

河床形状・流れ・流砂量の非線形関係を考慮した 交互砂州の平衡波高の理論

EQUILIBRIUM HEIGHT OF ALTERNATE BARS BASED ON NON-LINEAR RELATIONSHIPS AMONG BED PROFILE, FLOW AND SEDIMENT DISCHARGE

福岡捷二*・山坂昌成**

By Shoji FUKUOKA and Masashige YAMASAKA

Alternate diagonal bars cause the increase in flow resistance and induced meandering flow over them forms a point of bank attack. It is, therefore, important subjects to investigate dynamic process leading to equilibrium bar height and to predict flow over alternate bars. The linear stability analysis provides a physical and mathematical explanation for occurrence conditions and evolutionary process of alternate bar, but equilibrium bar height is not able to be determined because the bar increases in height with time. The present work made possible to estimate equilibrium height together with stabilization mechanism of alternate bars by considering non-linear relationship between bed profile and sediment discharge, which was divided into two non-linear relations of stream velocity versus bed profile and of sediment discharge versus stream velocity. Theoretical bar height coincides fairly well with observed equilibrium bar height.

1. ま え が き

河川における流れの集中、分散は河道の平面曲がりや河床の形態に起因して生じ、これが治水、利水の問題となることが多い。特に、流れが河岸に集中する箇所は水衝部とよばれ、時には河川の危険箇所となり得るため、これらに起因する流れの集中機構を解明することは河川工学上重要な課題である¹⁾。このような流れの集中、分散を引き起こす流路の平面形状の代表的なものは蛇行であり、河床形態は交互砂州である。わが国の河川の多くは、堤防や護岸の建設により流路の変動が抑えられているため、平面曲がりによって生じる流れの集中機構は、与えられた平面形状のもとに流路変動を考慮せずに検討できる。しかし、河床は一般的に移動性の材料で構成されているため、与えられた河床形状上の流れがどのようになるかを解明することとともに、その河床形状がどこまで発達し、どのような移動形態をとるかを明らかにすることが重要となる。特に、波高は流れの抵抗に密接に関係するとともに河岸への流れの集中強度を規定するもの

であるため、平衡波高とその上の流れを求めることは、交互砂州上の流れの抵抗、河岸水衝位置およびその強度を予測するうえできわめて重要である。

交互砂州は波長が長く、その上の流れはおだやかであるため、比較的大きな波高の砂州上の流れまで線形解析によりほぼ説明でき^{2),3)}、線形流速解を用いた安定解析により交互砂州の発生機構、形成条件、卓越波長を理論的に説明し得る段階にきている^{1),4),5)}。しかし、いずれの解析も、流速および流砂量の場所的な変化が河床高のそれに比例する範囲を扱った線形解析であるため、交互砂州を発達させる作用と発達を抑制する作用の比は波高の大きさによらず常に一定となる。このため、波高の大きな範囲にまで線形解析を適用すると、波高は時間的に発散してしまうことになる。線形解析に固有のこのような問題点を一部でも解決するために、長谷川²⁾は波高の発達を抑制する要因として河床の横断勾配に起因する砂粒子の重力成分のほかに横断面内の二次流を考慮し、蛇行流路における平衡底面形状について検討している。しかし、二次流を形成する流れの機構が明確にされていない点や、この二次流が波高によらず一定と仮定している点に問題が残されている⁶⁾。

* 正会員 Ph. D. 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒152 目黒区大岡山 2-12-1)

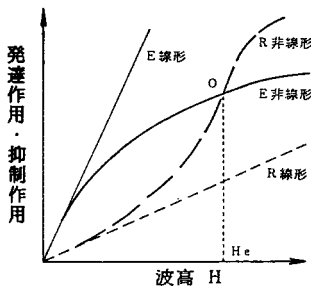
** 正会員 工博 埼玉大学助手 工学部建設基礎工学科 (〒338 浦和市下大久保 255)

2. 波高の安定化に果たす非線形効果

線形安定解析は微小波高の範囲における流れ、および河床形状の時間変化を扱ったものであり、この範囲内においては解の信頼度は高い。河床波高ゼロの極限では、いかなる線形安定理論においても交互砂州を発達させる作用と抑制する作用はともにゼロであり、河床の微小擾乱が交互砂州に発達するためには極限での発達作用が抑制作用を上回る必要がある。したがって、図一1に示すように、発達作用を表わす E-line、抑制作用を表わす R-line はともに原点を通り、原点での傾きは E-line の方が大きくなければならない。線形安定解析による限り、両 line は直線となり、原点以外で交わることはないが、実現象では平衡状態が存在することから、両者は原点とそれ以外の点で交わらなければならないことになる。このことは E-line、R-line の少なくともどちらかが波高に対して非線形でなければならないことを意味し、平衡波高の算定においてはこの非線形性の考慮が不可欠であることを示す。

波高に対する発達作用あるいは抑制作用の非線形性は、流砂の連続式を考慮すると河床形状の変化（発達）に対する流砂量の応答が線形的でないことを意味する。一般に、流砂量は流速あるいは河床せん断力と河床の局所的な勾配に支配されるため、河床形状に対する流砂量応答の非線形性は、(i) 河床形状の変化に対する河床勾配、流速あるいはせん断力の平面的な分布の非線形的な変化と (ii) 河床勾配、流速あるいはせん断力の変化に対する流砂量応答の非線形性の結果として生じる。

藤田・村本ら⁷⁾は交互砂州の発達過程をモデル化し、(i) のうち河床勾配の非線形性、すなわち、波高の発達を抑制する作用をもつ河床の横断勾配が波高の二乗に比例することに着目して、図一1の E-line (直線) と R-line (放物線) の交点を得ることにより、平衡波高の算定を試みている。しかし、交互砂州波高がかまぼこ型平均形状の波高に比例すると仮定している点や、かまぼこ型平均形状の発達過程の拘束のしかたに検討の余地が残されている。本研究では、砂州波高の安定化にかかわ



図一1 波高の安定化の概念図

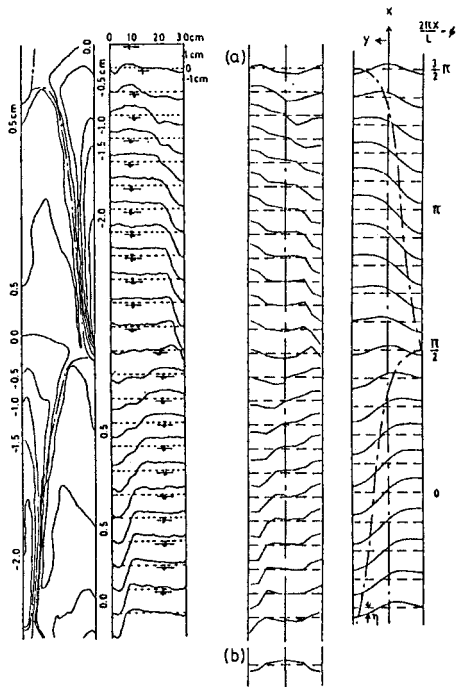
る上述の (i), (ii) の効果を解析の中に取り入れるため、発生初期から平衡状態までの実際形状をおおまかに表現し得る単純な交互砂州形状に対する流れの非線形解を摂動法により求め、さらに流速に対する流砂量の非線形性、流砂量に及ぼす砂粒子の重力効果(河床の縦・横断勾配)を考慮して、交互砂州の発達過程と平衡波高の解析を行う。同時に、波高の安定化の機構も検討する。

