

斜張橋ケーブルの最適プレストレス量決定に関する研究

STUDIES ON OPTIMIZATION OF CABLE PRESTRESSES OF CABLE STAYED BRIDGES

山田善一*・古川浩平**・江草 拓***・井上幸一****

By Yoshikazu YAMADA, Kohei FURUKAWA, Taku EGUSA and Kohichi INOUE

The cable stayed bridge can be designed economically by introducing the cable prestresses. It is the most important and difficult problem to determine the optimum cable prestresses in the design of cable stayed bridges. However, there are few studies on the optimum cable prestresses. In this study, an attempt is made to determine the optimum cable prestresses based on the strain energy criterion. The validity of the strain energy criterion on the optimum cable prestresses is proved by simple models. This proposed method is applied to some actual cable stayed bridges. The results show that the proposed strain energy criterion is very useful to determine the optimum cable prestresses even in the case of multi-cable types.

1. 緒 言

近年、斜張橋が数多く建設されるようになってきた。その理由として、機能的な美しさに加え、ケーブルプレストレスという内部不静定力の導入により、構造各部の応力状態をかなり自由に設定でき、その結果他の形式より軽量化を図れることが挙げられる¹⁾。この導入プレストレス量の決定は、斜張橋の設計において最も重要でかつ難しい問題の1つであるが、この決定を合理的に行うために最適化手法を応用した研究はほとんど見当たらない。

斜張橋の最適化という観点からは、プレストレスの最適化と部材断面の最適化の両者を行う必要があるが、この両者を同時に取り扱うと問題が非常に複雑になり、また以下に述べるプレストレス最適化の定式化が難しいこともあり、斜張橋の最適化に関する研究の大部分は断面のみを対象としてきた。たとえば、山田・大宮司の研

究²⁾、前田・林の研究³⁾などである。

斜張橋の設計においてケーブルプレストレスを導入する目的は、「構造物に望ましい応力状態を出現させる」ことにある。換言すると、「部材の断面力分布を均等化し、かつその断面力をできるだけ小さくする」と要約できる。これはかなりあいまいな目的であり、最適化において定式化することが難しい。なぜなら、全体としての目的関数であるコストあるいは重量の最小化と上記のプレストレス最適化とは直接的な結びつきが小さいことが挙げられる。確かにプレストレスを最適化することにより、断面力を小さくかつ均一化でき、その結果部材断面を小さくできるが、その関係は直接的でない。そのため従来の研究の多くは、プレストレスの重要性については言及しつつ、最適化過程ではプレストレスは別個に取り扱い、既知のプレストレスのもとでケーブルを含めた部材断面の最適化を行ってきた。

このようにプレストレス導入の目的があいまいで、その最適性を明確に規定できなかったため、従来の設計例においては、設計者はプレストレス量を変化させてさまざまな応力状態を作り、その中から上記の目的に対して最も望ましいと思われるものを1つ選んでいた。ところがこの選ぶ規準が必ずしも明確でないうえ、特にマルチケーブルの場合に応力状態に対するケーブルプレストレ

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 山口大学助教授 工学部建設工学科
(〒755 宇部市常盤台)

*** 正会員 三菱重工業(株)広島造船所鉄構部橋梁設計課長
(〒733 広島市中区江波沖町)

**** 工修 三菱重工業(株)広島造船所鉄構部橋梁設計課
(同上)

スの影響が複雑なため、この計算に多大な労力と時間を費やし、しかも、決定されたプレストレス量が最適であるかどうかの疑問が残る。

本研究は従来ほとんど取り扱われていなかった最適なケーブルプレストレス量の決定法に着目する。つまり、与えられた部材断面と载荷条件のもとで、最も望ましい応力状態を示すプレストレス量を決定しようとするものである。したがって、プレストレス決定後断面が修正され、さらにその断面に対するプレストレスを決定するという反復は通常の設計プロセスと同じである。この断面決定に最適化手法を応用することは可能であるが、問題が非常に複雑になるため本研究では扱わない。

すでに述べたように、プレストレス最適化の目的があいまいなため、本研究においては次のような最適性の規準を導入する。すなわち、『構造物に貯えられるひずみエネルギーを最小にするプレストレス量の組合せが最適である』。この最適性規準を導入することにより、①あいまいであった目的が明確になり、かつ定量的に扱えるため最適化における定式化が簡単になる。②目的関数が二次形式となり、最適化が容易であり、かつ収束も早い、という利点がある。この最適性規準の妥当性に関しては2.で詳細な検討を加える。以下、3.で定式化、4.で実際の設計例をもとにした計算例を示す。最後に5.で本研究の結論を述べる。

2. ひずみエネルギー規準と最適プレストレス量

すでに1.で述べたように、ケーブルプレストレスを導入する目的は、部材の断面力分布を均等化し、かつその断面力をできるだけ小さくすることにある。このことを曲げモーメント M について簡単な形で数学的に表現すれば、次のようになる。

$$\text{規準 I} \quad V = \int_0^l (M - \bar{M})^2 dx \rightarrow \min \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{規準 II} \quad |\bar{M}| = \frac{1}{l} \left| \int_0^l M dx \right| \rightarrow \min \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 \bar{M} は M の平均値である。

この2式を同時に満足する解が最適プレストレスとなるが、上記の問題は多目的最適化問題であり、解くのは容易ではない。そのため本研究では、これらの規準とは別に次に示すひずみエネルギー規準も合わせて考える。

$$\text{規準 III} \quad U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx \rightarrow \min \dots\dots\dots (3)$$

すでに述べた式 (1)、(2) の規準と式 (3) の規準との関連を以下の簡単な構造物を用いて検討する。

まず図-1に示す等分布荷重 q を受けるはりの中央上向きに、 P というプレストレスがかかっている構造物を考える。この構造物に対し、上記の規準 I、II、III に関する結果をまとめたものを図-2に示す。式 (2) に

