【土木学会論文集　第353号／Ⅳ-2　1985年1月】

分担・配分過程結合交通需要予測モデルと それを用いた最適バス輸送計画策定手法の開発

METHOD FOR DETERMINING OPTIMAL BUS SCHEDULES UNDER DEMAND-PERFORMANCE EQUILIBRIUM

河上省吾*・溝上章志**
By Shogo KAWAKAMI and Shoshi MIZOKAMI

In this study, we develop a model which determines bus service levels considering users' travel behavior in multi-modal road network.

The model is formulated as the 2-level Stackelberg planning problem. The optimal solutions of the sub-optimization problems represent the network equilibrium conditions by mode (cars, buses) under a given bus service level. The main-optimization problem represents the maximization of the users' benefit in the system under the traffic equilibrium conditions.

In order to solve this model, we prove the convexity of sub-optimization problems and replace them with their Kuhn-Tucker's conditions. We also develop both a method by which we solve the 2-level Stackelberg planning problem and an algorithm. In a model network, the applicability of this model is verified.

1. 研究の概要と関連研究

本研究の目的は，リンク走行コストや経路選択規範の異なる多種のモードが，同一の道路ネットワークを共用する場合の，交通機関分担プロセスと配分プロセスとを結合した交通需要予測手法，ならびに，その手法を用いた最適バスサービスレベルの設計手法を開発することにある．

従来の四段階推定手法では，各プロセスでの需要量を推定するのに，所要時間等のサービスレベルを外生的に与えるため，配分プロセスを経て得られたサービスレベルと与件値との間に大きな格差が生じるおそれがあった．本来，これらのサービスレベルは，交通需要と交通パフォーマンスとの均衡値として求められるべきであり，また，新規交通施設の評価の際にも，均衡値を用いて行わなければ，その正確な効果を計測することはできない．以上のような理由から，四段階の各プロセスを結合した交通需要予測手法，効果測定手法を開発することが強く望まれている．このような中で，需要―交通パフォーマンス均衡を組み込んだ交通需要予測モデルがいくつか開発されており，主要な研究例を Table 1 に示す．ここで示されているように，従来の研究は，Beckmann タイプのモデルが主流であり，各プロセスに選択のばらつきを表わすエントロピー条件を追加したり，双対問題に変換したりすることによってモデルの拡張を図っている．近年，nonlinear complementary problem や variational inequality 理論による結合モデルの定式化[5]や不動点原理によるアルゴリズムの開発がなされてきており，研究の動向は，最適化手法からこれらの手法に移りつつあるといえよう．

本研究で対象としているように，新規の交通施設計画がバス輸送システムの導入である場合には，その便益の帰属主体は，現在，何らかの交通手段を利用してトリップを行っている人であり，その効果が発生・集中や分布交通量に大きな変化を与えることはないと考えられる．そこで，本研究では，交通機関分担と配分プロセスを結合した交通需要予測手法と，その手法を用いた最適バス輸送計画手法の開発を試みる．本モデルでは，トリップ主体の交通機関選択段階を含んだシステム評価段階と，各モード利用者の経路選択段階とを2段階の意志決定問題とみなし，この意志決定問題を2レベル Stackelberg 計画問題として定式化している．モデル構造の点で，松

* 正会員　工博　名古屋大学教授　工学部土木工学科
（〒464　名古屋市千種区不老町）
** 正会員　工修　名古屋工業大学助手　土木工学科
（〒466　名古屋市昭和区御器所町）

井[6]のモデルと類似しているが，ネットワーク均衡下で，個人の効用最大化原理に基づいた交通機関選択から得られる総利用者便益を最大にするようなシステムを設計することができるため，より実際に近い交通現象を再現することができるうえ，利用者最適な需要下での最適バス輸送計画問題にまでモデルを拡張することが可能である．

