

偏平多室箱桁のねじり，および，ずり応力の解析と実験

A STUDY OF THE TORSIONAL AND DISTORSIONAL STRESS ANALYSIS IN STEEL BRIDGES WITH A MULTI-CELLULAR BOX GIRDER

中井 博*・田井戸米好**・林 秀侃***・野口二郎****

By Hiroshi NAKAI, Yoneyoshi TAIDO, Hidenao HAYASHI and Jiro NOGUCHI

This technical note presents the analytical and experimental studies on the torsional and distortional stress in a multi-cellular box girders. Firstly, it is clarified through the numerical calculations based upon the thin-walled elastic beam theory that the contributions of the interior web plates to the torsional warping stresses are small enough to be ignored. Then, an approximate and practical method to evaluate the torsional warping stress is proposed by extending our method concerning a box girder with single cell. Secondly, the distortional stress in a multi-cellular box girder is analyzed by BEF theory in the similar manner to the torsion and an approximate method is also proposed herein. Finally, the experimental results by a model girder are shown together with the calculated values in order to ensure the validities of the above methods.

1. まえがき

長大橋梁の主桁に箱桁を利用すれば，曲げ剛度のみならず，ねじり剛度も大きくでき効果的であることは周知のとおりである。著者らは先に曲げとねじりとの連成作用が著しい曲線桁橋に関する応力・変位特性について考察し¹⁾，マルチセル構造の箱桁が主桁形式の1つとして有用であることを指摘した。

今日，各地で長大橋梁が建設されているが，この種の橋梁は概して幅員も広く，静的な耐荷性のほか，耐風安定性をよくするために，偏平な多室箱桁を主桁に用いる例が多くなってきた。

ところが，これまでの箱桁に関する研究は，主として一室の箱桁を対象としたものがほとんどで，偏平多室箱桁に関する研究は少なく，わずかに英国の橋梁設計指針 BS 5400 Part 3²⁾ でその解析法が述べられているに過ぎない。このうち，せん断遅れの現象については，P. J. Dowling³⁾ および著者ら⁴⁾ によって報告されているが，ねじりおよびずり応力の解析法については，それぞれ

A. R. Gent・V. K. Shebini⁵⁾，および，Billington・Charami・Dowling⁶⁾ による研究成果に基づくとされている。しかし，その詳細は公表されるに至ってないようである。

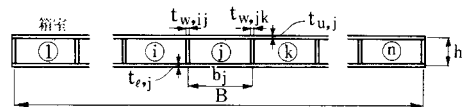
そこで，本ノートは，著者らが以前に発表した文献7)～8)に基づいて，偏平多室箱桁のねじり，および，ずりに焦点をあてて解析を行った。ついで，アクリライト製の小形模型桁による載荷試験を通じ，上記の文献7)～8)による解析法が，若干の修正を行うことによって，偏平多室箱桁のねじり，および，ずり応力特性の解析にも適用できることを本ノートで追補するものである。

2. 偏平多室箱桁のねじり応力解析

図一1に示す①，②，…，⑩室を有する偏平多室箱桁のねじり応力は，次式で解析することができる。

$$EI_w \frac{d^4 \theta}{dx^4} - GK \frac{d^2 \theta}{dx^2} = m_\tau \dots \dots \dots (1)$$

また，断面力および応力は，それぞれ次式で求められ



図一1 偏平多室箱桁の基本断面

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科
 ** 正会員 元阪神高速道路公団大阪第三建設部長
 *** 正会員 阪神高速道路公団保全施設部保全技術課 (〒541 大阪市東区北久太郎町 4-68)
 **** 正会員 (株)総合技術コンサルタント

る。

$$\left. \begin{aligned} T_s &= GK(d\theta/dx) : \text{純ねじりモーメント} \\ M_w &= EI_w(d^2\theta/dx^2) : \text{そりモーメント} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_s &= \frac{T_s}{K} \cdot \frac{\bar{q}}{t} : T_s \text{ によるせん断応力} \\ \sigma_w &= (M_w/I_w) \cdot \omega : M_w \text{ によるそり応力} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

