

脚付きケーソン基礎の群杭効率および荷重分担率

LOAD SHARING RATIO AND COEFFICIENT OF GROUP EFFECT OF PILES
SUPPORTING THE CAISSON FOUNDATION

小坪 清真*・高西 照彦**・成富 勝***

By Seima KOTSUBO, Teruhiko TAKANISHI and Masaru NARITOMI

By using the three-dimensional theory of elasticity, analytical solutions were deduced to obtain load sharing ratios and coefficient of group effects of piles supporting the caisson foundation. The results by the numerical calculations are as follows. The coefficients of group effects of piles in the horizontal direction are generally smaller than those in the vertical direction. In ordinary circumstances, the latter is two to three times as large as the former. The ratios (R_s) of the maximum load sharing ratio of the pile to the average one in the horizontal direction are $R_s=1.2\sim 2$. On the other hand, ratios (R_s) in the vertical direction are $R_s=1.02\sim 1.1$. In rational design of the caisson foundation supported by pile-group, the results mentioned above should be taken into consideration.

1. ま え が き

本州四国連絡橋中の2, 3の長大橋梁の基礎として, 脚付きケーソン基礎の採用が検討されたことがある。脚付きケーソン基礎は, 巨大なケーソンを多数の杭で支える構造であるから, その杭基礎部分に対しては, 群杭効率および各杭の荷重分担率を考慮した設計を行うことが必要である。群杭効率および荷重分担率には水平・鉛直の両方向に対するそれが存在するので, 杭基礎の設計に際してはこれらを同時に考慮しなければならないことになる。

本論では, 長大橋梁の基礎として採用されるような大規模な脚付きケーソン基礎を考察の対象とした。このような基礎の杭部分は, 通常比較的堅固な地盤中に場所打ち杭として施工される。さらに, 杭によって支えられるケーソンは剛性が大きく, したがって外荷重に対しては剛であり, 弾性変形はほとんどしないと考えてもよい。上記のような条件を有する脚付きケーソン基礎について

は, 鉛直方向に対する群杭効率と各杭の荷重分担率を的確に見積もることが水平方向のそれと同じくらい重要な問題になってくる。

脚付きケーソン基礎については, 従来, その鉛直方向の群杭効率および各杭の荷重分担率は, これを全く考慮しないか, または考慮するとしても, 水平方向のそれと等しい値を採用している場合がある。しかし一般には, これら2方向に対しては, それぞれその値は互いに異なるので, 両者は明確に区別して取り扱う必要があると考えられる。

前述のように, 地盤が比較的堅固である場合には, 脚付きケーソンが荷重を受けて変位するとき, 周辺地盤の変形が弾性範囲を大きく越えるようなことはないと考えられるので, この場合, 弾性論に基づく解析法を適用することは, 実用上合理的であるといえよう。

さて, 群杭の水平抵抗に関する理論的研究は数多くなされているが(たとえば, 文献1)~6), 10)~12)など, 鉛直方向の群杭効率に関する理論的研究は少ないようである。

Ottaviani⁷⁾とBanergee⁸⁾はそれぞれ有限要素法および境界要素法を用いて, 杭基礎の鉛直方向の群杭効率を求めている。Randolph⁹⁾は弾性論を用いて, まず, 剛な杭群に対する鉛直方向群杭効率を算出する解析解を

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

** 正会員 工博 九州工業大学助教授 開発土木工学科
(〒804 北九州市戸畑区仙水町 1-1)

*** 正会員 工修 九州大学助手 工学部土木工学科
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

導き、さらに、この解に、杭の弾性変形の影響を近似的に考慮した補正項を加えることによって、必要な解を求めた。

しかし、著者らの知るかぎりでは、現在までに、弾性論に基づく杭基礎の鉛直方向群杭効率の厳密な解析解は導かれていないようである。

本論では、まず杭基礎が鉛直荷重を受けた場合について、杭および周辺地盤に対する鉛直方向の弾性変形を表わす解析解を求め、これを用いて杭基礎の鉛直方向群杭効率および各杭の荷重分担率を算出する理論式を導いた。次に、上述の理論式と前論^{4),5)}で示した水平方向の群杭効率を算出する理論式とを用いて数値計算を行い、杭基礎の鉛直および水平方向に対する群杭効率ならびに各杭の荷重分担率を求めた。同一条件下において得られた群杭効率および各杭の荷重分担率について、鉛直方向と水平方向のそれとを互いに比較検討した結果、両者の間には顕著な差が存在する場合があることがわかった。

2. 杭および地盤の鉛直方向弾性変形理論

本章では、脚付きケーソン基礎が鉛直方向荷重を受けた場合について、杭基礎部とその周辺地盤の弾性変形を表わす解析解を導く。

(1) 解析上の条件および仮定

杭基礎-地盤系の弾性変形を、近似三次元弾性論を用いて解析する際に採用した条件および仮定は次のとおりである。(i)ケーソン部の根入れは浅い。したがって、ケーソン底面のレベルより上に存在する表層が、杭基礎部の変形に及ぼす影響は小さいとしてこれを無視することができる。(ii)剛な基盤上に、一様な弾性定数を有する表層地盤が存在しており、その自由表面(地表面)は、Fig.1に示すようにケーソン底面と同じレベルに存在す

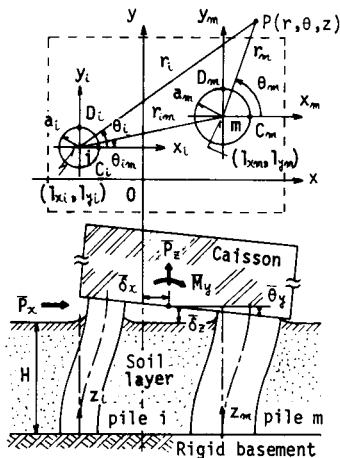


Fig.1 Caisson foundation supported by pile-group-soil system.

