

杭基礎の杭頭結合部における応力分布について

STRESS DISTRIBUTION ON THE CONNECTION BETWEEN PILE-HEAD AND FOOTING OF PILE FOUNDATION

小堀 為雄*・近田 康夫**

By Tameo KOBORI and Yasuo CHIKATA

In this paper, it is investigated that how axial load and buried length of pile-head into footing under lateral load effect on the stress distribution of footing concrete on pile-footing interface. For the evaluation of the effects, the connection between pile-head and footing is treated as an axisymmetric body subjected to non-axisymmetric loading, and the evaluation is performed by Finite Element Analysis. For the analysis, it is assumed that debonding or slip never occur on the interface.

The results suggest that axial load and buried pile-head length have significant effects on the stress distribution, and the cohesion on the interface is very significant factor on the stress distribution.

1. 緒 言

構造物を構成する個々の要素をつなぐ結合部は、構造物の安全性を検討するうえできわめて重要な位置を占めると考えられるが、杭頭部とフーチングの結合部の安全性や設計方法の妥当性の検討は、はり-柱結合部等のそれに比較して立ち遅れの観があるように思われる。

現行の道路橋示方書¹⁾には、杭頭とフーチングの結合部の設計に関して、2つの方法が規定されている。この2つの結合方法は、建設省土木研究所が、杭頭結合部に関する設計例や実験・試験例を収集・分析の結果提案した1つのスタンダードであり、昭和47年に道路局企画課長通達として行政的措置がなされて今日に至っている²⁾。

この2つの結合方法は、いずれも杭頭部をフーチングに剛結するもので、その概略図および応力照査のための応力分布の仮定、応力照査式は図-1のように示される。示方書では、鋼管杭、PC杭、場所打ち杭に対してのおおの構造細目を示しているが、図-1はPC杭に対するものの概略図である。図において、方法Aは、フーチ

ング内に杭を杭径以上埋め込み、埋込み部をもって杭頭拘束モーメントに抵抗させる方法であり、方法Bは、

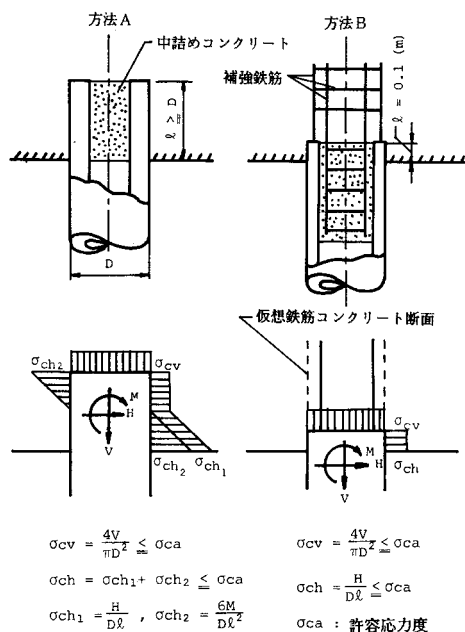


図-1 PC杭の杭頭結合部および応力照査のための応力分布の仮定、応力照査式

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-40-20)

** 正会員 工修 金沢大学助手 工学部建設工学科 (同上)

フーチング内に、杭径にかかわらず 10 cm だけ杭を埋め込み、杭頭に設けた補強鉄筋により杭頭拘束モーメントに抵抗させる方法である。鋼管杭では、中詰めコンクリートの代わりに鋼製蓋板を取り付け、RC 杭では PC 杭に準ずる。また、場所打ち杭では、方法 B のみを用いるとされている。

これらの結合方法は、収集した設計例等の机上検討の結果、標準的な設計方法として提案されたものであったことから、上記到達以後、今日まで、主に実験を通してその安全性や妥当性に対する検討が加えられてきた³⁾。