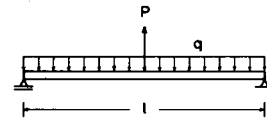


図-1 軸力の影響がない1変数問題の例

規準	I ($V \rightarrow \min$)	III ($U \rightarrow \min$)	II ($ \bar{M} = 0$)
P	$\frac{1}{2} ql$	$\frac{5}{8} ql$	$\frac{2}{3} ql$
モーメント図			
モーメントの面積	$0.02083 ql^3$	$0.01237 ql^3$	$0.01235 ql^3$

図-2 軸力の影響がない1変数問題における規準 I、II、III の比較

示した規準 II の $|\bar{M}| \rightarrow \min$ はこの例においては、 $\bar{M} = 0$ と一致するので、ここでは式 (2) の代わりに $\bar{M} = 0$ を用いた。この例は1変数問題なので、式 (1)、(2) を同時に満足する解は存在せず、別個に求められる。図-2では結果をわかりやすく示すため、規準 III の解を中央に、その左右に規準 I、II の解を示している。

図-2から次のことがいえる。規準 I ではモーメント M のばらつきは小さいがプレストレス量 P が小さすぎ、プレストレスを導入した効果が小さく、そのためモーメントの面積が大きくなり、結果的に断面を大きくする必要があるのである。図-2右欄の規準 II はプレストレス量 P が大きい。そのためケーブル取付位置でのモーメントが大きくなり、その結果正曲げと負曲げの差が大きくなり、大きな断面を必要とする。これに対し、規準 III は規準 I と II の中間の値をとり、モーメントの大きさとそのばらつきともある程度満足した解となっている。

図-1の例ではプレストレスによる軸力の影響が全く入っていなかった。そのため、同じく1変数問題であるが軸力の影響も考慮した図-3の構造物を考える。この構造物に対して、上と同様にして規準 I、II、III に関して計算した結果を図-4に示す。この例ではモーメントのばらつきに与える軸力の影響 r_v と、ひずみエネルギーに及ぼす軸力の影響 r_u の項が存在する。 r_v 、 r_u を実存する斜張橋に関して計算した結果を表-1に示す。ここでは計算を簡単にするために、 $\cos^2 \alpha / \sin^2 \alpha = 1$ としている。表-1をみれば明らかに $1 \gg r_v$ 、 $1 \gg r_u$ であり、軸力の影響はほとんど無視できることがわかる。また規準 I、III による P の値にはほとんど差がないが、規準 II では P がかなり大きくなっている。 r_v 、 r_u を無視したときのモーメント図を図-4に示す。規準 II によるモーメントは面積およびそのばらつきともに大きい

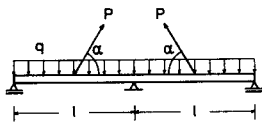


図-3 軸力の影響を考慮した1変数問題の例

規準	I ($V \rightarrow \min$)	III ($U \rightarrow \min$)	II ($\bar{W} = 0$)
P	$\frac{14}{25} q l \frac{1}{\sin \alpha}$ where $r_v = \frac{1536 \cdot EI \cdot \cos^2 \alpha}{50 \cdot EA l^2 \cdot \sin^2 \alpha}$	$\frac{4}{7} q l \frac{1}{\sin \alpha}$ where $r_u = \frac{384 \cdot EI \cdot \cos^2 \alpha}{7 \cdot EA l^2 \cdot \sin^2 \alpha}$	$\frac{2}{3} q l \frac{1}{\sin \alpha}$
モーメント図			

図-4 軸力の影響を考慮した1変数問題における規準I, II, IIIの比較

表-1 軸力の影響 r_v, r_u

橋名	l(m)	A(m ²)	I(m ⁴)	r_v	r_u
豊里大橋	216	0.75	0.98	8.45×10^{-4}	1.50×10^{-3}
大黒埠頭連絡橋	185	0.8	1.3	1.83×10^{-3}	3.27×10^{-3}
大和川橋梁	355	1.2	2.7	5.48×10^{-4}	8.79×10^{-4}
永才橋	144	0.33	0.50	2.24×10^{-3}	4.01×10^{-3}
かもめ大橋	240	0.54	1.01	1.01×10^{-3}	1.80×10^{-3}

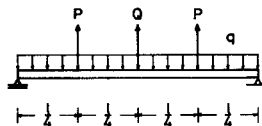


図-5 2変数問題の例

規準I, IIIでは適当なモーメント分布を示していることがわかる。

上記の例はいずれも1変数問題であったため、式(1), (2)の規準I, IIを同時に満足した解は求まらなかった。そのため、図-5に示す2変数問題で、規準I, IIを同時に満たした解と、規準IIIを満たした解との比較を行う。この問題でも $\overline{M} \rightarrow \min$ は $\overline{M} = 0$ と一致するため、規準I, IIは $\overline{M} = 0$ のもとで $V \rightarrow \min$ を求めることとなる。この結果を表-2に示す。この結果から明らかかなように、規準IIIの解では $\overline{M} = 0$ となっており、またプレストレスPおよびQに関しても規準I, IIを満たした解と規準IIIのそれとは非常に接近している。このように規準IIIを用いれば、規準I, IIを同時に考えた解とほとんど等しくなることがわかる。

では、より変数が多くなった場合ではどうであろうか。いま、もしプレストレスの値に何の制限も付加しなけれ

表-2 2変数問題における規準I, IIとIIIの比較

	規準 I, II	規準 III	I, II / III
P	$\frac{14}{48} q l = 0.2917 q l$	$\frac{16}{56} q l = 0.2857 q l$	1.021
Q	$\frac{11}{48} q l = 0.2292 q l$	$\frac{13}{56} q l = 0.2321 q l$	0.987
M	0	$\frac{1}{1344} q l^2$	—

