

二粒径からなる混合粒径粒子流の流動機構

THE MECHANISM OF GRANULAR FLOW OF MIXED
DIAMETER COMPOSED TWO DIAMETERS

山野邦明*・大同淳之**

By Kuniaki YAMANO and Atsuyuki DAIDO

In this study, the segregation and resistance law of the granular flow of mixed diameter particles are discussed from the viewpoint that the flow is the stochastic phenomena of the motion of each particle. As the results, we point out 1) the segregation occurs as percolation by the particles of the diameter dominating resistance law, and it is characterized by coefficient α on the arrangement of large particles percolating small particles and by drop-out probability P of small particles from its own layer, and 2) the resistance law is not equal, as the influence of mixing condition of different diameter particles on their moment are different, and by that, into 4 types velocity distributions are classified. In this manner, it is important that α and P are defined as stochastic quantity of the flow.

1. 序 論

土石流は、一般に、広い粒度分布をもち、流下とともに大きな粒子が流れの表面、先端部に集中することが知られている。そして、力学的には、土石流は、水と土砂礫からなる集合流動として定義され、土石流中の砂礫粒子による粒子間応力が流動機構に重要な役割を果たしていることが明らかにされてきた。すなわち、均一な粒径からなる粒子と水からなる集合流動の流動機構に関する力学的構造を知ることにより、その解析法を拡張して実際のさまざまな流れの現象を説明している。

土石流の流動をより一般的な力学的立場からみることを念頭において、ここでは、モデルとしての土石流を粒子流とよぶ。粒子流とは粒状体（多数の粒子からなる集合体）の運動の一形態で、流れの力学的諸量、特徴が多数の粒子の運動としてとらえられるような流れをいう。

均一粒径からなる粒子流の構成則に関する研究は、主に粒子の平均的な運動をモデル化して構成則を決定する、流動モデルを用いた研究が行われてきた^{1),2)}。その

一方で、主に流体を内部に含まない場合であるが、粒状体の流動を個々の粒子の運動の統計的な現象として把握しようとする考え方のもとに研究が行われてきた³⁾。この方法は、個々の粒子の運動を規定せずに、粒子の運動の基本的な自由度を考慮してマクロ的な流れと結合するという手法である。このような手法による研究を、流動モデルを用いる研究に対して、マクロモデルを用いる研究とよぶことにする。

流動モデルを用いる研究は、モデルの性質上、今のところ二次元流れについてのみ行われているのに対し、マクロモデルを用いる研究は、粒子の運動を規定していないため、本質的に三次元的である。また、流動モデルによる方法が、粒子の平均的な運動を決定することにより、粒子の運動と応力が運動方程式で結合されているという事実から、実は、構成則を決定しているのに対し、マクロモデルを用いる方法は、粒子の運動と応力を各種保存則、たとえば、質量保存則、運動量保存則等を満たすように決めるだけなので、そのままでは多様な可能性をもっており、無理のない仮定、実験等を通して対象となる流れの構成則を決定してゆくことになる。

これらの研究は、互いに背反し合うものではなく、現象に対する考え方の相違から来ているものであり、この両方向、ミクロとマクロからの現象に対する考え方は互

* 学生会員 工修 立命館大学大学院
(〒603 北区等特院北町)

** 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科
(同上)

いに補い合うものであると考えられる。流動モデルによる研究は、実験の手法、観察の精度の向上により、かなりのところまで来ている。一方、マクロモデルを用いる研究は、理論的にはともかく、現象論的には、すなわち、実際の現象を解釈するという意味においては、まだ十分ではない。それは、マクロモデルを用いる方法が、流れを統計力学、熱力学的に解釈することを要求しているにもかかわらず、そのような努力があまりなされていないからである。

本研究においては、流れの統計的な性質の理解という観点から、粒度分布をもつ流れ（単純化して二粒径の場合について）の流動特性、特に特徴的な現象である分級作用、および、抵抗則、流速分布について考察を加え、これらの現象の説明を行うとともに、粒子流の統計的性質の理解の第一歩とした。

2. 混合粒径粒子流の流動機構

始めに、均一粒径からなる粒子流中の粒子の運動について考えてみる。均一粒径からなる粒子流においても、流れの中の粒子は、流れの中のある層内にとどまりつつ流下するのではなく、流動層の中を流下しつつ上昇、下降する。今、流れの中のある層内に存在する粒子を考えると、層内のいくらかの粒子はその層にとどまることができず、下方へ落下したり、上方へと上昇する。このような、粒子の、流れと垂直方向の運動については、次のように考えることができよう。粒子流中の粒子の力学的なふるまいは、結局、粒子の衝突時の、粒子がもっている力学的諸量の変化によって説明されなければならない。粒子流中の二粒子の衝突は、平均的には、種々の流動モデルで表現されるように、流速分布により決まる相対速度をもつ上層粒子と下層粒子の衝突として現われる。上層粒子と下層粒子の衝突時において、下層粒子は衝突することによって上層粒子から運動量を得ると同時に、衝突している間は、上層粒子を支えている。一方、上層粒子は、下層粒子と衝突することにより、自らももっている運動量の一部を下層粒子に与え、その結果、自らは、運動量の一部を失う。上層粒子が失う運動量がさほど大きくなければ、上層粒子は今の層にとどまることができるであろうが、失う運動量が大きければ、もはや、今の層にとどまることができず、下層の粒子層をつきぬけて落下してゆくであろう。すなわち、粒子流中の粒子の、流れと垂直方向の運動は、粒子のもっている運動量の一部が、下層粒子との衝突によって失われたとき、自らを支えるだけの運動量がまだ残っているか否かによって決まると考えられる。

