

## 球状粗度の床面における浅い流れの抵抗特性

CHARACTERISTICS OF RESISTANCE TO SHALLOW WATER  
FLOWS OVER BED ROUGHENED WITH SPHERES

神田 徹\*・鈴木勝士\*\*

By Tohru KANDA and Katsushi SUZUKI

This paper treats the resistance to shallow water flows over a channel bed roughened with spheres. The drag force for spherical roughness element and the frictional resistance for the bed between roughness elements are separately measured by using a shear meter. The magnitude of the drag coefficient decreases with increasing roughness element concentration due to the shade effect which becomes more obvious as the relative water depth to roughness height increases. For the flows whose relative water depth is smaller than unity, the magnitude of the coefficient of frictional resistance increases with increasing water depth and roughness element concentration. Thus, the characteristics of resistance to shallow water flows which differ from the resistance law already established for deep water flows are revealed.

## 1. ま え が き

床面の粗度高さと同程度の水深をもつ開水路流れは、急勾配水路の流れ、地表面あるいは路面上の流れ、河川上流部あるいは山間の溪流、根固め水制工周辺の流れなどにみられる。本研究は、このように粗度高さに対する水深の比（以下、相対水深とよぶ）が比較的小さい流れについてその基本的な抵抗特性を明らかにすることを目的としており、このために人工的に粗度要素を配置した床面を用いて実験的検討を行ったものである。

相対水深が十分大きい開水路流れについては、種々の断面形状や粗度要素に対する流水抵抗の問題が水理学の最も基本的な課題として古くから検討され、幾多の有意義な知見が得られていることは周知のとおりである<sup>1)~3)</sup>。一方、水深がきわめて小さいいわゆる薄層流では、水深の大きい流れとは異なる抵抗特性や転波列の発生にみられる流れの不安定性などに関して興味ある研究成果が報告されている<sup>4)</sup>。これらの研究結果が示すとおり、開水路流れといえどもその性状は水理条件（水深、

フルード数、レイノルズ数など）、水路形状、床面粗さなどによって相当に異なり、粗面上の流れの抵抗則がすべての条件にわたって統一的に表現されるには至っていない。

本研究で対象とする流れは、滑らかな床面に球形の粗度要素を配置した水路において水深が粗度高さの数倍以下である浅い流れである。この流れでは床面から水面までの流速分布に対数則は成立せず（水深の基準面のとり方を考慮しても）、特に水深が粗度高さ程度に小さくなれば粗度要素下流側に形成される後流の影響で流速の場所的变化と三次元性が著しくなる<sup>5),6)</sup>。このため、流速が対数分布に従う流れについて従来得られている抵抗則は基本的に成り立たず、抵抗特性の表現によく用いられる相当粗度高さの概念も物理的意味をもたなくなる。

このような流れの抵抗特性は、一定の床面積に作用する全せん断力（または平均せん断力）を知るだけでは明らかにならず、むしろ床面の各部分、すなわち粗度要素およびその周辺の床面に作用する各抵抗力の特性を強く反映していると考えて究明すべきであろう。この観点より本研究では、粗度要素の抗力と粗度要素間の床面摩擦力がそれぞれ水理条件・粗度配置状態とどのような関係をもつかを調べるという方法をとった。

せん断流中の単一球に対する抗力係数については既往

\* 正会員 工博 神戸大学助教授 工学部土木工学科  
(〒657 神戸市灘区六甲台町 1-1)

\*\* 正会員 神戸市都市計画局計画部  
(〒650 神戸市中央区加納町 6-5-1)

の研究があるが、粗度球の数の増加によっていかなる遮蔽効果が生ずるかは不明であり、また粗度要素間の床面に対する摩擦係数は通常の滑面の値と異なるかどうかについても実測結果は見当たらない。このため、本研究ではせん断力計を用いて粗度要素の抗力と床面摩擦力を分離して測定し、抗力係数と床面摩擦係数を求めた。そして各係数の性質を明らかにするとともに、浅い流れの抵抗則の構造について考察した。

## 2. 床面せん断力の分離と各係数の定義

長方形断面開水路の流れにおいて、側壁の影響が無視できる程度に水深が小さい場合を考える。このとき、床面の単位面積当たりに作用する平均的なせん断力  $\tau$  を次式で表わす。

$$\tau = \frac{f}{8} \rho U^2 \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $U$  は断面平均流速、 $f$  は床面に作用する平均せん断力（あるいは全せん断力）に対する係数で、後出の  $f_s$ 、 $f_r$  と区別して全抵抗係数とよぶことにする。

式（1）の  $f$  は、等流状態における諸量を用いれば次式によって与えられる。

$$f = 8(U_* / U)^2 = 8gSh^3/q \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $U_*$  は摩擦速度 ( $\sqrt{ghS}$ )、 $S$  は水路床勾配、 $h$  は等流水深、 $q$  は単位幅流量である。通常、式（1）の  $f$  の値は式（2）から求められている。

滑らかな床面における乱流領域での  $f$  は、次の Blasius の式；

$$f = 0.223/R_e^{0.25} \dots \dots \dots (3)$$

あるいは Prandtl-von Kármán の式で与えられる<sup>1)</sup>。

ここに、

$$R_e = Uh/\nu \dots \dots \dots (4)$$

粗面に対しては、レイノルズ数の小さい領域での  $f$  が次式で表わされることが薄層流の実験において知られている。

$$f = K/R_e \quad (K > 24) \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $K$  は水路床勾配の関数<sup>2)</sup>、あるいは相対水深の関数<sup>3)</sup>などといわれているが、粗度要素の形状・規模などによって式（5）の成立する範囲は異なり<sup>9), 10)</sup>、また層流領域で  $K > 24$  となる理由についても十分な説明はなされていない。

レイノルズ数が十分大きい粗面乱流領域については従来多くの研究成果が報告されているが<sup>11)~13)</sup>、それらの多くは  $f$  と相対水深の関係を流速分布に基づく対数型の式で表現している。

$$\sqrt{8f} = a \log(h/k) + b \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $k$  は粗度高さ、 $a$ 、 $b$  は粗度要素の形状・間隔（あるいは密度）により異なる定数である。しかし、相対水

深が小さい流れでは種々の考え方で水深基準面を設定しても流速分布の対数則は一般的には成立せず、式（6）のような対数型の式によって抵抗則を統一的に表現することには無理がある。そこで大規模な粗度要素に対する流体抵抗の解析にあたっては、小規模粗度で用いられる境界層理論は限界があるとして個々の粗度要素に作用する抗力に注目した研究がある<sup>14)~18)</sup>。