それらの実験は、ほとんどが、鉄筋コンクリート製フーチングに単杭を結合した模型を用い、杭先端に軸力や水平力を作用させて、軸力、杭頭埋込み長、杭とフーチングの間の付着、中詰めコンクリート、補強鉄筋、蓋板等の影響から、杭頭結合部の強度、固定度、応力分布の仮定の妥当性等を検討している。

上記の実験報告では、実際に杭頭結合部のフーチングコンクリートに生ずる支圧応力は、応力の分散や杭とフーチングの間の付着の影響から、示方書の応力照査式より算出される値に比較してかなり小さい。また、結合部の破壊強度は計算値の約 2.5~3.0 倍である。方法 B が方法 A に比較してやや劣るとはいえ、ほぼ完全剛結の条件を満足している等の点を指摘している。一方、一部では、やや過剰設計となっているのでは、との指摘もある。また、最近では、設計方法の簡素化を指向した実験的研究⁴⁾もみられる。しかし、より合理的な設計方法を提示するにはいまだ不明な点が多いとされている。

このような、設計方法の模索ともいえる研究においては、実験的検討とともに、数値計算によるパラメトリック・スタディが有効な手段であると思われるが、わずかに有限要素法を用いた解析例^{5),6)}が散見されるのみであり、杭頭結合部の構造的な重要性を考えれば、この方面の研究の意義は大きいと考えられる。

本研究では、以上の背景のもとに、構造物における一結合構造としての杭頭結合部に着目し、杭頭結合部の応力状態に影響を及ぼす種々の因子のうち、軸力と杭頭埋込み長の 2 因子の影響を、有限要素法を用いた弾性線形解析により検討を行い、今後の解析および設計の資料としたい。

2. 解析手法

杭頭結合部は、形状的には軸対称構造としてモデル化できるが、一般に荷重条件は軸対称ではないので、厳密には三次元解析が必要である。上述の解析例^{5),6)}が、軸力のみを作用させた軸対称問題にとどめている理由の 1 つはこのことであろう。しかし、以下に示す半解析的手法を用いれば、擬似二次元解析が可能である⁷⁾。黒正ら⁸⁾

もこの手法を用いて、実験結果との比較を行っており、この手法が有効であることを示している。以下では、文献⁹⁾に従って、「非軸対称荷重を受ける軸対称体」の弾性線形有限要素解析手法について概説する。

座標系は三次元の円筒座標系 (r, z, θ) を用いる。 r, z, θ 方向の変位および荷重をそれぞれ u, v, w および f_r, f_z, f_θ とし、おのおの θ 方向にフーリエ級数展開すれば、第 m 調和成分まで採用して次式のように表わせる。

$$u = N(r, z) \left\{ \bar{\delta}_0 + \sum_{n=1}^m \bar{\delta}_n \cos n\theta + \sum_{n=1}^m \bar{\delta}_n \sin n\theta \right\} \dots (1)$$

$$f = f_0 + \sum_{n=1}^m \bar{f}_n \cos n\theta + \sum_{n=1}^m \bar{f}_n \sin n\theta \dots (2)$$

$$u = \{u, v, w\}^T \dots (3)$$

$$f = \{f_r, f_z, f_\theta\}^T \dots (4)$$

ただし、式(1)中、 δ は節点変位ベクトルを、 N は形状関数行列を表わす。 m は荷重が十分な精度で表現できる項数である。

円筒座標系における変位-ひずみ関数式は、

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{r\theta} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} - w \right) \\ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \end{Bmatrix} \dots (5)$$

式(1)、(3)、(5)より節点変位-ひずみ関係式は、

$$\epsilon = B\delta = [B^0 \ B^1 \ \dots \ B^m] \{ \bar{\delta}_0 \ \bar{\delta}_1 \ \dots \ \bar{\delta}_m \}^T \dots (6)$$

$$\bar{\delta}_n = \{ \bar{\delta}_n \ \bar{\delta}_n \}^T \quad (n \geq 1) \dots (7)$$