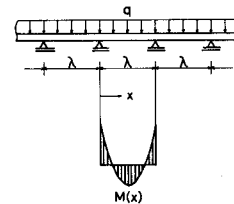


図-6 無限連続ばりにおける曲げモーメント分布

ば、規準IIIのひずみエネルギーUの最小値は $\partial U / \partial P_i = 0$ なるi点のプレストレス量 P_i に関する多元連立一次方程式を解くことにより求められる。カスチリアノの定理によれば、 $\partial U / \partial P_i$ は桁のケーブル定着点のプレストレス方向の変位を表わし、これが零ということは桁の曲げモーメント分布はケーブル定着点位置を支点とする多点支持系のそれと同じになる。たとえば、図-6に示す等分布荷重qを受ける1スパンの長さlambdaの無限連続ばりを考えてみると、このはりの1スパンでの曲げモーメント分布は

$$M(x) = -\frac{1}{12} q \lambda^2 + \frac{1}{2} q x (\lambda - x) \dots \dots \dots (4)$$

であり、平均値は $\overline{M} = 0$ となる。すなわち、極限的なマルチケーブルのはりを考えた場合、規準I, IIと規準IIIによる解は一致する。

すでに示したようにわずか2変数の場合でも規準I, IIを満たした解と規準IIIを満たした解はかなり接近している。さらにマルチケーブルになるにつれ両者の解はより接近し、極限的な状態では一致すると考えられる。このように考えるならば、規準I, IIよりも数学的な取り扱いが簡単な規準IIIを採用して最適化を行う意義は十分にあると考えられ、本研究では規準IIIに基づきプレストレス決定方法を議論する。

規準IIIは曲げモーメントと軸力のあるより一般的な問題では、次のような形のひずみエネルギーを用いて、

$$U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx + \int_0^l \frac{N^2}{2EA} dx \rightarrow \min \dots \dots \dots (5)$$

とする方がより合理的であろう。すなわち、断面力に対応した剛度の逆数を重みとして付けることで断面剛度に応じた断面力分布が得られるであろうということ、また

曲げモーメントと軸力を同時に取り扱うことができるという利点がある。このように、本研究においては、曲げモーメントと軸力のひずみエネルギーを最小とする規準を用いて、斜張橋ケーブルのプレストレス量を最適化する問題を取り扱う。

3. 定式化

(1) 記号

定式化に用いた記号の意味を一括して以下に示す。

$2n:1$ 塔当たりのケーブル本数、塔の左右でそれぞれ n 本ずつとする。

m : 全部材数

$\{P\}$: プレストレスのつくるベクトル。

$$\{P\} = \{P_1, P_2, \dots, P_{2m}\}^T$$

$\{T_D\}, \{T_L\}$: 死荷重 (D) および活荷重 (L) によって生じるケーブル張力

$\{M^l\}, \{M^r\}$: 部材両端 (l 端と r 端) の曲げモーメント

$\{M_D^l\}, \{M_D^r\}$: 死荷重によって部材両端に生じる曲げモーメント

$\{M_L^l\}, \{M_L^r\}$: 活荷重によって部材両端に生じる曲げモーメント

$\{M_P^l\}, \{M_P^r\}$: プレストレスによって部材両端に生じる曲げモーメント

$\{N^l\}, \{N^r\}$: 部材両端の軸力

$\{N_D^l\}, \{N_D^r\}$: 死荷重によって部材両端に生じる軸力

$\{N_L^l\}, \{N_L^r\}$: 活荷重によって部材両端に生じる軸力

$\{N_P^l\}, \{N_P^r\}$: プレストレスによって部材両端に生じる軸力

$\{C^j\}, \{C^r\}$: 第 j ケーブルのプレストレスが単位量変化したときの第 i 部材の両端の曲げモーメントの変化量 C_{ij} および C_{ir} のつくる影響行列

$\{D^j\}, \{D^r\}$: プレストレスの軸力に対する影響行列

(2) 断面力

斜張橋の完成系 (図-7(a)) と、その系からケーブルを除去し代わりにケーブル張力と同じ大きさと方向の力を外力として作用させた系 (図-7(b)) とは構造的に等価であると考え。次に、後者の系の外力を未知量であるプレストレス P および既知量である荷重によって生じる張力 T_w とに分解する (図-7(c₁), (c₂))。このような分解によって、プレストレスが断面力に与える影響をみるのが容易になる。たとえば、プレストレスの断面力に対する影響行列 $\{C^j\}, \{C^r\}, \{D^j\}, \{D^r\}$ は図-7(c₁) から求めることができる。

桁および塔の断面力は、プレストレスの関数として

$$\{M^l\} = \{M_D^l\} + \{M_L^l\} + \{M_P^l\} = \{M_D^l\} + \{M_L^l\} + \{C^j\} \{P\} \dots (6)$$

$$\{M^r\} = \{M_D^r\} + \{M_L^r\} + \{M_P^r\} = \{M_D^r\} + \{M_L^r\} + \{C^r\} \{P\} \dots (7)$$

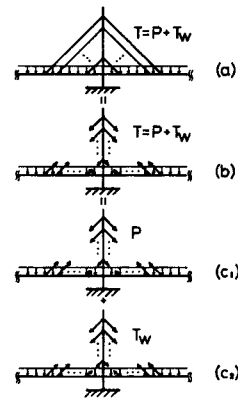


図-7 等価系のモデル図

$$\{N^l\} = \{N_D^l\} + \{N_L^l\} + \{N_P^l\} = \{N_D^l\} + \{N_L^l\} + \{D^j\} \{P\} \dots (8)$$

$$\{N^r\} = \{N_D^r\} + \{N_L^r\} + \{N_P^r\} = \{N_D^r\} + \{N_L^r\} + \{D^r\} \{P\} \dots (9)$$