3. 交互砂州の形状特性と流れの基礎方程式

交互砂州の発生・発達過程、波高の安定化の機構を解明するために、交互砂州の河床形状を、その本質を見失わない程度に簡略化して表現することを考える。図二は実測された⁸⁾交互砂州河床の等高線と交互砂州の前縁線を示し、図三は河床の横断面形状を示す。図三に示した河床高さを縦断方向に一波長平均した横断面形状は図四(b)に示すように中央部が盛り上がったかまぼこ型⁷⁾をなし、それからの変動量は同図(a)に示すようにどの地点においても流路中央に対してほぼ点対称の形となる。そこで点対称形状を $a_1 \sin(\pi y/B) \cdot \cos(2\pi x/L - \phi)$ 、かまぼこ型形状を $a_2 \cos(2\pi y/B)$ で表わすと、

$$\frac{\eta}{h_0} = a_1 \sin \frac{\pi y}{B} \cos \left(\frac{2\pi x}{L} - \phi \right) - a_2 \cos \frac{2\pi y}{B} \dots\dots\dots (1)$$

は、図五に示すように、河床高の高いところが平坦で



図二 図三 図四 図五

広く、深掘れ部が著しく深く狭い実測の河床形状(図一3)の特性をおおまかに表現し得る。式(1)において、 h_0 は代表水深、 η は平均河床からの深さ、 B は流路幅、 L は波長、 x は下流向きにとられた縦断方向座標、 y は流路中央から左岸向きにとられた横断方向座標、 ϕ は交互砂州が移動することを考慮して取り入れた位相であり、移動速度は $L/(2\pi) \cdot d\phi/dt$ で表わされる。交互砂州が微小振幅状態のときは $a_2=0$ となることから、式(1)は発達初期から平衡状態までの交互砂州形状を表現し得る式形である。

式(1)の表現では、現実の砂州のように横断勾配の急変点が明確でないため、砂州前縁線が明瞭に表現できない。そこで、実測の平面形状と対応づけるために前縁形状を関数形で表現することを試みる。前縁形状は、先端付近で丸く中央部に張り出し、後端付近で著しく側岸方向に偏った形状をとる。これは正弦波形状を横断方向にひずませた形状に近い。前縁長を l_b とし、前縁先端から上流向きに相対座標 x_r 、対岸向きに y_r をとったとき、

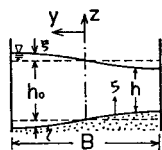
$$\frac{y_r}{B} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cos^{-1}\left(1 - \frac{x_r}{l_b/2}\right)} \dots\dots\dots(2)$$

で表わした前縁線形状は、図一5の一点鎖線が示すように実測の砂州前縁形状(図一2の一点鎖線)をよく表現する。さらに、実測の横断面形状と平面形状の対応から、両岸での河床高が等しい断面に前縁線先端が位置するように式(2)の前縁線を配置させる。このようにして描かれた前縁線と縦・横断面形状との対応は、図一5に示すようであり、図一2、図一3に示す実測形状をほぼ表現し得ている。

交互砂州を形成する流れは、流路幅に比べ水深が非常に小さな流れである ($B/h_0=10\sim 100$ 程度)。このような流れの解析には、一般に二次元浅水流理論が適用できる(理論適用上の問題点は、後述する)。図一6に示すように、平均流の方向に x 軸、流路中央から横断方向左岸向きに y 軸、平均河床面に垂直上向きに z 軸、河床から z 軸方向に ξ 軸をとり、流路幅を B 、局所的な水深を h 、局所縦断方向流速を u 、横断方向流速を v とする。このとき水深方向に積分された連続式は、

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u d\xi + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v d\xi = 0 \dots\dots\dots(3)$$

となる。また、平均河床面に垂直な方向に静水圧分布を



図一6 記号の定義

仮定すると、同様に水深方向に積分された縦断方向、横断方向の運動方程式は、それぞれ、

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u^2 d\xi + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h u v d\xi = g h \left(i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} + \tan \theta_x \right) \cdot \cos \theta_0 - \frac{\tau_{0x}}{\rho} \frac{1}{\cos \theta_y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h \tau_{yx} d\xi \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u v d\xi + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v^2 d\xi = g h \left(-\frac{\partial h}{\partial y} + \tan \theta_y \right) \cdot \cos \theta_0 - \frac{\tau_{0y}}{\rho} \frac{1}{\cos \theta_x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \tau_{xy} d\xi \dots\dots\dots(5)$$

となる。ここに、 i_0 、 θ_0 はそれぞれ平均河床の縦断勾配およびその角度、 θ_x 、 θ_y はそれぞれ平均河床を基準とした縦・横断勾配角、 τ_{0x} 、 τ_{0y} はそれぞれ、縦断方向、横断方向の河床せん断力である。 τ_{yx} 、 τ_{xy} はそれぞれ、鉛直縦断面、鉛直横断面に作用するせん断力であるが、浅水流解析ではこの項を省略する。

ここで、式(3)~(5)を水深方向に平均化された流速 \hat{u} 、 \hat{v} 、水深 h に関する式に書き換えるために、運動量補正係数を導入する。

$$\beta_{uu} = \frac{\int_0^h u^2 d\xi}{h \hat{u}^2}, \quad \beta_{uv} = \frac{\int_0^h u v d\xi}{h \hat{u} \hat{v}}, \quad \beta_{vv} = \frac{\int_0^h v^2 d\xi}{h \hat{v}^2} \dots\dots\dots(6)$$

ここに、

$$\hat{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u d\xi, \quad \hat{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v d\xi \dots\dots\dots(7)$$

である。直線流路における浅水流では、流速ベクトルの方向は全水深にわたってほぼ一様となるため、3つの運動量補正係数は互いにはほぼ等しくなり、

$$\beta_{vv}(x, y) \doteq \beta_{uv}(x, y) \doteq \beta_{uu}(x, y) = \beta(x, y) \dots\dots\dots(8)$$

が満足される。摩擦係数 C_r 、水深方向に平均化された流速 \hat{u} 、 \hat{v} を用いて河床せん断力を

$$\left. \begin{aligned} \tau_{0x} &= \rho C_r \sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2} \cdot \hat{u} \\ \tau_{0y} &= \rho C_r \sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2} \cdot \hat{v} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

で表わし、縦・横断勾配があまり大きくないこと ($\cos \theta \approx 1$)、運動量補正係数 β が場所によらずほぼ一定値をとることを仮定すると、浅水流の基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x} (h \hat{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (h \hat{v}) = 0 \dots\dots\dots(10)$$

$$\begin{aligned} \beta \left(\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} \right) &= g \left(i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} + \tan \theta_x \right) \\ &\quad - C_r \frac{\sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2} \cdot \hat{u}}{h} \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta \left(\hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) &= g \left(-\frac{\partial h}{\partial y} + \tan \theta_y \right) \\ &\quad - C_r \frac{\sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2} \cdot \hat{v}}{h} \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

式(10)、(11)、(12)では、 \hat{u} 、 \hat{v} 、 h が未知量である。

4. 流れの非線形解析

発達した交互砂州上の流れ，平衡状態の交互砂州を扱うには，線形解では十分ではない．交互砂州の平衡波高を求めるために，まず第一に非線形運動方程式に基づく流速解を求める．ここでは，非線形の微分方程式の解法として摂動法を採用する．

河床形状が式(1)で与えられる無限の長さをもつ流路においては，水理量の場所的な変化は周期的となり， \hat{u} についての境界条件は存在しない．したがって式(10)~(12)の境界条件は次式で与えられる．

$$y = \pm B/2 \text{ で } \hat{v} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

連続式(10)を横断方向に積分すると，

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-B/2}^{B/2} h \hat{u} dy = 0 \dots\dots\dots (14)$$