ここに、 E : ヤング率、 I_w : そりねじり定数
 θ : ねじり角、 G : せん断弾性係数

K : 純ねじり定数、 m_τ : 作用分布トルク

そこで、純ねじり関数 \bar{q} 、そり関数 ω 、純ねじり定数 K および、そり定数 I_w を薄肉はり理論によって厳密に解析したが、偏平多室箱桁内の中間の腹板がこれらの断面定数に及ぼす影響が小さいことがわかった⁵⁾。したがって、図-2 に示すように中間の腹板を無視し、偏平多室箱桁を偏平一室箱桁とみなして解析すれば²⁾、次の断面諸定数の近似公式⁹⁾を得る(断面諸寸法等は図-2 を参照)。

a) 純ねじり定数 K および純ねじり関数 \bar{q}

$$K = 2\bar{q}Bh \dots\dots(4)$$

$$\bar{q} = B\bar{t}_u \epsilon / (\beta_u + \beta_l + \epsilon) \dots\dots(5)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \beta_u &= (B\bar{t}_u + 6A_u) / (ht_w) \\ \beta_l &= (B\bar{t}_l + 6A_l) / (ht_w) \\ \epsilon &= 2\bar{t}_u \cdot \bar{t}_l / \bar{t}_w \end{aligned} \right\} \dots\dots(6)$$

b) せん断中心 S の位置

$$e = \frac{\bar{q}}{\bar{t}_u} - \frac{2\omega_u}{B} \dots\dots(7)$$

c) そり関数 ω_u, ω_l

$$\left. \begin{aligned} \omega_u &= -\Delta\omega \frac{\beta_l + 3}{\beta_u + \beta_l + 6} \\ \omega_l &= \Delta\omega \frac{\beta_u + 3}{\beta_u + \beta_l + 6} \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

ここに、

$$\Delta\omega = -(Bh/2) + \bar{q}h/t_w \dots\dots(9)$$

d) そり定数 I_w

$$I_w = ht_w \{ \omega_u^2 (\beta_u + 2) + 2\omega_u\omega_l + \omega_l^2 (\beta_l + 2) \} / 3 \dots\dots(10)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\beta}_u &= (B\bar{t}_u + 6A_u) / (ht_w) \\ \bar{\beta}_l &= (B\bar{t}_l + 6A_l) / (ht_w) \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

$$\bar{t}_u = t_u + (A_{Ru}/a_u) \dots\dots(12)_a$$

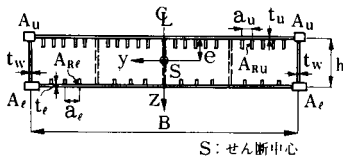


図-2 置換断面

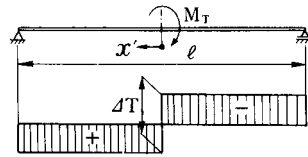


図-3 ねじりモーメントのステップ量 ΔT

$$\bar{t}_l = t_l + (A_{Rl}/a_l) \dots\dots(12)_b$$

一方、左外側腹板と下フランジの結合点におけるそり応力 σ_{wl} は、スパンを l とし、ねじり定数比 κ が、

$$\kappa = l \sqrt{\frac{GK}{EI_w}} \geq 30 \dots\dots(13)$$

のとき、文献7) より次式のように近似できる。

$$\sigma_{wl} = -\frac{h}{5K} (\eta \Delta T e^{-\epsilon x'/B} + 3\lambda B m_\tau) \dots\dots(14)$$

ここに、 ΔT は図-3 に示すように、ねじりモーメント $T \cong T_s$ のステップ値で、 x' は集中トルク M_T の作用点から着目点までの距離である。そして、このねじりモーメントのステップ値は、曲げねじり理論によらなくても、次の単純ねじり理論によって算出することができる⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} d^2\theta/dx^2 &= -m_\tau / (GK) \\ T &= GK(d\theta/dx) \end{aligned} \right\} \dots\dots(15)$$