浅い流れを対象とする本研究では、これらの知見をふまえて式（1）の  $f$  の特性を実験的に検討する。まず、式（1）の  $\tau$  は水路床面に作用する全せん断力であるから、これを粗度要素の抗力によるもの  $\tau_r$  と粗度要素間の床面（滑面）に作用する摩擦力  $\tau_s$  とに分離する。

$$\tau = \tau_r + \tau_s = NF/A + \tau_s \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $N$  は面積  $A$  の水路床に配置されている粗度要素の数、 $F$  は粗度要素1個に作用する抗力である。

この  $\tau_r$ 、 $\tau_s$  に対してそれぞれ、粗度抵抗係数  $f_r$ 、床面摩擦係数  $f_s$  を次のように定義する。

$$\tau_r = \frac{f_r}{8} \rho U^2 \dots \dots \dots (8)$$

$$\tau_s = \frac{f_s}{8} \rho U^2 \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $U$  は式（1）と同じ断面平均流速であるが、本研究では流水断面積は粗度要素の水没部の体積を差し引いた実質の流水体積から求め、流量をこの断面積で除したものを平均流速（実質平均流速）とする。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{Q}{B(h - \Delta h_0)} = \frac{q}{h - \Delta h_0} \\ \Delta h_0 &= NV/A \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 $Q$  は流量、 $B$  は水路幅、 $h$  は水路床からの水深、 $V$  は粗度要素1個の水没部分の体積、 $\Delta h_0$  は Schlichting<sup>19)</sup> の幾何学的基準面の高さで、直径  $d$  の球に対しては

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_0 &= \left[ 2 \frac{h}{d} - \frac{4}{3} \left( \frac{h}{d} \right)^2 \right] hc \quad (0 \leq h \leq d) \\ &= \frac{2}{3} dc \quad (h \geq d) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

$$C = NA_r/A \dots \dots \dots (12)$$

ここに、 $C$  は粗度要素の平面的な配置密度 (basal concentration of roughness elements) であり、 $A_r$  は粗度要素1個の水路床面への投影面積 ( $\pi d^2/4$ ) である。

式（7）中の抗力  $F$  に関して、抗力係数  $C_d$  を

$$F = \frac{C_d}{2} A_a \rho U^2 \dots \dots \dots (13)$$

で定義すれば、全抵抗係数  $f$  は次のように表わされる。

$$f = f_r + f_s = 4 \theta C_d + f_s \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 $\theta$  は流れ方向の粗度密度 (frontal concentration of roughness elements) で、粗度要素1個の水没部分の流れ方向に垂直な面への投影面積を  $A_d$  として、次のように定義される。

$$\theta = NA_d/A = C \cdot \Phi(h/d) \dots (15)$$

$\Phi(h/d)$  は  $h/d$  の関数で、 $h/d < 1$  のとき  $\Phi(h/d) < 1$  (すなわち、 $\theta < C$ )、 $h/d \geq 1$  のとき  $\Phi(h/d) = 1$  (すなわち、 $\theta = C$ ) である。

球の抗力に関しては、球が静水中で斜面の上を転がる場合 (Garde・Sethuraman<sup>20</sup>)、球が滑面上の乱流せん断流中にある場合 (Aksoy<sup>21</sup>)、層流せん断流中にある場合 (福岡ら<sup>22</sup>)、粗面上にある場合 (Coleman<sup>23</sup>)、中川・辻本ら<sup>24</sup>) などに対して  $C_d$  の特性が示されているが、これらはいずれも単一の球を対象としたもので、本研究のように開水路床面の粗度要素として種々の密度で球が配置された場合の  $C_d$  については研究結果の報告は少ない<sup>25), 26)</sup> (管路の流れに対しては Schlichting<sup>19</sup>)、山田<sup>27</sup>) の研究がある。

### 3. 実験装置と実験方法

実験水路は長さ 5.8 m、幅 30 cm の可変勾配水路で、水路床および側壁はアクリル樹脂製である。この水路床に粗度要素として直径  $d = 1.24$  cm のガラス球を Fig. 1 の配列で接着した。一辺  $L$  ( $L = 8$  cm および 3 cm) の正方形の shear plate を中央にもつサーボ式せん断力計<sup>28)</sup>を水路下流端から 2.57~2.82 m の位置に設置した (Fig. 2)。水深は流れが等流とみなせる shear plate 付近の数点で測り、それらの平均値を等流水深とした。ただし、水面変動が大きい場合は測点を増して平均水深を

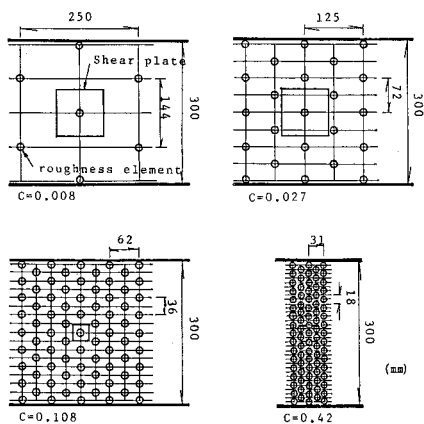


Fig. 1 Arrangement of spherical roughness elements.

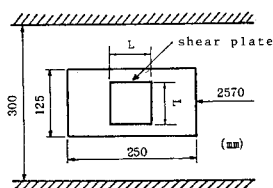


Fig. 2 Shear meter.

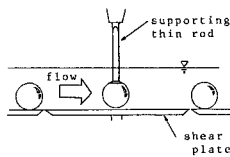


Fig. 3 Measurement of frictional resistance  $\tau_s$ .

Table 1 Ranges of significant parameters.