が得られる．これは流量が流下方向に変化しないことを示すだけであるので，河床が平坦時の等流水深 h_0 ，平均流速 u_0 を用いた流量の条件として，

$$\int_{-B/2}^{B/2} h \hat{u} dy = B h_0 u_0 \dots\dots\dots (15)$$

が必要である．

ここで，式(10)~(12)，式(15)を摂動法によって解くために，水深，流速を河床が平坦時のものとそれからの変動量に分割する．

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + h' = h_0 + \xi + \eta \\ \hat{u} &= u_0 + u' \\ \hat{v} &= 0 + v' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに， ξ は水位の上昇量であり， η は平均河床からの洗掘深である．したがって，式(11)，(12)中の局所縦・横断勾配は，

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta_x &= \partial \eta / \partial x \\ \tan \theta_y &= \partial \eta / \partial y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

で表わされる．これらを式(10)~(12)，式(15)に代入して整理すると次式が得られる．

$$\int_{-B/2}^{B/2} \left(1 + \frac{u'}{u_0}\right) \left(1 + \frac{\xi}{h_0} + \frac{\eta}{h_0}\right) dY = \frac{\pi}{l} \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \left(1 + \frac{u'}{u_0}\right) \left(1 + \frac{\xi}{h_0} + \frac{\eta}{h_0}\right) \right\} + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{v'}{u_0} \left(1 + \frac{\xi}{h_0} + \frac{\eta}{h_0}\right) \right] &= 0 \dots\dots\dots (19) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \beta \left(1 + \frac{u'}{u_0}\right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{u'}{u_0}\right) + \beta \frac{v'}{u_0} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{u'}{u_0}\right) - \frac{i_0}{F_r^2} + \frac{1}{F_r^2} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\xi}{h_0}\right) + C_f \sqrt{\left(1 + \frac{u'}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{v'}{u_0}\right)^2} \cdot \left(1 + \frac{u'}{u_0}\right) / \left(1 + \frac{\xi}{h_0} + \frac{\eta}{h_0}\right) &= 0 \dots\dots\dots (20) \end{aligned} \right\}$$

$$\beta \left(1 + \frac{u'}{u_0}\right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{v'}{u_0}\right) + \beta \frac{v'}{u_0} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{v'}{u_0}\right)$$

$$\left. \begin{aligned} + \frac{1}{F_r^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\xi}{h_0}\right) + C_f \sqrt{\left(1 + \frac{u'}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{v'}{u_0}\right)^2} \frac{v'}{u_0} / \left(1 + \frac{\xi}{h_0} + \frac{\eta}{h_0}\right) &= 0 \dots\dots\dots (21) \end{aligned} \right\}$$

ここに， $X = x/h_0$ ， $Y = y/h_0$ ， $l = \pi h_0/B$ ， $F_r = u_0/\sqrt{g h_0}$ である． $k = 2\pi h_0/L$ とおくと，式(1)の河床形状は，

$$\eta/h_0 = a_1 \sin lY \cos(kX - \phi) - a_2 \cos 2lY \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる． $a_2 = 0$ の場合，基礎方程式の線形解は a_1 に比例した形となる³⁾ため，変動諸量を a_1 で展開する．

$$\left. \begin{aligned} \eta/h_0 &= a_1 \eta_1 + a_1^2 \eta_2 + \dots\dots\dots \\ u'/u_0 &= a_1 u_1 + a_1^2 u_2 + \dots\dots\dots \\ v'/u_0 &= a_1 v_1 + a_1^2 v_2 + \dots\dots\dots \\ \xi/h_0 &= a_1 \xi_1 + a_1^2 \xi_2 + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

河床形状を式(22)で与えているため， a_2 のオーダーが a_1 のオーダーと同程度の場合には，式(23)の η_1 ， η_2 は

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \sin lY \cos(kX - \phi) - \frac{a_2}{a_1} \cos 2lY \\ \eta_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

とおかなければならないが， a_2 のオーダーが a_1^2 のオーダーと同程度である場合には，

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \sin lY \cos(kX - \phi) \\ \eta_2 &= -\frac{a_2}{a_1^2} \cos 2lY \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

とおくことができる．式(24)を用いた場合には，式(25)を用いた場合に比べ，摂動法による高次のオーダーの解は複雑となる．発達した交互砂州河床形状を Fourier 解析した長谷川ら⁹⁾の結果をみると， $0(a_2) \approx 0(a_1^2)$ の関係がほぼ満足されているため，本解析では式(25)を採用する．

式(23)を式(18)~(21)に代入して得られた各オーダーごとの方程式に式(25)を代入し，境界条件式(13)を考慮すると，式(23)中の未知量が以下のように得られる．

$$u_1 = \sin lY \{ A_{111} \cos(kX - \phi) + B_{111} \sin(kX - \phi) \} \dots\dots\dots (26)$$

$$v_1 = \cos lY \{ C_{111} \cos(kX - \phi) + D_{111} \sin(kX - \phi) \} \dots\dots\dots (27)$$

$$\xi_1 = \sin lY \{ E_{111} \cos(kX - \phi) + F_{111} \sin(kX - \phi) \} \dots\dots\dots (28)$$

$$\begin{aligned} u_2 &= \{ u_{200} + A_{202} \cos 2(kX - \phi) + B_{202} \sin 2(kX - \phi) \\ &\quad + \cos 2lY \{ u_{2201} + A_{222} \cos 2(kX - \phi) \\ &\quad + B_{222} \sin 2(kX - \phi) \} + a_2/a_1^2 \cos 2lY \cdot u_{2202} \end{aligned} \dots\dots\dots (29)$$

$$\begin{aligned} v_2 &= \sin 2lY \{ v_{220} + C_{222} \cos 2(kX - \phi) \\ &\quad + D_{222} \sin 2(kX - \phi) \} \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

$$\xi_z = \{ \xi_{200} + E_{202} \cos 2(kX - \phi) + F_{202} \sin 2(kX - \phi) + \cos 2 lY \{ \xi_{220} + E_{222} \cos 2(kX - \phi) + F_{222} \sin 2(kX - \phi) \} \dots \dots \dots (31)$$

式(26)~(31)の各係数は、|Appendixに示す(A・1)~(A・9)の連立一次方程式の解である。各係数の添字は、最初のものが変動量のオーダーを示し、二番目が横断方向の変動モードを、三番目が縦断方向の変動モードを示す。u₂₂₀₁, u₂₂₀₂は4つの添字をもつが、三番目までは上記と同じで、四番目はこの流速変動を引き起こす河床形状の変動モードを示す。すなわち、添字が1であるものはこの変動流速がη₁の河床形状に起因し、添字が2であるものはη₂の河床形状に起因して生じていることを示す。

第一次解と第二次解をまとめると、河床形状、流速分布、水位変動量は以下のように表わされる。

[河床形状]

$$\eta/h_0 = a_1 \sin lY \cdot \cos(kX - \phi) - a_2 \cos 2 lY \dots (32)$$

[流速分布]

