

## はり理論による低周波空気振動の放射音圧レベルの解析

ANALYSIS OF LOW FREQUENCY SOUND LEVEL RADIATING  
FROM BRIDGE BY MEANS OF BEAM THEORY

大島 俊之\*・能町 純雄\*\*・月田 良博\*\*\*・三上 修一\*\*\*\*

By Toshiyuki OSHIMA, Sumio NOMACHI, Yoshihiro TSUKIDA and Shuichi MIKAMI

Low frequency sound generated from highway bridges at speedy passage of heavy vehicles, has been rising to a new traffic problem. It has, therefore, been an urgent necessity to make clear how it occurs and to calculate the pressure level of a sound regarding bridge vehicle system. In this paper the authors attempt to evaluate the *SPL* of the bridge vehicle system by an average *SPL* during the vehicle passage time and over the surface of the bridge. The dynamic response of a bridge under a travelling vehicle, is handled by a beam theory subjected to a sprung mass system and the *SPL* radiating from bridge is calculated from the particle velocity equation. The effect of the correlated vibration between bridge and vehicle, travelling velocity of the vehicle and randomness of the bridge surface on the *SPL* radiating from bridge, are shown in numerical results.

## 1. ま え が き

発生源はいろいろであるが、低周波、非可聴域(20 Hz以下)の空気振動音圧があるレベルに達すると人体、住民環境等に影響を与えることが報告されている<sup>1)</sup>。これについては、音響エネルギーの放射、音波の伝搬、反射・屈折、分散・減衰など音響学的問題から、これによって引き起こされる心理的、生理的あるいは社会的問題など解明すべき問題は多岐にわたるが、高架橋梁も重車両の高速走行に際して、発生源の1つになるといわれる<sup>2)~6)</sup>。これに伴う問題のうち、本研究では車両通過による低周波音の放射エネルギーの評価に限定して論ずるものである。

著者らはすでに実橋による車両走行試験を行い、橋体振動と橋体近傍の空気振動とを計測し、解析した<sup>7)</sup>。解析方法は、走行車両による橋梁からの放射音響エネルギーは「橋体表面の法線方向の振動速度が空気振動の粒

子速度に等しい」と考え求めたもので、振動計算は帯板要素法および等価はり理論によって橋梁をモデル化して行った。この結果、はり理論による計算値が低周波域の音圧レベルの測定値に十分よく合うと認められたので、本論文でははり理論を用いることとし、さらに伸縮継手部における車両の初期条件や橋面の不規則不陸も考慮し走行荷重による低周波空気振動の放射音圧レベルを求めたもので、具体的には走行荷重、車両の初期条件、橋面凹凸のそれぞれの項よりなる振動速度に関するボルテラ型積分方程式によって計算したものである。

以上の計算の結果、支間中央の放射音圧レベルの最大値を、橋梁の剛性、走行車両速度、橋長をパラメーターとする1本の曲線に総合されることがわかった。

## 2. はり理論による平均音圧レベルの解析

## (1) はり理論による動的応答計算式

Fig.1を参照して、単純橋の粘性を無視した振動方程式ははり理論により次式で表わされる。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(t) \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 $EI$ は橋梁の曲げ剛性、 $\rho A$ は単位長さ当たりの質量である。

このときたわみ  $w(x, t)$  は次式で表わされる。

\* 正会員 工博 北見工業大学助教授 工学部開発工学科  
(〒090 北見市公園町165番地)

\*\* 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科  
(〒060 札幌市北13条西8丁目)

\*\*\* 正会員 工修 日本建設コンサルタント  
(〒141 品川区東五反田5-2-4)

\*\*\*\* 正会員 北見工業大学技官 工学部開発工学科  
(〒090 北見市公園町165番地)

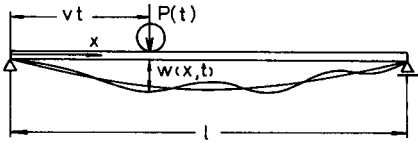


Fig.1 Model of a bridge under a moving force.

$$w(x, t) = \sum_m \varphi_m(t) \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $\varphi_m(t)$  は  $m$  次の固有振動モードを示す。走行車両の進入前に橋梁が静止しているという条件を用いて式(1)を解くと  $\tau$  を積分変数として次式のようになる。

$$w(x, t) = \frac{2}{\rho A l} \sum_m \frac{1}{\lambda_m} \int_0^t P(\tau) \sin n_m \tau \times \sin \lambda_m(t - \tau) d\tau \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\lambda_m^2 = \frac{EI}{\rho A} \left(\frac{m\pi}{l}\right)^4$ ,  $n_m = \frac{m\pi V}{l}$   
 また  $P(t)$  を一定の単一集中荷重とすると、

$$w(x, t) = \frac{2Pl^2}{EI\pi^3} \sum_m \frac{1}{m^2(m^2 - \alpha^2)} \left( \sin n_m t - \frac{n_m}{\lambda_m} \sin \lambda_m t \right) \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\alpha^2 = \frac{l^2 V^2}{\pi^2} \frac{\rho A}{EI}$ ,  $C_e^2 = m^2 \frac{V^2}{\alpha^2}$

また、たわみ速度  $\dot{w}(x, t)$  は

$$\dot{w}(x, t) = \frac{2Pl^2}{EI\pi^3} \sum_m \frac{V}{m(m^2 - \alpha^2)} (\cos n_m t - \cos \lambda_m t) \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots (5)$$

また上式は  $V \neq C_e$  (固有位相速度) の場合についての解であるが、 $V = C_e$  の場合についても同様に求められる。しかし一般に実際の車両速度  $V$  は  $C_e$  (130 km/h 以上) ほど高速とならないので、ここではこの場合についての計算を省略する。

(2) 放射音圧レベルの計算式

橋体の表面に垂直方向の粒子速度を  $\dot{w}(x, t)$  とし、走行荷重が橋梁上にある  $0 \leq t \leq T$  の範囲の  $\dot{w}(x, t)$  を計算の対象とする。

ただし、通過時間  $T$  は

$$T = l/V \dots\dots\dots (6)$$

$\dot{w}$  のフーリエ指数変換と逆変換は  $i$  を虚数単位として

$$\dot{W}(\omega_k) = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{w} e^{-i\omega_k t} dt \quad (k = -\infty \sim \infty) \dots\dots\dots (7)$$

$$\dot{w}(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{W}(\omega_k) e^{i\omega_k t}, \quad \omega_k = \frac{2\pi k}{T} \dots\dots\dots (8)$$

と示され、 $\dot{w}(x, t)$  のパワースペクトル密度関数  $S_x(\omega_k)$  は次のようになる。

$$S_x(\omega_k) = \frac{2}{T} |\dot{W}(\omega_k)|^2 \dots\dots\dots (9)$$

また上式は次のように与えられる。

$$S_x(\omega_k) = \frac{2}{T} \{ |R_e[\dot{W}(\omega_k)]|^2 + |I_m[\dot{W}(\omega_k)]|^2 \} \dots\dots\dots (10)$$