となる。節点 i に対するひずみマトリックス B_i^n は、

$$B_i^n = [B_i^n \ \bar{B}_i^n] \quad (n \geq 1) \dots (8)$$

$$\bar{B}_i^n = B_i^n \cos n\theta - \hat{B}_i^n \sin n\theta \dots (9)$$

$$\hat{B}_i^n = B_i^n \sin n\theta + \hat{B}_i^n \cos n\theta \dots (10)$$

となる。上式中、 B_i^n, \hat{B}_i^n は次式のようなものである。

$$B_i^n = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 \\ \frac{N_i}{r} & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial r} - \frac{N_i}{r} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_i = \frac{nN_i}{r} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(11)$$

ただし、 N_i は N の節点 i に関する成分である。

一般に要素剛性マトリックスの部分マトリックスは、 D を弾性マトリックスとして、次式のように表わせる。

$$K_{ij}^n = \int (B_i^T)^T D B_j^n d(vol) \quad (l, n=1, 2, \dots) \dots\dots(12)$$

ところが、三角関数の直交性から

$$K_{ij}^n = 0 \quad (l \neq n) \dots\dots\dots(13)$$

となり、結局、要素ごとに重ね合わせた全体のつり合い式は、調和成分ごとに、 $m+1$ 組のフーリエ係数に関する連立方程式に分離することができ、次式のように表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} K^{00} & & & \\ & 0 & & \\ & & K^{nm} & \\ 0 & & & K^{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta^0 \\ \delta^n \\ \delta^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^0 \\ f^n \\ f^m \end{bmatrix} \dots\dots\dots(14)$$

$$\delta^n = |\delta_1^n \delta_2^n \dots \delta_k^n|^T$$

$$f^n = |f_1^n f_2^n \dots f_k^n|^T, \quad K: \text{節点数} \dots\dots\dots(15)$$

式(14) を解いて δ を求めた後、式(1)等によりフーリエ級数の合成を行えば、変位、ひずみ、応力等が算出でき、おのおのの θ の値に対して同様にすれば、三次元解が得られる。なお、0次調和成分については、普通の軸対称問題を解くことになる。

文献⁹⁾には述べられていないが、本手法により、杭頭結合部のような中実軸対称体を解析する場合、 $r=0$ 、すなわち、回転軸における境界条件に注意する必要があり、それらは次式で示される¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} u=w=0 & \quad (n=0) \\ u+w=0, v=0 & \quad (n=1) \\ u=v=w=0 & \quad (n \geq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

なお、次章で述べる解析結果では、式(14)を解く場合に、共役傾斜法を用い、方程式のスケーリングを行うことにより解の収束を速めている。

3. 解析およびその考察

本章では、前章で述べた手法を用いた杭頭結合部の解析結果およびその考察を述べる。

杭頭結合部は、図-2に示すように軸対称体としてモデル化する。ここでは、無筋のコンクリート製フーチングに高剛性コンクリート杭(PC杭を杭の剛性のみで表現したと考える)を結合し、モデルの制約上、荷重を杭先端に加える場合を考える。