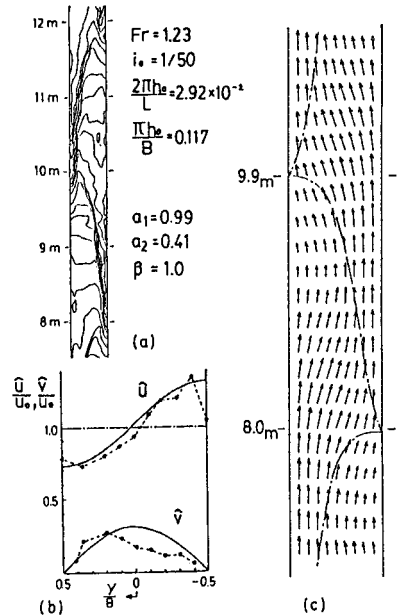
$$\hat{u}/u_0 = 1 + a_1 \sin lY \{ A_{111} \cos(kX - \phi) + B_{111} \cdot \sin(kX - \phi) \} + a_2 \cos 2 lY \cdot u_{2202} + a_2^2 \{ u_{200} + A_{202} \cos 2(kX - \phi) + B_{202} \cdot \sin 2(kX - \phi) \} + \cos 2 lY \{ u_{2201} + A_{222} \cdot \cos 2(kX - \phi) + B_{222} \sin 2(kX - \phi) \} \dots (33)$$

$$\hat{v}/u_0 = a_1 \cos lY \{ C_{111} \cos(kX - \phi) + D_{111} \cdot \sin(kX - \phi) \} + a_1^2 \sin 2 lY \{ v_{220} + C_{222} \cdot \cos 2(kX - \phi) + D_{222} \sin 2(kX - \phi) \} \dots (34)$$

[水位変動量]

$$\xi/h_0 = a_1 \sin lY \{ E_{111} \cos(kX - \phi) + F_{111} \cdot \sin(kX - \phi) \} + a_1^2 \{ \xi_{200} + E_{202} \cos 2(kX - \phi) + F_{202} \sin 2(kX - \phi) \} + \cos 2 lY \{ \xi_{220} + E_{222} \cdot \cos 2(kX - \phi) + F_{222} \sin 2(kX - \phi) \} \dots (35)$$

図一は平衡状態の交互砂州上の流速分布¹⁰⁾と本解析で得られた第二次近似解による流速分布の比較を示す。(a)は測定された河床の等高線、(b)は砂州先端付近で測定された水深方向に平均化された縦断方向流速、横断方向流速の分布(8.0m地点の値を半波長下流の9.9m地点の量と同位相化し、平均したものを○印で、計算値を実線で示し、比較したもの)、(c)は計算された流速ベクトル図である。計算で用いた河床形状は式(32)であり、a₁, a₂は、この式による河床形状が実測のものに最も近くなるように定めた。また運動量補正係数βは1とし、他の水理量は同図に示した実測値を用いた。理論は浅水流解析のため、側壁面の抵抗が考慮されておらず、流速の最大点は側岸に現われるが、計算結果は砂州先端付近の縦断方向流速の分布をよく表現する。用いた河床形状が実測の河床形状のように極端に偏った形状をしていないため、理論横断方向流速の分布はほぼ対称



図一 流速分布の計算値と実測値

分布となり、実際の非対称分布を十分に表現し得ていない。しかし、方向、最大値は両者でほぼ一致し、式(32)でさらに高次のモードの河床形状を考慮すれば、横断方向流速の分布の非対称性も十分説明し得ると考えられる。以上のように、第二次近似解は発達した交互砂州上の流速分布を比較的良好に表現できるため、交互砂州の発達過程、平衡波高の解析に、この第二次近似解を用いる。

5. 交互砂州上の流砂量

交互砂州上の流砂運動は、砂州形状の縦・横断勾配によって影響を受ける。著者らはすでに、縦・横断勾配のある河床上の流砂量式を河床せん断力と関連づけて導いている³⁾。この流砂量式と、前節で得られた河床せん断力の分布式より、交互砂州上の流砂量を算定できる。縦・横断勾配をもつ河床上の二次元流砂量式は次のように表わされる。

$$\frac{q_{Bx}}{K \tau_{*r}^2 \sqrt{(\rho_s/\rho - 1)gd^3}} = \left(\frac{\tau_{*x}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin \theta_x \right) \cdot \left\{ \sqrt{\left(\frac{\tau_{*x}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin \theta_x \right)^2 + \left(\frac{\tau_{*y}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin \theta_y \right)^2} - \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sqrt{1 - (\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y)} \right\} \dots \dots \dots (36)$$

$$\frac{q_{By}}{K \tau_{*r}^2 \sqrt{(\rho_s/\rho - 1)gd^3}} = \left(\frac{\tau_{*y}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin \theta_y \right) \cdot \left\{ \sqrt{\left(\frac{\tau_{*x}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin \theta_x \right)^2 + \left(\frac{\tau_{*y}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin \theta_y \right)^2} - \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sqrt{1 - (\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y)} \right\} \dots \dots \dots (37)$$

ここに、 q_{bx} 、 q_{by} はそれぞれ縦断方向、横断方向の単位幅流砂量、 K は比例定数、 ρ_s は砂の密度、 d は粒径、 μ_s は砂の静止摩擦係数、 τ_{*co} は水平床における無次元限界掃流力、 τ_{*r} は基準となる無次元掃流力である。式(36)、(37)は平衡状態の流砂量式であるが、縦・横断勾配、せん断力が場所的に変化しても、これが周期的であり、かつ変動量が極端に大きくない場合には、流砂運動の平衡流砂量からの偏倚は砂粒子の平均移動距離と波長の比、および流砂量の境界条件に支配されると考えられる^{3)、11)}。交互砂州上においては、砂粒子の平均移動距離が波長に比べて小さく、また、河床形状を式(1)で表わすと平衡流砂量式が横断方向流砂量の境界条件($y = \pm B/2$ で $q_{by} = 0$)を満足するため¹¹⁾、近似的に平衡流砂量式を用いることができる。

無次元掃流力の基準として平坦河床時の無次元河床せん断力 τ_{*r} をとる。

$$\tau_{*r} = \frac{\rho C_f u_0^2}{(\rho_s - \rho)gd} = \frac{h_0 i_0}{(\rho_s / \rho - 1)d} \dots\dots\dots (38)$$

このとき、

$$\frac{\tau_{*x}}{\tau_{*r}} = \sqrt{\left(1 + \frac{u'}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{v'}{u_0}\right)^2} \cdot \left(1 + \frac{u'}{u_0}\right) \dots\dots\dots (39)$$

$$\frac{\tau_{*y}}{\tau_{*r}} = \sqrt{\left(1 + \frac{u'}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{v'}{u_0}\right)^2} \frac{v'}{u_0} \dots\dots\dots (40)$$

となる。河床の縦・横断勾配が比較的小さい場合には、

$$\sin \theta_x \doteq i_0 + \frac{\partial \eta}{\partial x} \dots\dots\dots (41)$$

$$\sin \theta_y \doteq \frac{\partial \eta}{\partial y} \dots\dots\dots (42)$$

が近似的に成り立つ。式(32)、(33)、(34)を上式に代入し、これらをさらに式(36)、(37)の流砂量式に代入すれば数値的に流砂量の分布が得られる。しかし、ここで求めたいのは、流砂量の場所的な変化により、式(32)で与えられる河床形状が時間的にどのように変化し、平衡状態に至るか、すなわち、 da_1/dt 、 $d\phi/dt$ 、 da_2/dt を求めることにある。したがって、砂州上の流砂量分布が数値的に得られるだけでは不十分であり、その関数形が必要となる。

河床形状の時間的な変化と流砂量の場所的な変化は次の流砂の連続式によって関連づけられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (43)$$

河床形状が式(32)で与えられているため、左辺は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} &= h_0 \frac{da_1}{dt} \sin lY \cos(kX - \phi) \\ &+ h_0 a_1 \frac{d\phi}{dt} \sin lY \sin(kX - \phi) \\ &- h_0 \frac{da_2}{dt} \cos 2lY \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

