

乱流拡散係数とオイラー的乱れ特性量の 関係に関する基礎的研究

RELATION BETWEEN TURBULENT DIFFUSION COEFFICIENT AND EULERIAN TURBULENT CHARACTERISTICS

岩佐義朗*・細田 尚**・余越正一郎***

By Yoshiaki IWASA, Takashi HOSODA and Shoichiro YOKOSI

The relation between Lagrangian time scale and Eulerian turbulent characteristics is considered theoretically using the simple model of space-time correlation coefficient of turbulent velocity. Introducing the non-dimensional variables, the non-dimensional parameter α composed of Eulerian turbulent characteristics is derived. Then we discuss the relation between Lagrangian time scale and the non-dimensional parameter α . Numerical simulations of turbulent diffusion are made in order to prove the theoretical results.

1. はじめに

乱流拡散現象は、乱流現象と密接な関係をもち、その解明は水理学・水工学に関する現象の理解に不可欠である。したがって、いろいろな角度から乱流拡散を解明するアプローチがなされており、多くの成果も得られてきた。

いま、減衰しない一様乱流場を考えよう。このような場での乱流拡散現象を、G.I. Taylor¹⁾は、1つの流体粒子の追跡とそのアンサンブル平均としてとらえ、乱流拡散係数と Lagrange 的な量との関係を明らかにした。しかし、Taylor の理論のみでは、実際上問題となる Euler 的乱れ特性量と Lagrange 的時間スケールあるいは乱流拡散係数との関係は理解できない。そのため、種々の仮定を設けた理論的研究、あるいは数値実験が行われ、実験、観測結果との対応が図られてきた。

本研究では、最も単純で基礎的と考えられる定常一様乱流場を考え、その中で乱流拡散現象を取り扱う。特に、乱流拡散係数と Euler 的乱れ特性量の関係につ

いて、Corrsin の関係式²⁾を用いて理論的に検討したが、その際、乱れ強さ $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ 、乱れ速度の空間的積分スケール L_E 、流下座標系での乱れ速度の時間的積分スケール T_0 で構成される無次元量 $\alpha = L_E / \sqrt{\langle u^2 \rangle} T_0$ を導入し、無次元化 Lagrange 的時間スケール T_L / T_0 と α との関係を検討した。さらに、用いている時空間相関係数のモデルの特性を考慮して、従来より問題となっている Lagrange 的時間スケール T_L と固定座標での乱れの時間的積分スケール T_E との比 T_L / T_E と、移流速度 U_0 と乱れ強さ $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ との比 $U_0 / \sqrt{\langle u^2 \rangle}$ の関係について検討した。

2. 基礎式と解析方法

乱流拡散現象の統計的な取り扱いには Taylor に始まり、一様乱流場中のトレーサー・クラウドの統計的分散の成長率と Lagrange 的相関係数との関係が示された。しかし、Taylor の理論のみでは実際上問題となる Euler 的乱れ特性量と乱流拡散係数が結びつかないため、別の関係式が必要となる。まず現象を記述する基礎式を示し、次に、単純化された定常一様乱流場中での乱流拡散現象を、得られた基礎式系で解析する手法について述べる。

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工修 広島大学助手 工学部 4 類 (建設系)
(〒724 東広島市西条町下見)

*** 正会員 工博 広島大学教授 工学部 4 類 (建設系) (同上)

(1) 基礎式

基礎式は Saffman³⁾ に従い、乱流拡散係数と Lagrange 相関との関係を示す Taylor の拡散理論と、Lagrange 相関と Euler 相関の関係を示す Corrsin の関係式を連立したものを用いる。以下にその概要を示すが、乱流場の一様性を仮定しない一般的な表示を行う。