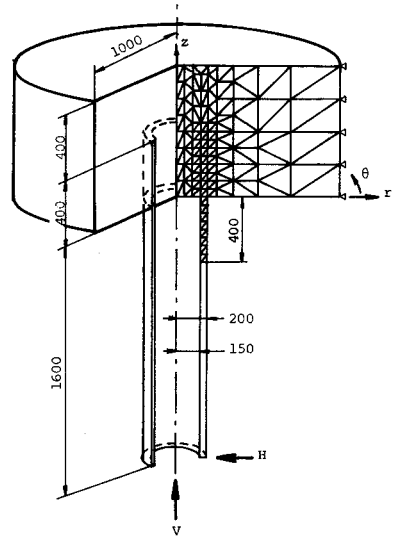


図-2 杭頭結合部解析モデルおよび有限要素分割

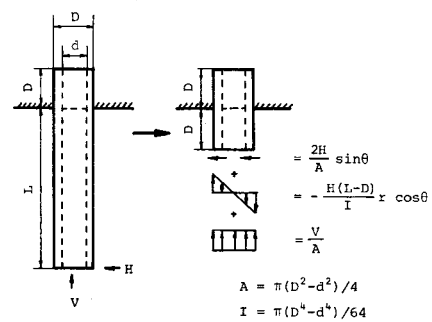


図-3 荷重の載荷方法

構造は、弾性結合された片持ちばりと考えられることができるが、はり部分については本来の解析目的ではなく、また、水平力をフーリエ級数展開した場合の採用次数が多くなることを考慮して、ここでは、杭の張り出し長を杭径に等しくとり、その先端に、軸力および水平力と等価な断面力作用させる(図-3参照)。これにより、解析は、フーリエ級数の0次および一次の調和成分についてだけ行えばよいことになる。

また、杭頭とフーチングとの間の境界面は連続とし、境界面において剥離やすべりが発生する以前を解析対象とする。

有限要素としては3節点三角形断面リング要素を用い、要素分割は、図-2の切断面に示すとおりである。

解析は、杭に作用する軸力 V および杭頭部のフーチングへの埋込み長 l が杭頭結合部の応力状態に及ぼす影響をみるために、表-1に示すように、 $V = -5.00, 0.0, 5.00, 10.00$ tf (-49, 0, 49, 98 kN) の4通り、 $l = 0.4, 0.2, 0.1$ m (杭径 D との比で $l/D = 1.00, 0.50, 0.25$)

の3通り、の計12通りの計算を行った。なお、いずれの計算においても、水平力1.0tf (9.8 kN) を作用させている。 $l=0.4\text{ m}$ ($l/D=1.0$) は、示方書における方法Aに相当し、 $l=0.1\text{ m}$ は方法B (ただし、補強鉄筋およびフーチング下面以下の中詰めコンクリートはない) に相当すると考えてよい。

解析結果を l/D の値によって、図-4~図-6の3つに分けて示す。すなわち、図-4、図-5、図-6には、それぞれ、表-1中のRun No. 1~4, 5~8, 9~12の各解析結果を示してある。各図では、(a)~(b)に杭頭部外側面 ($r=D/2$) の境界面を軸にとり、境界面上のフーチングコンクリート応力分布を応力成分ごとに $\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ の各断面について、 $0.0 \leq z/D \leq 1.0$ の範囲で示している。 σ_z については、

(b)に加えて(e)に、杭頭頂部の境界面 ($z=l$) を軸にとって、境界面およびその延長面上のフーチングコンクリート応力分布を $0.0 \leq r/D \leq 0.875$ の範囲で示している。応力値は境界面上の節点応力の平均値で表わし、各節点における値を直線でむすんでいる。また、破線で境

表-1 荷重条件および諸物性値

Run No.	H	V/H	M/H (m)	λ (m)	D (m)	l/D
1	1.0tf(9.8kN)	-5.00	1.60	0.4	0.4	1.00
2	"	0.0	1.60	0.4	0.4	1.00
3	"	5.00	1.60	0.4	0.4	1.00
4	"	10.00	1.60	0.4	0.4	1.00
5	"	-5.00	1.60	0.2	0.4	0.50
6	"	0.0	1.60	0.2	0.4	0.50
7	"	5.00	1.60	0.2	0.4	0.50
8	"	10.00	1.60	0.2	0.4	0.50
9	"	-5.00	1.60	0.1	0.4	0.25
10	"	0.0	1.60	0.1	0.4	0.25
11	"	5.00	1.60	0.1	0.4	0.25
12	"	10.00	1.60	0.1	0.4	0.25

$E_c = 2.7 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ [26.5 GPa]	$\nu_c = 0.17$
$E_p = 4.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ [39.2 GPa]	$\nu_p = 0.17$