となる。式(43)が成立するためには、 q_{bx} の変動モードは $\sin lY \cos(kX - \phi)$ 、 $\sin lY \sin(kX - \phi)$ で、 q_{by} の変動モードは $\cos lY \cos(kX - \phi)$ 、 $\cos lY \sin(kX - \phi)$ 、 $\sin 2lY$ から構成されていなければならない。そこで、前節で得られた流速解を用いて、上記の変動モードの流砂量だけを算定することにする。まず最初に式(39)~(42)を式(36)、(37)に代入し、

$$\frac{u'}{u_0}, \frac{v'}{u_0}, \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \left(i_0 + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right), \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \frac{\partial \eta}{\partial y} \ll 1$$

の条件のもとに両式を展開する。流れの解析では第二次近似解までしか求められていないので、上記の微小量の三次以上のオーダーの項は省略する。

$$\begin{aligned} \frac{q_{bx}}{q_{Br}} &\doteq [1-P] + (2-P) \left[2 \frac{u'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \left(i_0 + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right] \\ &+ \left[\left[2 \frac{u'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \left(i_0 + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right]^2 + (2-P) \left(\frac{u'}{u_0} \right)^2 \right. \\ &+ \frac{3-P}{2} \left(\frac{v'}{u_0} \right)^2 + \frac{P}{\mu_s} \frac{v'}{u_0} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{P}{\mu_s} \right)^2 \right. \\ &\left. \left. + P \right\} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{q_{by}}{q_{Br}} &\doteq (1-P) \left[\frac{v'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right] + \left[\left[2 \frac{u'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \left(i_0 + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right] \right. \\ &\left. \cdot \left[\frac{v'}{u_0} + \frac{P}{\mu_s} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right] + (1-P) \frac{u'}{u_0} \frac{v'}{u_0} \right] \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

ここに、 $q_{Br} = K \tau_{*r}^2 \sqrt{(\rho_s / \rho - 1)gd^3}$ 、 $P = \tau_{*co} / \tau_{*r}$ である。次に式(32)~(34)を式(45)、(46)に代入し、平均量と先に述べたモードの項だけを算定する。

$$\begin{aligned} q_{bx} / q_{Br} &\doteq (1-P) + \sin lY \cos(kX - \phi) \\ &\cdot [(2-P)(X_{1c} + X_{3c}) + X_{2c} + (3-P)/2 \cdot X_{4c} \\ &+ P/\mu_s \cdot X_{5c} + \{P/\mu_s\}^2 + P/2 \cdot X_{6c}] \\ &+ \sin lY \sin(kX - \phi) [(2-P)(X_{1s} + X_{3s}) \\ &+ X_{2s} + (3-P)/2 \cdot X_{4s} + P/\mu_s \cdot X_{5s} \\ &+ \{P/\mu_s\}^2 + P/2 \cdot X_{6s}] \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{by} / q_{Br} &\doteq \cos lY \cos(kX - \phi) [(1-P)(X_{1c} + Y_{3c}) \\ &+ Y_{2c}] + \cos lY \sin(kX - \phi) [(1-P) \\ &\cdot (Y_{1s} + Y_{3s}) + Y_{2s}] + \sin 2lY \cdot [(1-P) \\ &\cdot (Y_{1o} + Y_{3o}) + Y_{2o}] \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

ここに、添字のついた X 、 Y はそれぞれ、縦断方向流砂量、横断方向流砂量にかかわる係数であり、最初の添字はこの係数が式(45)、(46)のどの項から生じるかを示し、二番目の添字はどの変動モードにかかわる係数かを示す。すなわち、縦断的に $\cos(kX - \phi)$ 、 $\sin(kX - \phi)$ 、 const. のモードの変動量にかかわる係数の添字をそれぞれ、 c 、 s 、 o とした。 X_{1c} 、 X_{2c} 、 \dots 、 Y_{2o} 、 Y_{3o} の各係数は、流速解の係数と2つのモードの河床形状の振幅の関数となる。

6. 交互砂州波高の安定化の機構

河床形状の時間変化率式 (44) と流砂量式 (47), (48) を流砂の連続式 (43) に代入し, すべての地点で連続式が成立する条件より, それぞれのモードの河床形状の発達速度, 移動速度が式 (47), (48) 中の $X_{1c} \sim Y_{20}$ の関数として求まる. これらの係数は a_1, a_2 の関数となっているので, a_1, a_2 のべき数ごとに整理すると,

$$da_1/dT = Q_1 \cdot a_1 + Q_2 \cdot a_1^2 + Q_3 \cdot a_1 a_2 \dots \dots \dots (49)$$

$$da_2/dT = R_1 \cdot a_1^2 + R_2 \cdot a_2 + R_3 \cdot a_1^2 + R_4 \cdot a_1 a_2 \dots \dots \dots (50)$$

$$d\phi/dT = S_1 + S_2 \cdot a_1^2 + S_3 \cdot a_2 \dots \dots \dots (51)$$

となる. このとき時間 t は,

$$T = q_{br} \cdot t / (1 - \lambda) h \beta \dots \dots \dots (52)$$

により無次元化されている. $Q_1, Q_2, \dots, S_2, S_3$ の各係数は, 河床が平坦時の水理量 $F_r, C_r, l, \beta, P, \mu_s$ と波数 k により決定される量であり, 流速解の係数を用いてそれぞれ以下のように表わされる (ここでは波速についての議論はしないので, $S_1 \sim S_3$ については Appendix に示す).

$$Q_1 = (2 - P) \left(2 B_{111} - \frac{P}{\mu_s} k \right) k - (1 - P) \left(C_{111} + \frac{P}{\mu_s} l \right) l \dots \dots \dots (53)$$

$$Q_2 = \left\{ \left(\frac{6 - P}{4} B_{111} - \frac{1}{2} \frac{P}{\mu_s} k \right) (8 u_{200} - 4 A_{202} - 4 u_{2201} + 2 A_{222}) + \frac{6 - P}{4} A_{111} (4 B_{202} - 2 B_{222}) + \frac{3 - P}{2} D_{111} \left(v_{220} - \frac{1}{2} C_{222} \right) + \frac{3 - P}{4} C_{111} D_{222} + \frac{1}{4} D_{222} \frac{P}{\mu_s} l \right\} k - \left\{ \left(\frac{3 - P}{2} C_{111} + \frac{P}{\mu_s} l \right) \cdot \left(2 u_{200} + A_{202} + u_{2201} + \frac{1}{2} A_{222} \right) + \frac{3 - P}{2} D_{111} \cdot \left(B_{202} + \frac{1}{2} B_{222} \right) + \frac{3 - P}{2} A_{111} \left(v_{220} + \frac{1}{2} C_{222} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{3 - P}{2} B_{111} - \frac{1}{2} \frac{P}{\mu_s} k \right) D_{222} \right\} l \dots \dots \dots (54)$$

$$Q_3 = \left[-4 u_{2202} \left(\frac{6 - P}{4} B_{111} - \frac{1}{2} \frac{P}{\mu_s} k \right) + D_{111} \frac{P}{\mu_s} l \right] k - \left[\left(\frac{3 - P}{2} C_{111} + \frac{P}{\mu_s} l \right) u_{2202} + 2 A_{111} \frac{P}{\mu_s} l \right] l \dots \dots \dots (55)$$

$$R_1 = - \left\{ 2(1 - P) v_{220} + A_{111} \left(\frac{3 - P}{2} C_{111} + \frac{P}{\mu_s} l \right) + \left(\frac{3 - P}{2} B_{111} - \frac{1}{2} \frac{P}{\mu_s} k \right) D_{111} \right\} l \dots \dots \dots (56)$$

$$R_2 = - \left\{ 4(1 - P) \frac{P}{\mu_s} l \right\} l \dots \dots \dots (57)$$

$$R_3 = - \{ (3 - P) (2 u_{200} v_{220} + A_{202} C_{222} + B_{202} D_{222}) \} l \dots \dots \dots (58)$$

$$R_4 = - \left\{ 8 u_{200} \frac{P}{\mu_s} l \right\} l \dots \dots \dots (59)$$

式 (49), (50), 式 (53)~(59) が示すように, 河床形状に対する流速, 流速に対する流砂量の非線形性のために, 各モードの発達速度は多くの項により表現されるが, 平衡波高が得られるような水理条件に対して各項の大きさを調べてみると, 主要項は限られ, 他は波高の安定化にあまり重要な役割を果たさない. ここで主要項を取り上げ, 交互砂州波高の安定化の機構を考察する.