しかしながら、均一粒径からなる粒子流へのわれわれの主な関心は、その抵抗則、あるいは、粒子の平均的な

挙動（衝突条件）で決定される構成則にあった。実際、均一粒径からなる粒子流中の任意の粒子が上昇しようが下降しようが、流れ全体からみると、何の関心も引き起こさないし、何らの問題も生じなかった。一方、混合粒径粒子流においては、個々の粒子の運動の仕方は本質的な意味をもつ。すなわち、ある粒子の上昇、下降は、移動先の力学的環境を変化させ、流動機構を変化させる。そして、そのような個々の粒子の運動は、現象的には分級作用という形をとって現われると考えられるので、結局、分級作用そのものが、混合粒径粒子流の流動機構の本質的要因の1つということができる。このように考えてくると、分級作用を伴う流れは、本質的に非定常な流れであるということができ、平均的な取り扱いや、統計的な考察が難しいといえる。確かに、十分混合している混合粒径からなる粒子流は強い非定常性を示すことが考えられ、一般的に議論を進めるためには、より詳細な流れに関する知識が必要であろう。しかし、混合の割合が小さければ、非定常性はそれほど強くはないと考えられるので、以後、混合の状態がさほど強くない場合について考察を進めてゆく。単純化して二粒径の場合を考え、均一粒径からなる流れの中に少量の小粒子が存在する場合（以後、「大粒子が多い」と表現する）、および、均一粒径からなる流れの中に少量の大粒子が存在する場合（以後「小粒子が多い」と表現する）について考察する。

ところで、従来、これらの場合における分級作用については、流動モデルで与えられた均一粒径からなる粒子流中に異なった粒径をもつ単一粒子がおかれたとき、この単一粒子について運動方程式をたてることによって説明してきた。すなわち、均一粒径からなる粒子流の流動モデルを基本としているため、現象の説明は、流れの中に少量存在する粒径粒子の運動についてなされ、多量に存在する粒径粒子は注意を引かれない。このことは、暗黙のうちに、多量に存在する粒径粒子によって流れの抵抗が決定されることを意味しており、したがって、このような粒径粒子の運動は、平均的な運動としてとらえられるということを意味している。実際、このような流れの流速分布、抵抗則については、均一粒径からなる流れについて得られた結果と比較することにより、流れを支配している代表粒径を決定するにとどまっている。

しかし、われわれの立場にたてば、これらの現象は、流れの中の個々の粒子の運動の統計的な結果として説明される必要がある。すなわち、分級作用について考えてみると、流れの中で個々の粒子がどのようにして流れの中に支えられているか、注目している粒径粒子の流れの中での保持機構について考察する必要がある。ここでは、均一粒径からなる流れの中に少量の異なる粒径粒子が含まれている場合について考えているのであるから、注目

している粒子が多量に存在する粒径粒子であれば、均一粒径と同様の考察ができ、衝突時の運動量変化が問題となるであろう。一方、注目している粒子が流れの中に少量含まれている粒径粒子である場合は、注目している粒子が多量に存在する粒径粒子によって流れの中に支えられるかどうか問題となるであろう。なぜなら、粒子を流れの中に支持しているのは、流れの中に多量に存在し、流れの抵抗則を支配しているような、分散応力を発生している粒径粒子であるからである。大粒子が多い場合は、小粒子は、大粒子によって必ずしも支えられず、すなわち、大粒子の間隙をぬって支持される層まで落下してゆく。小粒子が多い場合は、大粒子は直下に存在する小粒子層によって支持されており落下してゆくことはない。しかし、大粒子が落下してゆくことがないだけでは、小粒子が多い場合の分級作用の説明にはならない。今、大粒子の直下の小粒子層を考える。先の考察から、大粒子を支持している力は、マクロ的にはこの層が生じる分散応力である。しかし、その分散応力は、より下層の粒子と衝突して運動量を失って下方へ落下してゆく粒子（以下 dead な粒子とよぶ）によっては受け持たれず、衝突後も層内にとどまっているような、大きな運動量をもっている粒子（以下 alive な粒子という）によって受け持たれていることがわかる。大粒子直下の小粒子層（以下、alive な小粒子層とよぶ）からの dead な小粒子の落下は、alive な小粒子層を Control Surface にとり連続式をたてることにより、結局、alive な小粒子層の上昇を生じさせ、この粒子層に乗っている大粒子は、alive な小粒子層に支えられたまま流れの表面へと上昇してゆく。実際、分級作用に関する実験の観察によると⁵⁾、分級作用は、大粒子が多い場合には、小粒子が大粒子の間をぬって落下してゆく、いわゆるパーコレーションによって生じ、小粒子が多い場合には大粒子が上昇することによって生じるといわれている。

以上の考察によると、分級作用とよんできた現象は、分級“作用”，すなわち、少量存在する粒子に働く力ではなく、粒子流がもっている本質的な性質として、個々の粒子の運動の統計的な結果として、粒度分布により各粒径ごとの運動の仕方が決定されていることによって生じるといえるので、以後、分級作用を粒度偏析とよぶことにする。

一方、流速分布・抵抗則は、多量に存在する粒径粒子によって支配されるとしても、粒度偏析によって刻々と粒度分布が変化するため、少なくとも local な粒度分布によってその近傍の流速分布を考えることが必要であると考えられる。

以上の考察をまとめると、次のように要約できるであろう。混合粒径からなる粒子流においては、特に、二粒

径からなる粒子流では、抵抗則については、多量に存在する粒径粒子によってほぼ支配され、偏析過程は、抵抗則を支配している粒径粒子、または、そのうちの alive な粒子によるパーコレーションである。次章以降、このような考え方のもとに、平均的な粒子の挙動を Bagnold の流動モデルで表現し、現象の定量的評価を行う。