式(14)中のその他のパラメーターは、

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \lambda B \sqrt{K/I_w} \\ \lambda &= 4\omega_l / (Bh) \\ \xi &= \nu\eta / \lambda \\ \nu &= \sqrt{G/E} \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

より求められ、たとえば BS 5400 Part 3²⁾ では、

$$\eta = -5, \xi = 2, m_\tau = 0 \dots\dots(17)$$

としている。

3. 偏平多室箱桁のずり応力特性

ずり応力特性についても、中間の腹板の関与が無視できるものと仮定し、次の基礎式によって解析する。

$$\frac{d^4\theta}{dx^4} + 4k^4\theta = \frac{1}{EI_{Dw}} \cdot \frac{m_\tau}{2} \dots\dots(18)$$

上式を解けば、曲げねじり理論と同様に、次の断面力 M_{Dw} と応力 σ_{Dw} を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_{Dw} &: \text{断面変形によるそりモーメント} \\ &= EI_{Dw}(d^2\theta/dx^2) \\ \sigma_{Dw} &: \text{断面変形によるそり応力} \\ &= (M_{Dw}/I_{Dw}) \cdot \omega_D \end{aligned} \right\} \dots\dots(19)$$

ここに、

$$\theta : \text{ずり角} \\ k = \sqrt{K_{Dw}/(4EI_{Dw})} \dots\dots(20)$$

$$K_{Dw} = 24EI_{Dw}/(\alpha_0 h) \dots\dots(21)$$

また、 μ をポアソン比とすれば、次のパラメーターを

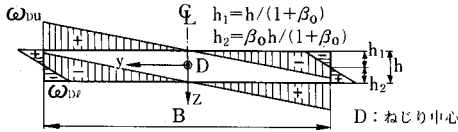


図-4 そり関数 ω_D の分布

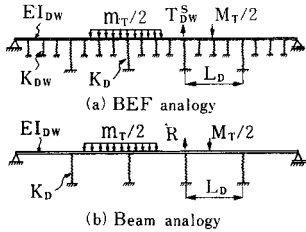


図-5 解析モデル

得る。

$$\alpha_0 = 1 + \frac{2B/h + 3(J_u + J_l)/J_w}{\frac{J_u + J_l}{J_w} + 6 \frac{h}{B} \frac{J_u \cdot J_l}{J_w^2}} \quad (22)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} J_u &= \bar{t}_u^2 / [12(1 - \mu^2)] \\ J_l &= \bar{t}_l^2 / [12(1 - \mu^2)] \\ J_w &= \bar{t}_w^2 / [12(1 - \mu^2)] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

さらに、断面変形によるそり関数 ω_D は、図-4 のように分布し、その値は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{Du} &= (Bh/4) \{1 / (1 + \beta_0)\} \\ \omega_{Dl} &= -\beta_0 \omega_{Du} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここに、

$$\beta_0 = (F_u + 3F_w) / (F_l + 3F_w) \quad (25)$$

$$F_u = B\bar{t}_u, \quad F_l = B\bar{t}_l, \quad F_w = h\bar{t}_w \quad (26)$$

$$I_{Dw} = \frac{B^2 h^2 \{\beta_0 F_l + F_w (2\beta_0 - 1)\}}{48(1 + \beta_0)} \quad (27)$$

以上の式によって種々なパラメトリック解析を行った結果、 L_D を中間ダイヤフラムの間隔とし、

$$\gamma = K_D / (K_{Dw} L_D) \geq 1500 \quad (28)$$

のとき、図-5 に示すように式 (18) の BEF 理論は文献 10) に示されたビーム・アナロジーによって解析してもよいことを確かめることができた。なお、その際、中間ダイヤフラムの剛度は次式で与えられる。

$$K_D = G t_D B h \quad (29)$$

ここに、 t_D は中間ダイヤフラムの板厚である。

すなわち、式 (18) は、次のように書き換えられる。

$$\frac{d^4 \theta}{dx^4} = \frac{1}{EI_{Dw}} \cdot \frac{m_T}{2} \quad (30)$$

表-1 は、パラメーター β が次式を満足する場合の M_{Dw} の簡易公式を、種々パラメトリック解析した結果を示したものである。

表-1 M_{Dw} の簡易公式 ($\gamma \geq 1500$ でかつ $\beta \geq 10$)