保存量 Ψ をもった時刻 t_0 に x_0 にある流体粒子を考える。ここで、 Ψ は Dirac のデルタ関数 $\delta(x - X(t|x_0, t_0))$ とみなされる。 x は空間座標であり、 $X(t|x_0, t_0)$ は時刻 t_0 に x_0 にあった流体粒子の時刻 t での位置である。このように考えると Ψ を、 $\Psi(x, t|x_0, t_0)$ と表示するのが便利であり、この Ψ を用いると、空間座標 $x(x, y, z)$ のうち x 方向の Lagrange 相関係数 $R_L(t - t_0, x_0)$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \langle u^2(x_0, t_0) \rangle R_L(t - t_0, x_0) &= \langle u_L(t) u_L(t_0) \rangle_{t_0, x_0} \\ &= \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \langle u(x, t) u(x_0, t_0) \Psi(x, t|x_0, t_0) \rangle dx \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 u : 流速ベクトル u の x 成分、 u_L : Lagrange 速度ベクトル u_L の x 成分、 $\langle \rangle$: アンサンブル平均を表わす。ただし、上式では乱流場の一様性を仮定していないため R_L が流体粒子の初期座標 x_0 の関数となっている。また、一般にせん断流中では流体粒子の平均速度 $\langle \int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau \rangle / (t - t_0)$ が初期放出点位置だけでなく時間間隔 $t - t_0$ によっても変化するため、式 (1) で定義される R_L は相関係数の意味をもたないが、本研究では式 (1) で定義される R_L も Lagrange 相関係数とよぶ。

Corrsin²⁾ は

$$\begin{aligned} \langle u(x, t) u(x_0, t_0) \Psi(x, t|x_0, t_0) \rangle \\ \doteq \langle u(x, t) u(x_0, t_0) \rangle \langle \Psi(x, t|x_0, t_0) \rangle \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と仮定して

$$\begin{aligned} R_L(t - t_0, x_0) &\doteq \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} R_L(x, t|x_0, t_0) \\ &\quad \cdot C(x, t|x_0, t_0) dx \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

を導いた。ここに、 $C(x, t|x_0, t_0) = \langle \Psi(x, t|x_0, t_0) \rangle$ 、また、 $R_L(x, t|x_0, t_0)$ は

$$R_L(x, t|x_0, t_0) = \langle u(x, t) u(x_0, t_0) \rangle / \langle u^2(x_0, t_0) \rangle$$

で定義される。式 (3) は、Robert⁴⁾ によって DI 近似を用いて導かれることが示されている。

式 (3) とともに基礎式を構成する Taylor の拡散理論も、流れの一様性を仮定しない場合の定式化が Chatwin⁵⁾ により示されている。概要を示せば次のようになる。

時刻 t_0 に x_0 より放出された流体粒子の流下距離 $X(t)$ は Lagrange 速度ベクトル u_L の x 成分 $u_L(t)$ を用

いて

$$X(t) = \int_{t_0}^t u_L(s) ds \quad \dots\dots\dots (4)$$

となり、これより

$$\frac{d}{dt} \langle X^2(t) \rangle = 2 \int_{t_0}^t \langle u_L(s) u_L(t) \rangle ds \quad \dots\dots\dots (5)$$

であって、 $\langle u_L(s) u_L(t) \rangle$ は Euler 速度を用いれば次のように書ける。

$$\begin{aligned} \langle u_L(s) u_L(t) \rangle \\ = \int \int_{-\infty}^{+\infty} \langle u(x, t) \Psi(x, t|x', s) u(x', s) \\ \cdot \Psi(x', s|x_0, t_0) \rangle dx dx' \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、Corrsin の仮定と同様に

$$\begin{aligned} \langle u(x, t) u(x', s) \Psi(x, t|x', s) \Psi(x', s|x_0, t_0) \rangle \\ \doteq \langle u(x, t) u(x', s) \rangle \langle \Psi(x, t|x', s) \\ \cdot \Psi(x', s|x_0, t_0) \rangle \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

と仮定すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle X^2(t) \rangle &= \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \langle u(x, t) u(x', s) \rangle \\ &\quad \cdot C(x, t|x', s) C(x', s|x_0, t_0) \\ &\quad \cdot dx dx' ds \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8 \cdot a)$$

となる Chatwin は移流分散現象を対象としたため、Euler 速度を時間平均とそれよりの偏差に分けている。

本研究では、式 (3) の表示を用いて、式 (8・a) を次のように表わす。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle X^2(t) \rangle &= \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \langle u^2(x', s) \rangle R_L(t - s, x') \\ &\quad \cdot C(x', s|x_0, t_0) dx' ds \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8 \cdot b)$$

ここで、一様性の仮定を行えば

$$\begin{aligned} R_L(x, t|x_0, t_0) &= R_L(x - x_0, t - t_0) \\ C(x, t|x_0, t_0) &= C(x - x_0, t - t_0|0, 0) \\ \langle u_L^2(x_0, t) \rangle &= \langle u^2(x_0) \rangle = \text{一定} \end{aligned}$$