ただし

$$R_e[\dot{W}(\omega_k)] = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{w}(x, t) \cos \omega_k t dt \dots\dots\dots (11)$$

$$I_m[\dot{W}(\omega_k)] = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{w}(x, t) \sin \omega_k t dt \dots\dots\dots (12)$$

平均パワースペクトル密度  $\bar{S}_x(\omega_k)$  は長さの方向に平均化して

$$\bar{S}_x(\omega_k) = \frac{2}{T} \frac{1}{l} \left\{ \int_0^l (R_e[\dot{W}(\omega_k)])^2 dx + \int_0^l (I_m[\dot{W}(\omega_k)])^2 dx \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となり、式(11)、(12)については式(5)を代入して  $t$  につき項別積分する。

また直交関数系に対する Parseval の定理を用いて、式(13)を変形すると、

$$\bar{S}_x(\omega_k) = \frac{1}{T} \left( \int_0^l \left[ \frac{1}{T} \sum_m F_m^1[\dot{W}(T)] \sin \mu_m x \right]^2 dx + \int_0^l \left[ \frac{1}{T} \sum_m F_m^2[\dot{W}(T)] \sin \mu_m x \right]^2 dx \right) \dots\dots\dots (14)$$

$$= \frac{1}{T} \sum_m (F_m^1[\dot{W}(T)]^2 + F_m^2[\dot{W}(T)]^2) \dots\dots\dots (15)$$

ただし

$$F_m^1[\dot{W}(T)] = \frac{Pl^2}{EI\pi^3} \frac{2V}{m(m^2 - \alpha^2)} \left[ -\frac{l\beta(-1)^m \sin \omega_k T}{\pi V(m^2 - \beta^2)} - \frac{\lambda_m \sin \lambda_m T \cos \omega_k T - \omega_k \cos \lambda_m T \sin \omega_k T}{\lambda_m^2 - \omega_k^2} \right] \quad (\lambda_m \neq \omega_k \text{ のとき}) \dots\dots\dots (16)$$

$$= \frac{2Pl^2}{EI\pi^4} \frac{\alpha}{m(m^2 - \alpha^2)} \left[ \frac{(-1)^m \sin \lambda_m T}{m^2 - \alpha^2} - \frac{V\lambda_l}{2} - \frac{\sin 2\lambda_m T}{4m^2} \right] \quad (\lambda_m = \omega_k \text{ のとき}) \dots\dots\dots (17)$$

$$F_m^2[\dot{W}(T)] = \frac{2Pl^2}{EI\pi^3} \frac{V}{m(m^2 - \alpha^2)} \left[ \frac{l\beta(-1)^m \cos \omega_k T}{\pi V(m^2 - \beta^2)} - \frac{\lambda_m \sin \lambda_m T \sin \omega_k T + \omega_k \cos \lambda_m T \cos \omega_k T}{\lambda_m^2 - \omega_k^2} \right] \quad (\lambda_m \neq \omega_k \text{ のとき}) \dots\dots\dots (18)$$

$$= \frac{2Pl^2}{EI\pi^4} \frac{\alpha}{m(m^2 - \alpha^2)} \left[ -\frac{(-1)^m \cos \lambda_m T}{m^2 - \alpha^2} + \frac{\cos 2\lambda_m T}{4m^2} + \frac{1}{m^2 - \alpha^2} - \frac{1}{4m^2} \right] \quad (\lambda_m = \omega_k \text{ のとき}) \dots\dots\dots (19)$$

ただし

$$\beta^2 = \frac{\omega_k^2 l^2}{\pi^2 V^2} = \frac{\omega_k^2 T^2}{\pi^2}, \quad \mu_m = \frac{m\pi}{l} \dots\dots\dots (20)$$

以上により、平均音響エネルギー  $I(\omega_k)$  の分布は近似的に平面音波の式を用いて

$$I(\omega_k) = \rho_a C_a T \bar{S}_x(\omega_k) \dots\dots\dots (21)$$

ただし  $\rho_a$ ,  $C_a$  はそれぞれ空気密度, 音速で次の値を用いる.

$$\rho_a = 1.205 \text{ kg/m}^3, C_a = 343.7 \text{ m/s.}$$

以上により橋体から放射される空気振動の音響パワーレベル  $IL$  (dB) は次のように評価される.

$$IL \text{ (dB)} = 10 \log_{10}(I/I_0) \dots\dots\dots (22)$$

ただし,  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  (音の基準エネルギー)

ここで, 支間中央に荷重  $P$  が静的に載荷した場合の荷重点のたわみを  $\delta_0$  とすると,

$$\delta_0 = \frac{Pl^3}{48EI} \doteq \frac{2Pl^3}{\pi^4 EI} \dots\dots\dots (23)$$

であるので, 式 (21) は近似的に次のように表わすことができる.

$$I(\omega_k) \doteq \rho_a C_a \frac{\delta_0^2}{T^2} \psi(\lambda_1, T, f_k) \dots\dots\dots (24)$$

ただし

$$\begin{aligned} \psi(\lambda_1, T, f_k) = & \sum_m \frac{1}{m^2(m^2 - \alpha^2)} \left( \left[ \frac{\beta(-1)^m \sin \omega_k T}{m^2 - \beta^2} \right. \right. \\ & + \frac{\pi}{T} \frac{\lambda_m \sin \lambda_m T \cos \omega_k T - \omega_k \cos \lambda_m T \sin \omega_k T}{\lambda_m^2 - \omega_k^2} \left. \right]^2 \\ & + \left[ \frac{\beta(-1)^m \cos \omega_k T}{m^2 - \beta^2} - \frac{\pi}{T} \frac{\lambda_m \sin \lambda_m T \sin \omega_k T}{\lambda_m^2 - \omega_k^2} \right. \\ & \left. \left. + \omega_k \cos \lambda_m T \cos \omega_k T \right]^2 \right) \quad (\lambda_m \neq \omega_k \text{ のとき}) \end{aligned} \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} = & \sum_m \frac{\alpha^2}{m^2(m^2 - \alpha^2)^2} \left( \left[ -\frac{(-1)^m \cos \lambda_m T}{m^2 - \alpha^2} + \frac{\cos 2 \lambda_m T}{4 m^2} \right. \right. \\ & + \frac{1}{m^2 - \alpha^2} - \frac{1}{4 m^2} \left. \right]^2 + \left[ \frac{(-1)^m \sin \lambda_m T}{m^2 - \alpha^2} - \frac{T \lambda_1}{2} \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin 2 \lambda_m T}{4 m^2} \right]^2 \right) \quad (\lambda_m = \omega_k \text{ のとき}) \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

ただし  $f_k = \omega_k / 2\pi$

したがって, はりに換算する方法によって得られる放射音圧レベルのスペクトル密度関数  $IL$  (dB) は式 (22) に代入して, 次のように与えられる.

$$IL \text{ (dB)} = 10 [\log \rho_a C_a + 2 \log(\delta_0/T) + 12 + \log \psi(\lambda_1, T, f_k)] \dots\dots\dots (27)$$

(3) 音圧レベルの数値計算結果

実橋走行試験を行った合成桁橋の断面諸元等の数値を用いて, 前記の式により音圧レベルの平均パワースペクトル分布を計算した結果は文献<sup>7)</sup>に詳述している.