と表わせる。

(3) 制約条件

a) 死荷重完成時に塔に曲げを生じない

図-8 に示すように φ_i を第 i ケーブルと水平とのなす角とする。死荷重完成時において塔に曲げを生じないための条件は

$$(T_D + P)_i \cos \varphi_i = (T_D + P)_{2n+1-i} \cos \varphi_{2n+1-i} \dots (10)$$

となる。この式を変形すると

$$P_{2n+1-i} = \pi_i P_i + \Delta T_{Di} \dots (11)$$

が得られる。ここに、

$$\pi_i = \cos \varphi_i / \cos \varphi_{2n+1-i} \dots (12)$$

$$\Delta T_{Di} = \pi_i T_{Di} - T_{D2n+1-i} \dots (13)$$

である。式 (11) をすべてのケーブルについて表わすと

$$\{P\} = [\pi] \{\bar{P}\} + \{\Delta T_D\} \dots (14)$$

$$[\pi] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & 1 \\ & & \ddots \\ 0 & & & 1 \\ 0 & & & & \pi_n \\ & \pi_1 & & & 0 \end{bmatrix}, \quad \{\Delta T_D\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta T_{Dn} \\ \vdots \\ \Delta T_{D2} \\ \Delta T_{D1} \end{pmatrix}, \quad \{\bar{P}\} = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix}$$

となる。

b) プレストレス量の制限

ケーブル張力の上限を $\{T_u\}$ 、またケーブル張力の下限を $\{T_l\}$ とすると

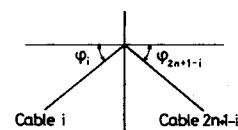


図-8 ケーブルのモデル図

$$\{T_i\} \leq \{T_{di}\} + \{T_{Li}\} + \{P\} \leq \{T_{ui}\} \dots (15)$$

あるいは

$$\{P_i\} \leq \{P\} \leq \{P_{ui}\} \dots (16)$$

ここに

$$\{P_i\} = \{T_i\} - \{T_{di}\} - \{T_{Li}\} \dots (17)$$

$$\{P_{ui}\} = \{T_{ui}\} - \{T_{di}\} - \{T_{Li}\} \dots (18)$$

となる。ところが、a) でプレストレス相互に従属関係を与えて変数を半減しているため、式(16)を半分の変数になった $\{P\}$ に関する条件式に書き換える必要がある。

第 $2n+1-i$ ($1 \leq i \leq n$) ケーブルについて

$$P_{i2n+1-i} \leq P_{2n+1-i} \leq P_{u2n+1-i} \dots (19)$$

式(11)を代入し、 $\pi_i > 0$ を考慮すると

$$(P_{i2n+1-i} - \Delta T_{Di}) / \pi_i \leq P_i \leq (P_{u2n+1-i} - \Delta T_{Di}) / \pi_i \dots (20)$$

したがって $\{P\}$ に対する条件としては

$$\{\bar{P}_i\} \leq \{P\} \leq \{\bar{P}_{ui}\} \dots (21)$$

ここに、 $\{\bar{P}_i\}$ と $\{\bar{P}_{ui}\}$ の成分は

$$\bar{P}_{ii} = \max \{P_{ii}, (P_{i2n+1-i} - \Delta T_{Di}) / \pi_i\} \dots (22)$$

$$\bar{P}_{ui} = \min \{P_{ui}, (P_{u2n+1-i} - \Delta T_{Di}) / \pi_i\} \dots (23)$$

となる。

(4) 目的関数

目的関数であるひずみエネルギー U は、せん断力の影響を無視すると

$$U = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2EI_i} \frac{l_i}{2} \{ (M_i^t)^2 + (M_i^r)^2 \} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2EA_i} \frac{l_i}{2} \{ (N_i^t)^2 + (N_i^r)^2 \} \dots (24)$$

で表わされる。ここで、断面力に対して次の変換を考える。すなわち、

$$\{\bar{M}^t\} = [\alpha] \{M^t\} \dots (25)$$

$$\{\bar{M}^r\} = [\alpha] \{M^r\} \dots (26)$$

$$\{\bar{N}^t\} = [\beta] \{N^t\} \dots (27)$$

$$\{\bar{N}^r\} = [\beta] \{N^r\} \dots (28)$$

ここに、

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} \sqrt{l_1/4 EI_1} & & \\ & \sqrt{l_2/4 EI_2} & \\ & & \sqrt{l_m/4 EI_m} \end{bmatrix}$$

$$[\beta] = \begin{bmatrix} \sqrt{l_1/4 EA_1} & & \\ & \sqrt{l_2/4 EA_2} & \\ & & \sqrt{l_m/4 EA_m} \end{bmatrix}$$

このとき、ひずみエネルギーは

$$U = \{\bar{M}^t\}^T \{\bar{M}^t\} + \{\bar{M}^r\}^T \{\bar{M}^r\} + \{\bar{N}^t\}^T \{\bar{N}^t\} + \{\bar{N}^r\}^T \{\bar{N}^r\} \\ = \{F\}^T \{F\} \dots (29)$$

$$\{F\} = \{\bar{M}^t \ \bar{M}^r \ \bar{N}^t \ \bar{N}^r\}^T \dots (30)$$

で表わされる。式(30)に式(6)~(9)を代入して $\{F\}$ を $\{P\}$ で表わすと、

$$\{F\} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ & \alpha & \beta \\ 0 & \beta & \beta \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} M_b^t \\ M_b^r \\ N_b^t \\ N_b^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_L^t \\ M_L^r \\ N_L^t \\ N_L^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C^t \\ C^r \\ D^t \\ D^r \end{bmatrix} \{P\} \right) \\ = \{F_{0i}\} + [\overline{CD}] \{P\} \dots (31)$$

$$\{F_{0i}\} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ & \alpha & \beta \\ 0 & \beta & \beta \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} M_b^t \\ M_b^r \\ N_b^t \\ N_b^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_L^t \\ M_L^r \\ N_L^t \\ N_L^r \end{bmatrix} \right),$$

$$[\overline{CD}] = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ & \alpha & \beta \\ 0 & \beta & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C^t \\ C^r \\ D^t \\ D^r \end{bmatrix}$$