る。(iii)上層地盤における水平変位成分は鉛直変位成分に比べて小さいとしてこれを無視する。(iv)上層地盤と基盤との境界面においては、水平および鉛直変位は0である。(v)杭は鉛直で、円形断面を有する弾性体であり、その下端は基盤に支持されており、上端は剛なケーソンに固定されている。(vi)上層地盤と杭との間にはすべりや隙間が生じない。この条件の具体的な適用方法については、後節(5)において詳細に述べる。

(2) 上層地盤の弾性変形曲線

杭基礎は、Fig.1に示すように、杭頭のケーソンを通じて、一般に鉛直、水平およびモーメント荷重を受ける。ここでは、杭が鉛直方向の変位のみを生ずる場合について考える。このとき上層地盤中の任意点Pの鉛直変位wを支配する弾性方程式は、円柱座標(r, theta, z)を用いれば、次式のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = 0 \dots (1)$$

ここに、λ, μはラメの定数である。

地表面で鉛直応力がσ_z=0となる解は、Fig.1に示す各杭の中心軸を原点とする局所円柱座標系(r_j, θ_j, z)を用いれば、次式のように書くことができる。

$$w = \sum_{j=1, m, \dots}^N \sum_{n=0, 1, 2, \dots}^{\infty} \sum_{k=1, 3, \dots}^{\infty} K_n(\kappa \eta_j^z \eta_{j'}^z) \kappa A_j^z \cos n \theta_j + \kappa B_j^z \sin n \theta_j \sin(\kappa \pi z / 2H) \dots (2)$$

ここに、K_n()は第n次の第2種変形ベッセル関数、κA_j^z, κB_j^zは境界条件によって定まる未定係数、Nは杭本数、Hは杭長(=上層地盤の深さ)である。また、

$$\kappa \eta_j^z = \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)} \kappa \psi_j \dots (3)$$

$$\kappa \psi_j = (\kappa \pi / 2)(a_j / H) \dots (4)$$

$$\eta_j^z = r_j / a_j \dots (5)$$

上式で、νは上層地盤のポアソン比、a_jはj杭の半径である。

式(2)におけるnについては、試算の結果、n≥1の項が杭基礎の群杭効率と荷重分担率に寄与する割合はn=0の項に比べて、群杭中の最小の杭中心軸間距離lと杭直径dとの比l/dが1.5以上であれば、無視できるほど小さいことがわかった。したがって、本論ではn=0の場合のみを採用した。

(3) 杭に作用する土圧

i杭の単位長さ当たり作用するz方向の土圧は

$$P_i^z(z) = \int_{-\pi}^{\pi} \tau_{zr} \Big|_{r_i=a_i} a_i d\theta_i = \mu \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial w}{\partial r_i} \Big|_{r_i=a_i} a_i d\theta_i = -2\pi\mu \sum_{k=1, 3, \dots}^{\infty} \kappa \eta_i^z \left\{ \kappa A_i^z K_1(\kappa \eta_i^z) - \sum_{j=1}^N \kappa A_j^z K_0(\kappa \eta_i^z \eta_{j'}^z) I_1(\kappa \eta_i^z) \right\} \sin(\kappa \pi z / 2H) \dots (6)$$

となる。ここに、 $I_1(\)$ は第一次の第1種変形ベッセル関数である。また、

$$\eta_{ij}^z = r_{ij}/a_i \dots\dots\dots (7)$$

上式で、 r_{ij} は i 杭と j 杭の中心軸間距離である。

式(6)の右辺第1項は i 杭自身の変位によって生ずる土圧、第2項は i 杭以外の杭の変位によって生ずる土圧を表わす。

(4) 杭の弾性変形曲線

杭の弾性変形を支配する微分方程式は、 i 杭について

$$E_i A_i \frac{d^2}{dz^2} \{\bar{\xi}_i^z(z)\} + P_i^z(z) = 0 \dots\dots\dots (8)$$

である。ここに、 $E_i A_i$ は i 杭の伸び剛性である。

上式の一般解をそれぞれ $i=1, 2, \dots, N$ について求め、それを行列表示すれば次式が得られる。

$$\bar{\xi}^z(z) = \frac{z}{H} \bar{C}^z + \bar{D}^z + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} {}_k Y^z \sin\left(\frac{k\pi z}{2H}\right) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $\bar{\xi}^z$ は $\bar{\xi}_i^z (i=1, 2, \dots, N)$ からなる列ベクトル、 \bar{C}^z 、 \bar{D}^z 、 ${}_k Y^z$ はそれぞれ未定係数 \bar{C}_i^z 、 \bar{D}_i^z 、 ${}_k Y_i^z (i=1, 2, \dots, N)$ から構成された列ベクトルである。

さて、式(9)は式(8)を満足しなければならないから、式(9)を式(6)とともに式(8)に代入して整理し、結果を行列表示すれば、次式が得られる。

$${}_k Y^z + {}_k F^z {}_k A^z = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 ${}_k A^z$ は ${}_k A_i^z (i=1, 2, \dots, N)$ からなる列ベクトルである。 ${}_k F^z$ は、その要素が $j=i$ のとき ${}_k f_{ij}^z = a_i^z k^{-1} K_1(k\eta_i^z)$ 、 $j \neq i$ のとき ${}_k f_{ij}^z = -a_i^z k^{-1} K_0(k\eta_i^z \eta_j^z) I_1(k\eta_i^z)$ であるような $N \times N$ 行列である。ここに、

$$a_i^z = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \left(\frac{d_i}{2H}\right) \pi \bar{\tau}_{ai}^z a_i \dots\dots\dots (11)$$

$$\bar{\tau}_{ai}^z = \sqrt{I_i/A_i}/a_i \dots\dots\dots (12)$$

上式で、 d_i 、 I_i はそれぞれ i 杭の直径および断面二次モーメントである。また、 a_i は

$$\left. \begin{aligned} a_i &= (8/\pi)^2 (H/d_i)^2 a_{oi} \\ a_{oi} &= (\pi/64)(\mu d_i^4/E_i I_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