3. 正方配列モデルを用いた偏析モデル

パーコレーションによる偏析過程を定量的に評価するため、Bagnold の流動モデルをもとに、パーコレーションモデルを考え、現象の定量的説明を試みる。

初めに流動則を支配している粒子が大粒子である場合、すなわち大粒子が多量に存在する場合を考える。小粒子をパーコレートする大粒子の平均的な配列モデルを、Fig.1 のような流れに平行に置かれた仮想的なふるい目を考えることによって与える。大粒子間隔 bD は、Bagnold が用いた構成則に関する平均的な大粒子間隔、 b_0D とは異なった値をとることが予想される。この両者の関係を

$$bD = a b_0 D \dots\dots\dots (1)$$

と表わす。ここで、 D は大粒子の粒径、 b_0 は、

$$b_0 = 1 + \frac{s}{D} = 1 + \frac{1}{\lambda} \dots\dots\dots (2)$$

であり、 λ は、Bagnold の定義した線濃度で、

$$\lambda = \frac{D}{s} = \frac{1}{(C_0/C)^{1/3} - 1} \dots\dots\dots (3)$$

で表わされる。 C_0 は、粒状体の最密充填濃度で、一般には、 $C_0 \approx 0.74$ である。さて、小粒子からみた大粒子によるふるい目は路床勾配により傾いており、そこを小粒子が通過する確率 P は、Gaudin の確率⁶⁾を考えることにより、

$$P = 1 - K \left(\frac{D+d}{2bD} \right)^2 \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。この確率 P は、Fig.2 のように、小粒子がふるい目を通過するとき、球の中心が通ることができる面積とふるい目の長方形の面積の比である。 K は、 θ と d/D の関数で、Fig.2 のそれぞれの場合に対応して、

$$\left. \begin{aligned} & (a) \quad d/D < b \cos \theta - 1 \text{ のとき} \\ & K = \frac{\pi}{\cos \theta} \\ & (b) \quad b \cos \theta - 1 < d/D < b - 1 \text{ のとき} \\ & K = \frac{2}{\cos \theta} \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{b \cos \theta}{1+d/D} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{b \cos \theta}{1+d/D} \sqrt{1 - \left(\frac{b \cos \theta}{1+d/D} \right)^2} \right\} \\ & (c) \quad b - 1 < \frac{d}{D} < \sqrt{1 + \cos^2 \theta} b - 1 \text{ のとき} \dots\dots (5) \end{aligned} \right\}$$

$$K = \frac{1}{\cos \theta} \left\{ \pi - 2 \cos^{-1} \left(\frac{b \cos \theta}{1+d/D} \right) - 2 \cos^{-1} \left(\frac{b}{1+d/D} \right) + 2 \frac{b \cos \theta}{1+d/D} \sqrt{1 - \left(\frac{b \cos \theta}{1+d/D} \right)^2} + 2 \frac{b}{1+d/D} \sqrt{1 - \left(\frac{b}{1+d/D} \right)^2} \right\}$$

(d) $\sqrt{1 + \cos^2 \theta} b - 1 < d/D$ のとき

$$K = \left(\frac{2 b D}{1+d/D} \right)^2$$

である。

小粒子が大粒子からなるふるい目に単位時間に試行する回数 ξ は、大粒子と小粒子の相対速度に比例し、小粒子の粒子間隔に反比例すると考えられるので、比例定数を 1 とおくと

$$\xi = 1 \cdot \frac{\delta u}{S_a + d} = \frac{b_0 D}{S_a + d} \frac{du}{dz} \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。ここで、 S_a は仮想ふるい目にかかる小粒子の純間隔で、次のように表わされる。

$$S_a = \left\{ \left(\frac{C_0}{C_a} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} d \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 C_a は考えている層内に存在する小粒子濃度である。流れに垂直方向の粒子の濃度分布が一定であるとすると、 δt 時間における仮想ふるいの上昇距離 δz は、式 (5)、式 (6) を用いて、連続条件

$$(b_0 D)^2 \delta z C = [1 - (1-P)^{\xi \delta t}] (b_0 D)^2 C_a$$

より、

$$\frac{\delta z}{b_0 D} = \frac{C_a}{C} \left[1 - \left\{ K \left(\frac{D+d}{2 b D} \right)^2 \right\}^{\xi \delta t} \right] \dots\dots\dots (8)$$

と表わされる。式 (6) 中の du/dz を Bagnold の構成式 (18) 式を用いて相対水深で表わすと、式 (8) は、

$$A_1 \delta z = 1 - \exp \left\{ A_2 u_* \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{2}} \delta t \right\} \dots\dots\dots (9)$$

と書き直される。ただし、 A_1 、 A_2 は、 ρ を見掛けの密度として、

$$A_1 = \frac{C}{b_0 D C_a}$$

$$A_2 = \sqrt{\frac{\rho}{a \sigma}} \frac{b_0 u_*}{S_a + d} \frac{1}{\lambda} \log \left\{ K \left(\frac{D+d}{2 b D} \right)^2 \right\}$$

である。式 (9) を展開し、線形化すると、

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{A_2}{A_1} u_* \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (10)$$

となる。式 (9)、式 (10) 中の A_1 、 A_2 は混合比の関数であり、偏析とともに変化する。したがって、流れに含まれる小粒子の濃度分布を知らなければならない。しかし、小粒子の濃度分布の時間的変化そのものが、実は、粒度偏析の表現の 1 つである。そこで、体積要素を、

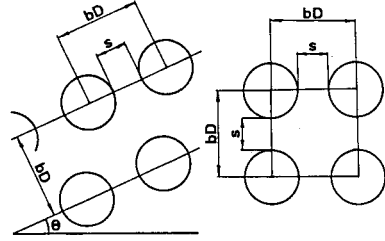


Fig. 1 Virtual sieve based on Bagnold's model.

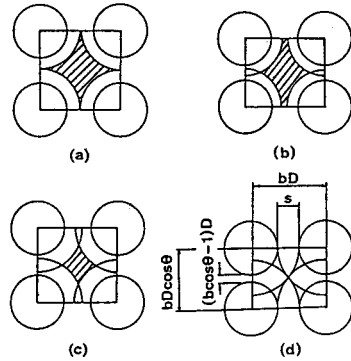


Fig. 2 Gaudin's probability of virtual sieve.