さらに、制約条件式(14)を代入すると

$$\{F\} = \{F_{0i}\} + [\overline{CD}] \{[\pi] \{P\} + \{\Delta T_{Di}\}\} \\ = \{F_0\} + [X] \{P\} \dots (32)$$

ここに、

$$\{F_0\} = \{F_{0i}\} + [\overline{CD}] \{\Delta T_{Di}\}$$

$$[X] = [\overline{CD}] [\pi]$$

となり、ひずみエネルギーはプレストレスの関数として次のように表わされる。

$$U = \{F_0\}^T \{P\} + \{X\}^T \{P\} \{P\} + \{X\}^T \{P\} \\ = \{F_0\}^T \{F_0\} + 2\{F_0\}^T [X] \{P\} + \{P\}^T [X]^T [X] \{P\} \dots (33)$$

最終的に、式(33)で表わされるひずみエネルギーを、制約条件式(21)のもとで解くことになる。この解法には、種々の最適化手法が利用できるが、本研究においては共役勾配法を用いた^{4),5)}。

4. 計算例および考察

いくつかの実橋を対象に、本研究で提案したひずみエネルギー規準を適用して最適なケーブルプレストレスを求めた結果を以下に示す。計算例として用いたのは、豊里大橋、大黒埠頭連絡橋、大和川橋梁、永才橋、かもめ大橋、六甲アイランド連絡橋の6橋である。なお、これらの橋の設計条件は必ずしも本研究の方法で仮定した設計条件と一致していないが、本研究の方法の有用性の確認のため実橋の諸元を例として使用する。これらの橋に関して、本研究で示した手法により求めた最適プレストレスの値を表3~8に、桁の断面力図を図9~14に示す。図中実線はプレストレス導入後の断面力、破線はプレストレス導入前の断面力を表わしている。また表9に図9~14から求めたプレストレス導入前後の断面力の平均値、断面力の標準偏差を示す。なお、これらの計算において、プレストレスは実橋の死荷重状態を対象として決定し、活荷重は考慮しなかった。

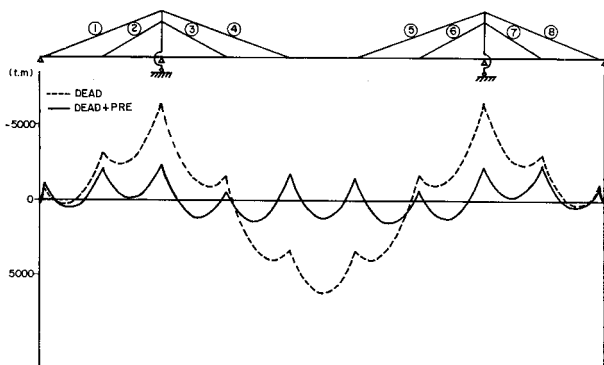


図-9 豊里大橋における曲げモーメント分布

表-3 豊里大橋における最適プレストレスとケーブル張力 (単位:t)

No.	PRE	PRE+DEAD
①	323.1	1701.3
②	86.0	949.0
③	-153.7	921.7
④	446.4	1675.4
⑤	389.4	1611.4
⑥	-140.3	946.5
⑦	122.9	973.3
⑧	253.2	1634.7

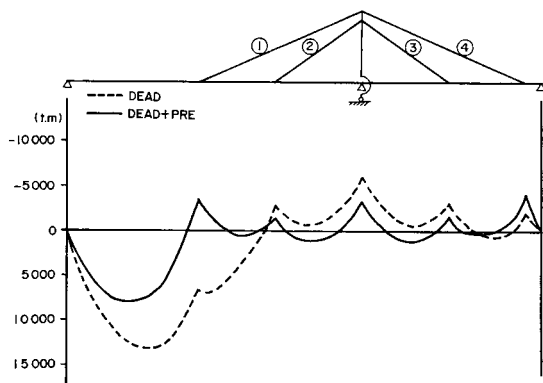


図-10 大黒埠頭連絡橋における曲げモーメント分布

図-9および表-3は豊里大橋における計算結果である。プレストレス導入前では支間中央と塔基部支点で大きな曲げモーメントが出現しているが、本研究で提案したひずみエネルギー規準によるプレストレスを導入すると、図から明らかなように、断面力分布が均等化し、かつ断面力そのものも小さくなっていることがわかる。このことは表-9の断面力の平均値や標準偏差からも明らかである。表-3の最適プレストレスの値をみると、負のプレストレスが存在する。これはケーブルをゆるめることを意味しているが、この件に関しては後に考察を加える。

表-4 大黒埠頭連絡橋における最適プレストレスとケーブル張力 (単位:t)

No.	PRE	PRE+DEAD
①	1074.2	2466.7
②	-480.0	865.4
③	-141.8	875.4
④	884.2	2487.5

表-5 大和川橋梁における最適プレストレスとケーブル張力 (単位:t)