であり、

$$\begin{aligned} R_L(t - t_0, x_0) \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} R_L(x - x_0, t - t_0) \\ \cdot C(x - x_0, t - t_0|0, 0) d(x - x_0) \\ = R_L(t - t_0) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

であって、式 (8・b) は

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle X^2(t) \rangle = \langle u^2 \rangle \int_0^t R_L(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。これは Taylor の理論にほかならない。

(2) 一様乱流場のモデル

単純でかつ現実的な乱流場のモデルを考え、その中で乱流拡散現象を (1) で述べた基礎式で解析する。

水理学で対象とすることの多い開水路流れの乱れの時

空間構造の研究において、今本・上野・浅野⁶⁾は最適相関係数による表示を用いている。乱流拡散現象の解析では、流下座標系での乱れの時間相関係数と Lagrange 的相関係数との関係が問題となる。そこで、時空間相関係数を次のように表示する。ただし、簡単のため次元を考える。

$$R_E(x, t | x_0, t_0) = R_E(x - x_0, t - t_0) = R_0(t - t_0) R_{Ex}(x - x_0 - U_0(t - t_0)) \dots \dots \dots (11)$$

$x_1 = x - x_0 - U_0(t - t_0)$ において、 $R_{Ex}(x_1)$, $R_0(t)$ とし、次のような関数形を考える。すなわち、流下座標系における時間相関 $R_0(t)$ には次式を仮定する。

$$R_0(t) = \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \dots \dots \dots (12)$$

ここに、 T_0 は $R_0(t)$ の積分スケール。一方、 $R_{Ex}(x_1)$ とし、生成領域、慣性領域を含み、かつスペクトル定数⁷⁾を考慮した

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{Ex}(x_1) \exp(-i2\pi k x_1) dx_1 = \frac{2L_E}{|1 + (2\pi k L_E A)|^{5/3}} A = 6/2\pi \dots \dots \dots (13)$$

を用いる。ここに、 L_E は $R_{Ex}(x_1)$ の積分スケール、 k は波数である。 $R_E(x, t)$ の概念図を Fig. 1 に示した。

この時空間相関係数のモデルの特性について考察する。式 (11) で $x_0=0$, $t_0=0$ とおき、 $x=0$ を考えれば、

$$R_E(0, t | 0, 0) = 2 \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \int_0^{\infty} \frac{2L_E}{|1 + (2\pi k L_E A)|^{5/3}} \cdot \cos 2\pi k (-U_0 t) dk \dots \dots \dots (14)$$

は時間相関係数であって、この積分スケールが固定座標系での時間積分スケール T_E となり、 $k' = k L_E$ において

$$\frac{T_E}{T_0} = 4 \int_0^{\infty} \frac{1}{|1 + (2\pi k' A)|^{5/3}} \cdot \frac{1}{1 + (2\pi k' \frac{U_0 T_0}{L_E})^2} dk' \dots \dots \dots (15)$$

が得られる。 T_E/T_0 が無次元パラメーター $\beta = U_0 T_0 / L_E$ の関数となり、関数形を

$$\frac{T_E}{T_0} = g(\beta) \dots \dots \dots (16)$$

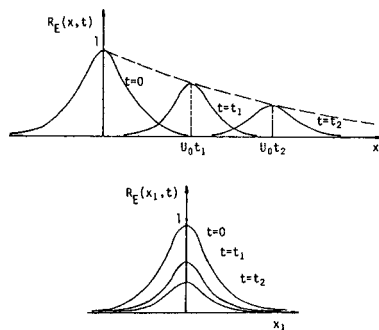


Fig. 1 Definition sketch of space-time correlation coefficient.

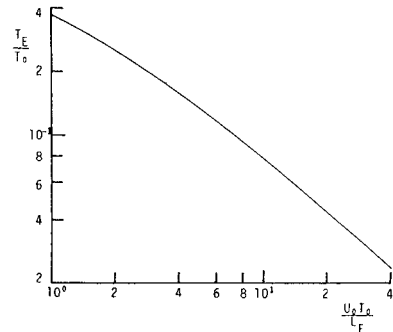


Fig. 2 Relation between T_E/T_0 and $U_0 T_0 / L_E$.