$(b_0 D)^2$ にとって、 z 、 $z + b_0 D$ における小粒子の出入りを式 (5)、式 (6) から求め、連続式をたてることにより、すなわち、

$$[1 - (1-P)^{\xi \delta t}] \left(C_a + \frac{\partial C_a}{\partial z} b_0 D \right) (b_0 D)^2 - [1 - (1-P)^{\xi \delta t}] C_a (b_0 D)^2 = \frac{\partial C_a}{\partial t} \delta t (b_0 D)^2$$

より、小粒子の濃度分布 $C_a(z, t)$ が、多少の計算の後に、

$$A_3 (1-\eta)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial C_a}{\partial \eta} - \frac{1}{A_2} \frac{h}{b_0 D} \frac{\partial C_a}{\partial t} = C_a (1-\eta)^{-\frac{1}{2}} \dots\dots (11)$$

と求まる。ただし、 A_3 、 η は、それぞれ、

$$A_3 = \frac{4}{3} + \frac{C_a}{C_0} \left(1 - \frac{C_a}{C_0} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta}{3} \left(\frac{C_a}{C_0} \right)^{\frac{3}{2}-n}$$

$$\eta = \frac{z}{h}$$

である。こうして、大粒子が多い場合の粒度偏析は、式 (10)、または式 (11) により表わされる。

さて、次に小粒子が多い場合を考える。この場合、小粒子同士が衝突するときに dead な小粒子が生じる確率が問題となる。この確率を P とすると、alive な小粒子層を control surface にとったときのその小粒子層の上昇速度が、連続式

$$(b_0 D)^2 \delta z C = [1 - (1-P)^{\xi \delta t}] (b_0 d)^2 C$$

より、

$$\frac{dz}{dt} = A u_* \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (12)$$

$$A = -\sqrt{\frac{\rho}{a \sigma}} \frac{b_0}{\lambda} \log (1-P)$$

と求まる。小粒子に対して大粒子があまり大きくないときには、alive な粒子層から落下してゆく dead な粒子のために、大粒子を支えている alive な粒子層に穴があき、その穴から大粒子が落ちてゆくことが考えられる。この alive な粒子層にある穴の存在する確率は、dead な粒子が生じる確率に等しいので、大粒子の落下速度に関する期待値は、

$$\delta z = P \xi \delta t b_0 D$$

と考えられるから、結局、

$$\frac{dz}{dt} = -Bu_* \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (13)$$

$$B = P \sqrt{\frac{\rho}{\alpha \sigma}} \frac{D}{D + S_b} \frac{1}{\lambda} K_1 \left(\frac{D+d}{2b_1 d}\right)$$

と求まる。ただし、 S_b は大粒子間の純間隔を表わし、 K_1 は式 (5) の D に d を、 b に $b_1 = 2b$ を代入した値である。式 (13) は、 D/d が大きくなるに従い、0 に収束し、結局、小粒子が多い場合の大粒子の上昇速度が、式 (12) と式 (13) の和

$$\frac{dz}{dt} = (A-B)u_* \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (14)$$

で表わされる。式 (14) を積分することで、大粒子の z 方向の軌跡、表面に達するまでの時間がそれぞれ、

$$2h \left\{1 - \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{2}}\right\} = (A-B)u_* t \dots \dots \dots (15)$$

$$T = \frac{2h}{(A-B)u_*} \dots \dots \dots (16)$$

と求まるが、本考察で得られるもう 1 つの重要なことは、マクロ的に同一な小粒子からなる流れの中におかれた大粒子の軌跡、上昇速度は、粒径比、相対水深が同じであっても、その過程が確率的であるため、異なった軌跡をとることが十分に予想されるということである。係数 $A-B$ の値は、dead な小粒子の生成確率 P に強く依存しており、また、勾配の大ききなところでは小さいところに比べ、衝突時に粒子が失う運動量が少ないことが考えられ P の値が小さいと考えられるので、大粒子の運動の式 (14)、式 (15) からのばらつきは、勾配が急になるほど小さくなるのが予想される。

大粒子が多量に存在する場合、小粒子が多量に存在する場合との粒度偏析現象について比較すると、路床勾配が等しいとすると、大粒子が多い場合は、式 (10)、式 (11) より、現象が粒径比、大粒子粒径、混合比に主に支配されるのに対し、小粒子が多い場合は、式 (14)、式 (15) より、小粒子粒径、次いで粒径比に左右されるという相違があるのがわかる。勾配に対しては、いずれの場合も、勾配が急になれば、粒度偏析は生じにくくなるのがわかる。式 (10) および式 (14) 中の無次元上昇速度、 A_2/A_1 、 $A-B$ を、 $D/d=2, 5$ のときに勾配に対して求めたものを Fig. 3, Fig. 4 に示す。また、大粒子

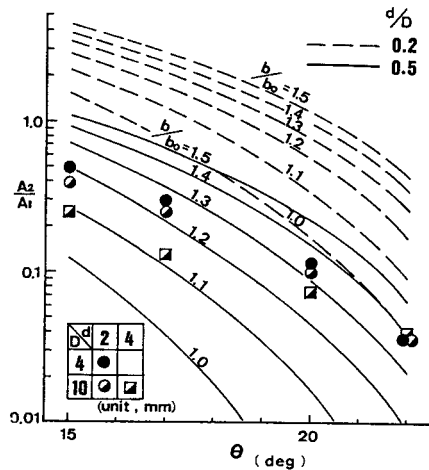


Fig. 3 The relation between nondimensional velocity A_2/A_1 and bed gradient.

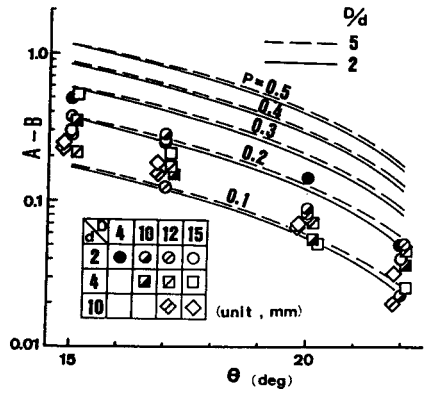


Fig. 4 The relation between nondimensional velocity $A-B$ and bed gradient.