No.	PRE	DEAD+PRE	No.	PRE	DEAD+PRE
①	375.9	3429.6	⑨	374.6	3341.2
②	-304.4	1994.1	⑩	-333.2	2016.4
③	346.7	2170.9	⑪	326.5	2202.8
④	576.7	1832.3	⑫	422.4	1709.7
⑤	567.3	1832.3	⑬	479.5	1709.7
⑥	301.9	2170.9	⑭	396.2	2202.8
⑦	-374.3	1994.1	⑮	-288.0	2016.4
⑧	454.0	3429.6	⑯	285.0	3341.2

表-6 永才橋における最適プレストレスとケーブル張力 (単位:t)

No.	PRE	PRE+DEAD
①	750.7	969.5
②	-178.8	100.0
③	-141.9	100.0
④	-90.5	159.2
⑤	56.8	237.3
⑥	99.2	238.7
⑦	141.2	239.2
⑧	101.8	237.8
⑨	-38.3	159.5
⑩	-107.1	100.2
⑪	-175.0	100.2
⑫	637.2	971.2

図-10および表-4は大黒埠頭連絡橋の場合であるが、プレストレスを導入することによって、この例でも断面力とそのばらつきとも非常に小さくなっていることがわかる。しかしこの橋においては、左支点とケーブル1の定着点間の距離が長く、この部分の曲げモーメントが他に比べて大きくなっている。これは、ケーブル1にさらにプレストレスを導入すれば改善されるであろうが、逆に他の部分の曲げモーメントが増加し、全体として断面力分布のバランスが崩れることになる。

図-11, 12, 13および表-5, 6, 7と豊里大橋に比べてケーブル本数が多くなり、そのため決定すべきプレストレス量も多くなるが、本手法では問題なく最適解が得られていることがわかる。なお表-6および7において、PRE+DEADの値が100.0tもしくは50.0tとなっているものがあるが、これはケーブル張力の下限制約がアクティブとなったためである。

図-12の永才橋、図-13のかめめ大橋とケーブル本数が多いマルチケーブル形式になると、ケーブル1本当

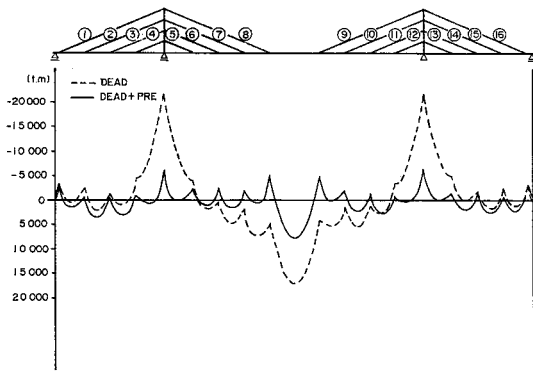


図-11 大和川橋梁における曲げモーメント分布

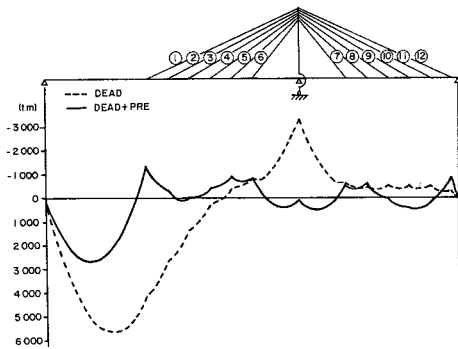


図-12 永才橋における曲げモーメント分布

たりの影響は小さくなり、上段および下段ケーブルの定着点が支点となる形を示す。これらは後で考察する負のケーブルプレストレスとも関連がある。

図-14 および表-8 は補剛桁がトラスである六甲アイランド連絡橋の例である。補剛桁の種類にかかわらず、

表-7 かもめ大橋における最適プレストレスとケーブル張力 (単位：t)

No.	PRE	PRE+DEAD	No.	PRE	PRE+DEAD
①	1178.0	1598.0	②1	939.1	1290.9
②	-300.3	103.9	②2	-122.5	236.1
③	-285.2	104.1	②3	-176.5	185.7
④	-271.4	104.3	②4	-223.9	139.8
⑤	-122.7	104.5	②5	-127.3	100.0
⑥	-116.1	104.7	②6	-127.4	100.0
⑦	-110.4	105.0	②7	-127.5	100.0
⑧	-105.3	105.4	②8	-128.0	100.0
⑨	-86.1	52.9	②9	-104.3	50.0
⑩	562.6	697.6	③0	548.8	703.0
⑪	501.7	656.0	③1	614.5	749.5
⑫	-104.4	50.0	③2	-86.0	53.0
⑬	-128.2	100.0	③3	-105.1	105.6
⑭	-127.8	100.0	③4	-110.3	105.3
⑮	-127.6	100.0	③5	-116.1	105.0
⑯	-127.6	100.0	③6	-122.7	104.7
⑰	-264.3	100.0	③7	-230.1	146.1
⑱	-262.8	100.0	③8	-196.1	193.6
⑲	-259.4	100.0	③9	-158.8	245.8
⑳	1188.5	1541.0	④0	922.0	1341.8

表-8 六甲アイランド連絡橋における最適プレストレスとケーブル張力 (単位：t)

No.	PRE	PRE+DEAD	No.	PRE	PRE+DEAD
①	385.3	613.9	⑪	455.3	624.4
②	190.2	424.4	⑫	178.4	386.1
③	103.9	340.2	⑬	91.5	334.4
④	120.8	352.3	⑭	71.1	342.1
⑤	273.3	487.1	⑮	182.8	469.1
⑥	176.8	469.1	⑯	267.3	487.1
⑦	67.9	341.6	⑰	118.5	352.9
⑧	88.2	331.4	⑱	106.5	343.3
⑨	208.7	414.9	⑲	162.2	395.0
⑩	435.6	601.7	⑳	411.4	637.1