(5) 杭と地盤との間の連続の条件

杭基礎を構成する各杭について、杭周面上の各点とそれに接する地盤の変位とが相等しいという連続の条件が成立しておらねばならない。しかし、上記の連続条件を厳密に満足するようにすべての未定係数の値を定めることは、式(2)をそのままの形で用いれば、不可能ではないにしても、非常に繁雑であり、しかもそれは実用的であるとはいえない。したがって本論では、たとえば i 杭については、 i 杭以外の各杭の変位によって生ずるであろう i 杭まわりの地盤の変位を、 i 杭の中心軸位置におけるそれによって代表させることにより、 i 杭以外の杭が i 杭に与える影響を近似的に評価することにした。上記の近似的取り扱いに対しては、それによる誤差が杭

基礎の群杭効率および荷重分担率に及ぼす影響は、杭中心軸間距離と杭径との比 l/d が小さくなければ(一応の目安としては、 $l/d \geq 1.5$ 程度と考えてもよいであろう) 実用的には無視できると思われる。このように考えてよいとすれば、杭と地盤との間に成り立つ連続の条件は、式(2)と式(9)から次式のように書くことができる。

$$w(r_i = a_i, r_j = r_{ij}) = \bar{\xi}_i^z(z) \dots\dots\dots (14)$$

上式の関係式を各杭について求めて、それを行列表示すれば次式を得る。

$${}_k G^z {}_k A^z = {}_k \bar{Y}^z \bar{C}^z + {}_k \bar{D}^z + {}_k Y^z \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 ${}_k G^z$ は $j=i$ のとき ${}_k g_{ii}^z = K_0(k\eta_i^z)$ 、 $j \neq i$ のとき ${}_k g_{ij}^z = K_0(k\eta_i^z \eta_j^z)$ をその要素とするような $N \times N$ 行列である。また、

$$\left. \begin{aligned} {}_k \bar{Y}^z &= 2(-1)^{k-1/2}/(k\pi/2)^2 \\ {}_k \bar{D}^z &= 2/(k\pi/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

さて、ここで式(10)と式(15)より ${}_k A^z$ 、 ${}_k Y^z$ は

$${}_k Y^z = -{}_k F^z ({}_k F^z + {}_k G^z)^{-1} ({}_k \bar{Y}^z \bar{C}^z + {}_k \bar{D}^z) \dots\dots\dots (17)$$

$${}_k A^z = ({}_k F^z + {}_k G^z)^{-1} ({}_k \bar{Y}^z \bar{C}^z + {}_k \bar{D}^z) \dots\dots\dots (18)$$

と表わされる。これは未定係数 ${}_k A^z$ 、および ${}_k Y^z$ がいずれも杭の弾性変形を定める未定係数によって表わされることを示している。

3. 杭と地盤の水平方向弾性変形理論

杭と地盤の水平方向の弾性変形理論については、すでに前論⁵⁾において詳論したので、ここでは本論で必要となる結果のみを再録することにする。

(1) 解析上の条件および仮定

この場合についても、杭の鉛直変位の場合について2、(1)で示した解析上の条件および仮定がそのまま成り立つ。ただし、(Ⅲ)の仮定については水平を鉛直、鉛直を水平と読み換える必要がある。

(2) 杭の弾性変形曲線

上層地盤の弾性変形曲線、杭に作用する土圧、および杭と地盤との間の連続の条件に関しては、すでに前論⁵⁾において詳論したので、ここでは改めて述べない。

杭の弾性変形曲線について前論⁵⁾の結果を示せば

$$\begin{aligned} \bar{\xi}(z) &= \left(\frac{z}{H}\right)^3 \bar{A} + \left(\frac{z}{H}\right)^2 \bar{B} + \left(\frac{z}{H}\right) \bar{C} + \bar{D} \\ &+ \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} {}_k Y \sin\left(\frac{k\pi z}{2H}\right) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここに、

$$\bar{A} = [\bar{A}_1^y, \bar{A}_1^z, \dots, \bar{A}_N^y, \bar{A}_N^z]^T \dots\dots\dots (20)$$

$${}_k Y = \{ {}_k Y_1^y, {}_k Y_1^z, \dots, {}_k Y_N^y, {}_k Y_N^z \}^T \dots\dots\dots (21)$$

で、各要素 \bar{A}_i^y 、 \bar{A}_i^z ならびに ${}_k Y_i^y$ 、 ${}_k Y_i^z$ はそれぞれ i 杭の x および y 方向変位を表わす式に含まれる未定係数

である。T は転置を表わす。同様に \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} は式 (20) で A をそれぞれ B, C, D と置き換えることによって得られる未定係数ベクトルである。また,

$$\bar{\xi}(z) = \{\bar{\xi}_1^x(z), \bar{\xi}_1^y(z), \dots, \bar{\xi}_N^x(z), \bar{\xi}_N^y(z)\}^T \dots (22)$$

で、各要素 $\bar{\xi}_i^x(z)$, $\bar{\xi}_i^y(z)$ はそれぞれ i 杭の x および y 方向の変位を表わす。

さて、上層地盤ならびに杭の弾性変形曲線、杭に作用する土圧および杭と地盤との間の連続の条件を表わす各式を用いて、鉛直方向の場合と同様な方法に従えば、次式に示すように ${}_k Y$ を \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} で表わす式が得られる。

$${}_k Y = -{}_k F ({}_k F + {}_k G)^{-1} ({}_k \bar{\alpha} \bar{A} + {}_k \bar{\beta} \bar{B} + {}_k \bar{\gamma} \bar{C} + {}_k \bar{\delta} \bar{D}) \dots (23)$$