とおく。 $U_0=0$ とすれば $T_E=T_0$ となる。 $g(\beta)$ を Fig. 2 に示す。

(3) 解析方法

解析に関する定式化は Saffman⁹⁾に従う。解析法は、Saffman が行ったような解析的な取り扱いが困難なため、解の物理的な特性を考慮した収束計算を行った。

乱流拡散現象を考えると、トレーサー・クラウドの重心まわりの拡がり問題であるから、固定座標よりも U_0 で動く移動座標 x_1 で考える方が便利である。以後、簡単のため x_1 を x とおく。

Corrsin の関係式 (3) は次元の場合では

$$R_L(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R_E(x, t) C(x, t) dx \dots \dots \dots (17)$$

となる。Saffman と同様に $C(x, t)$ の分布形として Gauss 分布

$$C(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle X^2(t) \rangle}} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \langle X^2(t) \rangle}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(2\pi k)^2 \langle X^2(t) \rangle}{2}\right) \cdot \exp(-i2\pi k x) dk \dots \dots \dots (18)$$

を用い

$$R_E(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_E(k, t) \exp(i2\pi k x) dk \dots \dots \dots (19)$$

において式 (17) に代入すれば、Lagrange 相関係数 $R_L(t)$ は

$$R_L(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_E(k, t) \exp\left(-\frac{(2\pi k)^2 \langle X^2(t) \rangle}{2}\right) dk \dots \dots \dots (20)$$

となる。ここに、

$$S_E(k, t) = \frac{2L_E}{|1 + (2\pi k L_E A)|^{5/3}} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \dots \dots \dots (21)$$

である。

式 (10), (20) を連立して解けば $R_L(t)$, $\langle X^2(t) \rangle$ が求まるが、解析的に解くことは困難である。そこで、次のような $\langle X^2(t) \rangle$ の物理的な挙動を考慮した収束計算を行う。

まず、収束計算の初期値として $\langle X^2(t) \rangle$ の $t \rightarrow 0$ の極限で成立する

$$\langle X^2(t) \rangle = \langle u^2 \rangle t^2 \dots\dots\dots (22)$$

を式 (19) の右辺 $\langle X^2(t) \rangle$ に代入して step 1 の $R_L^{(1)}$ を求め、得られた $R_L^{(1)}(t)$ を用いて式 (10) から step 1 の $\langle X^2(t) \rangle^{(1)}$ が求まる。この繰り返しを行い、 $R_L^{(m)}(t)$, $\langle X^2(t) \rangle^{(m)}$ が収束するまで計算を進めて $R_L(t)$, $\langle X^2(t) \rangle$ を求めた。

計算結果を述べる前に、基礎式の無次元化を行う。

$$t' = \frac{t}{T_0}, \quad x' = \frac{x}{L_E}, \quad \langle X'^2(t') \rangle = \frac{\langle X^2(t) \rangle}{\langle u^2 \rangle T_0^2}, \quad k' = k L_E$$

を導入すると

$$R_L(t') = 4 \int_0^\infty \frac{\exp(-t')}{[1 + (2\pi k'A)^2]^{5/2}} \cdot \exp\left(-\frac{(2\pi k')^2}{2} \langle X'^2(t') \rangle \frac{\langle u^2 \rangle T_0^2}{L_E^2}\right) dk' \dots\dots\dots (23)$$

$$\langle X'^2(t') \rangle = 2 \int_0^{t'} (t' - \tau') R_L(\tau') d\tau' \dots\dots\dots (24)$$

が得られる。その結果、Euler 的乱れ特性量 $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$, T_0 , L_E で作られる無次元パラメーター

$$\alpha = \frac{L_E}{\sqrt{\langle u^2 \rangle} T_0}$$

が導かれ、無次元 Lagrange 的時間スケール T_L/T_0 が α の関数となる。

3. 解析結果とその考察

(1) 解析結果

前節の方法で $\alpha=1$ での $R_L(t')$, $\langle X'^2 \rangle$ の計算結果を示したのが Fig. 3, Fig. 4 である。これらの図より、3~5 回の繰り返しで十分収束していることがわかる。

次に、 α をパラメーターとして $R_L(t')$ を示したのが Fig. 5 であり、比較のため $R_0(t')$ も示してある。 $\alpha=0.1$ では $R_L(t')$ は $R_0(t')$ よりかなり小さいが、 α の増大とともに、 $R_L(t')$ は $R_0(t')$ に漸近していくのがわかる。