本研究は，2. で多種モード混合ネットワーク均衡問題に関する一つの定式化の方法とその必要条件について述べ，3. で本モデルに用いた Modal Demand Model（以下では MD モデルと記す）と MD モデルに基づく全交通モード利用者の便益測定法・システム評価基準について述べる．4. では，分担需要—交通パフォーマンス均衡を考慮した交通需要予測問題，および最適バス輸送計画問題を，2 レベル Stackelberg 計画として定式化する．次に，下位の最適化問題を構成する多種モード混合ネットワーク均衡問題の凸性を証明することによって，その必要十分条件で置き換えた形で，前節で定式化した問題の再定式化を行う．5. では，求解のためのアルゴリズムの開発と，仮想的ネットワークにおけるモデルの適用例について検討を加える．

2. 多種モード混合ネットワーク均衡問題

多種モード混合ネットワーク均衡問題とは，自動車とバス等のようにリンク走行コストや利用者の経路選択規範の異なる多種のモードが，同一の道路ネットワークを共有する場合のネットワーク均衡状態を求める問題である．

いま，モデルの一般性を失わない程度に問題を簡略化するために，以下では自動車とバスという 2 種のモードが，同一の道路ネットワークを共用している場合を考える．まず，各モードのリンク走行コストの相違について考察する．対象とする道路ネットワークは l 本のリンクから成り，n 個の OD 間トリップ分布が存在するとき，各変数を

N_i；i 番目の OD トリップ数（$i=1,2,\cdots,n$）

x_i；自動車を利用する i 番目 OD トリップ数

y_i；バスを利用する i 番目 OD トリップ数

x_{ik}；自動車を利用する i 番目の OD トリップのうち，k 経路を利用するトリップ数（$k=1,2,\cdots,k_i$）

y_{ih}；バスを利用する i 番目の OD トリップのうち，h 経路を利用するトリップ数（$h=1,2,\cdots,h_i$）

f_s；単位時間当たりの s 系統運行頻度（$s=1,2,\cdots,S$）

C_a^x；リンク a の自動車による走行コスト（$a=1,2,\cdots,l$）

C_a^y；リンク a のバスによる走行コスト

とおく．なお，各トリップ数は単位時間当たりのトリップ数である．また，自動車台数は，平均乗車人数を介してパーソントリップ数に 1 対 1 に対応する．ここでは，自動車台数＝パーソントリップ数として定式化を行う．いま N_i を与件とした場合には，i 番目の OD トリップ数の保存式は次のように表わされる．

$$N_i=x_i+y_i=\sum_{k=1}^{k_i}x_{ik}+\sum_{h=1}^{h_i}y_{ih}$$

$$x_i,\ y_i,\ x_{ik},\ y_{ih}\geq 0 \quad\cdots\cdots(1)$$

$$(i=1,2,\cdots,n\,;\ k=1,2,\cdots,k_i\,;\ h=1,2,\cdots,h_i)$$

x_a，y_a をリンク a 上の各モード利用者数とするとき，リンク a の各モードの走行コストは，一般に，

Table 1 List of some existing combined models.

タイプ	取扱い方	目的	モデル	結合プロセス	主な内容
集計	決定	予測	Florian[1]	分担・配分	集計型ロジットタイプの分担率と Beckmann タイプの結合モデルを用いた D-P 均衡需要予測モデル．
集計	決定	予測	宮城[2]	分担・配分	逆需要関数の導出が困難な Beckmann モデルの双対均衡問題を提案し，指数型需要モデルを想定した場合の目的関数が非集計需要モデルを前提とした交通均衡問題の目的関数に一致することを示す．
集計	決定	予測	河上・住田[3]	分布・分担・配分	同時生起確率最大化問題として定式化し，交通費用が収束するまで IA 法を用いて手段別分布交通量を求める．
集計	決定・確率	予測	Boyce・LeBlanc Chon・Lee & Lin[4]	分布・分担・配分	P_{ijmr}（ij：OD ペア，m：モード，r：経路）を変数とした Beckmann モデルに，個人のコスト最小化選択行動のばらつきを考慮するため，各プロセスにおけるエントロピー条件を導入している．このモデルによる等コスト選択の証明を行い，その結果が連続的シェアモデルに一致することを示す．
集計	決定	予測	Florian & Spiess[5]	分担・配分	variational inequality を用いた分担・配分モデルの定式化と解の一意性に関する検討を行い，ある条件下で等価な最適化問題に再定式化できること，再定式化できない場合のアルゴリズムと解の存在定理について検討．
集計	決定	予測・制御	松井・山下[6]	分担・配分	各モードの利用者は，利用者最適な経路選択を行うという条件のもとで，総走行時間最小となる分担率とフローパターンを求める．
非集計	確率	予測	Sheffi & Daganzo[7]	分布・分担・配分	3 プロセスをハイパーネットワークという仮想的ネットワークで記述し，各リンクに相当する選択肢に対する選択確率を求める．この時の需要・供給均衡のためのサービス・需要の収束条件を示す．