この構造諸元の主なもののみを再記すると:

支間長  $l = 24.1 \text{ m}$ , 床版厚  $h = 21 \text{ cm}$ , 主桁間隔  $3 \text{ m}$  (4主桁), 曲げ剛性  $EI = 19.263 \text{ GPa} \cdot \text{m}^4$ , 単位長さ当たり質量  $\rho A = 1.0355 \text{ t/m}$ .

文献<sup>7)</sup>の結果にみられるように, 高次振動数の範囲で横断面方向の曲げ振動の影響などのためはり理論値と実際の値には差がみられるが, 一次固有振動数の位置で音

Table 1 Values of bridge dimensions used in calculation.

	Bridge Type	$l$ (m)	$h^*$ (cm)	$EI$ ( $\text{GPa} \cdot \text{m}^4$ )	$\rho A$ (t/m)
×	II - truss	80	30	732.	1.0226
○	II - truss	80	20	682.	0.9164
□	Steel box girder	60	18	160.	0.8367
■	Comp. box girder	60	20	232.	1.0867
△	Comp.gr. (1)	23	20	16.5	1.0355
▲	Comp.gr. (2)	26	20	24.7	1.0355
●	Comp.gr. (3)	28	20	28.8	1.0355

\*) 床組剛性をRC床版厚さに平均化して求めた換算床版厚に相当する値を参考としてのせた。

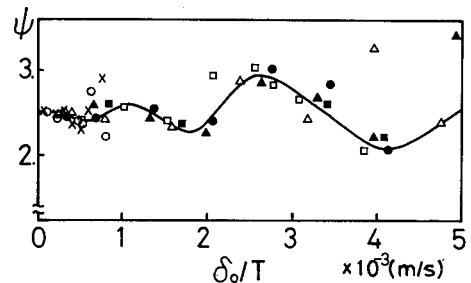


Fig. 2 Function  $\psi(\lambda_1, T, f_k^*)$  calculated for various types of bridge structures.

圧レベルのピーク値が両者でよい一致を示す.

式 (27) で与えられる音圧レベルの平均パワースペクトル密度のピーク値は, 一次固有振動数  $f_k^*$  に対しても式 (26) を用いて得られる. 関数  $\psi(\lambda_1, T, f_k^*)$  の分布を式 (26) により調べるため, つくつかの実際の橋梁形式 (単純橋) を選定して, 実際に近い構造諸元等により算出した数値を用いて各形式について計算し, プロットしたものが Fig. 2 であり, 横軸は  $(\delta_0/T)$ , 縦軸は無次元量である.  $m$  の次数は 20 項まで考慮した. 用いた数値の主なもののみを Table 1 に示している.

この図から,  $\psi(\lambda_1, T, f_k^*)$  の値は  $(\delta_0/T)$  が増加するにつれてばらつきが大きくなるが, 計算に用いた実際に近い橋梁構造と車両走行速度の範囲では, 2~3 の範囲に分布する. なお図中の実線はプロット点群の平均を結んだもので, 全体の傾向を示している.

またトラス構造は支間長が大きいので, 車両速度を  $150 \text{ km/h}$  にとっても,  $(\delta_0/T)$  の値は  $0.08$  あたりとなる. Table 1 の合成桁形式 (1), (2), (3) の計算に用いた数値は  $\delta_0$  がほぼ等しくなるような  $EI$  と  $l$  の組合せとなっている.

したがって式 (27) で表わされる音圧レベルは,  $(\delta_0/T)$  の値の影響が卓越することになり, この値が支配的である.

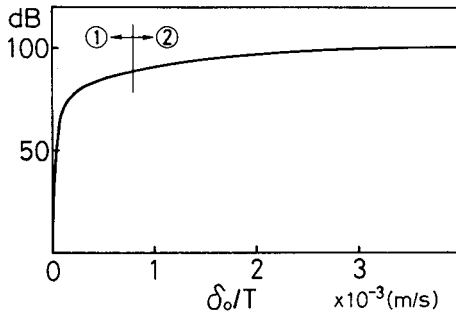


Fig. 3 Relation between average SPL and  $\delta_0/T$ .

Fig. 3には式(27)の支間中央から放射される平均音圧レベルのピーク値  $IL(f^*)$  と  $(\delta_0/T)$  の関係を各橋梁形式について計算した結果を示しており、ほぼ1本の曲線で表わされる。

また図中①の範囲はトラス橋に主に適用される部分で、他の橋梁形式は②の範囲に入る。

この曲線の傾向は  $\delta_0/T$  が大きくなるとカーブの傾きが小さくなり、100 dB 程度に漸近する。橋長が長く、 $T$  が大きくなると  $IL$  (dB) も小さくなる一方、走行速度が大きくなり、 $T$  が小さくなると  $IL$  は増加する。また当然橋梁の剛性の増加は  $\delta_0$  を小さくするので  $IL$  を減少させる。

この図から、静的活荷重最大たわみ  $\delta_0$  と車両通過時間  $T$  (または車両速度  $V = l/T$ ) がわかれば、放射音圧の平均レベルが推定できる。

### 3. 音圧レベルに及ぼす走行車両と橋梁との連成振動の影響

#### (1) 理論計算式

平坦な橋面上を走行する車両と橋梁との連成振動を考慮し、車両重量、走行速度、伸縮継手部の段差(以下初期段差という)が、音圧レベルにどのように影響するかを明らかにするため、ここでは Fig. 4 のような2自由度系の Sprung mass 系でモデル化した単一車両を前述のほりに作用させた場合の計算式について示す。

Fig. 4 を参照して、このモデルは次のように表現できる。

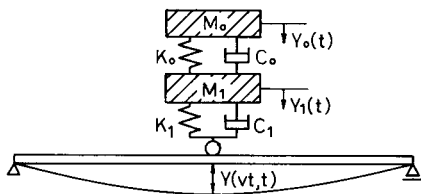


Fig. 4 Model of a bridge under a moving vehicle with two degrees of freedom.