本手法によって最適なプレストレスが求まっていることがわかる。この六甲アイランド連絡橋のようなトラス形

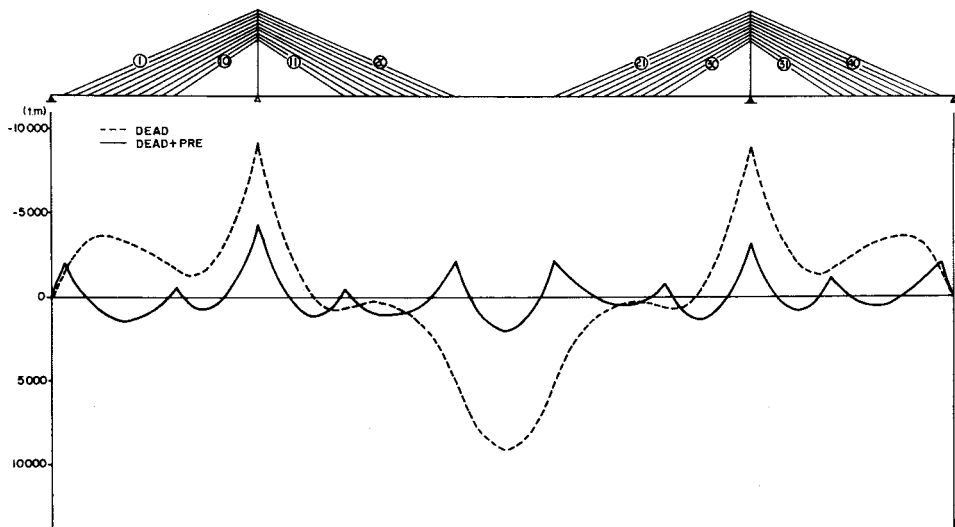
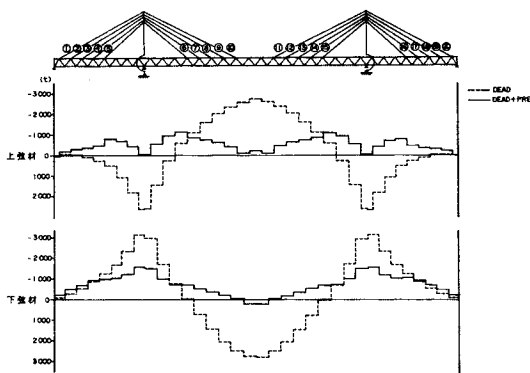
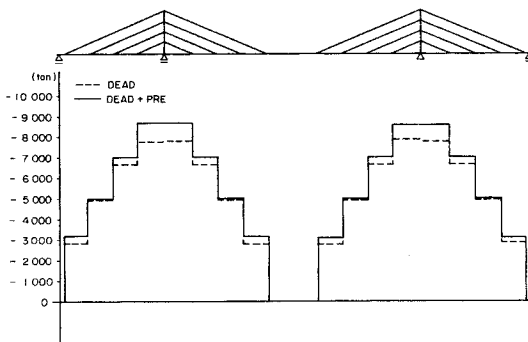


図-13 かもめ大橋における曲げモーメント分布



図一四 六甲アイランド連絡橋における上・下弦材軸力分布



図一五 大和川橋梁における軸力分布

表一〇 プレストレス導入前後の断面力の平均値および断面力の標準偏差

橋名	荷重	平均値	標準偏差
豊里大橋	D	-227.7 tm	3228.8 tm
	D + P	-92.7 tm	1093.4 tm
大黒埠頭連絡橋	D	2239.1 tm	5589.4 tm
	D + P	799.1 tm	3142.3 tm
大和川橋梁	D	-625.4 tm	7923.3 tm
	D + P	-49.0 tm	2971.7 tm
永才橋	D	874.9 tm	2454.7 tm
	D + P	253.8 tm	978.8 tm
かもめ大橋	D	-587.6 tm	3913.9 tm
	D + P	-178.9 tm	1235.8 tm
六甲アイランド上弦材	D	-286.0 t	1499.5 t
	D + P	-548.3 t	314.3 t
六甲アイランド下弦材	D	-336.7 t	1759.1 t
	D + P	-717.1 t	489.8 t

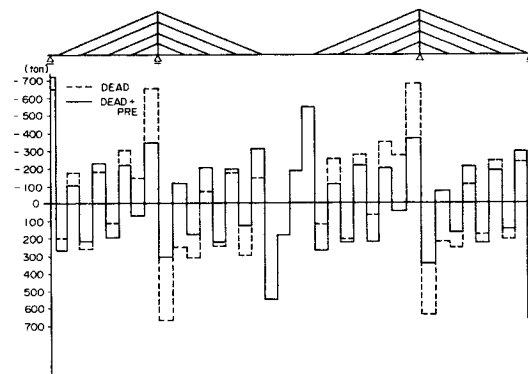
D : 死荷重のみ (プレストレス導入前)

D + P : 死荷重 + プレストレス (プレストレス導入後)

式的補剛桁においては、弦材軸力は主構の曲げによって生じるものと、ケーブル張力によって生じるものとが合成されている。プレストレスを導入すれば、後者が増加してその平均値は導入前より少し大きくなるが、曲げによる軸力が大幅に改善されてばらつきが非常に小さくなっている。そのため、表一〇に示すプレストレス導入による弦材軸力の平均値増加は問題とならないと考えられる。

また、軸力およびせん断力の分布について、大和川橋梁を例として図一五、一六に示すが、軸力は過大に導入されておらず、せん断力分布も曲げモーメント分布が均一化されたため、良好なものとなっている。

さて、以上の図表から本研究で提案したひずみエネルギー規準によりプレストレス導入の目的である断面力分布を均等化し、かつ断面力をできるだけ小さくするという点については十分満足できる結果が得られていること