$C_a^x = C_a^x(x_a, y_a)$, $C_a^y = C_a^y(x_a, y_a)$ $(a=1, 2, \cdots, l)$

のように表現できる．しかし，この形式では可積分条件を満足するコスト関数の特定化が困難なため，本研究では，換算係数 α を用いてバス台数を自動車台数に換算することにより，リンク a の交通量 v_a を

$$v_a = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{k_i} \delta_{ika} x_{ik} + \sum_{s=1}^{S} \Delta_{as} f_s \alpha \quad \cdots\cdots (2)$$

$(a=1, 2, \cdots, l)$

で表わす．ここに，δ_{ika} は自動車による i 番目 OD ペア間の第 k 経路がリンク a を含むとき 1，含まないとき 0 の値をとるダミー変数であり，Δ_{as} はバス系統 s がリンク a を含むとき 1，含まないとき 0 の値をとるダミー変数である．このとき，C_a^x, C_a^y は v_a の関数

$$C_a^x = C_a^x(v_a),\ C_a^y = C_a^y(v_a) \quad (a=1, 2, \cdots, l) \cdots\cdots (3)$$

で表わすことができる．本来，α はバスの混入率によって変動する値である．しかし，バス混入率の変動範囲が一定限度内では一定値と考えてもよいことがわかっているため，ここでは α を定数と仮定している．もし，α を f_s の関数と定義すると，コスト関数の Jacobian matrix が非対称となるため，以下で述べる目的関数の解の一意性が保証されなくなる．しかし，Jacobi タイプの収束計算を行えば，実用的には満足のいく解を得ることは可能である．

次に，各モードの経路選択規範について考える．自動車の利用者は，Wardrop の第 1 原則である等コスト原則に従うものとする．一方，バス利用者は，容量制約なしの等コスト原則に従うものとする．上記の 2 つの経路選択規範は，トリップを行う人が選択モードを決めた場合，自分にとって最良の経路を選択したときの交通均衡状態を表現することになり，利用者最適なフローパターンとなる．

単一モードの場合の等コスト原則によるネットワーク均衡問題は，N. O. Jϕrgensen によって最適化問題として定式化されたが，各モードの走行コスト関数を式 (3) のように仮定した多種モード混合ネットワークにおける自動車の等コスト原則による均衡問題も，自動車の経路交通量を変数とした場合，次のように表現することができる．

$$\text{Min}: F_x = \sum_{a=1}^{l} \int_0^{v_a} C_a^x(v)\,dv \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{k=1}^{k_i} x_{ik} = x_i \\ v_a = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{k_i} \delta_{ika} x_{ik} + \sum_{s=1}^{S} \Delta_{as} f_s \alpha \\ x_{ik} \geq 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots (5)$$

$(i=1, 2, \cdots, n\,;\ a=1, 2, \cdots, l\,;\ k=1, 2, \cdots, k_i)$

この最適化問題の解が，多種モード混合状態における自動車の経路選択規範である等コスト原則の概念に一致することは，式 (4)，(5) の Kuhn-Tucker 条件を求めると，

$$\begin{cases} \sum_{a=1}^{l} \delta_{ika} C_a^x(v_a) - \lambda_i = 0 & (x_{ik} > 0 \text{ のとき}) \\ \sum_{a=1}^{l} \delta_{ika} C_a^x(v_a) - \lambda_i \geq 0 & (x_{ik} = 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad \cdots\cdots (6)$$