Corrsin の式から

$$R_{zz}(x) < R_{zz}(0) = 1, \quad \int_{-\infty}^\infty C(x, t) dx = 1$$

を用いて

$$R_L(t') < R_0(t') \dots\dots\dots (25)$$

となることが示されており⁸⁾, $T_L < T_0$ であることから、 $\alpha \rightarrow \infty$ のとき $T_L \rightarrow T_0$ と考えられる。このことを定量的にみるために、各 α ごとに十分大きい t' での $\langle X'^2(t') \rangle$ の成長率

$$\frac{1}{2} \frac{d\langle X'^2(t') \rangle}{dt'} \rightarrow \frac{T_L}{T_0} \quad (t' \rightarrow \infty)$$

より T_L/T_0 を求め Fig. 6 に示した。この図より、 $\alpha \rightarrow \infty$ のとき $T_L/T_0 \rightarrow 1$ となる様子がよくわかり、 $\alpha > 10$ では $T_L/T_0 \approx 1$ と考えることができる。

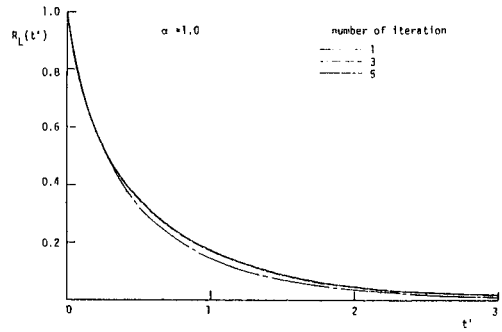


Fig. 3 Convergence of Lagrange correlation coefficient.

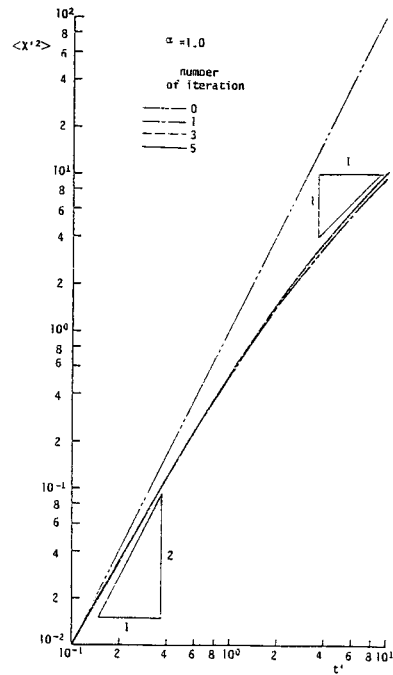


Fig. 4 Convergence of non-dimensional variance.

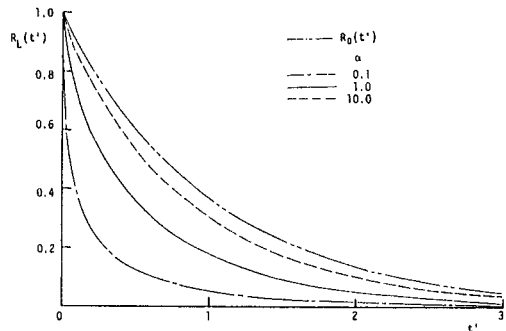


Fig. 5 Relation between Lagrange correlation coefficient and α .

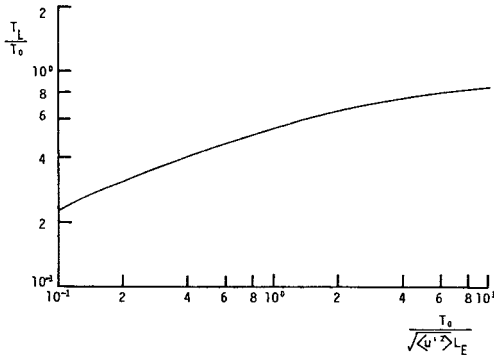


Fig. 6 Relation between T_L/T_0 and α .

従来, Lagrange 的時間スケールと Euler 的乱れ特性量の関係は,

$$\frac{T_L}{T_E} = C \frac{U_0}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} \dots \dots \dots (26)$$

の形でまとめられることが多く⁹⁾, C の値は 0.4~0.5 程度と考えられている. 式 (26) の表示と本研究の結果との関係について考察する.

