面群が存在する場合に、不連続面の個数と面密度を推定する方法について述べる。

各座標面で亀裂を観察して法線ベクトル n を決定した後、座標面の1つが n と垂直になるような仮想的立方体を考えて、不連続面の個数と面密度を推定する。この仮想的立方体は、実際の立方体において、観察された亀裂個数が最も少ない座標面に注目し、この座標面に現われる亀裂個数が0になるような回転を考えることによって得られる (Fig. 7)。

仮想的立方体の各面を X'_i 面、そこに現われる亀裂個数を N'_i とする。 X'_i 面に現われる節理間隔は X_i 面でのその $\sqrt{1-n_i^2}$ 倍になる。したがって、 N_i と N'_i の間に次の関係が成立する：

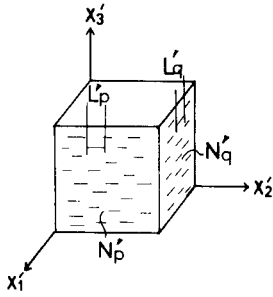


Fig. 7 The virtual cube transformed from a actual cubic sample with a set of cracks.

$$N'_i = \frac{N_i}{\sqrt{1-n_i^2}} \dots\dots\dots(10)$$

X_i 面での亀裂個数の大小関係が、 $N_p \geq N_q \geq N_r$, ($p, q, r=1, 2, 3$) のとき、仮想的立方体の X_i 面で観察される亀裂個数 N'_i は

$$N'_p = \frac{N_p}{\sqrt{1-n_p^2}}, N'_q = \frac{N_q}{\sqrt{1-n_q^2}}, N'_r = 0 \dots\dots\dots(11)$$

となる。

1つの群を形成する個々の不連続面の平均的な大きさは、立方体サンプルにおいて数多くの亀裂が現われている面での平均亀裂長さに反映される。亀裂個数の大小関係が前述のようであったとき、この群を形成する個々の不連続面の平均面積 \bar{a} は、 X_p と X_q での平均亀裂長さ L_p, L_q によって

$$\bar{a} = L_p L_q \div L'_p L'_q \dots\dots\dots(12)$$

と推定できる。

式 (11), (12) を用いて、この不連続面群の面密度を推定する。ここで、この群を形成する不連続面はすべて同じ大きさで、 L'_p, L'_q を長辺と短辺の長さにもつ長方形であると仮定する。

前述の仮想的立方体において、 X'_p 面に現われる亀裂数 N'_p に注目したとき、その奥行き方向に小長方形が並ぶことのできる上限 M_q は、立方体の一辺の長さを平均亀裂長さ L'_q で除した値で与えられる。すなわち、立方体の体積を V とすれば

$$M_q = \frac{V^{\frac{1}{3}}}{L'_q} \div \frac{V^{\frac{1}{3}}}{L_q} \dots\dots\dots(13)$$

したがって、体積 V 中に存在する不連続面数の上限 \bar{N} が

$$\bar{N} = N'_p M_q = \frac{V^{\frac{1}{3}} N_p}{L_p \sqrt{1-n_p^2}} \dots\dots\dots(14)$$

X'_q 面に現われる亀裂数 N'_q に注目すれば、同様にして

$$\bar{N} = N'_q M_p = \frac{V^{\frac{1}{3}} N_q}{L_q \sqrt{1-n_q^2}} \dots\dots\dots(15)$$

式 (14) と (15) の相乗平均をとって、体積 V 中の不連続面数を推定する：

$$\bar{N} = V^{\frac{1}{3}} \left\{ \frac{N_p N_q}{L_p L_q \sqrt{(1-n_p^2)(1-n_q^2)}} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(16)$$

こうして、不連続面の平均面積 \bar{a} と不連続面数 \bar{N} が推定できれば、この不連続面群の面密度 Ω が次式で与えられる：

$$\Omega = \frac{l}{V^{\frac{1}{3}}} \left\{ \frac{N_p N_q L_p L_q}{\sqrt{(1-n_p^2)(1-n_q^2)}} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(17)$$

(4) 1つの不連続面群に対する損傷テンソル

Fig. 8 のように、法線ベクトル $\mathbf{n} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ を有する不連続面群が存在する場合を例に、損傷テンソルを決定する手順を述べる。