ここに、 ${}_k G$ は杭径、杭長、杭配置、地盤のポアソン比が与えられれば定まる定数を各要素としてもつ大きさが $2N \times 2N$ の行列である。 ${}_k F$ は上記の諸量に加えて、地盤のせん断弾性定数と杭の曲げ剛性が与えられれば定まる定数を各要素としてもつ大きさが $2N \times 2N$ の行列である。 ${}_k G$, ${}_k F$ の各要素の具体的な表示式については、前論⁵⁾の式(42)~(44), (50)~(52)および式(17)~(23), (33)~(35)に与えられている。また,

$$\left. \begin{aligned} {}_k \bar{\alpha} &= 6(-1)^{k-1/2} \{ (k\pi/2)^2 - 2 \} / (k\pi/2)^4 \\ {}_k \bar{\beta} &= 4(-1)^{k-1/2} \{ (k\pi/2) - 1 \} / (k\pi/2)^3 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

4. 群杭効率および荷重分担率

(1) 杭に関する境界条件

脚付きケーソン基礎が水平、鉛直およびモーメントの各荷重を受けたとき、杭基礎部を構成する各杭の弾性変形曲線を定めるには、式(9)および(19)に含まれる未定係数 \bar{C}^z , \bar{D}^z , ${}_k Y^z$, \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} , ${}_k Y$ の値を、式(17), 式(23)および杭の上下端の境界条件を用いて決定すればよい。各杭に関する境界条件は次のとおりである。

a) 杭下端 ($z=0$) において

(i) 固定の場合 水平方向については変位およびたわみ角が0、鉛直方向については変位が0であるから

$$\bar{D} = 0, \bar{C} + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{k\pi}{2} \right) {}_k Y = 0 \dots (25), (26)$$

$$\bar{D}^z = 0 \dots (27)$$

(ii) ヒンジの場合 水平方向については変位および曲げモーメントが0、鉛直方向については変位が0であるから

$$\bar{D} = 0, \bar{B} = 0 \dots (28), (29)$$

$$\bar{D}^z = 0 \dots (30)$$

b) 杭上端 ($z=H$) において

いま、Fig.1に示すように、脚付きケーソンが水平荷重 \bar{P}_x 、鉛直荷重 \bar{P}_z 、およびモーメント荷重 \bar{M}_y を受け

て、ケーソン底面(杭頭)が x 方向水平変位 $\bar{\delta}_x$ 、z 方向鉛直変位 $\bar{\delta}_z$ および y 軸まわりロッキング角 $\bar{\theta}_y$ を生ずる場合を考える。後で用いるために、 E_A をその対角要素が $E_i A_i (i=1, 2, \dots, N)$ であるような $N \times N$ の対角行列、 E_I をその対角要素が $E_i I_i, E_2 I_2, E_2 I_2, \dots, E_N I_N, E_N I_N$ であるような $2N \times 2N$ の対角行列、 L_x を $l_{xi} (i=1, 2, \dots, N)$ からなる列ベクトル、 I_0 を $(1 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0)$ である $2N$ 次列ベクトル、 I_1 を $(1 \ 1 \ \dots \ 1)$ である N 次列ベクトルと定義しておく。ここに、 l_{xi} は Fig.1 に示すように、i 杭の中心軸の x 座標値である。

杭上端における境界条件は次のように表わされる。

(i) 回転拘束の場合 各杭の杭頭の① x 方向水平変位は $\bar{\delta}_x$ 、y 方向のそれは0、② y 軸まわりのロッキング角は $\bar{\theta}_y$ 、x 軸まわりのそれは0、③ z 方向鉛直変位は $\bar{\delta}_z - \bar{\theta}_y l_{xi}$ である。また、各杭の杭頭の④せん断力の合力は \bar{P}_x 、⑤ y 軸まわりのモーメントの合力(杭頭モーメントと軸力に起因するモーメント)は \bar{M}_y 、⑥軸力の合力は \bar{P}_z に等しい。したがって次式が導かれる。

$$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{k-1} {}_k Y = \bar{\delta}_x I_0 \dots (31)$$

$$3\bar{A} + 2\bar{B} + \bar{C} = H \bar{\theta}_y I_0 \dots (32)$$

$$\bar{C}^z + \bar{D}^z + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{k-1} {}_k Y^z = \bar{\delta}_z I_1 - \bar{\theta}_y L_x \dots (33)$$

$$\bar{P}_x = -(6/H^3) I_0^T E_I \bar{A} \dots (34)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_y &= \frac{2}{H^2} I_0^T E_I \left\{ 3\bar{A} + \bar{B} - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{k-1} \left(\frac{k\pi}{2} \right)^2 {}_k Y \right\} \\ &\quad - \frac{1}{H} L_x^T E_A \bar{C}^z \dots (35) \end{aligned}$$

$$\bar{P}_z = I_1^T E_A \bar{C}^z / H \dots (36)$$

(ii) 回転自由の場合 この場合には前項(i)の②の代わりに、⑦各杭の杭頭モーメントは0、また⑤の代わりに、⑧外力のモーメント \bar{M}_y は各杭の軸力に起因するモーメントに等しいとすればよい。その他の条件はすべて(i)の場合と同じである。したがって、

$$6\bar{A} + 2\bar{B} - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{k-1} \left(\frac{k\pi}{2} \right)^2 {}_k Y = 0 \dots (37)$$

$$\bar{M}_y = -L_x^T E_A \bar{C}^z / H \dots (38)$$

および式(31), (33), (34), (36)が成立する。

(2) 群杭効率および荷重分担率

前項(1)で導いた条件式および式(17), (23)を用いて、未定係数 \bar{C}^z , \bar{D}^z , ${}_k Y^z$, $\bar{A} - \bar{D}$, ${}_k Y$ および未知数 $\bar{\delta}_x$, $\bar{\delta}_z$, $\bar{\theta}_y$ の値を定めれば、式(9), (19)から、脚付きケーソン基礎が水平、鉛直およびモーメントの各荷重 \bar{P}_x , \bar{P}_z , \bar{M}_y を受けたときの杭基礎部の各杭の弾性変形曲線を定めることができる。上記の未定係数および未知数の個数は全部で $(13N+3)$ 個あるので、その値を定めるには一見 $(13N+3)$ 元の連立一次方程式を解く