河床形状の第二モードの振幅 a_2 の発達には, 式 (50), 式 (56) における $-(3 - P)/2 \cdot (A_{111} C_{111} + B_{111} D_{111}) l a_1^2$ (流速に対する流砂量の非線形性から生じる項) が支配的である. これは, 第一モードの河床形状に起因する流速の線形解が a_2 を発達させる作用³⁾を表わし, これと横断勾配による a_2 発達の抑制作用 (式 (50), (57) における $-4(1 - P)P/\mu_s \cdot l^2 a_2$) がほぼつり合うほど a_2 が大きくなると, 第二モードの河床形状は平衡に至る.

次に, 河床形状の第一モードの振幅 a_1 の安定化を考察する. a_1 の発達は, 主に縦断方向流砂量の場所的な変化により生じる (式 (53) の第 1 項が卓越). したがって, a_1 が発達するためには, 河床凹凸の縦断的な変化が大きき側岸付近ほど流砂量の縦断的な変化が大きくならなければならない. ところが, 図-7(c) に示すように, 速い流体が流路中央部に輸送されることにより, 振幅 a_1 が増大するに従って, 流速の縦断平均値は流路中央部でしだいに大きくなり (流れの非線形性), 側岸付近で小さくなる ($u_{2201} > 0$). その結果, 側岸付近の掃流力は平均的に低下し, 流砂量の縦断的な変化が振幅 a_1 の増大に見合うほど増大しないため (流速に対する流砂量の非線形性), a_1 を発達させる作用が弱まってくる. この作用は, 式 (49), (54) において $-(6 - P)B_{111}u_{2201}ka_1^2$ で示され, 河床の横断勾配が a_1 の発達を抑制する作用, すなわち式 (49), (53) における $-(1 - P)P/\mu_s \cdot l^2 a_1$ と相まって, 線形流速解が a_1 を発達させる作用 $2(2 - P)B_{111}ka_1$ としだいにつり合い, 第一モードの河床形状は平衡に至る. このように, 振幅 a_1 の安定化には, 河床形状に対する流速の非線形性と流速に対する流砂量の非線形性が重要な役割を果たす.

式 (49), (55) が示す $-(6 - P)B_{111}u_{2202}ka_1a_2$ も, u_{2202} が正であれば上記と同様に振幅 a_1 を安定化させる作用をもつが, この項については浅水流解析の問題点として後述する.

7. 交互砂州の平衡波高

式 (49)~(51) では, 水理条件によっては, $da_1/dT = 0, da_2/dT = 0$ を同時に満足する a_1, a_2 が存在し得る. これに至った後は河床形状の変化はなく, 一定速度で移動するようになる. この形状を交互砂州の平衡形状とよび, このときの波高を平衡波高とよぶ. 交互砂州の波高

Z_B は、各横断面での河床高の最大値と最小値の差の一波長内の最大値と定義される^{11),12)}。この定義に従うと、本解析で与えた河床形状式(1)に対して、交互砂州の波高は、

$$Z_B/h_0 = 2a_1 \quad (a_1 \geq 4a_2) \quad \dots\dots\dots(60)$$

で表わされる。

$\frac{1}{a_1} \frac{da_1}{dT} = 0, \frac{da_2}{dT} = 0$ を同時に満足する a_1, a_2 は、式(49), (50) より、次式で与えられる。

$$a_1^2 = \frac{-W_2 \pm \sqrt{W_2^2 - 4W_1W_3}}{2W_1} \quad \dots\dots\dots(61)$$

$$a_2 = -(Q_1 + Q_2 a_1^2) / Q_3 \quad \dots\dots\dots(62)$$

ここに、 $W_1 = (Q_2R_4 - Q_3R_3)$, $W_2 = (Q_1R_4 + Q_2R_2 - Q_3R_1)$, $W_3 = Q_1R_2$ である。交互砂州の波数 k を与えて式(61)より計算された理論波高 $2a_1$ と実測の平衡波高 Z_{B0} との関係を図-8に示す。多くのデータについて検討したが、式(61)の根号内または右辺全体が負となり平衡波高が得られないものもある。比較的小さな波高で安定するものは実測値を十分説明するが、他は十分説明しているとはいいがたい。図中の破線は、計算で得られた a_2 の値によって分けけた線であるが、これより、計算で得られた a_2 の値が実測波高に対して相対的に大きくなるほど理論波高が実測波高より大きくなることを読み取れる。これにより、 η_2 の河床形状に起因する流れが η_1 形状を過大に発達させている可能性がある。そこで、 η_1 の河床形状に起因する流れが η_2 の河床形状を発達させる作用、 η_2 の河床形状に起因する流れが η_1 の河床形状を発達させる作用を、式(49), (50) が適切に表現し得ているかどうか、実測の a_1, a_2 が得られているデータ^{1),8),9),10)}を用いて検討する。

図-9は a_1 の実測値 a_{10} を与えて式(50)より計算された第二モードの平衡振幅 $a_{2T}(a_{10})$ と実測値 a_{20} と

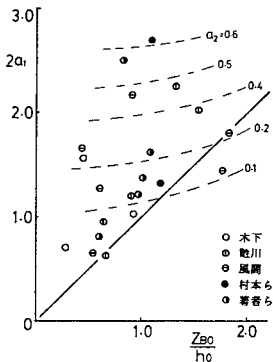


図-8 平衡波高の解析結果

注1) $a_1 < 4a_2$ のとき、 $Z_B/h_0 = a_1 + 2a_2 + a_1^2/(8a_2)$ となるが、実質的にはこの場合はほとんどない。

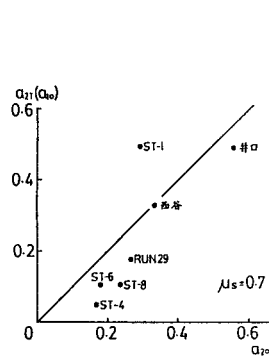


図-9 計算された $a_{2T}(a_{10})$ と実測値 a_{20} の比較

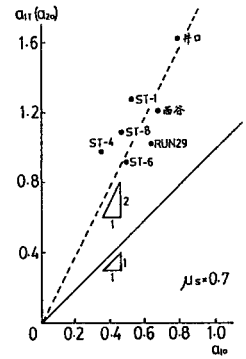


図-10 計算された $a_{1T}(a_{20})$ と実測値 a_{10} の比較

の関係を、図-10は a_2 の実測値 a_{20} を与えて式(49)より計算された第一モードの平衡振幅 $a_{1T}(a_{20})$ と実測値 a_{10} との関係を示す。実測値 a_{10} を与えて式(50)から求めた $a_{2T}(a_{10})$ は実測の a_{20} をほぼ説明できるのに対して、 $a_{1T}(a_{20})$ は実測の a_{10} の約2倍もの値を示す。これは、解析の上で、 η_2 の河床形状に起因する流れが η_1 の河床形状を過大に発達させていることを意味する。 η_2 の河床形状に起因して生じる流れは、式(33)において $a_2 \cos 2ly \cdot u_{2202}$ のみである。流速に対する流砂量の非線形性のためにこれが a_1 を発達させる主要なものは、式(49), (55)における $-(6-P)B_{111}u_{2202}ka_1a_2$ である。この項はマイナスの符号がついてはいるが、 u_{2202} が必ず負となるため、先に波高の安定化の機構で述べた u_{2201} によるものとは逆に、 η_1 の河床形状を発達させる作用がある。