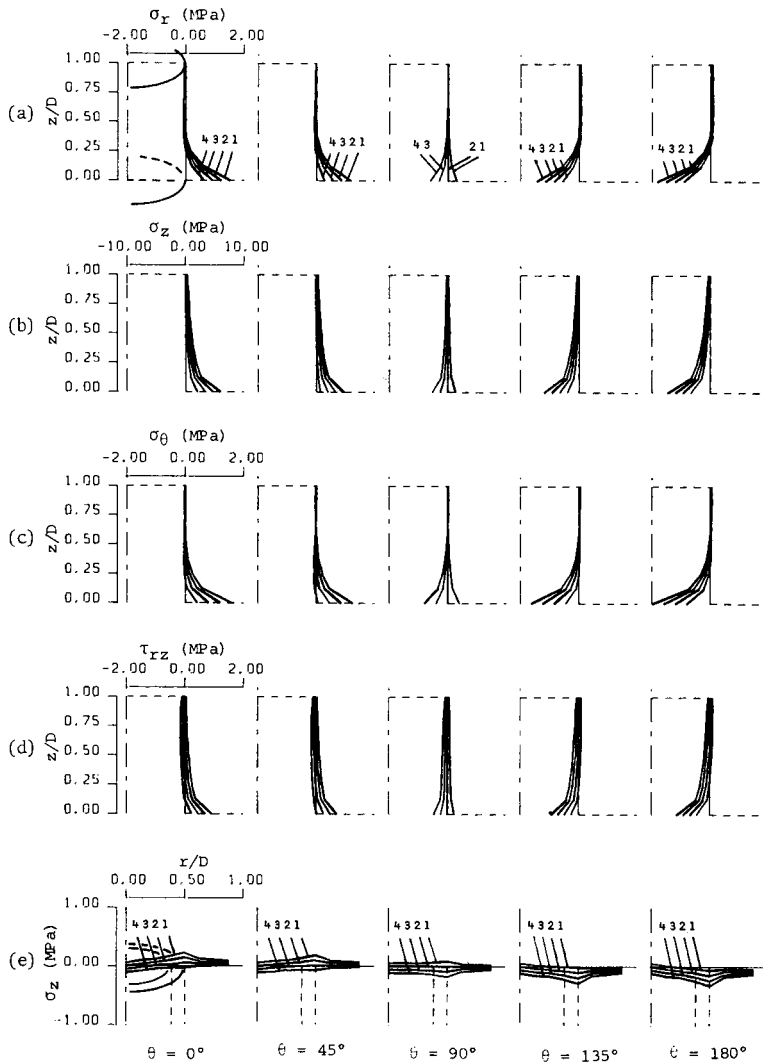


図-4 境界面上のフーチングコンクリート応力分布 ($l/D=1.00$)

界面およびフーチング下面 ((e) では杭内側面の境界面も) を示し、一点鎖線で回転軸を示している。図中、(a) および (e) に付した数値は、表-1 中の Run No. と対応している。(b)~(d) については、(a) にならって対応をつけられたい。なお、応力成分のうち、 $\tau_{r\theta}$ 、 $\tau_{z\theta}$ については、他の応力成分に比較して値が小さいのでここでは省略した。また、杭側面の境界面では、 σ_z 、 σ_θ は定義されないが、境界面上の節点の節点応力として境界面のごく近傍のいわば極限值として算出される。したがって、図-4~図-6 中の σ_z 、 σ_θ は境界面のごく近傍のフーチングコンクリートの応力値として解釈されたい。

さて、各図の (a) をみると、フーチングの下面に近い $l/D \leq 0.25$ の領域で急激に応力値が増加し、フーチング

下面で最大となる。この傾向は、各図の (b), (c) で示した σ_z 、 σ_θ に関しても同様である。

さらに、各図の (a) からは、軸力 V が増加するにつれて応力分布が圧縮側へシフトしており、軸力が σ_r の分布に影響していることがわかる。図-4 (a) の $\theta=0^\circ$ を例にとれば、 $V/H=10.0$ (Run No.4) の場合、 $V/H=0.0$ (Run No.2) の場合に比較して約 60% の引張り応力の減少となり、軸力の σ_r の分布への影響が無視し得ない大きさであることがわかる。この、軸力の増加に伴う応力分布の圧縮側へのシフトは、 σ_z 、 σ_θ 、 τ_{rz} に関しても同様である。