必要があるように思われるが、実際には、まず式 (17), (23) から ${}_k Y^z, {}_k Y$ を消去し、次に杭の上下端の境界条件に応じて前項 (1) の各条件式を用いて $\bar{C}^z, \bar{D}^z, \bar{A} \sim \bar{D}$ を次々に消去すれば、結局 $\bar{P}_x, \bar{P}_z, \bar{M}_y$ と $\bar{\delta}_x, \bar{\delta}_z, \bar{\theta}_y$ との関係を表わす 3 元一次の連立方程式が導かれる。したがってこれを解けば、 $\bar{\delta}_x, \bar{\delta}_z, \bar{\theta}_y$ の値を定めることができる。 $\bar{\delta}_x$ 等が定まれば、 $\bar{C}^z, \bar{A} \sim \bar{C}$ の値は、それぞれ N 元または $2N$ 元の連立一次方程式を解くことによって得られる。

各杭のせん断力、曲げモーメントおよび軸力は式 (9), (19) を用いて、次式のように表わすことができる。

$$Q(z) = -E_i \left\{ \frac{6}{H^3} \bar{A} - \sum_{k=1,3,\dots} \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^3 {}_k Y \cos \frac{k\pi z}{2H} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

$$M(z) = -E_i \left\{ \frac{6}{H^2} \left(\frac{z}{H} \right) \bar{A} + \frac{2}{H^2} \bar{B} - \sum_{k=1,3,\dots} \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^2 {}_k Y \sin \frac{k\pi z}{2H} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

$$N(z) = E_A \left\{ \frac{1}{H} \bar{C}^z + \sum_{k=1,3,\dots} \left(\frac{k\pi}{2H} \right) {}_k Y^z \cdot \cos \frac{k\pi z}{2H} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

ここに、

$$Q(z) = \{ Q_1^z(z), Q_2^z(z), \dots, Q_N^z(z), Q_N^z(z) \}^T$$

$$M(z) = \{ M_1^z(z), M_2^z(z), \dots, M_N^z(z), M_N^z(z) \}^T$$

$$N(z) = \{ N_1(z), \dots, N_N(z) \}^T$$

で、 $Q_i^z(z)$ は高さ z の位置における i 杭の x 方向せん断力を、 $M_i^z(z)$ は同じく y 軸まわりのモーメントを、 $N_i(z)$ は同じく軸力をそれぞれ表わす。特に、各杭の杭頭断面力は、上式から次式のように得られる。

$$Q(H) = -6 E_i \bar{A} / H^3 \dots\dots\dots (39)'$$

$$M(H) = -\frac{1}{H^2} E_i \left\{ 6 \bar{A} + 2 \bar{B} - \sum_{k=1,3,\dots} (-1)^{\frac{k-1}{2}} (k\pi/2)^2 {}_k Y \right\} \dots\dots\dots (40)'$$

$$N(H) = E_A \bar{C}^z / H \dots\dots\dots (41)'$$

さて、いま脚付きケーソン基礎が荷重を受けて、杭基礎部の杭が弾性変形を生ずるとき、 N 本の杭が地盤中に独立に存在するとして求めた、すなわち杭と杭との間の相互作用を全く考慮せずに求めた杭の弾性変位量および断面力に、下付添字 0 をつけて表わすことにする。

まず、脚付きケーソン基礎が水平荷重 \bar{P}_x を受けたときの杭頭水平変位を $\bar{\delta}_x(\bar{P}_x)$ とし、相互作用を考慮しない場合のそれを $\bar{\delta}_{x0}(\bar{P}_x)$ とすれば、脚付きケーソン基礎の杭基礎部に対する水平方向 (x 方向) の群杭効率は、次式のように表わされる。

$$e_x^g(\bar{P}_x) = \bar{\delta}_{x0}(\bar{P}_x) / \bar{\delta}_x(\bar{P}_x) \dots\dots\dots (42)$$

またこのとき、各杭に対する x 方向の荷重分担率は

$$v_{Ni}(\bar{P}_x) = Q_i^x(H) / \sum_{i=1}^N Q_i^x(H) = Q_i^x(H) / \bar{P}_x \dots\dots\dots (43)$$

によって求めることができる。

さらに、鉛直荷重 \bar{P}_z を受けたときの杭頭の鉛直変位を $\bar{\delta}_z(\bar{P}_z)$ とすれば、群杭効率は

$$e_z^g(\bar{P}_z) = \bar{\delta}_{z0}(\bar{P}_z) / \bar{\delta}_z(\bar{P}_z) \dots\dots\dots (44)$$

このときの各杭に対する鉛直方向の荷重分担率は

$$v_{Ni}(\bar{P}_z) = N_i(H) / \sum_{i=1}^N N_i(H) = N_i(H) / \bar{P}_z \dots\dots\dots (45)$$

によって求めることができる。

5. 数値計算例および考察

前章までに述べた理論に従って、それぞれ 4, 6, 9 本の同径の杭から構成された杭基礎部を有する脚付きケーソン基礎が、水平荷重、鉛直荷重およびモーメント荷重を受けたときの群杭効率ならびに各杭の荷重分担率を、(i)ポアソン比 ν 、(ii)杭長と杭径の比 H/d 、(iii)地盤の剛性と杭の曲げ剛性の比に比例する無次元量 α_0 ($=\pi \mu d^4 / 64 EI$)、(iv)杭の中心軸間距離と杭径の比 l/d をいろいろ変えた場合について求めた。得られた結果の一例を Fig. 2~5 に示した。計算はすべて杭上端回転拘束、杭下端ヒンジの場合について行った。