u_{2202} は式(A.7)が示すように、いかなる水利条件に対しても $-1/2$ と大きな値をとる。これは、以下の理由による。浅水流の解析では、横断的な流速差に起因する流体間のせん断力を無視しているため、図-11に示すような、横断的にのみ変化する河床形状をもつ等流に対して、

$$\tau = \rho g h_0 \left(1 + \frac{\eta}{h_0}\right) i_0 \doteq \rho C_f u_0^2 \left(1 + 2 \frac{u'}{u_0}\right) \quad \dots\dots\dots(63)$$

より算定される流速の横断的な分布の振幅は、河床振幅の $1/2$ にもなる。しかし、実際には、流速の横断的な分

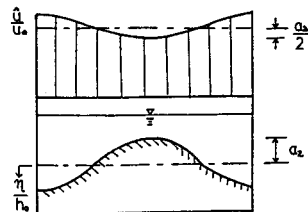


図-11 η_2 形状上の流速分布

布に起因する流体間のせん断力の影響で、流速変動の振幅と河床振幅の比 u_{2202} はこれほど大きくはならない。したがって、浅水流解析は、 η_2 のように、縦断的には変化せず、横断的にのみ変化する河床形状上の流速分布またはせん断力分布の算定精度が悪いと考えられる。

しかし、幅-水深比が比較的大きな直線流路においては、上に述べたような河床形状上の流れを除けば、浅水流の解析により比較的精度よく算定できる⁽²⁾。したがって問題は、式(49)~(59)において、 u_{2202} をどのように与えるかである。澤井・芦田⁽³⁾は、図-11に示す河床形状と同様な横断面をもつ等流におけるせん断力分布を、境界面の法線群による断面分割法を用いて検討している。これによると、幅-水深比が比較的大きいとき、 a_2 が0.4程度までは、河床形状の影響を受けずにせん断力の分布はほぼ一様となる。

図-9をみると、実測される a_2 は $a_2 \leq 0.4$ をほぼ満足するため、実際上 u_{2202} はゼロに近い値をとると考えられる。そこで、式(49)~(59)中の u_{2202} をゼロとおくことにする。このようにして平衡波高を算定した結果を図-12に示す。検討したほとんどすべてのデータに対して理論平衡波高が得られ、しかも、実測値との対応も良好である。ここでは、交互砂州の波数 k の決定機構を考慮していないため、 k は既知として平衡波高を求めているが、この機構まで考慮して理論卓越波数を求め、平坦河床時の水理量のみから平衡波高の算定を可能とすることが今後の課題である。

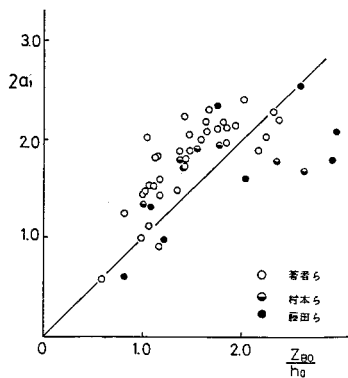


図-12 u_{2202} を補正して得られた平衡波高

注2) 河床形状が縦断的に変化するが、横断的には変化しない場合には、横断的な流速差が生じないため、ここで議論している浅水流解析の問題点は取り除かれる。縦断的に周期的でかつ、縦断平均値が横断的に変化するしない η_2 のような河床形状上の流れは、縦断方向流速の横断勾配が半波長ごとに反転するため、流体間のせん断力は一波長平均すればゼロであり、これを無視しても大きな誤差は生じない。

8. 結 語

本研究から得られた主要な結論を挙げる。

(1) 波高が平衡状態に至るためには、河床形状に対する流れの非線形性、流れに対する流砂量の非線形性が不可欠であることを指摘した。

(2) 波高の安定化の機構は、波高が大きくなるに従って流れの非線形性により縦断的に河床起伏の大きな側岸域の掃流力が低下するのに伴い、流砂量の非線形性により側岸域の流砂量の縦断的な変化が小さくなり、交互砂州を発達させる作用が弱まることにある。

(3) 浅水流の基礎方程式より求まる非線形流速解を用いて、理論平衡波高を得た。この解析結果を考察し、浅水流解析の問題点を指摘した。

(4) 浅水流解析より得られる流れを補正して算定した理論平衡波高は、広く変化する条件下の実測平衡波高をよく説明する。

Appendix

式(26)~(31)中の係数

[添字 111]

$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 & l & k & 0 \\ 0 & k & -l & 0 & 0 & k \\ \beta k & -2C_f & 0 & 0 & k/F_f^2 & C_f \\ 2C_f & \beta k & 0 & 0 & -C_f & k/F_f^2 \\ 0 & 0 & \beta k & -C_f & 0 & -l/F_f^2 \\ 0 & 0 & C_f & \beta k & l/F_f^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{111} \\ B_{111} \\ C_{111} \\ D_{111} \\ E_{111} \\ F_{111} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k \\ 0 \\ 0 \\ C_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A \cdot 1)$$

[添字 200]

$$u_{200} = -(A_{111}C_{111} + B_{111}D_{111})\beta l / (12 C_f) - (A_{111}^2 + B_{111}^2) / 12 - (C_{111}^2 + D_{111}^2) / 24 + |A_{111}(1 + E_{111}) + B_{111}F_{111}| / 12 - (1 + E_{111})^2 + F_{111}^2 / 12 \dots\dots\dots (A \cdot 2)$$

$$\xi_{200} = -u_{200} - |A_{111}(1 + E_{111}) + B_{111}F_{111}| / 4 \dots\dots\dots (A \cdot 3)$$

[添字 220]

$$u_{220} = -|C_{111}(1 + E_{111}) + D_{111}F_{111}| / 4 \dots\dots\dots (A \cdot 4)$$

$$\xi_{220} = [(A_{111}D_{111} - B_{111}C_{111})\beta k / 8 - (C_{111}^2 + D_{111}^2)\beta l / 8 + (A_{111}C_{111} + B_{111}D_{111})C_f / 8 - |C_{111}(1 + E_{111}) + D_{111}F_{111}|C_f / 4] F_f^2 / l \dots\dots\dots (A \cdot 5)$$

$$u_{2201} = \xi_{220} / 2 - (A_{111}C_{111} + B_{111}D_{111})\beta l / (8 C_f) + (A_{111}^2 + B_{111}^2) / 8 - (C_{111}^2 + D_{111}^2) / 16 - |A_{111}(1 + E_{111}) + B_{111}F_{111}| / 4 + (1 + E_{111})^2 + F_{111}^2 / 8 \dots\dots\dots (A \cdot 6)$$

$$u_{2202} = -1/2 \dots \dots \dots (A \cdot 7)$$

[添字 202]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2\beta k & -2C_f & 2k/F_7^2 & C_f \\ 2C_f & 2\beta k & -C_f & 2k/F_7^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{202} \\ B_{202} \\ E_{202} \\ F_{202} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (A \cdot 8)$$

$$\begin{aligned} K_1 &= -\{A_{111}(1+E_{111})-B_{111}F_{111}\}/4 \\ K_2 &= -\{A_{111}F_{111}+B_{111}(1+E_{111})\}/4 \\ K_3 &= -(A_{111}^2-B_{111}^2)\beta k/4+(A_{111}D_{111}+B_{111}C_{111})\beta l/4 \\ &\quad +A_{111}B_{111}C_f/2+C_{111}D_{111}C_f/4-\{A_{111}F_{111} \\ &\quad +B_{111}(1+E_{111})\}C_f/2+(1+E_{111})F_{111}C_f/2 \\ K_4 &= -A_{111}B_{111}\beta k/2-(A_{111}C_{111}-B_{111}D_{111})\beta l/4 \\ &\quad -(A_{111}^2-B_{111}^2)C_f/4-(C_{111}^2-D_{111}^2)C_f/8 \\ &\quad +\{A_{111}(1+E_{111})-B_{111}F_{111}\}C_f/2-\{(1+E_{111})^2 \\ &\quad -F_{111}^2\}C_f/4 \end{aligned}$$