図-4~図-6 で (a)~(c) をおのおの対応させてみると杭頭埋込み長 l の減少に伴って、杭頭部全体が大きな応力の範囲に入ることがわかる。また、 l の減少とともに

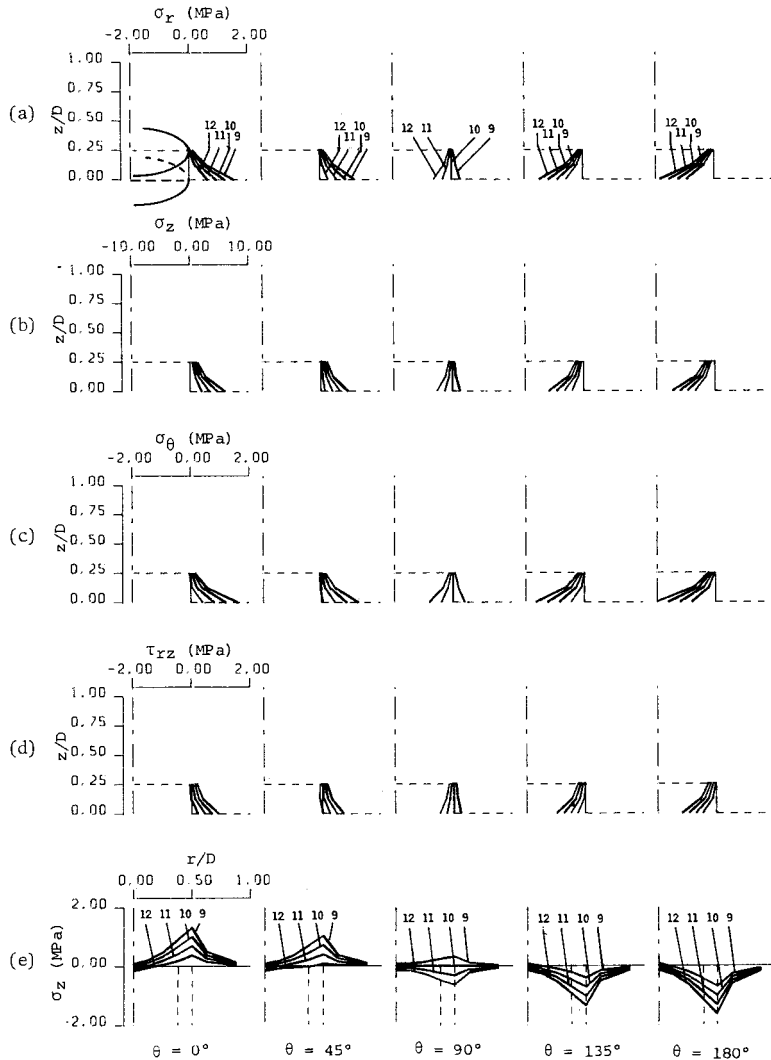


図-5 境界面上のフーチングコンクリート応力分布 ($l/D=0.50$)