$$M_0 \ddot{Y}_0(t) + C_0 \dot{Y}_0(t) - \dot{Y}_1(t) + K_0 Y_0(t) - Y_1(t) = 0 \quad (28)$$

$$M_1 \ddot{Y}_1(t) - C_0 \dot{Y}_0(t) - \dot{Y}_1(t) - K_0 Y_0(t) - Y_1(t) + C_1 \dot{Y}_1(t) - \dot{Y}(Vt, t) + K_1 Y_1(t) - Y(Vt, t) = 0 \quad (29)$$

走行車両の接地力  $P(t)$  は  $g$  を重力加速度として

$$P(t) = (M_0 + M_1)g + C_1 \dot{Y}_1(t) - \dot{Y}(Vt, t) + K_1 Y_1(t) - Y(Vt, t) \quad (30)$$

また、これらの式に Laplace 変換およびその逆変換を用いて、車両の接地力  $P(t)$  を橋体の振動速度  $\dot{Y}(Vt, t)$  および走行車両の進入条件を未知量として表わせば、

$$P(t) = (M_0 + M_1)g - \int_0^t \dot{Y}(V\tau, \tau) \sum_n (K_1 + C_1 b_n) \times \frac{N(b_n)}{B^n(b_n)} e^{bnt - \tau} d\tau - C_1 \dot{Y}(Vt, t) \sum_n \frac{N(b_n)}{B^n(b_n)} + \sum_n \frac{O(b_n)}{B^n(b_n)} e^{bnt}, \quad (n=1, 2, 3, 4) \quad (31)$$

ただし

$$O(b_n) = (K_1 + C_1 b_n) Z_0(0) R(b_n) + \dot{Z}_0(0) R_1(b_n) + Z_1(0) Q(b_n) + \dot{Z}_1(0) Q_1(b_n) \quad (32)$$

$$Z_0(t) = Y_0(t) - Y_1(t)$$

$$Z_1(t) = Y_1(t) - Y(Vt, t)$$

また  $b_n$  は車両モデルの係数からなる四次方程式の根、 $B^n(b_n)$ 、 $N(b_n)$ 、 $R(b_n)$ 、 $R_1(b_n)$ 、 $Q(b_n)$ 、 $Q_1(b_n)$  は Heaviside の展開定理により決定される係数からなる関数であるが、詳細は付録に示している。

したがって式(3)に式(31)を代入すると、2自由度系の Sprung mass 系の係数と、走行車両の橋梁への進行条件を含んだ、橋梁の動的応答の基礎方程式が次のように積分方程式として得られる。ただし  $Y(x, t)$  を  $w(x, t)$  と置き換える。

$$w(x, t) = (M_0 + M_1)g \cdot \bar{w}(x, t) - \frac{2}{\rho A l} \sum_m \frac{C_1}{\lambda_m} \sum_n \frac{N(b_n)}{B^n(b_n)} \int_0^t \dot{w}(V\tau, \tau) \sin n_m \tau \times \sin \lambda_m(t - \tau) d\tau \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} - \frac{2}{\rho A l} \sum_m \frac{1}{\lambda_m} \int_0^t \int_0^\tau \dot{w}(V\tau', \tau') \sum_n (K_1 + C_1 b_n) \times \frac{N(b_n)}{B^n(b_n)} e^{bnt - \tau'} d\tau' \sin n_m \tau \sin \lambda_m(t - \tau) d\tau \times \sin \frac{m\pi x}{l} + \frac{2}{\rho A l} \sum_m \frac{1}{\lambda_m} \sum_n \frac{O(b_n)}{B^n(b_n)} \int_0^t e^{bnt} \times \sin n_m \tau \cdot \sin \lambda_m(t - \tau) d\tau \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (33)$$

ただし  $\bar{w}(x, t)$  は式(3)において  $P(\tau) = \bar{1}$  とする走行外力によるはりの動的応答(影響線)を示す。

式(33)の右辺第1項は走行車両の質量による調和振動成分、第2項と第3項は橋梁と車両との連成振動による

る成分, 第4項は初期段差を含んだ車両の進入条件による振動成分を意味する.

Faltung 定理を用い, 式 (33) の右辺第3項の二重積分を一重積分に変形し, 確定関数を整理して示すと,

$$w(x, t) = f(x, t) - \int_0^t \dot{w}(V\tau, \tau) G(t, \tau, V\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (34)$$

ただし,  $f(x, t)$  は式 (33) の第1項および第4項,  $G(t, \tau, V\tau)$  は第2項, 第3項の  $\dot{w}(V\tau, \tau)$  の係数の関数を置き換えたものである.

式 (34) を時間について1回微分して  $x = Vt$  とおくと, 荷重位置のはりの振動速度を未知関数とする, 次のようなボルテラ型の第2種積分方程式が得られる.

$$\dot{w}(Vt, t) = \dot{f}(Vt, t) - \int_0^t \dot{w}(V\tau, \tau) \dot{G}(t, \tau, V\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (35)$$

積分方程式の解法として, いくつかの方法が考えられるが, ここでは二重複核と Neumann 級数を用いた相関関数による Vorterra の解法によって計算した<sup>9)</sup>.

したがって, 式 (35) の解は次式となる.

$$\dot{w}(Vt, t) = \dot{f}(Vt, t) - \int_0^t \dot{f}(V\tau, \tau) L(t, \tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (36)$$

ただし, 解核  $L(t, \tau)$  は Neumann 級数を用いて,

$$\left. \begin{aligned} L(t, \tau) &= \sum_{n=0}^{\infty} J_{n+1}(t, \tau) (-1)^n, \\ J_1(t, \tau) &= \dot{G}(t, \tau), \\ J_{n+1}(t, \tau) &= \int_0^t J_n(t, \xi) \dot{G}(\xi, \tau) d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

以上より, 式 (33) を時間につき1回微分して得られる橋梁の振動速度応答  $\dot{w}(x, t)$  は連成振動および初期段差による振動成分を含んだ1本の式で表現されるので, 車両走行速度や初期段差などの変化によりこれらの成分の割合がどのように変化するかを明らかにすることができる.

またこの振動速度を用いて, 橋梁から放射される音響エネルギー  $I$  を式 (22) と同様に近似的に平面音波の理論に従って,

$$I = \rho_a C_a \dot{w}^2 \quad \dots\dots\dots (38)$$

と評価し, 放射音圧レベルの計算を行うことができる.