この立方体に対して、4.(1) で述べた手順に従って亀裂の観察を行うと Table 3 を得る。この表から、まず法線ベクトル \mathbf{n} を定める。 $\theta_1=145^\circ, \theta_2=135^\circ$ であることから、式 (8) を用いて

$$\mathbf{n} = (0.5, 0.5, 0.71) \dots\dots\dots(18)$$

を得る。この \mathbf{n} が1つの不連続面群の存在を正しく反映した単位法線ベクトルであるかどうかは、 \mathbf{n} と $\theta_2=135^\circ$ を式 (9) に代入することによって確かめることができる。今の場合は

$$\frac{n_1}{n_2} = -\tan 135^\circ = 1 \dots\dots\dots(19)$$

となって式 (9) を満足する。

\mathbf{n} を定めた後、不連続面の面密度が式 (17) で与えられる：

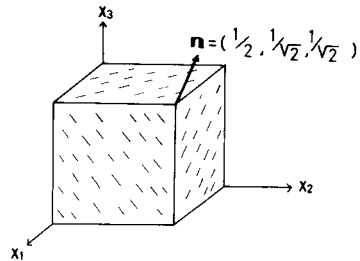


Fig. 8 A sample with a set of cracks.

Table 3 Example of data of cracks.

X ₁	L	L ₁
	F	N ₁
	θ	145°
X ₂	L	L ₂
	F	N ₂
	θ	125°
X ₃	L	L ₃
	F	N ₃
	θ	135°

$$(N_1 > N_2 > N_3)$$

$$\Omega = \frac{l}{V^{\frac{2}{3}}} \left\{ \frac{N_1 N_2 L_1 L_2}{\sqrt{(1-n_1^2)(1-n_2^2)}} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (20)$$

単位法線ベクトル \mathbf{n} と面密度 Ω を求めた後、この不連続面群に対する損傷テンソル \mathbf{Q} が次のように決定される：

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \Omega [\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}] \\ &= \frac{l}{V^{\frac{2}{3}}} \left\{ \frac{N_1 N_2 L_1 L_2}{\sqrt{(1-n_1^2)(1-n_2^2)}} \right\}^{\frac{1}{2}} [\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}] \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

(5) 複数の不連続面群に対する損傷テンソル

対象とする材料内に複数の不連続面群が混在するときには、それらを個々の群に分離する必要がある。個々の群が明らかになれば、各群に対して損傷テンソルを決定し、重ね合わせればよい（ここでは不連続面の断面減少効果だけを考えている）。

複数の不連続面群が混在した材料について、Table 4 を得たとする。X₁ 面と X₂ 面の卓越方向角 θ_1, θ_2 から、式 (8) によって \mathbf{n} を求め、この \mathbf{n} と式 (9) を満足するような方向角 θ_3 を探すことによって個々の不連続面群が明らかとなる。

この作業は Table 5 を作成することによって機械的に

Table 4 Example of data of a sample with three sets of cracks.

X ₁	L	L _{a1}	L _{b1}	L _{c1}
	F	N _{a1}	N _{b1}	N _{c1}
	θ	θ_{a1}	θ_{b1}	θ_{c1}
X ₂	L	L _{a2}	L _{b2}	L _{c2}
	F	N _{a2}	N _{b2}	N _{c2}
	θ	θ_{a2}	θ_{b2}	θ_{c2}
X ₃	L	L _{a3}	L _{b3}	L _{c3}
	F	N _{a3}	N _{b3}	N _{c3}
	θ	θ_{a3}	θ_{b3}	θ_{c3}

Table 5 Finding sets of cracks.

X ₁	θ_{a1}	θ_{b1}	θ_{c1}	⋯(i)						
X ₂	θ_{a2}	θ_{b2}	θ_{c2}	⋯(ii)						
$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\tan\theta \tan\theta}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	⋯(iii)
θ	θ_{a3}	θ_{b3}	θ_{c3}	⋯(iv)						
X ₃	$\frac{n_1}{n_2} = \tan\theta$	$-\tan\theta_{a3}$	$-\tan\theta_{b3}$	$-\tan\theta_{c3}$	⋯(v)					

Table 6 Determination of damage tensor.