C	I	II	Shear Plate L(cm)xL(cm)	s
	h/d	Q (cm <sup>3</sup> /sec)		
0.008	1.0	1700, 2270	8x8	0.001
0.027				
0.108	1.5	205, 1065	3x3	0.04
0.42				

求めた。

床面せん断力は前述のとおり粗度要素の抗力と床面摩擦力からなるが、両者を分離して測定するために次の方法を用いた。まず、粗度要素を shear plate に接着してせん断力を測り、次に shear plate 上の粗度要素を取り除き、Fig. 3 のように薄い金属板で粗度要素を上方より支持し、shear plate に触れないようにできるだけ接近させた状態でせん断力を測る。後者の測定値から床面摩擦係数  $\tau_s$  が得られ、前者から後者の値を差し引けば粗度要素の抗力  $F$  が得られる。

この実測せん断力と式 (1), (8), (9), (13) から  $f$ ,  $f_r$ ,  $f_s$ ,  $C_d$  の値が求められる。これらの係数に関与すると考えられるパラメーターとして相対水深  $h/d$ 、レイノルズ数  $Re$ 、2種の粗度密度  $C$ 、 $\theta$  を選んだ。係数とパラメーターの関係を明らかにするために、一定の粗度密度  $C$  に対して次の2通りの条件下で実験を行った。

(I) 相対水深の影響を除き、レイノルズ数のみによる係数値の変化特性を調べるために、相対水深が一定に保たれるように水路床勾配の変化に対応させて流量を変化させる。

(II) レイノルズ数の影響を除き、相対水深のみによる係数値の変化特性を調べるために、流量を一定 (レイノルズ数がほぼ一定) とし、勾配を変えることにより相対水深を変化させる。

また、粗度密度  $C$  による変化を調べるときには、レイノルズ数と相対水深がともに等しい資料を対象とした。

本実験の諸元を Table 1 に示す。

本実験とは別に、著者らは同じ粗度要素を用いてより広い範囲の粗度密度 ( $C = 0.05 \sim 0.90$ ) に対する全抵抗係数  $f$  の値 (式 (2) から算定した) を得ており、その一部を参考文献 29) に報告した。本実験結果の検討においてはそれらの実験資料を用いる。ただし、その実験では従来の他の研究者と同様に一定勾配のもとで流量を変化させる方法をとっており、この場合はレイノルズ数と相対水深は同時に変化することになる。

### 4. 実験結果

#### (1) 全抵抗係数

まず、粗度要素を接着する前の滑面状態におけるせん

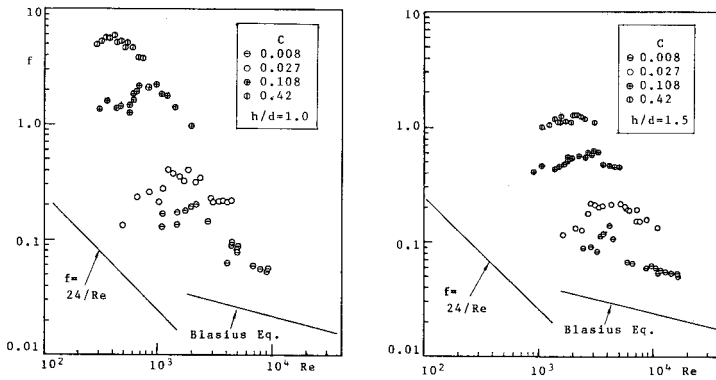


Fig. 4 Relationship between  $f$  and  $Re$  for constant relative water depth.

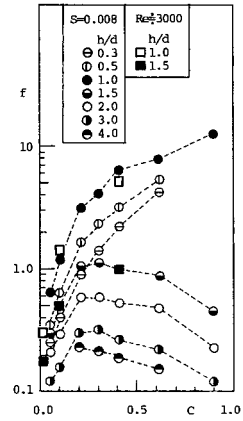


Fig. 6 Variation of  $f$  with  $C$ .

断力を測り、式(1)から全抵抗係数  $f$  (これは床面摩擦係数  $f_s$  に等しい) を求めた。  $Re=1000\sim 2000$  で流れは層流から乱流に遷移し、層流領域では  $f=24/Re$  (式(5)において  $K=24$ ) に従い、乱流領域では式(3)に従うことが確認された。この  $f$  と  $Re$  の関係は、遷移レイノルズ数が若干大きいことを除いて参考文献1)に示されている関係と一致している。

この床面に Fig. 1 の配列で粗度要素を接着した場合の  $f\sim Re$  関係は、Fig. 4 ( $h/d=1.0$  および  $h/d=1.5$ ) のようである。  $C=0.008$  を除く各粗度密度において、(本実験範囲での)  $Re$  数の相異による  $f$  値の変化は少ない。ここに、  $Re$  数は式(10)の  $U$  を用いた式(4)の  $Re$  である。

次に、Fig. 5 は  $Re$  数を大小2つの値に固定した場合の  $f$  と相対水深  $h/d$  の関係を示したものである。この図からも  $f$  に及ぼす  $Re$  数の影響は小さく、  $f$  の値を支配するのは  $C$  と  $h/d$  であるといえよう。  $f$  と  $h/d$  の関係については、  $h/d > 1.0$  の領域では  $f$  は  $h/d$  の増

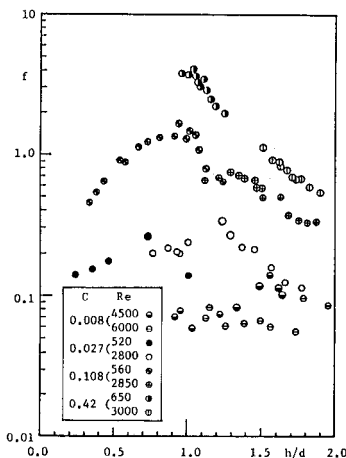


Fig. 5 Relationship between  $f$  and  $h/d$ .

加とともに減少し、後に示すように  $Re$  数や水路床勾配には関係しない。一方、  $h/d \leq 1.0$  の領域では  $f$  は式(15)のパラメーター  $\theta$  とほぼ一意的な関係をもつ(後述)。

粗度密度  $C$  による  $f$  の変化を調べるために、  $h/d$  と  $Re$  数が一定である場合の両者の関係を参考文献29)の実験値に併示すれば Fig. 6 のようである。文献29)の実験は  $Re$  数が一定ではないが(水深床勾配  $S$  が一定)、両実験の  $f$  値はほぼ同じである。  $h/d > 1.0$  の場合にはある  $C$  の値で  $f$  は極大値をとり、そのような水理学的最粗面の粗度密度  $C_m$  は一般に  $h/d$  の増加とともに減少する(Fig. 7)。  $h/d$  が3~4程度になれば  $C_m$  は0.2~0.3に収束し、これはSchlichting<sup>19)</sup>の結果  $C_m=0.25$  とよく対応する。これに対して  $h/d \leq 1.0$  の場合は  $f$  は  $C$  に比例して増大し、最大粗度密度(粗度要素が球の場合は  $C=0.9$ )で最粗面となる。

以上のように、  $h/d=1.0$  を境として  $f$  の特性は大きな差異を示すので、この点に注目して以下の検討を行った。

(2) 床面摩擦係数

$h/d=1.0, 1.5$  における  $f_s\sim Re$  関係を Fig. 8 に示す。  $h/d=1.0$  の場合には  $f_s$  は  $Re$  数の増加とともに減少し、その減少傾向は滑面に対する式(3)にほぼ平行で

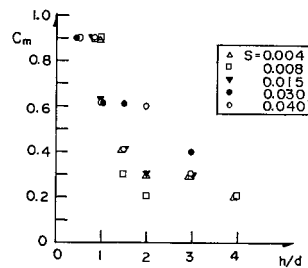


Fig. 7 Roughness element concentration of hydraulically most rough bed.