(2) 他の解析結果との比較

積分方程式による解法の結果を検証するため, ニューマークの  $\beta$  法 ( $\beta = 1/6$ ) による結果と支間中央の振動速度について比較した図を Fig. 5 に示した. この結果は前述の文献<sup>7)</sup>の実験で用いた橋梁の諸元に対するもので, 実線は実験から得られた結果を示している. 積分方程式による結果と Newmark の  $\beta$  法による結果との比較では, 両者は全区間でほぼ一致している. また実験結果との比較では, 中央の位相に理論と実験の結果に多少のずれがみられるが, 理論値は実験結果をほぼ表現してい

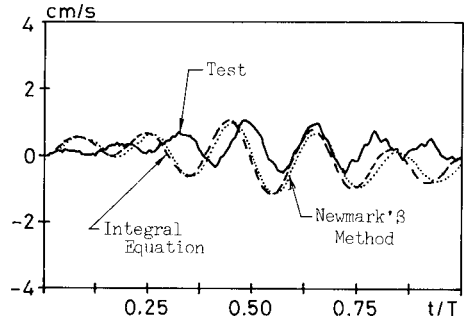


Fig. 5 Velocity of bridge vibration at span center.

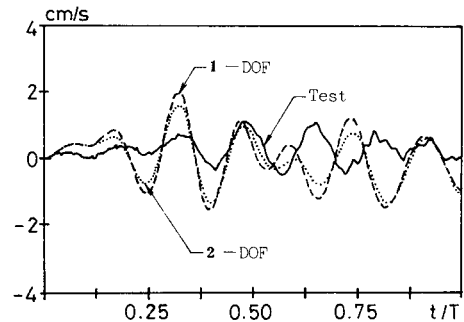


Fig. 6 Velocity of bridge vibration at span center.

ると思われる. この場合, 計算に用いた車両モデルの数値は実測値を参考とした次のようなものである.

車両速度  $V = 60$  km/h, ばね上重量  $W_0 = 7$  tf, ばね係数  $K_0 = 4000$  kgf/cm, 粘性係数  $h_0 = 0.033$ , ばね下重量  $W_1 = 3$  tf,  $K_1 = 8000$  kgf/cm,  $h_1 = 0.066$ , 初期段差 4 mm

Fig. 6 には2自由度系とばね下質量をばね上質量にまとめた1自由度系のモデルとの比較を実験結果とともに示している. これによると1自由度系のモデルの方がピーク値で2自由度系の結果よりやや振動が大きくなる傾向となるものの, 全体としてほぼ一致する. この場合の1自由度系の計算モデルはばね系の固有振動数を近似するようにとった次の値である.

$W_1 = 10$  tf,  $K_1 = 10000$  kgf/cm,  $h = 0.0216$

また Fig. 7 にはこれらの振動速度より得られた音波の理論計算結果 (点線) と実験結果 (実線) を支間中央の点について比較している. 理論値は振動速度を2乗して計算するため, 不連続な変化を示すが, 実験結果は理論値の極大値をつつむような包絡的傾向となっており, 両者の最大値はほぼ一致する. ただし  $m$  の次数はすべて20項までとっている.

以上の結果より, 式 (33) および式 (38) により計算する橋梁の振動速度および放射音圧レベルがほぼ妥当な結果を与えることが検証できた.

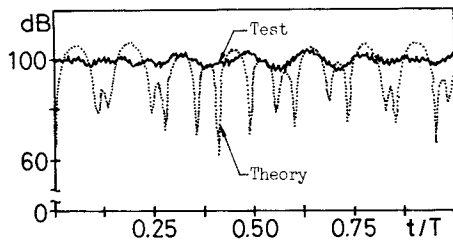


Fig. 7 Comparison of measured SPL and theoretical SPL at span center.

### (3) 車両速度の増加が音圧レベルに及ぼす影響

平坦路面の橋梁の振動速度応答値には前述のように (a) 調和振動成分, (b) 車両との連成振動成分, (c) 初期段差による振動成分が含まれているが, これらが全応答値に占める割合がどのように変化するかを明らかにすることは, 音圧レベルの計算をするうえで重要である. ここでは式 (33) により各項を別々に計算し, 比較した結果を Fig. 8 に示した.

この場合用いた車両モデルは 1 自由度系であり, 実測値を参照して

全重量  $W=22$  tf, ばね係数  $K=4\,000$  kgf/cm, 減衰定数  $h=0.033$ , 初期段差 4 mm である.

橋梁の諸元は前述文献<sup>7)</sup>と同様であり, この場合橋梁モデルの一次固有振動数は  $f_1=3.5$  Hz となっている. 図中実線が振動速度の全応答値, 点線が成分 (a), 2 つの破線が成分 (b) と成分 (c) をそれぞれ示している.

また車両速度を 40 km/h から 60 km/h とした計算による結果と比較したところ, 全成分の振幅の最大・最小値は前者が +1.24 cm/s, -1.44 cm/s であるのに対して後者は +1.70 cm/s, -1.92 cm/s となり, それぞれ 37%, 33% の増加となった.

この主な原因は調和振動成分の増加であり, さらに初期段差によって生じた振動成分が走行速度が速いほど振幅を大きくしている. この場合連成振動成分にはあまり影響しない結果となっている.

以上の振動速度の結果をもとに, 支間中央の放射音圧を計算した結果を Fig. 9 ( $V=40$  km/h), Fig. 10 ( $V=60$  km/h) に示している. これらの図において実線は振動速度の全成分に基づいて計算した音圧レベルの結果, 破線は調和振動成分のみにより計算した結果を示している. したがって両者の差は走行車両と橋梁との連成が音圧レベルに影響する量を示している.

Fig. 9 においては車両が支間中央に到達するまでは実線と破線のピーク値の差はあまりない. また車両が支間中央を過ぎるあたりから両者に多少の差がみられ, その差は 5 dB 程度である.

次に Fig. 10 は車両速度  $V$  が 60 km/h の場合であり,

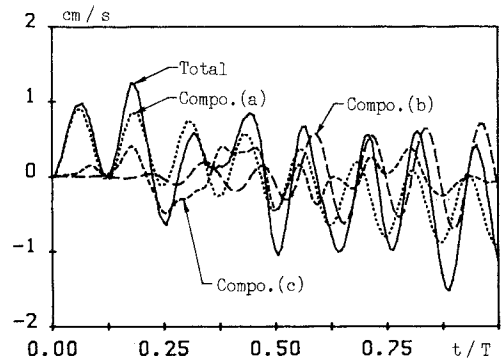


Fig. 8 Velocity of bridge vibration at span center ( $W=22$  tf,  $V=40$  km/h).

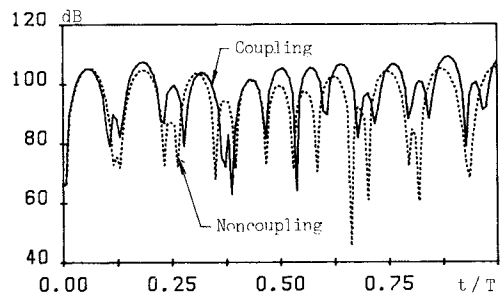


Fig. 9 SPL radiated from span center ( $W=22$  tf,  $V=40$  km/h).