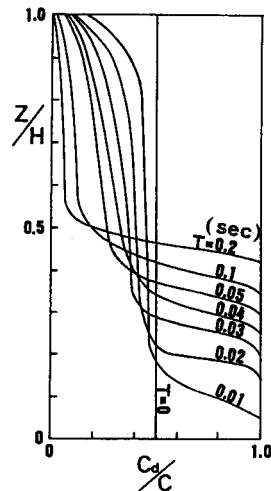


Fig. 5 Segregation process by Eq. (11).

が多い場合の小粒子の濃度変化を $\theta=17^\circ$, $d/D=0.2$ に対して式 (11) で求めた例を Fig. 5 に示す。

本章での解析で問題となる点は、係数 α と確率 P の関数形であるが、この決定は、流れの統計的な性質が十分に把握される必要がある。ここでは、逆に、実験を通して $\alpha \cdot P$ を推定するようにする。

4. 二粒径からなる粒子流の流動則

3. と同様に、理想化された場合を考える。偏析が生じる以前では、多量に存在する粒径粒子によって流れが支配されているから、多量に存在する粒径粒子のみからなる均一粒径の粒子流として解析しても十分であろう。しかし、偏析が進むと、流れの下層部ではしだいに小粒子濃度が、上層では大粒子濃度が高くなり、ついには、ほとんど大粒子のみからなる上層部とほとんど小粒子のみからなる下層部の二層に分かれるであろう。しかし、このように偏析してゆく過程、偏析が終了した状態における流れの中のある層では、大粒子と小粒子が互いに互いを無視できないほど混合していると考えられる。混合状態での構成則は、今のところ不明であるので、偏析が十分に進んだ場合について、混合層が無視できると仮定して、流速分布について考察する。

構成則としては、表現が単純で偏析のモデルでもある Bagnold¹¹ の方程式、

$$p = \tau / \tan \phi \dots\dots\dots (17)$$

$$\tau = \alpha \sigma (\lambda D)^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \dots\dots\dots (18)$$

を用いることにする。すると、流速分布は、 $z=z_0$ が両層の境界であるとして、小粒子層で、

$$\sqrt{a \frac{\sigma}{\rho}} \lambda \frac{d}{h} \frac{u_1}{u_*} = \frac{2}{3} \left[1 - \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \dots\dots\dots (19)$$

大粒子層で、

$$\sqrt{a \frac{\sigma}{\rho}} \lambda \frac{D/d}{1-z_0/h} \frac{u_{11}}{u_*} = \frac{2}{3} \left[\left[1 - \left(1 - \frac{z/h - z_0/h}{1-z_0/h} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + \frac{D/d}{1-z_0/h} \left[1 - \left(1 - \frac{z_0}{h} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right] \dots\dots\dots (20)$$

と求まる。添字の I, II は、それぞれ、小粒子層 (以後層 I とよぶ)、大粒子層 (以後、層 II とよぶ) を、 z_0 は両層の境界を示す。粒径比と境界の位置による流速分布の相違をみるため、 $d/D=0.2, 0.5, 0.8$ のときの、 $z_0/h=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ と変えたときの流速分布を速度欠損則で表わした図を Fig. 6 に示す。一般の土石流では、Bingham 流動のような plug をもつ流況を示す場合があることが報告されており、勾配が急な場合 (特に 22° 以上で) における現象の説明¹² も行われているが、土石流が広い粒度分布をもつことを考慮すると、Fig. 6 より、低勾配においても粒度偏析の結果、plug flow のような部分をもってもおかしくないことがわかる。

5. 実験および考察

全長 12 m, 幅 10 cm の可変勾配開水路に Table 1 に示す混合条件の砂を 15 cm の厚さに敷き詰め、あらかじめ飽和させた後、上流端より 1~3 l/s で給水し、粒子流を発生させた。流速分布、大粒子の軌跡は、下流端から 3 m の地点で側壁からビデオカメラ、16 mm カメラで撮影し、粒子を追跡することによって得た。また、実験は、同一条件に対し、数多く (少なくとも 3 回以上) 行い、平均値が意味をもつようにした。

Fig. 7 は、段波後方のほぼ定常とみられる部分における粒子濃度 C に対する大粒子濃度 C_b の比の平均値を勾配に対して表わしたものである。図中の $C_b/C=0.2, 0.5$ の実線は、初期の混合比に対応し、もし、実測値が

Table 1 Initial mixture ratio (M.R.) of experiments.

diameter ratio D : d unit:mm	gradient (degree)			
	15°	17°	20°	22°
4 : 2	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4
10 : 2	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4
12 : 2	1:4	1:4	1:4	1:4
15 : 2	1:4	1:4	1:4	1:4
10 : 4	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4
12 : 4	1:4	1:4	1:4	1:4
15 : 4	1:4	1:4	1:4	1:4
12 : 10	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4
15 : 10	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4	1:1 1:4

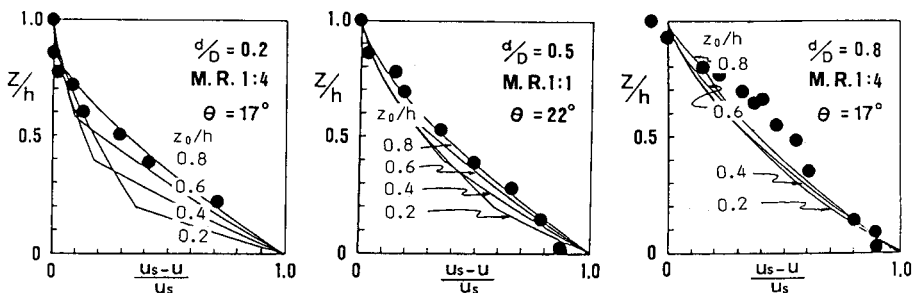


Fig. 6 The difference of velocity distribution by d/D and z_0/h .