[添字 222]

$$\begin{bmatrix} 2k & 0 & 0 & -2l & 2k & 0 \\ 0 & 2k & 2l & 0 & 0 & 2k \\ 2\beta k & -2C_f & 0 & 0 & 2k/F_7^2 & C_f \\ 2C_f & 2\beta k & 0 & 0 & -C_f & 2k/F_7^2 \\ 0 & 0 & 2\beta k & -C_f & 0 & 2l/F_7^2 \\ 0 & 0 & C_f & 2\beta k & -2l/F_7^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{222} \\ B_{222} \\ C_{222} \\ D_{222} \\ E_{222} \\ F_{222} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_5 \\ K_6 \\ K_7 \\ K_8 \\ K_9 \\ K_{10} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (A \cdot 9)$$

$$\begin{aligned} K_5 &= \{A_{111}(1+E_{111})-B_{111}F_{111}\}k/2+\{C_{111}F_{111} \\ &\quad +D_{111}(1+E_{111})\}l/2 \\ K_6 &= \{A_{111}F_{111}+B_{111}(1+E_{111})\}k/2-\{C_{111}(1+E_{111}) \\ &\quad -D_{111}F_{111}\}l/2 \\ K_7 &= (A_{111}^2-B_{111}^2)\beta k/4+(A_{111}D_{111}+B_{111}C_{111})\beta l/4 \\ &\quad -A_{111}B_{111}C_f/2+C_{111}D_{111}C_f/4+\{A_{111}F_{111} \\ &\quad +B_{111}(1+E_{111})\}C_f/2-(1+E_{111})F_{111}C_f/2 \\ K_8 &= A_{111}B_{111}\beta k/2-(A_{111}C_{111}-B_{111}D_{111})\beta l/4 \\ &\quad +(A_{111}^2-B_{111}^2)C_f/4-(C_{111}^2-D_{111}^2)C_f/8 \\ &\quad -\{A_{111}(1+E_{111})-B_{111}F_{111}\}C_f/2+\{(1+E_{111})^2 \\ &\quad -F_{111}^2\}C_f/4 \\ K_9 &= -(A_{111}C_{111}-B_{111}D_{111})\beta k/4-C_{111}D_{111}\beta l/2 \\ &\quad +(A_{111}D_{111}+B_{111}C_{111})C_f/4-\{C_{111}F_{111} \\ &\quad +D_{111}(1+E_{111})\}C_f/4 \\ K_{10} &= -(A_{111}D_{111}+B_{111}C_{111})\beta k/4+(C_{111}^2-D_{111}^2)\beta l/4 \\ &\quad -(A_{111}C_{111}-B_{111}D_{111})C_f/4+\{C_{111}(1+E_{111}) \\ &\quad -D_{111}F_{111}\}C_f/4 \end{aligned}$$

式 (53) 中の係数

$$S_1 = -\{2(2-P)A_{111}\}k-\{(1-P)D_{111}\}l \dots \dots \dots (A \cdot 10)$$

$$\begin{aligned} S_2 &= -\{(6-P)A_{111}(2u_{200}+A_{202}-u_{201}-A_{222}/2) \\ &\quad +\{(6-P)B_{111}-2(P/\mu_s)k\}(B_{202}-B_{222}/2) \\ &\quad +(3-P)C_{111}v_{220}/2+\{(3-P)/4\}(C_{111}C_{222} \\ &\quad +D_{111}D_{222})+\{Pl/(4\mu_s)\}(2v_{220}+C_{222})\}k \\ &\quad -\{(3-P)D_{111}(u_{200}-A_{202}/2+u_{2201}/2-A_{222}/4) \\ &\quad +\{(3-P)C_{111}/2+Pl/\mu_s\}(B_{202}+B_{222}/2) \\ &\quad +\{(3-P)B_{111}-Pk/\mu_s\}(v_{220}/2-C_{222}/4) \\ &\quad +(3-P)A_{111}D_{222}/4\}l \dots \dots \dots (A \cdot 11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_3 &= -\{(6-P)u_{2202}A_{111}+C_{111}Pl/\mu_s+(Pl/\mu_s)^2 \\ &\quad +Pl^2\}k-\{(3-P)u_{2202}D_{111}/2+(2B_{111}-Pk/\mu_s) \\ &\quad \cdot (Pl/\mu_s)\}l \dots \dots \dots (A \cdot 12) \end{aligned}$$

参考文献

- 1) 委員会報告：洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究，土木学会論文集，第 345 号/II-1，pp. 41~52，1984，または，土木学会水理委員会「洪水流の三次元流況と流路形態」研究小委員会報告（代表者：芦田和男），1982.
- 2) 長谷川和義：蛇行流路における流れと平衡底面形状に関する研究，土木学会論文報告集，第 338 号，pp. 105~114，1983.
- 3) 福岡捷二・山坂昌成：直線流路の交互砂州，第 27 回水理講演会論文集，pp. 703~708，1983.
- 4) Fredsøe, J. : Meandering and braiding of rivers, J. Fluid Mech., Vol. 84, Part 4, pp. 609~624, 1978.
- 5) 黒木幹男・岸 力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文報告集，第 342 号，pp. 87~96，1984.
- 6) 福岡捷二・山坂昌成：蛇曲流路における流れと平衡底面形状に関する研究に対する討議，土木学会論文集，第 351 号/II-2，pp. 251~252，1984.
- 7) 藤田裕一郎・村本嘉雄・堀池周・小池 剛：交互砂州の発達機構，第 26 回水理講演会論文集，pp. 25~30，1982.
- 8) 福岡捷二・内島邦秀・山坂昌成・早川 博：交互砂州上の流砂量分布，第 27 回水理講演会論文集，pp. 697~702，1983.
- 9) 長谷川和義・山岡 勲：発達した交互砂州の性状に関する実験と解析，第 26 回水理講演会論文集，pp. 31~38，1982.
- 10) 井口昌平・鮭川 登・吉野文雄：河道のなかの流れの特性について（第 1 報），第 12 回水理講演会論文集，pp. 131~136，1968.
- 11) 福岡捷二・山坂昌成・安陪和雄：強い非平衡流砂運動を伴う河床変動，第 28 回水理講演会論文集，pp. 679~684，1984.
- 12) 村本嘉雄・藤田裕一郎：中規模河床形態に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 20 号 B-2，pp. 243~258，1977.
- 13) 澤井捷二・芦田和男：粘着性流路の侵食と横断形状に関する研究，土木学会論文報告集，第 266 号，pp. 73~86，1977.

(1984. 7. 7・受付)