用いたモデルの T_E と T_0 の間には式 (16) の関係があるため, T_L/T_0 と α との関係を $T_L/T_0 = f(\alpha)$ とおけば

$$\frac{T_L}{T_E} = \frac{T_L}{T_0} \cdot \frac{T_0}{T_E} = \frac{f(\alpha)}{g(\beta)} \dots \dots \dots (27)$$

となる. α と β には

$$\alpha = \frac{U_0}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} \cdot \frac{1}{\beta} \quad \left(\beta = \frac{U_0 T_0}{L_E} \right) \dots \dots \dots (28)$$

の関係があるため, $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ と β の関係がわかれば, T_L/T_E を $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ で表示できる. いま, β をパラメータとして T_L/T_E と $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ の関係を Fig. 7 に示した.

(2) 数値実験による検討

本節では, 日野¹⁰⁾の行った拡散のシミュレーションを用いて前節の結果を検討する.

日野に従って, ランダムな流速を次式で与える.

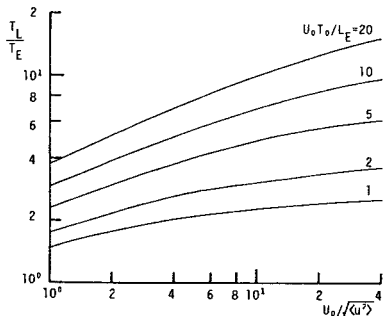


Fig. 7 Relation between T_L/T_E and $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$.

$$\begin{aligned} \frac{u(t', x')}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} = & \sqrt{\frac{TL}{T_0 L_E}} \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \sqrt{\Phi'} \exp\{i2\pi(k'x' \right. \\ & + f't' + \theta_{r\kappa})\} dk' df' \\ & + \int_0^\infty \int_0^\infty \sqrt{\Phi'} \exp\{i2\pi(-k'x' \\ & + f't' + \theta_{r\kappa})\} dk' df' \\ & + \int_0^\infty \int_0^\infty \sqrt{\Phi'} \exp\{i2\pi(k'x' \\ & - f't' + \theta_{r\kappa})\} dk' df' \\ & \left. + \int_0^\infty \int_0^\infty \sqrt{\Phi'} \exp\{i2\pi(-k'x' \right. \\ & \left. - f't' + \theta_{r\kappa})\} dk' df' \right] \dots \dots \dots (29) \end{aligned}$$

ここに, 2. (2) との対応より

$$\begin{aligned} \Phi' = & \frac{\Phi}{L_E T_0} \\ \Phi = & \int_{-\infty}^{+\infty} R_E(x, t) \exp\{-i2\pi(ft + kx)\} dx dt \\ = & \frac{2T_0}{1 + (2\pi f T_0)^2} \cdot \frac{2L_E}{[1 + (2\pi k L_E A)]^{5/3}} \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

また, T, L はデータの時間的, 空間的長さである.

粒子の座標を $X(t)$ とすると, 粒子の速度 u_i は無次元形で

$$u_i = \alpha \frac{dX'}{dt} \dots \dots \dots (31)$$

であって, パラメータ α が現われる. 以下に, α を変化させて行ったシミュレーションの結果について述べる.

$\alpha=1, 10$ で $\Delta f', \Delta k'$ を変化させて得られた粒子の速度 u_i のスペクトルを Fig. 8(a), (b) に示した. 図中実線は前節で述べた解析結果であり, 数値シミュレーションと理論値はほぼ一致し, 前節の結果の妥当性を裏づけている.

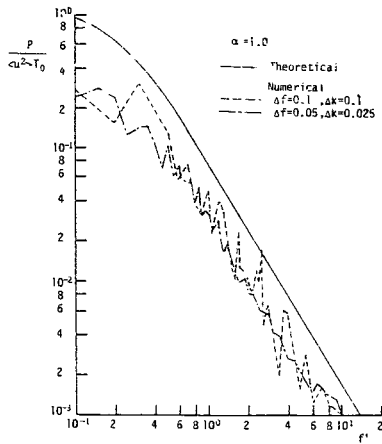
Fig. 9(a), (b) に, $\alpha=1, 10$ のときの $\langle X'^2 \rangle$ を示したが, $\langle X'^2 \rangle$ の成長は, $\Delta f', \Delta k'$ の値によって差異がみられるが, 成長率は解析結果とほぼ同一となっている.