荷重の種類	そりモーメント M_{Dw}
	$M_{Dw.c} = \frac{(m_T/2) \cdot L_D^2}{24}$ $M_{Dw.s} = \frac{(m_T/2) \cdot L_D^2}{12}$
	$M_{Dw.c} = \frac{\beta^2 + 19.2\beta + 13.8}{5.85\beta^2 + 72.0\beta + 11.1} (M_T/2) \cdot L_D$ $M_{Dw.s} = \frac{-\beta^2 + 2.50\beta + 24.0}{12.7\beta^2 + 156\beta + 24.0} (M_T/2) \cdot L_D$

$$\beta = K_D L_D^3 / EI_{Dw} \geq 10 \quad (31)$$

一方、中間ダイヤフラムに発生するせん断応力 τ_D は、

$$\tau_D = T_{Dw}^S / (B h t_D) \quad (32)$$

によって算定される。ここに、 T_{Dw}^S は中間ダイヤフラムで生じる M_{Dw} のステップ量 (BEF 理論)、または反力 R (ビーム・アナロジー) に相当するものである。

4. 模型桁による確認実験とその考察

上述した解析方法の妥当性を検討するために、図-6 に示す実験装置と模型桁 (詳細については文献 4) 参照) を用いて実験を行った。すなわち、図示のように、重錘の片方は模型桁に直接载荷し、他方はワイヤーと滑車を通じて逆向きに作用させ、所要のトルクを模型桁に作用させた。なお、ねじり実験はスパン中央のダイヤフラムのある断面 (断面 1) で行い、ずり実験はスパン $l/4$ 付近の中間ダイヤフラム間の断面 (断面 2) で行った。

(1) ねじり実験結果

図-7 に実験結果と解析結果とを比較したものを示しているが、 σ_w 、 τ_s とも両者には良好な一致がみられる。

(2) ずり実験結果

この場合、 σ_{Dw} のみを分離して測定することは困難であったので、断面 2 に対し、 $\sigma_w + \sigma_{Dw}$ をプロットして図-8 を得た。この図から、若干の乱れはあるが、本文の解析方法が実用上は適用可能であることがわかった。