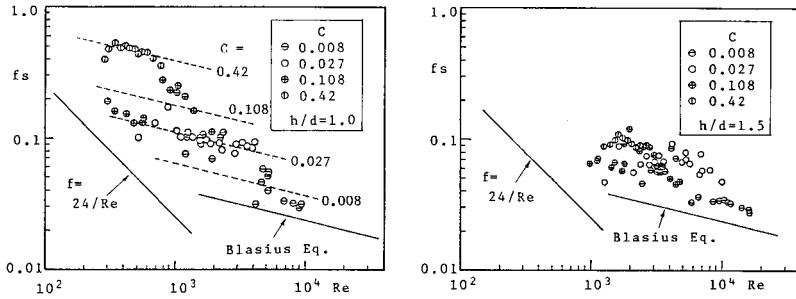


Fig. 8 Relationship between  $f_s$  and  $Re$  for constant relative water depth.

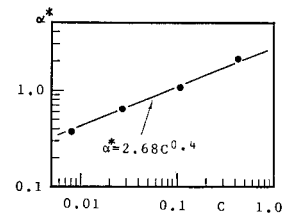


Fig. 9 Coefficient  $\alpha^*$  as a function of  $C$ .

ある。また、粗度密度  $C$  の増加とともに  $f_s$  は増大する。この  $f_s$  に対する実験式を次式で表わすことができる。

$$f_s^* = \frac{\alpha^*}{Re^{0.25}} \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 $f_s^*$  は  $h/d=1.0$  に対する  $f_s$  を表わす。 $\alpha^*$  は Fig. 9 のように  $C$  の関数で、次式の関係で表わされる。

$$\alpha^* = 2.68 C^{0.4} \dots\dots\dots(17)$$

$f_s$  が滑面の値よりも大きくなる理由としては、粗度要素の規模が水深と同程度であるために流速分布の鉛直方向の一樣化が進むこと<sup>30)</sup>、あるいは流れが粗度要素間を曲進することによる水平方向の乱れの発生<sup>29), 31)</sup>などが考えられる。

次に、 $h/d < 1.0$  および  $h/d > 1.0$  における  $f_s$  の一般的な性質を調べるために、まず Fig. 5 と同じ実験条件での  $f_s \sim h/d$  の関係を示せば Fig. 10 のようである。

$h/d < 1.0$  の領域では  $C$  が大きいほど、また  $h/d$  が大きいほど  $f_s$  の値は大きい。つまりこの領域では、乱れの発生に関係すると考えられるパラメーター  $\theta$  が  $f_s$  に対して支配的な関係をもつようである。そこで  $f_s$  を

$$f_s = \frac{\alpha}{Re^{0.25}} \dots\dots\dots(18)$$

とおき、 $\alpha$  について  $\theta$  との関係を探ると Fig. 11 のようである。つまり、式 (17) における  $C$  を  $\theta$  に替えただけの次の関係が成立する。

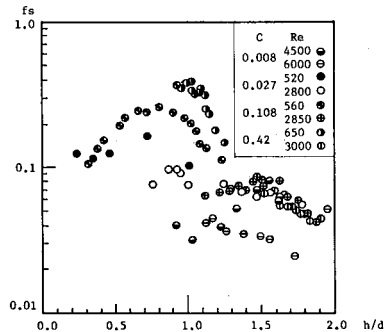


Fig. 10 Relationship between  $f_s$  and  $h/d$ .

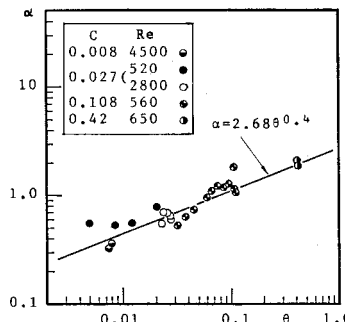


Fig. 11 Coefficient  $\alpha$  as a function of  $\theta$ .

$\alpha = 2.68 \theta^{0.4} \dots\dots\dots(19)$   
 $h/d=1.0$  ( $C=\theta$ ) において式 (19) は式 (17) に、また式 (18) は式 (16) に接続するので、 $h/d \le 1.0$  の領域の  $f_s$  は式 (18), (19) によって統一的に表現することができる。

一方、 $h/d > 1.0$  の場合は Fig. 8 ( $h/d=1.5$ ) にみるとおり  $Re$  数による  $f_s$  の差異は  $h/d \le 1.0$  の場合に比べて少ない。そこで、この領域における  $1/\sqrt{f_s} \sim h/d$  関係を示せば Fig. 12 のようであり、各粗度密度に対してほぼ直線上にプロットされる。この関係は次式で表わすことができる。

$$1/\sqrt{f_s} = 1/\sqrt{f_s^*} + \beta \log_{10}(h/d) \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 $f_s^*$  は式 (16) による値、 $\beta$  は  $C$  と  $Re$  数の関数で、 $Re \approx 3000$  に対しては Fig. 13 より、 $\beta = 14.9 C^{0.38}$

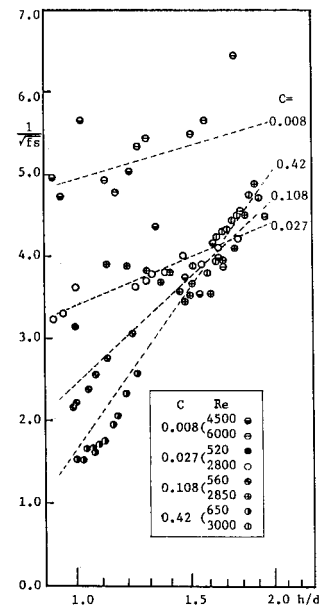


Fig. 12 Relationship between  $1/\sqrt{f_s}$  and  $h/d$  for  $h/d > 1.0$ .

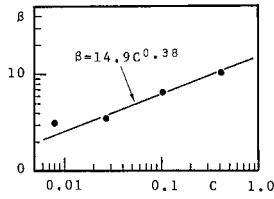


Fig. 13 Coefficient  $\beta$  as a function of  $C$ .