図一六 大和川橋梁におけるせん断力分布

がわかる。数値的には表一〇に示したとおりであるが、断面力の平均値はトラス橋である六甲アイランド連絡橋を除いてかなり減少しており、またばらつきもすべてのケースで大きく減少している。

表一〇～一八に示すプレストレスには六甲アイランド連絡橋を除いてはすでに述べたように負の値が存在している。ケーブル本数の少ない豊里大橋と大黒埠頭連絡橋については下段ケーブルに、マルチケーブルの大和川橋梁、永才橋、かもめ大橋では中段ケーブルに負のプレストレスが現われている。上段ケーブルの正のプレストレスは支間中央部の曲げを改善し、桁にとっては上段ケーブルの定着点が支点となることを意味する。その上、中段あるいは下段に正のプレストレスを導入すると、支間中央の曲げが逆に大きくなるため負のプレストレスが導入されたのであろう。またマルチケーブルにおいては上段および下段ケーブルの定着点が支点となる断面力分布を示すが、さらに中段ケーブルに正のプレストレスを導入すると塔基部支点上の桁のいわゆる負曲げが大きくなるためである。なお、六甲アイランド連絡橋は補剛桁がトラス形式で剛性が高く、上段あるいは下段ケーブルの定着点が支点としての働きをなさないため全体に正のプレストレスが導入されたものと考えられる。

普通、設計者が試行によってプレストレスを決定する場合、負の値まで考えることはかなり難しいことであり、負の値を考慮したとしても上段、中段および下段のケーブルのプレストレスをバランスよく決定することはほとんど不可能であろう。その点、本研究の方法では負のプレストレスを有効に利用し、桁の断面力をバランスよく自動的に決定することができる。

ただし、本研究の方法による場合 3.(3), b) で示したケーブル張力の上、下限値の設定に注意を要する。上限値については仮定したケーブル断面から許容される値とするが、下限値については構造解析で影響線解析を用いる関係上ケーブルが線形とみなせる範囲のみでなく、ケーブルの疲労なども考慮して決定すべきである。

プレストレスを決定する場合の対象とする荷重状態は、活荷重による曲げモーメント分布が全スパンにわたって比較的一様となる場合には、死荷重でよいと考えられる。これは死荷重+活荷重による設計モーメントも比較的一様となるからである。本研究ではこのように考えて死荷重のみを用いたが、非対称の斜張橋などでは、活荷重による曲げモーメント分布は一様にならないため、活荷重を考慮したプレストレス決定を行う必要がある。

曲げモーメント分布は支間割りとケーブル配置に大きく左右されていることがわかる。ケーブル定着点および支点の間隔がほぼ等しい豊里大橋では曲げモーメント分布の均等化がよくなされている。また、かもめ大橋においても中段部ケーブルに張力があまり導入されてなく、同様の結果を示している。これに対し、大黒埠頭連絡橋や大和川橋梁ではケーブル定着点間距離が大きい部分で、大きな断面力を示している。河川あるいは海峡など立地条件から支間割りは制約を受け、必ずしも望ましい形状を保つことは難しいが、塔の高さによりケーブル配置を調整し、できる限り等しい支点および定着点間距離とするのがよいであろう。逆に本手法を用いて最適プレストレスを決定した後の断面力が均等化できていなければ、支間割りやケーブル配置を再考すればよいこともわかる。

5. 結 論

本研究で得られた結論は以下のように要約することができる。

(1) ひずみエネルギー規準による最適プレストレス

決定は、断面力分布を均等化し、かつその断面力をできるだけ小さくするというプレストレス導入の目的を簡単な計算で自動的に達成できる。

(2) 斜張橋の桁の断面力の改善には正のプレストレスだけでなく、死荷重状態よりさらに張力を減少させる負のプレストレスを有効に活用する必要がある。それは本研究で示したひずみエネルギー規準により簡単に行うことができる。

(3) 断面力分布は支間割りおよびケーブル配置に支配され、これらはなるべく均等とすることが望ましい。本研究によるプレストレスの導入は、適切な支間割りとケーブル配置がなされた斜張橋に対し最も有効である。

本研究で提案したひずみエネルギー規準は斜張橋ケーブルの最適プレストレス量の決定に大いに有効である。そのため、このプレストレス決定方法を従来行われてきた斜張橋全体の最適設計ルーチンとして組み込むことも可能である。

今回のプレストレス決定で用いた仮定はすべての設計条件を満たしたものでなく、代表的なものを採用したにすぎない。特に、斜張橋の設計においては架設条件が重要であり、たとえば前死荷重時に閉合部の曲げが零となるという制約条件なども考慮する必要があり、そのような場合にも適用できるよう今後研究を進める予定である。

最後に、計算例に使用した実橋の資料を提供いただいた担当各局に深く感謝の意を表わします。

参 考 文 献

- 1) 小西一郎編：鋼橋設計編Ⅱ，丸善，pp.952～957，昭和51年。
- 2) 山田善一・大宮司尚：斜張橋の最適基準設計に関する研究，土木学会論文報告集，第253号，pp.1～12，1976年9月。
- 3) 前田幸雄・林 正・納 一：斜張橋の最適設計法，日本鋼構造協会第13回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集，pp.321～326，昭和54年6月。
- 4) Fletcher, E. and Reeves, C.M.: Function Minimization by Conjugate Gradients, Computer Journal, Vol. 7, pp.149～154, 1964.
- 5) Dixon, L.C.W.: On Conjugate Gradient Algorithms, in Dixon, Spedicato, Szego ed., Nonlinear Optimization, pp.123～135, Birkhauser, Boston, 1980.

(1984.7.13・受付)