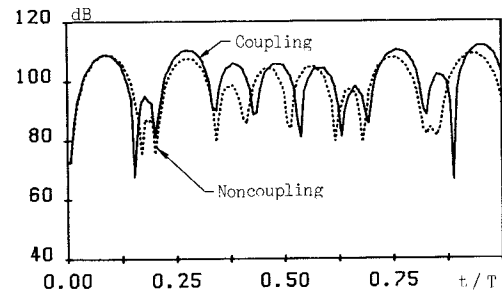


Fig. 10 SPL radiated from span center ( $W=22$  tf,  $V=60$  km/h).

車両の通過時間内に放射される音波の波数は少なくなっている. この場合実線と破線の差は Fig. 9 ほどではなく, その差は 3 dB 程度となっている. また Fig. 9 と Fig. 10 の比較をすると全体として平均的に 3~4 dB 程度 Fig. 10 の方が大きくなっている.

### (4) 初期段差の増加が音圧レベルに及ぼす影響

伸縮継手部の段差により走行車両が振動し, さらに橋梁にその連成振動がもたらされる<sup>10), 13)</sup>.

Fig. 11 には車両速度 40 km/h, 初期段差を Fig. 8 の 2.5 倍の 10 mm にした場合の支間中央の振動速度の結果を示している. この場合, 前述と同様全応答成分の最

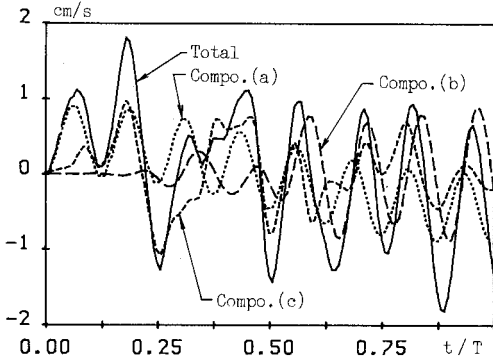


Fig. 11 Velocity of bridge vibration at span center ( $W=22$  tf,  $V=40$  km/h).

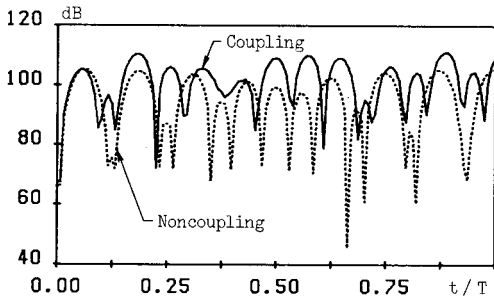


Fig. 12 SPL radiated from span center ( $W=22$  tf,  $V=40$  km/h).

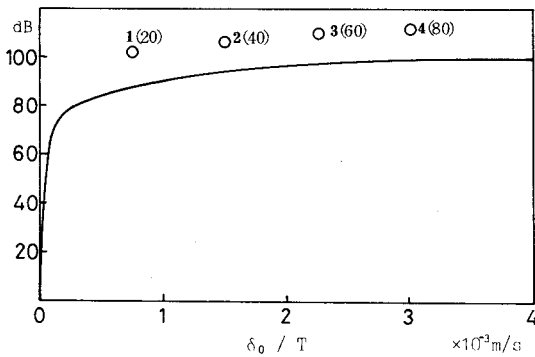


Fig. 13 Effects of initial irregularity and velocity of vehicle on the average SPL.

大・最小値は+1.82 cm/s, -1.84 cm/s となっており, Fig. 8 の結果と比較すると, それぞれ 47%, 28% の増加となっている。またこれらの結果を各成分についてみると, Fig. 11 においては初期段差および連成振動成分が非常に大きくなっていることがわかる。

Fig. 12 はこれに対応した音圧レベルの結果であるが, Fig. 11 から予想されるように, 実線と破線の差が大きく, ピーク値の差を包絡線的に比較すると 8~9 dB 程度となっている。また Fig. 9 と Fig. 12 の比較により

初期段差による音圧レベルへの影響量をみる事ができるが, 初期段差が 4 mm から 10 mm に増加することによる音圧レベルの増加はの場合 3~4 dB 程度となっている。

以上検討したように, 走行車両と橋梁との連成振動が放射音圧レベルに及ぼす影響は車両重量, 走行速度, 初期段差の大小などによって変化する。したがってこれらの数値を変化させて支間中央からの放射音圧レベルの最大値を計算した結果を 2. の Fig. 3 と同じ表示方法によりプロットしたものが Fig. 13 である。ただし図中 ( ) 内の数値は走行速度 (km/h),  $Z_0$  は初期段差 (mm),  $W$  は車両重量 (tf) を示している。これらの結果から, 車両重量, 走行速度, 初期段差などの増加は図中の実線の平均音圧レベルと比較して, 約 10 dB 程度の影響量であることがわかる。

#### 4. 橋面凹凸が放射音圧レベルに及ぼす影響

##### (1) 理論計算式

Fig. 14 のように橋面凹凸  $r(t)$  がある場合, 前述の式 (28)~(30) において, 新たに  $r(t)$  を追加して

$$Y(Vt, t) = Y(Vt, t) + r(t) \dots \dots \dots (39)$$

とおき, 式を整理すると付録の記号を用いて次式となる。

$$\ddot{Y}_0(t) + 2h_0\omega_0\dot{Z}_0(t) + \omega_0^2 Z_0(t) = 0 \dots \dots \dots (40)$$

$$\ddot{Y}_1(t) - 2\alpha^* h_0\omega_0\dot{Z}_0(t) - \alpha^* \omega_0^2 Z_0(t) + 2h_1\omega_1\dot{Z}_1(t) + \omega_1^2 Z_1(t) = F(t) \dots \dots \dots (41)$$

$$P(t) = (M_0 + M_1)g + C_1\dot{Z}_1(t) + K_1Z_1(t) - M_1F(t) \dots \dots \dots (42)$$

$$F(t) = 2h_1\omega_1\dot{r}(t) + \omega_1^2 r(t) \dots \dots \dots (43)$$

したがって, 式 (40), (41) を式 (31) の場合と同様に連立に解くと, 走行車両の接地力式 (42) は次のようになる。

$$P(t) = (\text{式 (31) の右辺}) + \int_0^t F(\tau) \sum_n (K_1 + C_1 b_n) \times \frac{M(b_n)}{B^n(b_n)} e^{b_n t - \tau} d\tau + C_1 F(t) \sum_n \frac{M(b_n)}{B^n(b_n)} - M_1 F(t) \dots \dots \dots (44)$$

ただし  $M(s) = s^2 + 2h_0\omega_0 s + \omega_0^2$

したがって, 式 (44) を式 (3) に代入すると, 橋面

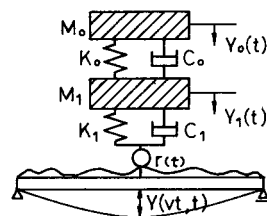


Fig. 14 Model of a bridge with surface irregularities under a moving vehicle of 2-degrees of freedom.