である。

(3) 粗度要素の抗力係数

$h/d=1.0, 1.5$  に対して,  $C_a$  と次のレイノルズ数  $Re_d$  の関係を Fig. 14 に示す。

$$Re_d = Ud/\nu \dots \dots \dots (21)$$

図中の曲線は、一様流中に置かれた単一球の抗力係数および Garde ら<sup>20)</sup>の実験による静水中で斜面を転がる球の抗力係数を示す。本実験の流れは水深が浅く、水面の影響のほか粗度要素間の相互干渉のために単純なせん断流ではないが、実験値は全体として Garde らの実験曲線にかなり近い値をとっている。しかし、これは  $C_a$  が  $Re_d$  数の関数として変化することを示すものではなく、むしろ  $C_a$  と  $C$  の関係をこの図から読み取ることができる。すなわち、 $h/d=1.0$  においては  $C \geq 0.1$  に対する  $C_a$  はほぼ一定の値 ( $C_a=2\sim 4$ ) をとるが、 $h/d=1.5$  では大きな  $C$  に対する  $C_a$  の値が小さくなり、 $C_a$  は  $C$  のみの関数として変化する。 $Re_d$  数、あるいは断面平均流速  $U$  の影響は  $C$  による  $C_a$  の変化に比べて無視できるといえる。

Fig. 15 は  $C_a$  と  $h/d$  の関係を  $C$  をパラメーターとして示したものである。 $C_a$  は  $h/d$  の増加とともに減少し、その減少割合は  $C$  が大きい場合ほど大きい。この結果、 $h/d$  の増加とともに  $C_a$  値の  $C$  による差が大きくなる。従来、同様の実験においてこのような  $C$  の増加による  $C_a$  値の減少を粗度要素の遮蔽効果と称することが多いが、その場合  $C_a$  値をいかなる水理条件において比較するかという点では統一性を欠いている。ここでは、水深および断面平均流速が同一という条件下での  $C$  の増加

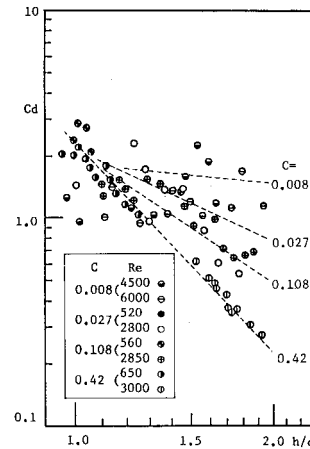


Fig. 15 Relationship between  $C_a$  and  $h/d$ .

に伴う  $C_a$  の減少割合を粗度要素の遮蔽効果とよぶことにして、この遮蔽効果が上述のとおり  $h/d$  とともに増大する原因について考えてみる。ただし、断面平均流速が  $C_a$  に及ぼす影響は小さいので、上記の条件下での遮蔽効果は今の場合水深のみが同一という条件下での遮蔽効果にほぼ等しい。

式 (13) による  $C_a$  の定義において、本研究では流速  $U$  は式 (10) の (実質) 平均流速を用いている。ところで、鉛直線上での水路軸方向流速の分布は粗度要素前後の位置によって変化はするが、総体的には次のようである<sup>30)</sup>。粗度密度  $C$  が小さい場合は粗度要素下流側の後流の影響が少ないため、粗度要素頂点以下の流速は頂点より上の流速に比べてそれほど小さくない。これに対して粗度密度が大きくなるとともに後流領域の拡大によって粗度要素頂点以下の流速は急減し、さらに粗度が密になれば流れは粗度要素の間隙をぬる遅い流れになり、粗度要素頂点を境として流速分布に段差がつく。この結果、水深が同一で断面平均流速を一定に保つという条件下では、その水深が大きい場合ほど粗度要素近傍の流速は粗度密度が大きいときの方が小さくなり、粗度要素の抗力、したがって  $C_a$  が小さい値をとることになる。

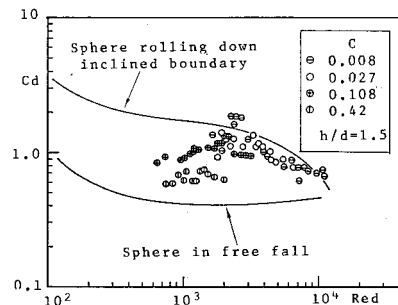
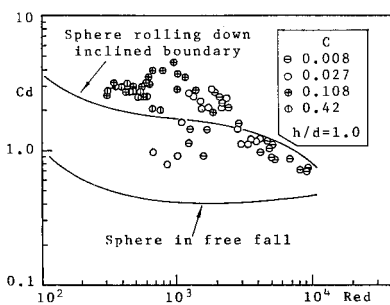


Fig. 14 Relationship between  $C_a$  and  $Re_d$  for constant relative water depth.

従来、種々の粗度要素の抗力係数に関して遮蔽効果という特性が言及されているが、上述のことからも式(13)における流速  $U$  をいかなる流速に選び、またどのような水理条件を設定して  $C_a$  を求めるかによって、遮蔽効果の意味が流れの機構としては別のものを指す可能性があることを指摘しておきたい。

さて、 $h/d > 1.0$  の領域では、実験値より  $C_a$  と  $h/d$  の関係は次式で表わされる。

$$C_a = K C_a^* \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 $C_a^*$  は  $h/d = 1.0$  に対する抗力係数 (Fig. 14),  $K$  は遮蔽効果を表わす係数で Fig. 15 および Fig. 16 より

$$\left. \begin{aligned} K &= (h/d)^\gamma \\ \gamma &= -4.4 C^{0.31} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

$h/d < 1.0$  の領域では水深によって粗度要素の形状が異なるにもかかわらず、Fig. 17 に示すように  $C_a$  は  $\theta$  の小さい領域を除いてほぼ一定の値 ( $C_a = 2.7 \sim 4$ ) をとり、粗度密度  $C$  に関係しない。ただし、この  $C_a$  は式(14)における  $f_s$  が  $f_r (= 4 \theta C_a)$  に比べて無視できるとして (4. (4) 参照),  $f$  の値から求めたものである。

4. (1) において、 $f$  は相対水深が1を超えた場合にある粗度密度  $C_m$  で極大値をとり、1以下の場合は  $C$  の値にほぼ比例して増大することを示した。式(14)において  $f_s$  が無視できるとすれば、これは上述の  $C_a$  の特性、すなわち、 $h/d > 1.0$  の領域での遮蔽効果と  $h/d < 1.0$  の領域での  $C_a$  値の不変性から結果する性質であることはいままでもない。

(4) 全抵抗係数に関する実験値と計算値の比較

全抵抗係数に対する床面摩擦係数の比、 $f_s/f$  は Fig. 18 のようである。同一粗度密度においても  $R_e$  数に

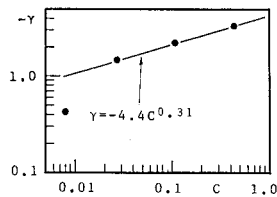


Fig. 16 Coefficient  $\gamma$  as a function of  $C$ .