(3) 開水路流れの乱流拡散現象への適用の可能性

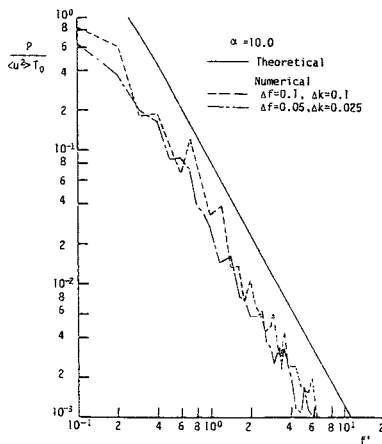
次に, 開水路流れの乱流計測に関する従来成果によって, 本研究の実際現象への適用の可能性について検討する.

T_0 の実験結果は見出せないが, 同様のものとして, 浅野¹¹⁾が計測した最適相関係数の積分スケールを移流速度で除して得た時間スケールが挙げられる. この時間スケールを T_0 として用い, $\sqrt{\langle u^2 \rangle}, L_E$ についても浅野の提案する実験式を用いれば次のようになる.

$$\sqrt{\langle u^2 \rangle} = 0.42 \eta^{-1/3} u_* \left(\frac{U}{u_*} \right)^{1/3} \quad 0.1 < \eta < 0.6$$



(a)



(b)

Fig. 8 Comparison between theoretical and numerical results on spectrum of Lagrange velocity.

$$= 0.35 \eta^{-2/3} u_* \left(\frac{U}{u_*} \right)^{1/3} \quad 0.6 < \eta < 0.9$$

$$L_E = 0.115 h \left(\frac{U}{u_*} \right) \quad 0.1 < \eta < 0.9$$

$$T_0 = 0.120 \eta^{1/3} \frac{h}{u_*} \left(\frac{U}{u_*} \right)^{2/3} \quad 0.1 < \eta < 0.6$$

$$= 0.145 \eta^{2/3} \frac{h}{u_*} \left(\frac{U}{u_*} \right)^{2/3} \quad 0.6 < \eta < 0.9$$

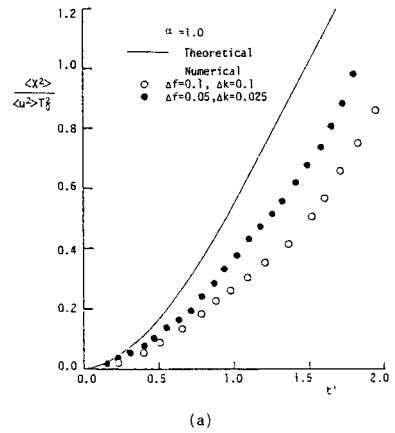
これらは、流れ方向の乱れ速度に関するものである。また、 u_* は摩擦速度、 U は η での時間平均流速、 h は水深、 η は相対水深である。

上記の実験式を用いれば

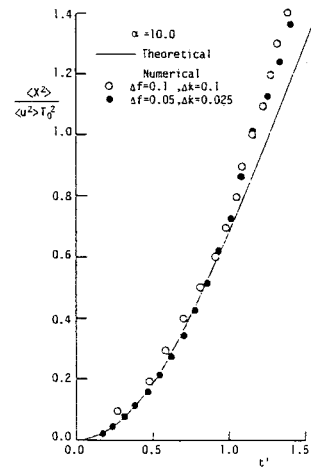
$$\alpha = \frac{U}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} \cdot \frac{1}{\beta} = 2.28 \quad 0.1 < \eta < 0.6$$

$$= 2.27 \quad 0.6 < \eta < 0.9$$

となることがわかる。そこで $U/\sqrt{\langle u^2 \rangle} = 2.27 \beta$ として、式 (27), (28) より求めた T_L/T_E と $U/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ の関係



(a)



(b)

Fig. 9 Comparison between theoretical and numerical results on non-dimensional variance.