Fig. 2 は、杭本数が 9 本の場合について $\nu=0.45$, $H/d=15$ のとき、 α_0 をパラメーターとして、横軸に l/d をとって脚付きケーソン基礎の群杭効率をプロットしたもので、Fig. 2 (a) が水平方向、(b) が鉛直方向に対する群杭効率を示している。同図から、群杭効率の大きさは (a) $e_x^g(\bar{P}_x) < (b) e_z^g(\bar{P}_z)$ であることがわかる。また、 α_0 の影響に関しては、(a) の場合は α_0 が大きくなるに従って群杭効率は大きくなるが、(b) の場合にはそれが逆になっている。それは次のような理由によると思われる。いま l/d を固定すれば、(a), (b) いずれの場合にも、 α_0 が非常に大きいかあるいは小さいときには、群杭効率はともに 1 に近づき、その中間の適当な α_0 の値のところでそれは極小値を有する。すなわち、群杭効率は、 l/d を固定すれば α_0 について下に凸な曲線になる。ところで、(a) の場合には地盤の直応力が、(b) の場合にはせん断応力が杭に対する支配的な応力となっているので、同じ α_0 については両応力の杭に対する作用が異なることになる。そのため、Fig. 2 に示した α_0 の範囲内では、(a) の場合には群杭効率は α_0 の増加に対して増大する領域にあり、(b) の場合にはそれが減少する領域にあるからであろう。

実際の数値で群杭効率を比べてみると、たとえば $\alpha_0 = 0.01$, $l/d=2.0$ (通常の杭基礎では $l/d=2.0 \sim 3.0$ の場合が多い) の場合、 $e_x^g(\bar{P}_x) = 0.367$, $e_z^g(\bar{P}_z) = 0.696$ である。これより水平方向と鉛直方向とで群杭効率が 2 倍近くも異なっていることがわかる。

Fig. 3 は、杭本数が 6 本の場合を示したものである。

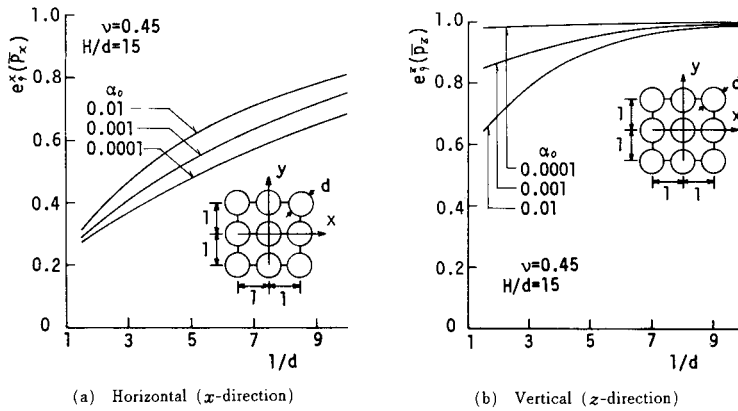


Fig.2 Coefficient of group effect of piles (9 piles).

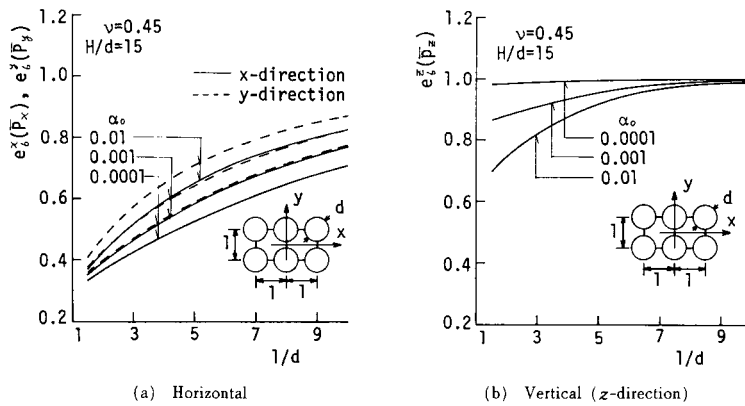


Fig.3 Coefficient of group effect of piles (6 piles).

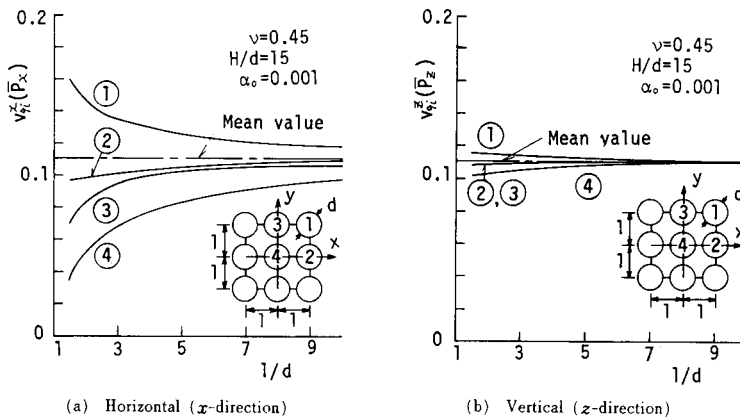


Fig.4 Load sharing ratio (9 piles).