set	plane	L	F	$\sqrt{N_p N_q}$	$\sqrt{L_p L_q}$	$\frac{1}{\sqrt{1-n_1^2-n_2^2}}$	\mathbf{n}	Ω
I	X ₁	L _{a1}	N _{a1}	---	---	---	---	$\Omega^{(I)}$
	X ₂	L _{b2}	N _{b2}	---	---	---	---	
	X ₃	L _{a3}	N _{a3}	---	---	---	---	
II	X ₁	L _{b1}	N _{b1}	---	---	---	---	$\Omega^{(II)}$
	X ₂	L _{a2}	N _{a2}	---	---	---	---	
	X ₃	L _{b3}	N _{b3}	---	---	---	---	
III	X ₁	L _{c1}	N _{c1}	---	---	---	---	$\Omega^{(III)}$
	X ₂	L _{c2}	N _{c2}	---	---	---	---	
	X ₃	L _{c3}	N _{c3}	---	---	---	---	

行うことができる。Table 5 において、(i)、(ii) の行で θ_1 と θ_2 のすべての組合せを作り、 n_1/n_2 の値を計算して (iii) の行に記入する。一方、 θ_3 を (iv) の行に書き出して $-\tan \theta_3$ を計算し (v) の行に記入する。(iii) の行の n_1/n_2 と (v) の行の $-\tan \theta_3$ の値が一致する方向角の組合せが、不連続面群の1つ1つを明らかにする。

こうして、不連続面群を分離した後、式 (21) によって各不連続面群に対する損傷テンソルを決定し重ね合わせる。この作業は Table 6 を左から右へ埋めることによって行われる。Table 6 は Table 5 において、3つの群が混在していたことが明らかとなった場合の例である。最終的にこの材料の損傷テンソルは重ね合わせによって

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{(I)} + \mathbf{Q}^{(II)} + \mathbf{Q}^{(III)} \dots \dots \dots (22)$$

で与えられる。

(6) 特別な場合の損傷テンソル

3つの座標面すべてに卓越した方向角が現われない不連続面群に対しては前項の Table 6 は使えない。このような不連続面群としては次の3つの場合が考えられる。

- ① 不連続面群の法線ベクトル \mathbf{n} が、偶然に座標軸の1つと平行にサンプリングされた場合 (Fig. 9 (a)).
- ② 三次元的にランダムに分布する不連続面群のとき (Fig. 9(b)).
- ③ ある方向 \mathbf{j} に平行で、 \mathbf{j} と垂直な面内においてはランダムに分布する不連続面群の場合 (Fig. 9(c)).

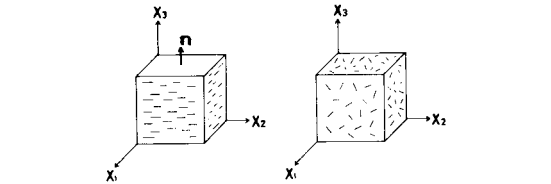


Fig. 9 Special cases of distribution of cracks ;
 (a) normal to a base vector \mathbf{e}_3 ;
 (b) random distribution ;
 (c) parallel to a vector \mathbf{j} .

$$\mathbf{Q} = \frac{l}{V^{\frac{1}{3}}} (N_p N_q L_p L_q)^{\frac{1}{2}} [\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i] \dots\dots\dots (23)$$

となる。

②の場合、方向角の組合せは (R, R, R) となる。このような群に対する損傷テンソルは以下のように求まる。座標面 X_i における亀裂の現われ方（方向）は無数にあるが、仮にこれを m 通りとしておく。亀裂に具現される不連続面の三次元的な方向は、2つの座標面に現われる亀裂方向角で決定されるから、不連続面の三次元的方向は m^2 通りとなる。したがって、ランダムに分布する不連続面群は、 m^2 通りの方向の規則正しい群が混在したものだと考えることができる。規則正しい群の面密度は

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{m^2} \frac{l}{V^{\frac{1}{3}}} (N_p N_q L_p L_q)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (24)$$

で与えられる。一方、三次元ユークリッド空間において互いに直交する3つのベクトル $\mathbf{n}^{(1)}, \mathbf{n}^{(2)}, \mathbf{n}^{(3)}$ があるとき、この3つのベクトルそれぞれで作られた2階のテンソル $\mathbf{n}^{(1)} \otimes \mathbf{n}^{(1)}, \mathbf{n}^{(2)} \otimes \mathbf{n}^{(2)}, \mathbf{n}^{(3)} \otimes \mathbf{n}^{(3)}$ の和は、恒等テンソル \mathbf{I} になることが容易に証明できる。今、立方体内に m^2 通りの方向に等しい面密度で分布する不連続面群のうち、1つの群の法線ベクトルを $\mathbf{n}^{(i)}$ とすると、これと互いに垂直なベクトル $\mathbf{n}^{(j)}, \mathbf{n}^{(k)}$ を法線にもつ群を見出すことができる。これら3つの群の損傷テンソルの和は