凹凸による走行車両との連成振動の影響を含んだ橋梁の動的応答計算式が式 (33) と同様の積分方程式として得られる。

また式 (34) と同様の変形を行うと次のようになる。

$$w(x, t) = \text{式 (34) の右辺} + \int_0^t F(\tau) H(t, \tau; x) d\tau \quad \dots\dots\dots (45)$$

ただし、関数  $H(t, \tau; x)$  は式 (34) の関数  $G(t, \tau; x)$  同様、式 (44) の  $F(\tau)$  に関する係数を置き換えたものである。

式 (36) 同様、式 (45) につき  $F(\tau)$  を確定関数とみなして解くと、

$$\dot{w}(Vt, t) = \text{式 (36) の右辺} + \int_0^t F(\tau) \dot{H}(t, \tau, V\tau) d\tau - \int_0^t \int_0^{\tau} F(\tau') \dot{H}(t, \tau', V\tau) d\tau' L(t, \tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (46)$$

上式を式 (45) に含まれる式 (34) の右辺第 2 項に代入することにより、橋面凹凸による走行車両との連成振動の影響を含んだ動的応答計算式が得られる。

またこの式を時間につき 1 回微分して 2 乗平均をとると、動的応答の平均値  $E[\dot{w}(x, t)]$  とその分散  $V^2 \dot{w}(x, t)$  に相当する項の和として、橋梁の振動速度の 2 乗平均値が次のように得られる<sup>11)</sup>。

$$E[\dot{w}(x, t)]^2 = E[\dot{w}(x, t)]^2 + V^2 \dot{w}(x, t) \quad \dots\dots\dots (47)$$

したがって、式 (47) を式 (38) に代入することにより、橋面凹凸による影響を含んだ放射音響エネルギー  $I$  が計算でき、また放射音圧レベルも式 (22) に従って計算できる。

(2) 数値計算

以上の理論式に従って計算した支間中央点の振動速度応答の結果を Fig. 15 に示した。図中実線が式 (47) の  $E[\dot{w}^2(0.5l, t)]$  の平方根、点線が橋面凹凸による走行車両と橋梁との連成振動を無視した  $E[\dot{w}(0.5l, t)]$  の値、破線が式 (47) の右辺第 2 項の変動成分  $V^2 \dot{w}(0.5l,$

$t)$  の平方根  $\sigma \dot{w}(0.5l, t)$  の値を表わしている。

また計算に用いた諸数値は Fig. 6 において用いたものであり、車両走行速度 40 km/h、重量は 22 tf の場合である。橋面凹凸の入力データについては、圧雪路面のものを含めてこれまでに多くの解析結果があるが<sup>10)</sup>、これらを参考として、ここでは橋面凹凸 (平均値ゼロの定常確率ガウス過程) のパワースペクトル  $S(\omega)$  として次の値を用いた。

$$S(\omega) = S_0 / (\omega^2 + a^2) \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$S_0 = 0.01 \text{ cm}^2 / (\text{c} \cdot \text{m}^{-1})$$

$$a = 0.08 \text{ c/m}$$

Fig. 15 においては  $E[\dot{w}(0.5l, t)]$  と  $E[\dot{w}^2(0.5l, t)]^{1/2}$  の値とは車両進入初期にはほぼ一致しているが、支間中央付近通過以後、両者に差がみられる。一方  $\sigma \dot{w}(0.5l, t)$  と  $E[\dot{w}^2(0.5l, t)]^{1/2}$  とは車両進入初期には差がみられるが、車両の進行に伴って、両者は  $E[\dot{w}(0.5l, t)]$  に比べて接近する傾向となっている<sup>11)</sup>。

また Fig. 15 の振動速度応答を検証するため、シミュレーション法によって計算し比較したが、両者はほぼ一致する結果が得られた。

次にこの振動速度による音圧レベルの計算結果を Fig. 16 に示した。図中実線は橋面凹凸がない場合の音圧レベル応答であり、破線は Fig. 15 の振動速度応答に対する橋面凹凸のある場合の結果である。両者の比較より、橋面凹凸のある場合の結果はピーク値においてほとんど変わらず、全体として包絡線的傾向を示している。したがって、この計算の程度の橋面凹凸では両者にあまり差のないことを意味している。

次に橋面凹凸のパワーレベルを大きくした場合 ( $S_0 = 0.04$ ) の結果を図中で点線で示している。

これによると、パワーレベルを 4 倍 (振幅で 2 倍) とした場合には、平均的にみて、6 dB 程度の音圧レベルの増加となっている。

また橋面凹凸の放射音圧レベルに及ぼす影響が、車両

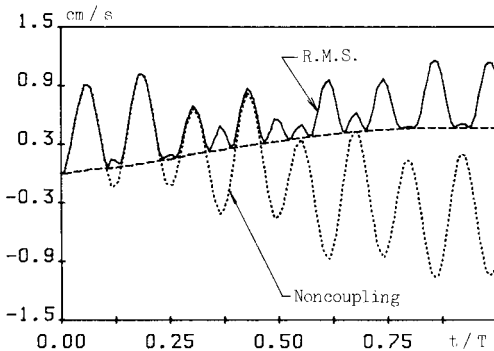


Fig. 15 Velocity of bridge vibration at span center ( $S_0=0.01, a=0.08$ ).

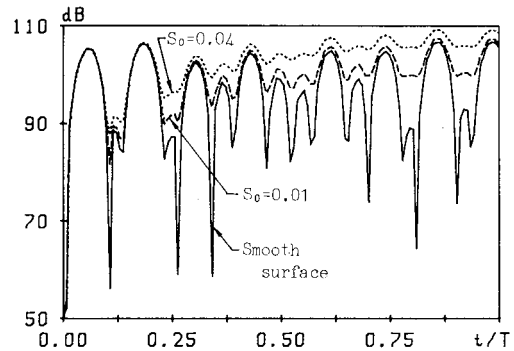


Fig. 16 SPL radiated from span center ( $S_0=0.01, 0.04$  and  $a=0.08$ ).



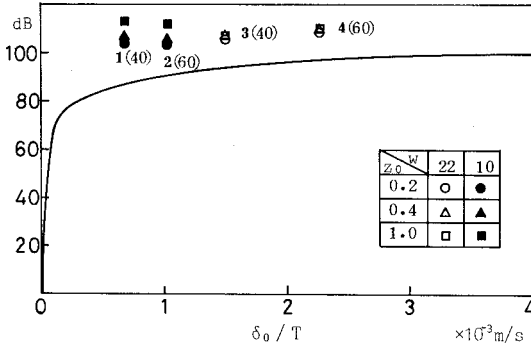


Fig. 17 Effects of surface roughness on the average SPL.