6本杭の場合も上記の9本杭の場合と全く同様な傾向を示していることがわかる。

Fig.4は、杭本数が9本の場合について、 $\nu=0.45$, $H/d=15$, $\alpha_0=0.001$ のとき、横軸に $1/d$ をとって各杭の荷重分担率をプロットしたもので、Fig.4(a)が水平

方向、(b)が鉛直方向に対する荷重分担率を示している。図中の一点鎖線は平均荷重分担率を表わしている。容易に予想されるように、いずれの場合にも、荷重分担率は外側の杭ほど大きくなっており、特に四隅の杭の分担率が一番大きい。

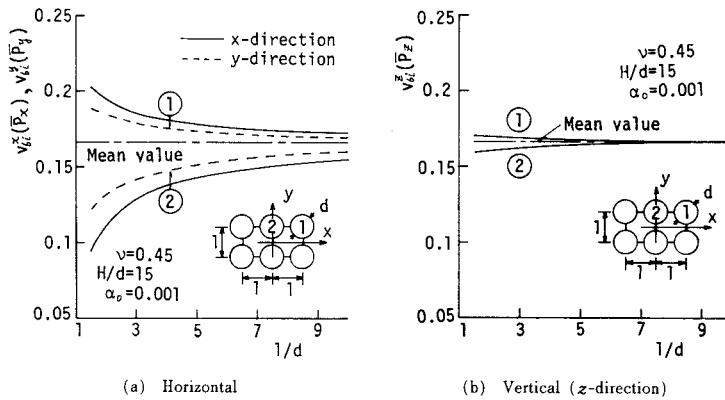


Fig. 5 Load sharing ratio (6 piles).

実際の数値で比べてみると、たとえば水平方向の場合、 $l/d = 2.0$ において、大きい順に $v_{si}(\bar{P}_x) = 0.146, 0.0982, 0.0838, 0.0529$ である。したがって、この場合には、最大と最小の分担率の平均荷重分担率 (1/9) に対する割合は 1.31 および 0.476 となり、両者の間には大きな差が生じている。特に、四隅の杭はいずれも平均値より 3 割も多く荷重を分担せねばならないことになる。

Fig. 5 は、杭本数が 6 本の場合を示したものである。この場合も上記の 9 本杭の場合と同様な傾向を示していることがわかる。

次に、長大橋梁の基礎として検討された脚付きケーソン基礎を例にとり、それが水平および鉛直荷重を受けたときの群杭効率ならびに各杭の荷重分担率を本理論に従って求めた。数値計算に用いた脚付きケーソン基礎の諸元および諸定数値は以下のとおりである。

ケーソン基礎の大きさは $46 \text{ m} \times 29 \text{ m} \times 33.5 \text{ m}$ (高さ) である。杭基礎は直径 4 m 、長さ 17.75 m の場所打ちコンクリート杭 32 本から構成されており、それが 4 行 \times 8 列の格子状に配置されている (Fig. 6)。杭中心軸間距離は Fig. 6 に示すように、橋軸直角方向 (x 軸方向) が 5.5 m 、橋軸方向 (y 軸方向) が 7.25 m である。杭の縦弾性係数としては 18.9 GN/m^2 を採用した。周辺地盤については、ポアソン比として 0.4 を、せん断弾性定数として 0.323 GN/m^2 を採用した。なお、各杭の下端は岩盤に固定されていると仮定した。

上記の値から式 (13) の α_0 を求めると、 $\alpha_0 = 0.0171$ となる。また、最小の杭中心軸間距離と杭径の比は $l_1/d = 1.3825$ である。

以上の諸定数値を用いて、脚付きケーソン基礎の群杭効率ならびに各杭の荷重分担率を算出した結果を Table 1 および Fig. 7 に示した。

表から、水平方向の群杭効率と鉛直方向のそれとの間

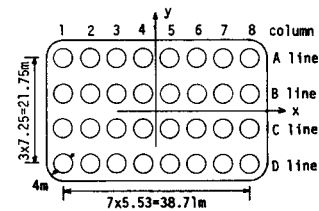


Fig. 6 Arrangement of piles supporting the caisson foundation.

Table 1 Coefficients of group effects of piles supporting the caisson foundation.

		Coefficient of group effect of piles
Horizontal	X-direction	0.240
	y-direction	0.271
Vertical		0.772

には、約 3 倍の違いがあることがわかる。前述の計算例と比べてみればわかるように、杭本数が増加し、杭中心軸間距離が小さくなると、一般に群杭効率は小さくなり、また水平方向と鉛直方向のその差は大きくなるといえる。このことは、脚付きケーソン基礎の変位を求めたり、あるいは地震応答計算を行う場合、杭に対する地盤のばね定数の低減を行う際に、水平方向と鉛直方向とではその大きさを変えなければならないことを示している。

Fig. 7 は、各杭の荷重分担率の分布を示したものである。図中の一点鎖線は平均荷重分担率を表わしている。水平方向載荷の場合 (Fig. 7 (a)) には、外側の杭の分担率が大きく、特に四隅の杭の分担率が最大になっていることがわかる。最大と最小の平均荷重分担率に対する比は、 x 軸方向が 2.10 と 0.49、 y 軸方向が 1.89 と 0.44 であり、両者の差はいずれも非常に大きい。四隅の杭は平均値の 2 倍以上の荷重を分担せねばならないわけである。このことは、脚付きケーソン基礎の合理的な

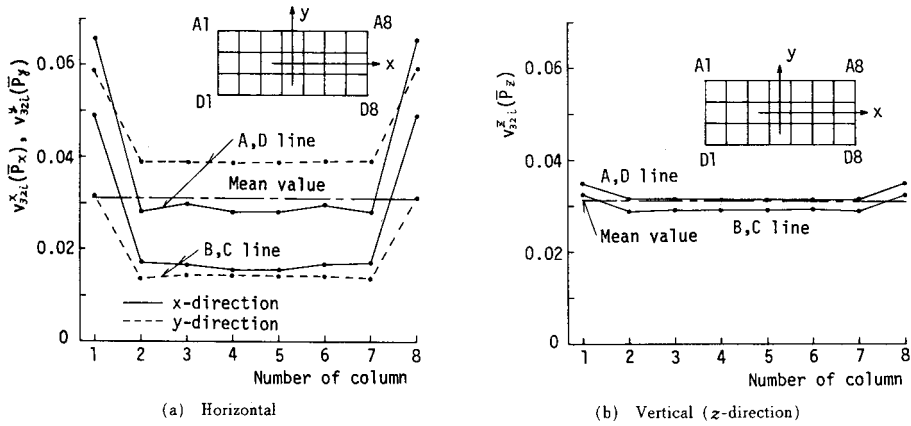


Fig.7 Load sharing ratios of piles supporting the caisson foundation ($\nu=0.4, H=17.75\text{ m}, d=4\text{ m}, l_1=5.53\text{ m}, l_2=7.25\text{ m}, \alpha_0=0.0171$).