に、応力分布が、フーチング下面へ移動していく傾向もみられるが、量的にはわずかである。

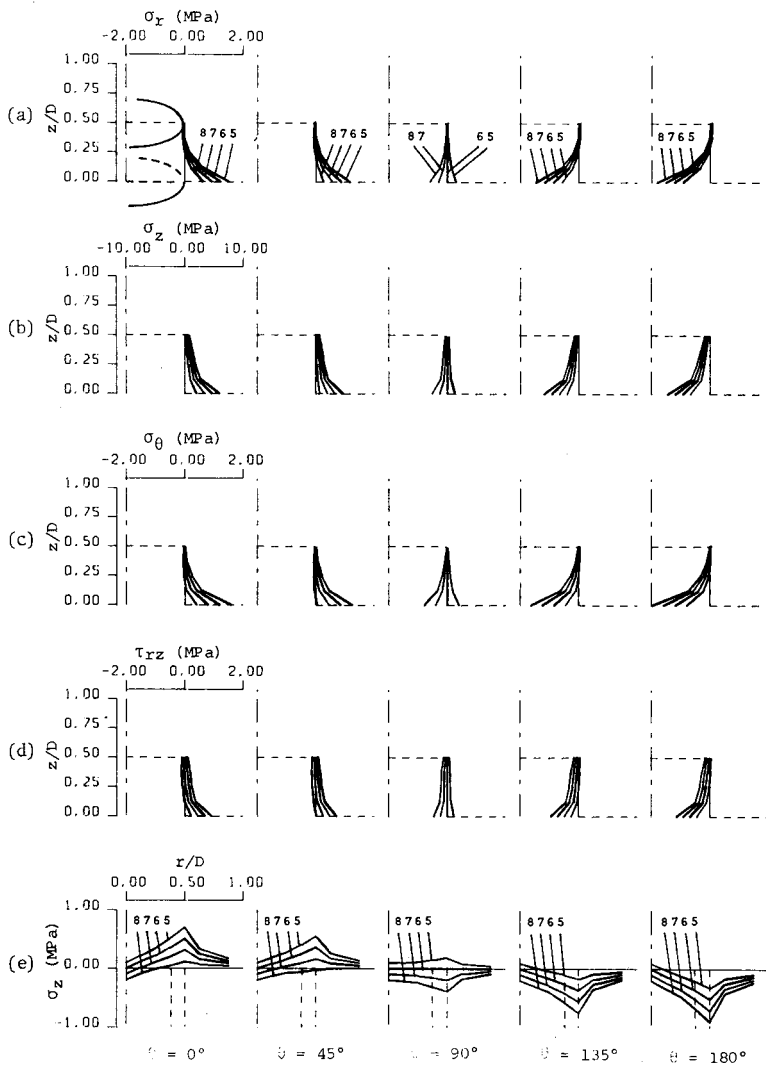
これに対して、 τ_{rz} は図—4 (d) ではかなり平坦な分布をしているが、 l の減少とともにフーチング下面近傍への応力の集中が顕著となる。しかし、値自体は、 σ_r の1/2以下である。

図—4～図—6の(e)をみると、杭頭頂部におけるフーチングコンクリートの σ_z の分布は、杭肉厚部でピークを有する分布となっており、杭頭にモーメントが作用した場合には、その傾向をさらに助長していることがわかる。また、 l の減少に伴って、 σ_z の値は、特に杭肉厚部で急激に増加し、ピーク値と比較すると、 $l/D=0.25$ の場合は $l/D=1.00$ の場合も約5倍となっている。図—4～図—6で(d)に着目すれば、 l の減少とともに杭-

フーチング間の摩擦力が減少することがわかり、このことと、図—4～図—6の(e)を合わせて考えれば、杭-フーチング間の付着あるいは摩擦が杭頭頂部における σ_z の緩和に寄与していることがわかる。

次に、参考までに、本解析による応力の値と、示方書の応力照査式(図—1参照)による応力値との比較を行ってみる(本解析では杭周面の付着を考慮しているのに対して、示方書の応力照査式ではこれを考慮していないので厳密な意味での比較はできない)。

$\sigma_r (= \sigma_{ch})$ については、軸力の作用していない図—4 (a)、 $\theta=0^\circ$ 、Run No.2における応力値と比較すれば、解析値は照査値(図—1の応力照査式参照)の約80%となっている。しかし、軸力の作用している図—4 (a)、 $\theta=180^\circ$ 、Run No.4における応力値と比較すれば、解



図—6 境界面上のフーチングコンクリート応力分布 ($l/D=0.25$)