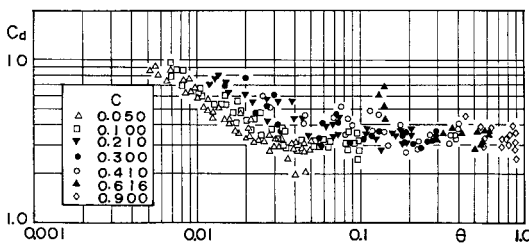


Fig. 17 Relationship between  $C_a$  and  $\theta$  for  $h/d < 1.0$ .

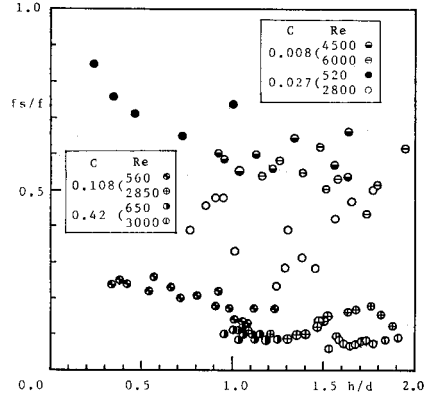


Fig. 18 Ratio of  $f_s$  to  $f$  as a function of  $h/d$  and  $C$ .

よって  $f_s/f$  の値に若干の差異はあるが、概略の傾向としてはこの比がかなり大きい値をとるのは  $h/d$  が小さい領域で、 $h/d$  が 0.5 程度になればその値は急減する。 $C = 0.108, 0.42$  では  $h/d \geq 0.3$  の領域で  $f_s/f$  はそれぞれ 20%, 10% 以下となり、 $f$  の大部分は粗度要素の抗力が占めることになる。したがって、 $C$  がこの程度の値になれば、前述の  $f_s$  および  $C_a$  の特性から  $f$  は  $R_e$  数や水路床勾配に無関係に  $C$  と  $h/d$  の関数として近似できると考えられる。

Fig. 19 は、別の実験<sup>29)</sup>によって広い範囲の粗度密度に対して  $f$  と  $h/d$  の関係を求めた結果である。いずれの粗度密度においても、水路床勾配や  $R_e$  数に無関係に  $f$  と  $h/d$  が一意的な関係にあることがわかる。

Fig. 19 の実験値と前記の実験式から計算される  $f$  の値とを次に比較してみる。 $h/d = 1.0$  に対する抗力係数は Fig. 14 のように  $C \geq 0.1$  ではほぼ一定値をとるので、 $C_a^* = 3$  とし、 $h/d < 1.0$  では  $C_a = 3$ ,  $h/d > 1.0$  では式(22), (23) から  $C_a$  を求める。 $f_s$  の値は  $h/d$  による変化に比べて  $R_e$  数による変化は少ないので、ここでは一定の  $R_e$  数 ( $R_e = 3000$ ) に対して式(18), (20) から求めた。これらの値を用いて式(14)から計算した  $f$  を図中の実線で示す。 $C = 0.90$  を除く各  $C$  値について、 $0.3 \leq h/d \leq 2.0$  の範囲で計算値と実験値はよく一致しており、実験式がこの領域で妥当なものであることを示している。 $h/d < 0.3$  の領域で両者に差があるのは  $h/d$  が  $0.2 \sim 0.1$  以下になれば本実験条件では流れは層流となり、全く異なる抵抗則  $f = 24/R_e$  に従うためである<sup>29), 31)</sup>。また、 $h/d > 2.0$  では実験値は計算値よりも緩やかな傾きをもって減少するが、これは  $f$  と  $h/d$  の関係が水深の増加とともに式(6)の対数型の抵抗則に漸近することを示すものと考えられる。図中の破線は式(14)において  $f_s$  を無視した場合 ( $f_s = 0$ ) の計算値を表わす。 $h/d$  が 1 よりかなり小さくなれば  $f_s$  を無視す

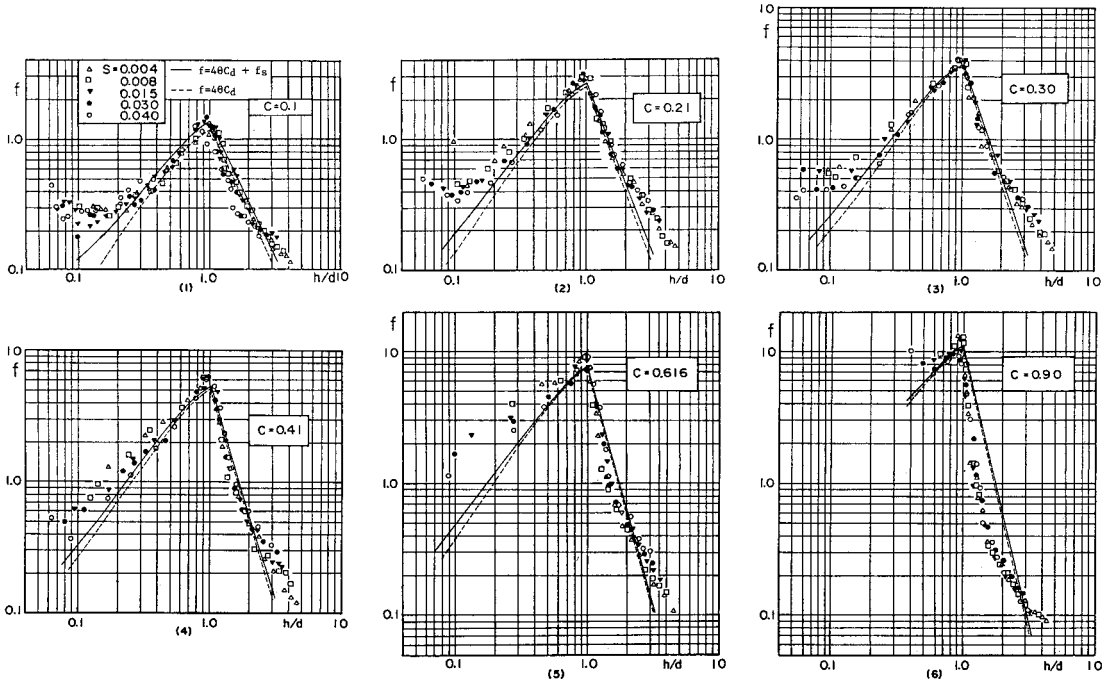


Fig. 19 Comparison between observed and calculated values of resistance coefficient  $f$ .