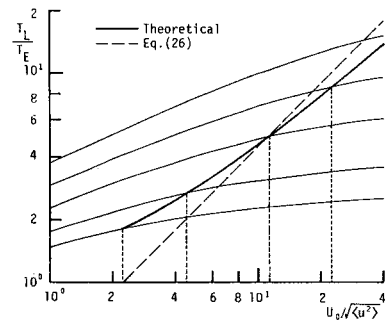


Fig. 10 Relation between T_L/T_E and $U/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$.

を示せば Fig. 10 のようになる。図中には式 (26) で $C = 0.45$ とした関係も示した。開水路流れでは $U/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ は 10~20 程度と考えられ、その範囲では両者はほぼ同じ値となっている。

以上は流れ方向を対象としたものであるが、拡散係数の資料が集積されている水路幅方向の場合には、主流 U がないため Fig. 6 を用いるべきである。しかし、水路幅方向の乱れ速度に関する T_0 、 L_E の資料が見出せないで、現在のところ本研究を用いた検討はできない。

4. 結 論

乱流拡散係数と Euler 的乱れ特性量の関係について、単純な時空間相関係数のモデルを用いて考察を進めてきた。結論として次のことが挙げられる。

(1) 簡単な一様乱流場のモデルを考え、Corrsin の関係式と Taylor の理論により Euler 的乱れ特性量と Lagrange 的時間スケールとの関係を検討した。特に無次元パラメーター $\alpha = L_E / \sqrt{\langle u^2 \rangle} T_0$ を導入して、 T_L / T_0 と α の関係を求めた。

(2) さらに、用いた乱流場のモデルでは T_E / T_0 が無次元パラメーター $\beta = U_0 T_0 / L_E$ の関数になるため、 T_L / T_E が α と β あるいは $U_0 / \sqrt{\langle u^2 \rangle}$ 、 β の関数となることを示し、 β をパラメーターとして T_L / T_E と $U / \sqrt{\langle u^2 \rangle}$ の関係を図示した。

(3) 理論解析で用いられる Corrsin の仮定の妥当性を検討するため、理論解析と同一の乱流場で、日野の行った拡散のシミュレーションを行った。数値シミュレーションの結果は、 Δk 、 Δf のとり方により若干の差異がみられるが、理論解析をほぼ裏づけていると考えられる。

(4) 最後に、開水路流れへの適用の可能性を検討し、浅野の実験結果を用いれば流れ方向の乱れ速度に関して $\alpha = \frac{U_0}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} \cdot \frac{1}{\beta} = 2.27$ 程度となり、この関係を用いて T_L / T_E と $U_0 / \sqrt{\langle u^2 \rangle}$ の関係を示した。

謝 辞：最後に、本研究を行うにあたって協力を惜しまれなかった、野口好夫氏（名古屋市役所）、大久保清久氏（日本道路公団）に心から感謝します。

参 考 文 献

- 1) Taylor, G.I. : Diffusion by continuous movement, Proc. London Math. Soc. Ser. 2, Vol. 20, 1921.
- 2) Corrsin, S. : Progress report on some turbulent research, Advances in Geophysics, Vol. 6, Academic Press, 1959.
- 3) Saffman, P.G. : An approximate calculation of the Lagrangian auto-correlation coefficient for stationary homogeneous turbulence, Appl. Sci. Res. A, Vol. 11, 1963.
- 4) Robert, P.H. : Analytical theory of turbulent diffusion, J. Fluid Mech., Vol. 11, 1961.
- 5) Chatwin, P.C. : The initial development of longitudinal dispersion in straight tubes, J. Fluid Mech., Vol. 80, Part 1, 1977.
- 6) 今本博健・上野鉄男・浅野富夫：開水路流れにおける乱れの空間構造について（3），京大防災研究所年報，16 B，1973.
- 7) 余越正一郎：河川における乱流エネルギー逸散率について，京大防災研究所年報，11 B，1968.
- 8) Shlien, D.J. and Corrsin, S. : A measurement of Lagrangian velocity auto correlation in approximately isotropic turbulence, J. Fluid Mech., Vol. 62, 1974.
- 9) 日野幹雄：乱流拡散における Lagrange 相関と Euler 相関の関係，土木学会誌，1975年11月号。
- 10) 日野幹雄・池田信己・伊藤雄二：乱流拡散における Lagrange 相関と Euler 相関，第20回水理講演会論文集，1975.
- 11) 浅野富雄：開水路流れにおける乱れの時空間構造に関する研究，京都大学学位論文，1980.

(1984. 7. 28・受付)