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{m^2} \frac{l}{V^{\frac{1}{3}}} (N_p N_q L_p L_q) \mathbf{I} \dots\dots\dots (25)$$

となる。このような組合せが立方体中に $m^2/3$ 組存在するから、三次元的にランダムに分布する不連続面群の損傷テンソルは、結局

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{3} \frac{l}{V^{\frac{1}{3}}} (N_p N_q L_p L_q)^{\frac{1}{2}} \mathbf{I} \dots\dots\dots (26)$$

となる。すなわち、三次元的にランダムに分布する群の幾何学的効果は等方的である。

③の場合の損傷テンソルも②の場合と同様の考え方で求めることができる。ただし、この場合の不連続面群は m 通りの方向の規則正しい群が混在したものとする。

$$\mathbf{j} = (J_1, J_2, J_3) \dots\dots\dots (27)$$

として

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{2} \frac{l}{V^{\frac{1}{3}}} (N_p N_q L_p L_q) \begin{bmatrix} 1-J_1^2 & -J_1 J_2 & -J_1 J_3 \\ & 1-J_2^2 & -J_2 J_3 \\ \text{Sym.} & & 1-J_3^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (28)$$

となる。

5. おわりに

岩盤の力学特性を評価するに際しては、構成材料であ

る岩の材料特性と岩盤を構造化させている不連続性の2つの基本的要素が考慮されなければならない。損傷力学モデルは、系内部に存在する不連続面を系の損傷として把握し、力学的な意味をもつ変数で表現して連続体力学の枠内で取り扱うもので、この条件を十分に満足し得るものである。

本研究では、岩盤の力学特性を評価するための損傷力学モデルを構築する第1段階として、不連続面を損傷テンソルとして表現する方法を示した。この損傷テンソルは、不連続面が群として存在するときに、その力学的効果を材料内部の有効断面積の減少を通して平均的に表現するものである。したがって、実際の岩盤へ適用する際には、ジョイント要素などの従来モデルで表現できない細かさの節理群が対象となる。単一でも系に対して十分な影響を及ぼし得るような大きな不連続面に対しては、ジョイント要素の方が有効である。損傷力学モデルは、巨視的な不連続面を陽に表現するジョイント要素などの従来モデルとの併用によって、不連続性岩盤の力学特性を評価する有力な手段となるであろう。

そのために解決されねばならない問題がいくつかある。本研究で提案した損傷テンソルは、不連続面群の平均的な効果を表現するものである。そこでは近接する不連続面の相互干渉は考慮されていない。また、岩のようなぜい性材料における構造敏感性、すなわち群をなす不連続面のうちの1つあるいはいくつかの不連続面が、系の挙動に対して支配的役割を果たすような場合も考えていない。不連続面の相互干渉については、現在のところ理論的にも実験的にも確立された手法はなく非常に困難な問題ではある。しかし、損傷テンソルが不連続面の幾何学性を表わす限り、これと材料の剛性や強度の加速度的低下との関係を実験的な検討から現象論的に求めることは可能であろう。また、構造敏感性の問題に対しては、局所化の理論などによる検討も考えられる。この2つの問題は、損傷力学モデルにおける支配方程式の定式化と密接に結びついている。

系の構造最小単位をいかに合理的に決定するかという問題もある。参考文献11)にみるように、不連続性を有する系には、荷重形態との相対的關係において決まるある構造単位が存在することは容易に推測される。しかし、実際の岩盤に対して、与えられた荷重条件下で構造最小単位を決定する手段は見出されていない。現在のところ、系の力学特性に支配的な影響を及ぼすと思われる不連続面群によって囲まれるブロックのうち、最小のものを構造最小単位として考えている。今後、不連続面を含む材料を用い、いろいろな荷重条件のもとでの破壊試験を行う必要があるであろう。