ることはできないが、 $h/d$  が 1 程度以上であれば抗力係数  $C_a$  のみによって  $f$  の概略値は求めることができる。

(5) フルード数の影響について

これまで、各係数に及ぼす水理パラメーターの影響としてはレイノルズ数と相対水深の影響について述べたが、いま 1 つの重要なパラメーターであるフルード数との関係について以下に述べる。

フルード数を  $F_r = U/\sqrt{gh}$  で定義する。この  $F_r$  数の影響に関して、(I) 相対水深  $h/d$  を一定に保ったときの  $F_r$  数の変化——これは流量と勾配の変化で可能——による影響、および (II) 流量 (またはレイノルズ数) を一定に保ったときの  $F_r$  の変化——これは勾配変化で可能——による影響は、それぞれ次のようにして知ることができる。

上に定義した  $F_r$  数と式 (4) の  $R_e$  数の間には

$$F_r = (\nu g^{-1/2} d^{-3/2}) \cdot R_e \cdot (h/d)^{-3/2} \dots\dots\dots (24)$$

の関係がある。これより、まず上記 (I) の影響については、本実験の場合 ( $d$  は一定)  $F_r$  数は  $R_e$  数の定数倍となり、したがって  $h/d$  が一定の場合の  $R_e$  数の影響と基本的に同じになる。つまり、 $F_r$  数の影響は前節までに示した  $R_e$  数の影響と定性的に同一とみなしてよい。次に、(II) の影響については、式 (24) の関係より  $h/d$  の影響が  $F_r$  数の影響に反映するので、前節までに示した  $h/d$  の影響に基づいて  $F_r$  数が各係数に影

響すると考えることができる。このように、各係数と  $R_e$  数の関係、あるいは各係数と  $h/d$  の関係が、各係数と  $F_r$  数の関係に一対一対応することをもとに、 $F_r$  数の影響を把握することができる。

ただし、以上の一対一対応関係は、本実験のように粗度要素の高さ  $d$  が同一の場合に限られることに注意する必要がある。もし、種々の径の粗度球を用いた実験値が混在する場合にはこの対応は成り立たず、レイノルズ数や相対水深が各係数に及ぼす影響とフルード数が各係数に及ぼす影響は定性的にも異なったものとなるであら

Table 2 Correspondence of one parameter to another parameter.

C	h/d	I		II	
		$\frac{R_e}{F_r}$	Re	$\frac{h/d}{F_r}$	
0.008	1.0	$\frac{1194 \sim 9314}{0.36 \sim 2.74}$	4500	$\frac{0.92 \sim 1.65}{1.49 \sim 0.62}$	
	1.5	$\frac{2475 \sim 16186}{0.40 \sim 2.59}$	6000	$\frac{1.14 \sim 1.96}{1.51 \sim 0.65}$	
0.027	1.0	$\frac{518 \sim 4066}{0.15 \sim 1.20}$	520	$\frac{0.24 \sim 0.73}{1.32 \sim 0.25}$	
	1.5	$\frac{1281 \sim 9982}{0.21 \sim 1.56}$	2800	$\frac{0.77 \sim 1.74}{1.26 \sim 0.35}$	
0.108	1.0	$\frac{302 \sim 1904}{0.10 \sim 0.59}$	560	$\frac{0.34 \sim 1.23}{0.88 \sim 0.13}$	
	1.5	$\frac{962 \sim 4769}{0.16 \sim 0.80}$	2850	$\frac{1.12 \sim 1.88}{0.76 \sim 0.34}$	
0.42	1.0	$\frac{295 \sim 753}{0.11 \sim 0.29}$	650	$\frac{0.96 \sim 1.25}{0.28 \sim 0.17}$	
	1.5	$\frac{1118 \sim 3071}{0.22 \sim 0.59}$	3000	$\frac{1.53 \sim 1.92}{0.59 \sim 0.39}$	



う。

本実験範囲におけるパラメーター値の対応を Table 2 に示す。

## 5. 結 語

球形の粗度要素を種々の密度で配置した床面において、粗度高さと同程度の水深をもつ流れの抵抗特性を実験的に検討した。得られた結果を要約すれば次のようである。

(1) 本研究で対象とした浅い流れでは粗度要素下流側に形成される後流の影響領域が大きいので、流れは三次元性が強く、流速の対数分布則は成立しない。それゆえ、全抵抗係数  $f$  は相対水深の対数関数で表わすことができず、また各粗度密度の床面粗さを相当粗度高さで規定して抵抗特性を表現することも可能でない。

(2) そこで、床面せん断力を構成する粗度要素の抗力とその周辺の床面摩擦力について各抵抗係数の特性を明らかにした。抗力係数、床面摩擦係数ともに相対水深が 1.0 以上と 1.0 以下の領域では性質が基本的に異なる。

$h/d \leq 1.0$  の領域では床面摩擦係数  $f_s$  は滑面に対する Blasius の式と類似の式 (18) で表わすことができる。つまり、 $f_s$  はパラメーター  $\theta$  の値とともに滑面の摩擦係数よりも大きな値をとる。抗力係数  $C_a$  は、 $h/d = 1.0$  に対しては静水中で斜面を転がる球の抗力係数<sup>29)</sup>とほぼ同じ値をとり、 $h/d < 1.0$  の領域では粗度密度  $C$  による差が少なく  $C_a = 2.7 \sim 4$  の範囲の値をとる。一方、 $h/d > 1.0$  の領域では  $f_s$  の実験式は式 (20) で表わされる。 $C_a$  は式 (22) で表わされ、遮蔽効果は相対水深の増加とともに増大する。

(3) 相対水深が 1 より大きくなるほど水理学的最粗面 ( $f$  が最大) となる粗度密度は小さくなり、相対水深が 1 以下では最密状態の床面が最粗面となる。これらはそれぞれ、上述の  $C_a$  の遮蔽効果 ( $h/d > 1.0$ ) および  $C_a$  が一定値をとること ( $h/d < 1.0$ ) から説明できる。