これらの初期の値とそれほど違わなければ、粒度偏析はあまり生じないことになる。初期混合比が1:4の場合、実測値は、小粒子の粒径によりほぼ分類され、小粒子の粒径が大きくなるにつれ偏析が進んでいることがわかる。一方、初期混合比1:1の場合は、偏析の小粒子の粒径への依存性は認められず、大粒子の粒径および粒径比への依存性が強いことがわかる。先の考察と比較すると、粒度偏析が初期混合比1:4の場合は、aliveな小粒子によるパーコレーションによって生じ、初期混合比1:1の場合は、大粒子によるパーコレーションによって生じていると考えられる。このことは、初期混合比1:4では、流れの抵抗が主に小粒子によって受け持たれ、混合比1:1では大粒子によって受け持たれていることを示していると考えられ、基本的には前報³⁾の考え方が妥当であることを示していると考えられる。

始めに流動則から検討する。実験から得られた流速分布は次の4つのタイプに分類される。

TYPE I : ダイラタント流体の流速分布である3/2乗則に従うような分布形

TYPE II : 流れの表面付近で plug flow のような一様な部分をもつ分布形

TYPE III : TYPE II と似ているが、一様な部分とひずみ速度をもつ部分との間ですべりを伴うような分布形

TYPE IV : 流れの表面近くで下層部より大きなひず

み速度をもつ部分が存在する分布形

それぞれの実験条件に対してそれぞれのTYPEの流速分布が現われた度数を集計して Table 2 に示す。

4. の流速分布形に関する考察、および Fig. 6 から、TYPE I の流速分布は、偏析が進む前の混合状態における流速分布を示していると考えられ、TYPE II, IV の流速分布は、それぞれ、粒度偏析が進んだ後の、 d/D が小さい場合 (0.5 以下)、および、1 に近い場合 (0.8 以上) にみられるであろうと予測される。

しかしながら、流速分布に不連続な部分をもつようなTYPE III の分布形や粒径比 d/D が小さい場合のTYPE IV の分布形は、4. において Bagnold の構成方程式をもとに求めた分布形の中には存在しない。これらの流速分布形については、定性的ではあるが、以下のように説明されるであろう。Fig. 6 は、式 (18) を単に積分して求めたものであり、式 (17) で表現される I 層で生じる p と II 層で生じる p がつり合っていることを前提としている。しかし、この条件は、常に満たされているとは限らない。両層の境界で、質量の大きく異なる粒子が接触することを考えると、I 層の粒子は II 層の粒子が生じる運動量を支えきれず、式 (17) で表現される II 層の p より小さな応力しか生じず、したがって τ も小さくなり、両層の境界ですべりを生じたり (TYPE III)、II 層のひずみ速度が増加する (TYPE IV) 場合があるであろう。

すなわち、4. の考察で説明できる流速分布は、偏析が十分進む前の混合状態にある場合か、偏析が進んだ後の I, II 両層の境界の応力状態の影響が無視し得る場合のいずれかであるということが出来る。また、そうでないような流速分布は、I, II 両層での境界での応力状態の影響が無視できないような場合であり、このような場合には両層の境界で大粒子と小粒子が混合を起こしていると考えられ、その影響が無視できない場合であると考えられる。

実験結果から、両層の混合が無視できると考えられる場合の実験値の一例を Fig. 6 のそれぞれの粒径比に対応

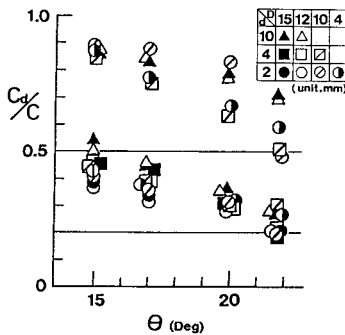


Fig. 7 Experimental results of C_0/C vs. bed gradient.

Table 2 The frequency of each TYPE velocity distribution.

diameter ratio D : d unit.mm	M.R.	1 : 1				1 : 4			
	gradient	15°	17°	20°	22°	15°	17°	20°	22°
	TYPE	I II III IV	I II III IV	I II III IV	I II III IV	I II III IV	I II III IV	I II III IV	I II III IV
4 : 2		4 0 0 2	3 0 0 3	4 1 0 1	4 1 1 0	2 1 1 2	4 0 0 2	5 0 0 1	4 0 0 2
10 : 2		3 0 1 3	1 1 0 4	4 1 0 1	9 0 0 0	4 1 0 1	3 1 0 2	3 0 0 2	4 0 0 1
12 : 2						3 1 0 2	5 0 0 1	3 0 0 2	3 0 0 2
15 : 2						2 1 3 0	2 2 1 2	3 0 2 1	3 0 1 2
10 : 4		4 1 0 1	1 2 2 1	1 3 0 3	9 0 0 0	2 0 2 2	1 0 2 3	3 0 0 3	5 0 0 1
12 : 4						4 0 0 2	3 2 1 1	2 0 0 5	3 0 0 3
15 : 4						4 1 0 1	3 1 1 3	2 0 2 3	4 0 0 2
12 : 10		4 0 0 2	4 0 0 2	1 0 1 4	6 0 0 0	1 0 1 4	1 0 0 5	3 0 1 3	3 0 0 3
15 : 10		2 0 1 3	3 0 0 3	3 0 1 3	5 0 0 1	2 0 1 4	2 0 0 4	4 0 0 2	4 0 1 1

させて、 $d : D = 2 : 10(\text{mm}) = 0.2(\text{TYPE II})$ 、 $5 : 10 = 0.5(\text{TYPE I または II})$ 、 $10 : 12 \approx 0.8(\text{TYPE IV})$ について Fig. 6 に示す。一方、両層の混合の影響が無視できないと考えられる場合の実験値の一例を $d : D = 5 : 15 \approx 0.3(\text{TYPE III})$ 、 $2 : 10 = 0.2(\text{TYPE IV})$ について Fig. 8 に示す。