また、ダイヤフラムのせん断応力についても実験を行って図-9 を得た。内側箱桁のダイヤフラムのせん断応力が外側のそれに比べて大きいのは、偏平多室箱桁全

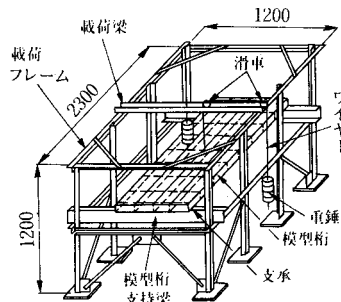


図-6 実験装置

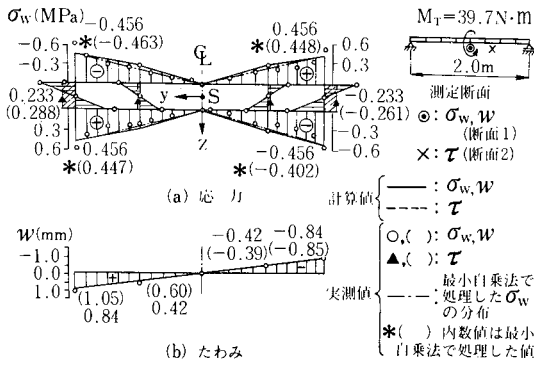


図-7 ねじりによる応力とたわみ

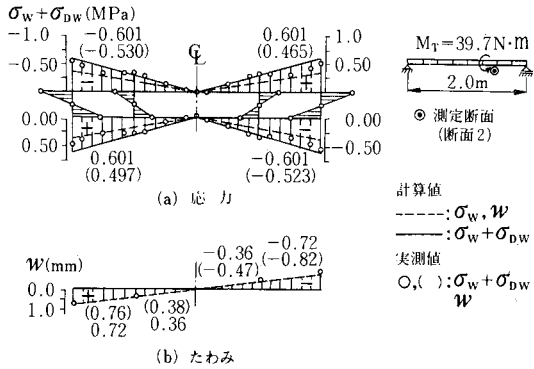


図-8 ずりによる応力(ねじりも含む)とたわみ

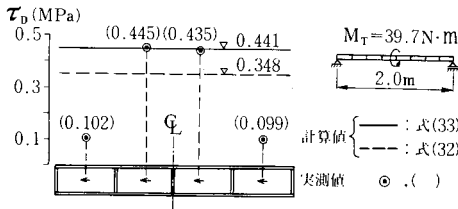


図-9 ダイアフラムのせん断応力の分布

体が一樣にせん断変形していないためと考えられる。また、せん断応力は、前に示した式(32)によるよりも作用トルクをいったんダイアフラムで受け持たせるといった考えに基づいた式(33)による方が安全側の値を示すことがわかった。

$$\tau_D = M_T / 2 B h t_D \dots\dots\dots (33)$$

5. ま と め

本ノートは、今まであまり詳しく解析が行われていな

かった偏平多室箱桁のねじりおよびずり応力を、設計に取り入れやすいということを目的に、著者がすでに発表した方法を拡張して解析できるということを補ったものである。そのため、BS 5400 Part 3²⁾で述べられているように、中間の腹板の関与を無視した偏平多室箱桁のねじりおよびずり応力解析法を述べたが、前者では単純ねじり理論、後者ではBEFまたはビームアナロジーに基づいてもよいことが明らかにできた。また、これらの妥当性を模型実験によって確認することができた。

最後に、本研究を行うにあたり、種々ご支援を賜った阪神高速道路公団湾岸線技術委員会の委員各位に深謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 小松定夫・中井 博・田井戸米好：ねじり定数比とねじり曲げ剛比から考察した曲線箱橋設計計算法への一提言，土木学会論文報告集，第224号，1974-4.
- 2) BSI: BS 5400 Part 3, Code of Practice for design of Steel Bridges, April, 1982.
- 3) Moffat, K.R. and Dowling, P.J.: Shear lag in steel box girder bridges, The Structural Engineer, Vol. 53, 1975-10.
- 4) 中井 博・田井戸米好・林 秀侃：偏平多室箱桁のシアラゲ解析と有効幅の一算定法，土木学会論文報告集，第340号，1983-12.
- 5) Gent, A.R. and Shebini, V.K.: Parametric Study Reported on Torsional Warping, CESLIC Report, June, 1972.
- 6) Billington, Charami and Dowling: Parametric Study of Cross-Sectional Distortion due to Eccentric Loading by BEF Analysis, CESLIC Report BG 16, September, 1972.
- 7) 中井 博・谷 俊寛：箱桁橋のねじりによる応力の簡易計算法とその応用，土木学会論文報告集，第277号，1978-9.
- 8) 中井 博・村山泰男：ダイアフラムを有する曲線箱桁のずり応力の解析と設計への応用，土木学会論文報告集，第309号，1981-5.
- 9) Resinger, F.: Einfache Ermittlung der Wölbquerschnitte von Kasten-träger, ((社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善(昭和48年2月)の表-解8.2.2によるが，誤りがあるので注意されたい).
- 10) 坂井藤一・長井正嗣：鋼箱桁橋の中間ダイアフラムの設計法に関する一試案，土木学会論文報告集，第261号，1977-5.

(1984.6.23・受付)