走行速度の違いによってどの程度変化するかを調べるため、前述と同様、Fig. 3と同じ表示方法によってプロットしたものをFig. 17に示している。図中( )内の数値は車両走行速度の違いを示している。

これによれば、この場合の支間中央から放射される音圧レベルは走行速度の違いによってあまり変化せず、平均放射音圧レベルより6~8 dB程度の増加となっている。

### 5. 結 論

文献<sup>7)</sup>の結果によれば、はり理論による計算は帯板要素法による計算と比較して、高い振動数の範囲で音圧レベルに違いが現われるが、低振動数に対しては、ほぼ一致する結果となる。本研究ではこれに基づき、はり理論による低周波空気振動の数値解析を行った結果、明らかとなった事項を要約すれば、次のようになる。

(1) はり理論により平均音圧レベルの最大値をいくつかのモデル橋梁形式について、式(27)により計算した結果、平均放射音圧レベルはほぼ1本の曲線で表わすことができる。

(2) 走行車両と橋梁との連成振動を数値計算により検討した結果、振動速度応答に及ぼす車両走行速度の影響は、初期段差が小さい場合調和振動成分において卓越するが、車両と橋梁との連成振動成分の影響の割合は小さい。

その結果、放射音圧レベルに及ぼす連成振動の影響は車両速度の違いを通じて3~5 dB程度である。また車両速度を20 km/h程度増加させると放射音圧レベルは3~4 dB程度増加する。

(3) 初期段差を大きくした場合、連成振動成分の割合が大きくなり、30~40%程度振動速度応答の振幅が大きくなる。また放射音圧レベルの結果のうち、この影響の程度は8~9 dBとなる。さらに初期段差の増加による音圧レベルの増加は3~4 dB程度となる。

また全体として平均放射音圧レベルに及ぼすこれらの

影響量は10 dB以内である。

(4) 橋面凹凸が放射音圧レベルに及ぼす影響を調べた結果、橋面凹凸のパワーレベルが小さい場合はその影響は少ないが、パワーレベルが大きくなり、 $S_0=0.04$ となると6 dB程度の増加となる。

またこのときの走行速度の違いによる放射音圧レベルへの影響は小さく、全体として平均放射音圧レベルより6~8 dB程度大きな値となる。

以上より放射音圧の平均レベルが、式(27)を用いて計算したFig. 3により得られるとともに、この値に及ぼす走行車両と橋梁との連成振動、車両速度、初期段差、橋面凹凸などの影響の程度を数値計算により明らかにすることができたが、全体を通じてこれらの影響は10 dB以内である。

本研究では放射音響エネルギーの評価に限定して検討したが、今後の課題としては、伸縮継手および端横桁剛性に関連する、いわゆるジョイント部からの放射音圧レベルの程度の把握、橋梁の老朽化あるいはその補修による放射音圧レベルの変化の予測、空気振動の放射効率、距離減衰の程度の問題など、本研究以外の因子の影響の程度の定量化が必要と思われる。

### 付録 式(31), (32)の係数

$$a_{11}(s) = s^2 + 2(1 + \alpha^*)h_0\omega_0 s + (1 + \alpha^*)\omega_0^2$$

$$a_{12}(s) = -(2h_1\omega_1 s + \omega_1^2)$$

$$a_{21}(s) = -(2\alpha^*h_0\omega_0 s + \alpha^*\omega_0^2)$$

$$a_{22}(s) = s^2 + 2h_1\omega_1 s + \omega_1^2$$

$$C_0/M_0 = 2h_0\omega_0, \quad K_0/M_0 = \omega_0^2,$$

$$C_1/M_1 = 2h_1\omega_1, \quad K_1/M_1 = \omega_1^2, \quad \alpha^* = M_0/M_1$$

$$C_0/M_1 = 2\alpha^*h_0\omega_0, \quad K_0/M_1 = \alpha^*\omega_0^2$$

$b_n (n=1, 2, 3, 4)$  は  $s$  に関する次の四次方程式

$$B(s) = a_{11}(s)a_{22}(s) - a_{12}(s)a_{21}(s) = 0$$

の4根である。

$$N(s) = s a_{11}(s), \quad N_1(s) = a_{11}(s),$$

$$R(s) = \alpha^*\omega_0^2 s, \quad R_1(s) = -a_{21}(s),$$

$$Q(s) = (s + 2h_1\omega_1)a_{11}(s) - 2h_1\omega_1 a_{21}(s),$$

$$Q_1(s) = a_{11}(s)$$

$$B^*(b_1) = (b_1 - b_2)(b_1 - b_3)(b_1 - b_4),$$

$$B^*(b_2) = (b_2 - b_1)(b_2 - b_3)(b_2 - b_4),$$

$$B^*(b_3) = (b_3 - b_1)(b_3 - b_2)(b_3 - b_4),$$

$$B^*(b_4) = (b_4 - b_1)(b_4 - b_2)(b_4 - b_3)$$

### 参 考 文 献

- 1) 時田保夫：低周波音公害問題をめぐって、日本音響学会誌、第35巻、第7号、1979。
- 2) Nishiwaki, N. and Mori, T. : Infrasound generated by Oscillatory motion of a bridge in a freeway in Japan, Internoise 76, 243-246, 1976.

- 3) 小川 清・小野正二：橋梁振動に伴う低周波空気振動に関する試験研究, 日本道路公団試験所報告, その1, 1975, その2, 1977.
- 4) 能町・角田・岸：走行荷重による箱げたの低周波発振評価の一試案, 環境情報科学, 6-4, 1977.
- 5) Nomachi, S., Ohshima, T., Kakuta, Y. and Kishi, N. : On Infrasound evaluation radiating from freeway bridge generated by a travelling load, Internoise 80, 527-530, 1980.
- 6) Kaneyasu, K., Adachi, Y., Koyasu, M. and Shimizu, S. : Investigations on the radiation of low frequency sound from highway bridges, Internoise 81, 321-324, 1981.
- 7) 大島・能町：走行車両により橋梁から放射される低周波空気振動の解析, 日本音響学会誌, 第39巻, 第1号, 1983.
- 8) 足立・岡村・島田：道路橋床版の低周波域における振動性状について, 土木学会論文報告集, 第330号, 1983.
- 9) 佐藤常三：積分方程式論とグリーン関数, 柏葉書院, 1944.
- 10) 本田・城戸・梶川・小堀：道路橋の路面凹凸パワースペクトル密度に関する調査, 土木学会論文報告集, 第315号, 1981.
- 11) 吉村・彦坂・内谷：単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答解析, 土木学会論文報告集, 第258号, 1977.
- 12) 岡林：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析, 土木学会論文報告集, 第286号, 1979.
- 13) 本田・梶川・小堀：道路橋の伸縮装置部の凹凸性状, 土木学会論文報告集, 第324号, 1982.

(1984. 10. 18・受付)