次に抵抗則について考察する。構成則に Bagnold のモデルを用いたとき、抵抗則の相違は、式 (18) の係数 a で表現される。TYPE I の流速分布をもつ場合の抵抗則は、式 (18) を積分して、

$$\frac{5}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \lambda \frac{u_m}{u_*} = \sqrt{\frac{1}{a}} \frac{h}{D_0} \dots \dots \dots (21)$$

と表わされる。ここで、 D_0 は代表粒径で、4. での考察から、混合比が 1 : 1 の場合は大粒子の粒径を、混合比が 1 : 4 の場合は、小粒子の粒径を選ぶことにする。このようにして整理した結果を Fig. 9 に示す。さらに Fig. 9 には、5 mm 均一粒径における実験結果も示してある。図中の 2 本の実線は、5 mm の均一粒径の実験から得られた係数 0.04 と、Bagnold が求めた係数、0.013 である。2 本の破線は、5 mm 均一粒径の実験値

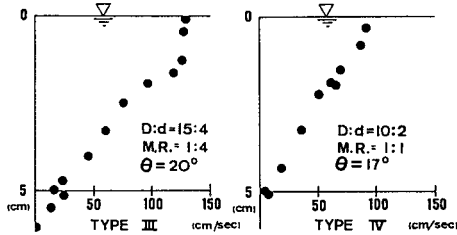


Fig. 8 Velocity distribution of TYPE III and TYPE IV in case that the influence of boundary condition between both layers cannot be disregarded.

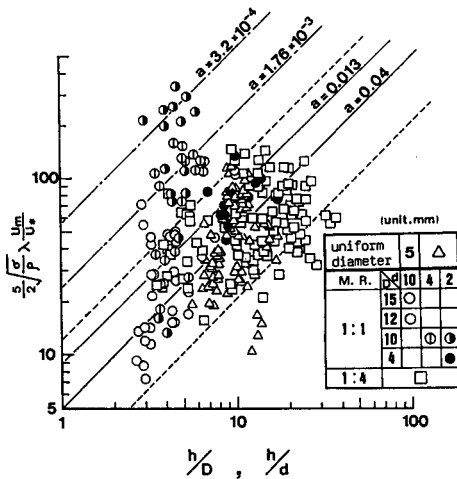


Fig. 9 Resistance law of TYPE I.

の主な存在範囲を示しており、Bagnold の構成則に従うとき、この程度の誤差は生じるものと思われる。逆にいうと、この範囲内に実験値があれば、均一粒径と同様の抵抗則に従うと考えてよさそうである。混合比が、1 : 1 の場合、1 : 4 の場合に比べてばらつきが大きく、少しの条件の違いで、かなり抵抗則が異なるのがわかる。しかし、混合比 1 : 4 の実験値、さらに、 $d : D = 2 : 10$ 、 $4 : 10$ の場合を除けば混合比 1 : 1 の実験値も、ほぼ 2 つの破線の間が存在し、均一粒径と同じ抵抗則に従うものと考えられる。一方、混合比 1 : 1 の $d : D = 2 : 10$ 、 $4 : 10$ のときは、係数 a の値が、それぞれ $a = 3.2 \times 10^{-4}$ 、 1.76×10^{-3} なる値をとり、抵抗がかなり小さいのがわかる。 a を均一粒径と同じ 0.04 にとり、見掛けの粒径で評価すると、それぞれ、1 mm、2 mm となり小粒子の粒径より小さくなる。いずれにしても、このような抵抗の減少は、Bagnold のモデルによると応力が粒子の衝突による運動量の交換によって説明されるので、衝突による運動量の交換が少ないことを意味する。その原因として、1) 大粒子と小粒子の混合により互いに個々の粒子の運動が阻外され、その結果として運動量の交換が、小さくなる。2) 大粒子の慣性力からみた小粒子の慣性力と水の慣性力、粘性力との関係、すなわち、大粒子の慣性力に比べ、小粒子の慣性力が水の慣性力に近ければ、小粒子は大粒子に対して水の粘性の増加として考慮され、大粒子の運動は阻外され、係数 a が減少する、等が考えられる。一方、粒度偏析が進んだ場合、I、II、両層の混合の影響が無視できる場合は、抵抗則は、

$$\frac{5}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \lambda \frac{u_m}{u_*} = \sqrt{\frac{1}{a}} \frac{h}{d} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{z_0}{h} \right)^{\frac{5}{2}} + \frac{d}{D} \left(1 - \frac{z_0}{h} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (22)$$

と表わされる。Fig. 10 に TYPE II と $d : D = 10 : 12$ の

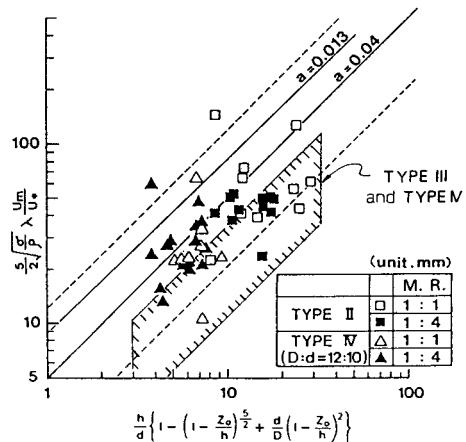


Fig. 10 Resistance law of TYPE II, III, and IV.