参 考 文 献

- 1) 川本眺万・林 正夫：地盤工学における有限要素解析，培風館，pp.252～287，1978.
- 2) R. E. グッドマン著，赤井浩一・川本眺万・大西有三 共訳：不連続性岩盤の地質工学，森北出版，pp.47～72，pp.166～216，1978.
- 3) Hudson, J. A. and Priest, S. D. : Discontinuities and Rock Mass Geometry, Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr. Vol.16, pp.339～362, 1979.
- 4) Hudson, J. A. and Priest, S. D. : Estimation of Discontinuity Spacing and Trace Length Using Scanline Surveys, Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr. Vol.18, pp.183～197, 1981.
- 5) 緒方正徳：硬質岩盤における節理分布の数量モデル化およびその適用に関する考察，応用地質 19 巻 1 号，pp.12～20，昭 53.
- 6) Pahl, P. J. : Estimating the Mean Length of Discontinuity Traces, Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr. Vol.18, pp.221～228, 1981.
- 7) Barton, N. : Engineering Geology, Elsevier, Vol.7, pp.287～332, 1973.
- 8) Barton, N., Lien, R. and Lunde, J. : Engineering Classification of Rock masses for the design of tunnel support, Rock Mech., 6, pp.189～236, 1974.
- 9) Bieniawski, Z. T. : Geomechanics classification of Rock masses and its application in tunneling, Proc. 3rd Cong. ISRM, Denver, V 2 A, p.27.
- 10) Farmer, I. : Engineering Behavior of Rocks, Chapman and Hill, pp.143～184, 1983.
- 11) Bieniawski, Z. T. : The effect of specimen size on compressive strength of coal, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.5, pp.325～335, 1968.
- 12) Goodman, R. E., Taylor, R. L. and Brekke, T. L. : A Model for the Mechanics of Jointed Rock, SM 3, ASCE, pp.637～659, 1968.
- 13) Zienkiewicz, O. C., Best, B., Dullage, C. and Stagg, K. G. : Analysis on Non Linear Problems in Rock Mechanics with Particular Reference to Jointed Rock Systems, Proc. 2nd Int. Cong. ISRM, Beograd, 1970, Vol.3, 8-14, pp.501～509.
- 14) Ghabossi, J., Wilson, E. L. and Isenberg, J. : Finite Element for Rock Joints and Interface, SM 10, ASCE, pp.833～848, 1973.
- 15) Cundall, P. A. : A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Systems, Symp. Int. Soc. Rock Mech., 1971, 11-8.
- 16) 川井忠彦編：物理モデルによる連続体力学諸問題の解析，東大生研セミナーテキスト，1970.
- 17) Pietruszczak, S. and Mroz, Z. : Finite element analysis of deformation of Strain-Softening materials, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol.17, pp.327～334, 1981.
- 18) Kawamoto, T., Obara, Y., Yamabe, T., Ichikawa, Y. and Shimizu, Y. : Elastoplastic Analysis by Cracked Triangular Element, Proc. Int. Conf. F. E. M., ed. by H. Guanggian and Y. K. Cheung, Shanghai, 1982, pp.756～760.
- 19) 村上澄男・大野信忠：損傷を伴う有限クリープ変形の構成式とその応用，日本機械学会論文集 (A 編)，昭 54-4, 45, 392, pp.318～326.
- 20) 村上澄男・大野信忠：微視的空げきによる有効面積の減少を陽に表した多軸クリープ損傷変数，日本機械学会論文集 (A 編)，昭 55-9, 46, 409, pp.940～946.
- 21) Murakami, S. and Ohno, M. : A Continuum theory of Creep and Creep Damage, Proc. 3rd IUTAM Symp. on Creep in Structures, ed. by A. R. S. Ponter and D. R. Hayhurst, 1980, Springer-Verlag, pp.422～443.
- 22) 村上澄男：損傷力学—材料の損傷と破壊への連続体力学的アプローチ，材料，Vol.31, 340, pp.1～31, 昭 57.
- 23) Oda, M. : Fabric Tensor for Discontinuous Geological Materials, Soil and Found., Vol.22, No.4, pp.96～108, 1982.
- 24) 小田匡寛：不連続面の幾何学性に関する相似則について，土木学会第 38 回年次講演会概要集第 3 部，土木学会編，pp.59～60，昭 58.
- 25) Dragon, A. and Mroz, Z. : A Continuum Model for Plastic-Brittle Behaviour of Rock and Concrete, Int. J. Eng. Sci. Vol.17, pp.121～137, 1979.
- 26) Kachanov, M. : Continuum Model of Medium with Cracks, EM 5, ASCE, Vol.106, pp.1039～1051, 1980.
(1984.2.6・受付)