析値は照査値の約120%となっている(いずれも解析値はフーチング下面での値)。一方、 $\sigma_z (= \sigma_{cb})$ については、方法A相当の図-4(e)、 $\theta=180^\circ$ 、Run No.4および方法B相当の図-4(e)、 $\theta=180^\circ$ 、Run No.12との比較をそれぞれ行えば、それぞれ解析値は照査値の約40%、約210%となっている(いずれも解析値は杭肉厚部でのピーク値)。杭周面における付着を考慮せず、それゆえ安全側の指標であるはずの照査値を、付着を考慮した、いわば危険側の解析値が上回る場合があることは、数値計算の結果とはいえ注目される。

4. 結 言

PC杭を例にとり、杭頭結合部の応力解析を、有限要素法を用いて行った。杭周面での剝離やすべりを考慮しない弾性線形解析の結果ではあるが、得られた結果は以下のように要約できる。

(1) 杭側面のフーチングコンクリートの応力分布は、フーチング下面近傍に集中している。

(2) 軸力は、杭側面の応力分布に大きく影響している。

(3) 杭頭頂部の σ_z は、杭肉厚部でピークを有する分布をし、杭頭にモーメントが作用する場合には、その傾向が助長される。

(4) 杭頭頂部の σ_z は、杭-フーチング間の付着および摩擦により大きく緩和される。

以上は、単に数値計算の結果ではあるが、杭周面の付着の効果に関しては、既存の実験結果と傾向の一致を示しており、他の解析結果に関してもおおむね妥当な結果と思われる。

本報告では、杭-フーチング間の付着が保たれる場合に関する解析を行ったのであるが、示方書では、杭周面の付着は応力照査に関しては考慮していない。しかしながら、杭頭結合部の設計に関しては一部で杭周面の付着に依存(すなわち付着を考慮)しており¹⁾、杭周面の付着の取り扱いに関しては若干の矛盾が感じられる。杭周面の付着が杭頭結合部の応力分布に与える影響の大きいことは既存の多くの実験結果の示すところであり、文献

3)では、杭周面の付着を設計において考慮することの妥当性を示唆している。したがって、将来、杭周面での付着を考慮した設計を考える場合の資料の一部として、本報告の内容は有用であろう。

なお、著者らは、現在、杭周面の付着が切れた場合についての解析を行っており、近い将来にその成果を報告すべく準備中である。

最後に、本研究における数値計算には、金沢大学計算機センター設置のFACOM M-170 Fを使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 道路橋示方書・同解説IV下部構造編, 日本道路協会, pp.308~315, 1980.
- 2) 駒田・岡山: くい頭部とフーチングの結合に関する研究, 道路, pp.37~41, 1975-6.
- 3) たとえば, 榎並ほか: 鋼管杭頭部の支圧及び付着に関する研究(その1~その6), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.2021~2032, 1980.
- 4) 福井ほか: くい頭結合部の耐力に関する模型実験, 土木学会第36回年次学術講演概要集, III-307, 1981.
- 5) 及川ほか: 荒川湾岸橋におけるくい頭部フーチング応力の検討, 橋梁と基礎, 第10巻, 第3号, pp.13~18, 1976.
- 6) 土木研究所資料: 杭頭結合条件を考慮した橋梁杭基礎の設計, No.1874, 1982.
- 7) 近田・小堀: 杭頭結合部のFEMを用いた応力解析, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, I-30, 1983-2.
- 8) 黒正ほか: 水平力を受ける杭と基礎との結合部に関する研究(その3), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.2735~2736, 1983-9.
- 9) Winnicki, L.A. and Zienkiewicz, O.C.: Plastic or visco-plastic behaviour of axisymmetric bodies subjected to non-symmetric loading—semi-analytical finite element solution, Int. Jour. for numerical methods in engineering, Vol.14, pp.1399~1412, 1979.
- 10) Carter J.P. and Booker, J.R.: Consolidation of axisymmetric bodies subjected to non axis-symmetric loading, Int. Jour. for numerical and analytical methods in geomechanics, Vol.7, pp.273~281, 1983.
- 11) 浅間・足立: くい頭部とフーチングの結合部の設計—道路局企画課長通達の解説—, 道路, pp.76~84, 1972-7. (1983.10.14・受付)