ときの TYPE IV の抵抗則を示す、実線、破線は、Fig. 9 と同様で、均一粒径と同じ抵抗則に従うと考えられる。I, II 両層の境界での混合が無視できない場合の抵抗則については、Bagnold の構成則を用いては、評価が難しく、今後さらに研究の必要があると思われるが、式 (22) と機械的に比較し、見掛けの α を求めると、 $\alpha = 0.15 \sim 0.2$ とかなり大きな抵抗を示した (Fig. 10)。

次に大粒子の上昇速度について考察する。Fig. 3, Fig. 4 に、それぞれ混合比 1:1, 1:4 の場合の実験から得られた無次元上昇速度

$$\frac{u_z}{u_*} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (23)$$

の平均値を示す。Fig. 3, Fig. 4 の縦軸は、式 (10), 式 (14) より式 (23) に等しいことがわかる。実験から得られた無次元上昇速度は、勾配が大きくなるに従い小さくなる傾向を示すほかは、実験条件によらずほぼ同じ値をとっている。

混合比 1:1 の場合について、流れの抵抗が大粒子によって受け持たれているとして式 (10) との比較を行う。係数 α は、小粒子のパーコレートに関する大粒子の仮想ふるい目の開きの weight を表わすので、式 (18) 中の α の値が大きくなるに従い、すなわち、個々の粒子の運動が活発になるに従い、路床勾配が急になり粒子濃度が高くなるに従い、また、 d/D が大きくなるに従い、 α の値は大きくなるものと思われる。実際、実験から、 α と d/D の関係はわからないが、明らかに勾配が急になると α は大きくなり、また、 $d:D=2:4(\text{mm}), 4:10, 2:10$ と、抵抗則で求めた α の値が小さくなるにつれて α の値が小さくなっているのがわかる。

次に、混合比 1:4 の場合について、流れの抵抗が小粒子によって受け持たれているとして、式 (14) との比較を行う。小粒子の 1 回の衝突で運動量を失う確率は、 15° で $0.1 \sim 0.3$, 22° で $0.1 \sim 0.2$ と、ほぼ一定の値をとっているが、勾配が急になるにつれて多少は小さくなるようである。また、この値自身は、軽量骨材を用いた、椿・橋本らの実験²⁾と比較しても、比重の相違を考えると妥当な値ではないかと思われる。式 (6) から無次元上昇速度は、粒径比にはあまり依存しないようであるが、実験値の方も、それを裏付けており、dead な小粒子の生成確率 P に強く依存することがわかる。

最後に、Fig. 3 と Fig. 4 を重ねてみると、混合比 1:1 の場合において小粒子がふるいを通過する確率が、混合比 1:4 の場合の運動量を失って落下していく小粒子の生成確率とほとんど変わらないということになる。しかし、この結果が一般化されるべきではないことは、混合比 1:1 という条件が式 (10) が成り立つ条件を理想的に満たしていないことから理解される。逆に、このよう

な結果は、混合比 1:1 という条件のもとでは、抵抗則は仮に大粒子によって支配されていても、個々の小粒子の運動、または運動量を無視することができないことを意味していると思われる。

6. 結 論

本研究は、二粒径からなる混合粒径粒子流の流動機構について、流れを個々の粒子の運動の統計的表現としてとらえ、その平均的挙動については Bagnold の構成モデルをもとに解析を行い、実験と比較したものである。

その結果、

(1) 偏析過程においては、小粒子に比べ大粒子が多く存在する場合、大粒子の上昇速度が式 (10) で、また、小粒子が多量に存在する場合、大粒子の上昇速度が式 (14) で与えられることを示した。

(2) 粒度偏析は、前者の場合、主に、粒径比、混合比、係数 α に依存し、後者の場合、主に、dead な小粒子の生成確率 P に依存する。また、いずれの場合も、勾配が急になるに従い、偏析は進みにくくなる。 α , P は、その定義が示すように、流れの抵抗則、流速分布に密接な関係がある。そして、その関係は式 (5) に示すような関係である。

(3) 流速分布は、偏析が進む前、および進んだ後の両層の間での混合の影響の有無によって、Fig. 6, Fig. 8 に示すような 4 つの場合に分類される。

(4) 抵抗則は、混合の状態によってかなり異なる。特に、混合比 1:1 の偏析が進む前の状態ではその傾向が著しい。また、偏析が進む前の混合比 1:1, $d:D=2:10(\text{mm}), 4:10$ の場合、および偏析が進んだ後の両層の境界での混合の影響が無視できない場合においては、均一粒径の抵抗則とは明らかに異なる。逆に、それ以外の場合は、実験の範囲を通じて均一粒径とほぼ同等の抵抗則を示した。

(5) dead な小粒子の生成確率 P は、ほぼ $0.15 \sim 0.20$ と一定値をとり、勾配とともに多少小さくなる。また、大粒子からなる仮想ふるいの粒子間隔に関する係数 α は、流れの抵抗の大きさ、粒子のランダムな運動の激しさを表わす係数 α の増加とともに、大きくなる。すなわち、流れの抵抗が大きいくほど、勾配が急なほど α の値は大きい。 P , α の定義に示されるように、 P および α は、粒子の運動の統計的な性質を示す重要な量であり、 P および α の定量的、定性的説明は、粒子流の連続体力学的解釈の第一歩となるものである。

今後の問題として、たとえば、 α の定量的説明等があるが、そのためにも流体とそれぞれの粒径粒子の相互作用、および偏析という本質的に非定常性を含む粒子の運動の詳細な統計的性質の理解等、多くの問題が残されて

いる。これらの問題について、さらに基礎的な研究を行っていきたい。

参 考 文 献

- 1) Bagnold, R. A. : Experiments on a gravity free dispersion of large solid sphere in a Newtonian fluid under shear, Proc. Roy. Soc. A, pp. 49-63, 1954.
- 2) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間応力と流動特性，土木学会論文報告集，第317号，pp. 79-91, 1982.
- 3) 金谷健一：粒状体の流動の基礎理論（第2報．発達した流れ），日本機械学会論文集（B編），第45巻，第392号，pp. 515-522, 1979.
- 4) Takahashi, T. : Debris flow on prismatic open channel, ASCE, Vol. 106, HY, pp. 381-396, 1980.
- 5) 橋本晴行・椿東一郎：土石流における逆グレイディング機構，土木学会論文報告集，第336号，pp. 75-84, 1983.
- 6) Gaudin, A. M. : Principles of mineral dressing, 1939.
- 7) 橋本晴行・椿東一郎：きわめて急勾配における土石流の流動機構，第27回水理講演会論文集，pp. 285-290, 1983.
- 8) 大同淳之・山野邦明：土石流の流動機構の統一的考察，第19回自然災害科学総合シンポジウム講演概要集，pp. 273-276, 1982.

(1984. 2. 20・受付)