設計に際しては、構成杭間の荷重分担率の不均一性を考慮することが必要であることを示唆するものである。鉛直方向載荷の場合 (Fig.7 (b)) には、四隅の杭の分担率は平均値の1.2倍であり、この場合2割程度の分担荷重増が見込まれる。

最後に、上記の脚付きケーソン基礎がケーソン底面に水平方向に180 Galの地震加速度を受けた場合を想定して、このとき生ずるであろう水平方向の慣性力および鉛直方向の死荷重を静的外力として杭頭に加えたときの杭頭における変位および軸力を算出した。試算の結果得られた外荷重はTable 2に示すとおりであった。Table 2に示した外荷重をそれぞれ脚付きケーソン基礎の杭頭に加えたときの杭頭変位および杭頭の軸力を求めた結果をTable 3に示した。同表から、いずれの場合についても杭頭の水平および鉛直変位は約3 mmであることがわかる。

また、杭頭の鉛直変位に及ぼす鉛直荷重とモーメント荷重の割合は、一番外側の最大変位を生ずる杭に対してほぼ1:1となる、すなわちこの両荷重の影響はほとん

ど等しいという結果が得られた。

6. おわりに

本論では、三次元弾性論に従って、脚付きケーソン基礎の水平方向および鉛直方向に対する群杭効率ならびに各杭の荷重分担率を求める解析解を導き、2, 3の数値計算を行った。得られた結果のうちその主なものを挙げるのと次のとおりである。

(1) 群杭効率について 脚付きケーソン基礎に対する水平方向の群杭効率は鉛直方向のそれに比べて一般に小さい。そして、杭本数が大きくなるに従って、また最小の杭中心軸間距離と杭径の比 (l/d) が小さくなるに従って、両者の差はより著しくなる。通常よく用いられる l/d の値 ($l/d=2\sim3$) の範囲で、しかも9本以上の杭群を有する場合については、両者の間には2~3倍あるいはそれ以上の違いが生ずる。このことは、群杭効率を評価するためにばね定数の低減を行う場合、水平方向と鉛直方向とはその大きさを変えなければならないことを示している。

(2) 荷重分担率について 脚付きケーソン基礎を支える杭群のうち、その中心から一番距離の遠い位置にある杭 (たとえば格子状配列の場合には四隅の杭) の荷重分担率が一番大きい。それは、(1)の場合と同様に、杭本数が多くなるに従って、また l/d が小さくなるに従ってより大きくなる。最大荷重分担率と平均荷重分担率との比を R_s とすれば、一般に水平方向の R_s の方が鉛直方向の R_s より大きい。 $l/d=1.5\sim3$ で、しかも9本以上の杭群を有する場合については、水平方向の R_s は1.2~2あるいはそれ以上になり、鉛直方向の R_s は1.02~1.1あるいはそれ以上となる。このことは、各杭に対する地盤のばね定数の強さの割合の設定値を水平方向と鉛直方向とで変える必要があることを示している。

Table 2 External forces at the top of piles supporting the caisson foundation.

	Horizontal force (GN)	Vertical force (GN)	Moment force (GN-m)
Load in x-direction	0.236	0.808	7.16
Load in y-direction	0.213	0.795	5.61

Table 3 Displacements and axial forces at the top of piles supporting the caisson foundation.

	Horizontal displacement (mm)	Vertical displacement (mm)		Axial force of pile (MR)	
		maximum	minimum	maximum	minimum
Load in x-direction	3.25	3.09	-0.013*	57.7	-1.32**
Load in y-direction	2.82	3.15	-0.126*	59.4	-3.85**

* Extension, ** Tension

参 考 文 献

- 1) Poulos, H. G. : Behavior of laterally loaded piles : II -pile groups, Proc. ASCE., Vol. 97, No. SM 5, May, 1971.
- 2) Poulos, H. G. : Group factors for pile-deflection estimation, Proc. ASCE., Vol. 105, No. GT 12, December, 1979.
- 3) Randolph, M. F. : The response of flexible piles to lateral loading, Géotechnique, 31, No. 2, 1981.
- 4) 小坪清真・高西照彦：不規則な配置をもつ杭径の異なる群杭に対する横方向群杭効果の解析法, 土木学会論文報告集, 第 277 号, 1978-9.
- 5) 小坪清真・高西照彦・鳥野 清・園田敏矢：多柱基礎の横方向荷重分担率と群杭効果, 土木学会論文報告集, 第 312 号, 1981-8.
- 6) 小坪清真・高西照彦・梶野憲一：多柱基礎の群杭効果に及ぼす頂板の回転の影響, 土木学会論文報告集, 第 323 号, 1982-7.
- 7) Ottaviani, M. : Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups, Géotechnique, 25, No. 2, 1975.
- 8) Banerjee, P. K. and Davies, T. G. : Analysis of pile groups embedded in Gibson soil, Proc. 9th Int. Conf. Soil Mech. Fdn. Engng., Tokyo, 1977.
- 9) Randolph, M. F. and Wroth, C. P. : An analysis of the vertical deformation of pile groups, Géotechnique, 29, No. 4, 1979.
- 10) Poulos, H. G. and Randolph, M. F. : Pile group analysis — a study of two methods, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 3, March, 1983.
- 11) Oteo, C. S. : Displacements of a vertical pile group subjected to lateral loads, Eur. Conf. Soil Mech. Found. Eng., 1972.
- 12) Pise, P. J. : Investigations on laterally loaded pile groups, Symp. Recent Dev. Anal. Soil Behav. Their Appl. Geotech. Struct., 1975.

(1984. 8. 2・受付)