(4) 全抵抗係数  $f$  は式 (14) で与えられるから、 $h/d \leq 1.0$  の領域では  $\theta$  が  $f$  の支配的パラメーターである。 $h/d > 1.0$  の領域では粗度密度  $C$  がきわめて小さい場合を除き  $f_s$  に比べて  $f_r (= 4\theta C_a)$  の値が卓越するので、 $h/d$  と  $C$  が支配的パラメーターでこれらはおのおの独立に  $f$  の値に関係する。このことは、粗度密度がある程度以上 ( $C \geq 0.1$ ) になれば各粗度密度について  $f$  が一意的に  $h/d$  の関数として表わされ、また  $h/d = 1.0$  で  $f$  値が最大になるという実験的事実を説明し得る。

(5)  $f_s$  および  $C_a$  の実験式を用いた  $f$  の計算結果は、 $C = 0.1 \sim 0.616$  の粗度密度に対して実験値にはば

等しい値を与える。

以上のとおり本研究では、水深が粗度高さの約 2, 3 倍以下である流れに対する抵抗則の基本構造をある程度明らかにすることができた。対象とした床面の粗度要素およびその配置状態に限られたものであるにもかかわらず、このような浅い流れでは水深の大きな流れとは異なる抵抗特性が一般的に存在することを本研究の結果は示唆している。したがって、本研究で得た諸特性は他の粗面にも共通する浅い流れの基本的特性を含んでいると思われる。

しかしながら、冒頭に挙げたような実際の流れに対して実用的な抵抗式の表現を確立するまでには多くの課題が残されていることはいうまでもない。たとえば、流水抵抗力をより一層適切な方法で計測する問題とともに、流れの性状を解明して抵抗特性との関係を明らかにすることである。後者の課題として、本研究においても十分な説明を下し得なかった遮蔽効果の物理機構などがある。

終わりに、本研究において有益なご助言を賜った神戸大学工学部 笹 源亮教授に深謝の意を表します。また、本論文では著者の過去数年間の実験資料を引用または参考にしたが、この間の実験においてご助力をいただいた鉄建建設 (株) 喜久里政宏氏、日立造船 (株) 土井和吉氏に謝意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) Chow, V. T. : Open-channel Hydraulics, McGraw-Hill, 1959.
- 2) Morris, H. M. : Design methods for flow in rough conduits, Proc. of ASCE, Vol. 85, HY 7, 1959.
- 3) Friction factors in open channels, Progress Report of the Task Force on Friction Factors in Open Channels of the Committee on Hydromechanics of the Hydraulics Division, Silberman, E., Chmn., Proc. of ASCE, HY 2, 1963.
- 4) 石原藤次郎・岩垣雄一・岩佐義朗：急斜面上の層流における転波列の理論——薄層流に関する研究(第5報)——, 土木学会論文集, 第19号, 1954.
- 5) Herbich, J. B. and Shulits, S. : Large-scale roughness in open-channel flow, Proc. of ASCE, HY 6, 1964.
- 6) 神田 徹・喜久里政宏・伊藤昭一郎：薄層流の流速分布と抵抗係数の関係, 土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, 第2部, 1979.
- 7) Woo, D. C. and Brater, E. F. : Laminar flow in rough rectangular channels, Journal of Geophys. Res., Vol. 66, No. 12, Dec., 1961.
- 8) Phelps, H. O. : Friction coefficients for laminar sheet flow over rough surfaces, Proc. of ICE, Part 2, Vol. 59, Mar., 1975.
- 9) 神田 徹・喜久里政宏：粗面上の薄層流の抵抗則に関する実験的研究, 第23回水理講演会論文集, 1979.

- 10) 端野道夫・猪熊秀之：急勾配粗面上の雨水流実験と抵抗則の推定，第23回水理講演会論文集，1979.
- 11) Sayre, W. W. and Albertson, M. L. : Roughness spacing in rigid open channels, Proc. of ASCE, HY 3, 1961.
- 12) 足立昭平：人工粗度の実験的研究，土木学会論文集，第104号，1964.
- 13) O'Loughlin, E. M. and Macdonald, E. G. : Some roughness-concentration effects on boundary resistance, La Houille Blanche, No. 7, 1964.
- 14) 秋草 勲・吉川秀夫・坂上義次郎・芦田和男・土屋昭彦：水制に関する研究，土木研究所報告，107号-6，1960.
- 15) 山岡 勲：河床上の矩形粗度が水路の抵抗に及ぼす効果の研究，北海道開発局土木試験所報告，第27号，1962.
- 16) Judd, H. E. and Peterson, D. F. : Hydraulics of Large Bed Element Channels, Utah State Univ., 1969.
- 17) Bayazit, M. : Free surface flow in a channel of large relative roughness, Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 14, No. 2, 1976.
- 18) Bathurst, J. C. : Flow resistance of large-scale roughness, Proc. of ASCE, HY 12, 1978.
- 19) Schlichting, H. : Experimentelle Untersuchungen zum Rauheitsproblem, Ingenieur-Archiv, Vol. VI, No. 1, Feb., 1936.
- 20) Garde, R. J. and Sethuraman, S. : Variation of the drag coefficient of a sphere rolling along a boundary, La Houille Blanche, No. 7, 1969.
- 21) Aksoy, S. : Fluid force acting on a sphere near a solid boundary, Proc. of 15th Congress of IAHR, Vol. 1, 1973.
- 22) 福岡捷二・石田 貴・邇日英正：自由表面をもつ層流せん断流中の球に働く抗力と揚力，土木学会論文報告集，第271号，1978.
- 23) Coleman, N. L. : The drag coefficient of a stationary sphere on a boundary of similar spheres, La Houille Blanche, No. 1, 1972.
- 24) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：床面に沿って転動する粒子の運動と流体力について，第23回水理講演会論文集，1979.
- 25) 芦田和男・大同淳之・高橋 保・水山高久：急勾配流れの抵抗と限界掃流力に関する研究，京大防災研究所年報，第16号，B，1973.
- 26) 大同淳之・松井 弘：砂れき面の抵抗則，第25回水理講演会論文集，1981.
- 27) 山田 正・川端規之：浸透層上の流れの抵抗則に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第325号，1982.
- 28) 勝井秀博・花村哲也・田村滋美：開水路における底面摩擦の直接測定について，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集，第2部，1977.
- 29) 神田 徹・土井和吉：粗面開水路における浅い流れの抵抗則，第25回水理講演会論文集，1981.
- 30) 神田 徹・喜久里政宏：粗面上の薄層流の抵抗則に関する考察，建設工学研究所報告，第20号，1978.
- 31) 神田 徹・土井和吉：相対粗度の大きな流れの抵抗特性，建設工学研究所報告，第22号，1980.

(1984. 7. 6・受付)