$(i=1, 2, \cdots, n : k=1, 2, \cdots, k_i)$

となり，ラグランジュ乗数 λ_i が i 番目 OD ペア間に固有のコストを示すと考えられることにより証明することができる．一方，バス利用者に対しては，輸送可能条件

$$Q \sum_{s=1}^{S} \Delta_{as} f_s \geq \sum_{i=1}^{n} \sum_{h=1}^{h_i} \delta_{iha} y_{ih} \quad (a=1, 2, \cdots, l) \cdots\cdots (7)$$

を満足する状況下で，容量制約なし等コスト原則は，

$$\text{Min}: F_y = \sum_{a=1}^{l} \sum_{i=1}^{n} \sum_{h=1}^{h_i} \delta_{iha} y_{ih} C_a^y(v_a) \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{h=1}^{h_i} y_{ih} = y_i \\ v_a = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{k_i} \delta_{ika} x_{ik} + \sum_{s=1}^{S} \Delta_{as} f_s \alpha \\ y_{ih} \geq 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots (9)$$

$(i=1, 2, \cdots, n\,;\ a=1, 2, \cdots, l\,;\ h=1, 2, \cdots, h_i)$

のように定式化できる．ここで，Q はバス定員である．式 (7)，(8)，(9) の Kuhn-Tucker の必要条件は次のようになる．

$$\sum_{a=1}^{l} \delta_{iha} \{C_a^y(v_a) + \sigma_a\} - \mu_i \geq 0 \quad \cdots\cdots (10\cdot a)$$

$$y_{ih} \left[\sum_{a=1}^{l} \delta_{iha} \{C_a^y(v_a) + \sigma_a\} - \mu_i \right] = 0 \quad \cdots\cdots (10\cdot b)$$

$$\sigma_a \geq 0,\ \mu_i \geq 0 \quad \cdots\cdots (10\cdot c)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{h=1}^{h_i} \delta_{iha} y_{ih} - Q \sum_{s=1}^{S} \Delta_{as} f_s \leq 0 \quad \cdots\cdots (10\cdot d)$$

$$\sigma_a \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{h=1}^{h_i} \delta_{iha} y_{ih} - Q \sum_{s=1}^{S} \Delta_{as} f_s \right) = 0 \quad \cdots\cdots (10\cdot e)$$

式 (9)，$(i=1, 2, \cdots, n\,;\ a=1, 2, \cdots, l\,;\ h=1, 2, \cdots, h_i)$

ここで，μ_i は i 番目 OD ペアに，σ_a はリンク a に固有のラグランジュ乗数である．いま，式 (7) が有効な制約条件でなければ，式 (10·e) から $\sigma_a = 0$ となる．このとき μ_i は i 番目 OD ペアのバス利用者の所要コストとなり，式 (10·a)，(10·b) は自動車に対する Kuhn-Tucker 条件 (6) と同一のものとなる．したがって，常にバス利用需要が総バス定員より小さければ，最適化問題 (7)～(9) の最適解は，バス利用者に対する容量制約なし等コスト原則を表現することになる．以下の計算例では，式 (7) が有効にならないようにバス容量 Q に大きな値を想定し，計算終了後にバス乗車人員のチェックを行うという手順をとっている．

3. 便益の測定方法とシステムの評価基準

(1) MD モデル

利用者便益を測定するためには，各モードに対する個

人の効用を明示的に表現することが必要である．このような個人の効用の概念を用いた交通需要モデルとしては非集計行動モデルと MD モデルがある．非集計行動モデルは，利用者の便益測定（Sasaki[8]参照）に関して多くの利点をもつが，ネットワーク均衡過程において制約となる交通機関別分担交通量を容易に求めるために，本研究では集計形である MD モデルを採用する．

MD モデル[9]とは，モード選択のばらつきを表現するために，交通目的の効用と交通に伴う各種の不効用とに独立な確率分布を仮定し，潜在需要のうち，選択する交通手段の不効用より大きい効用をもつトリップだけがその交通手段の有効需要として顕在化すると考えるモデルである．いま，トリップのためのコストとして，費用 p と時間 t だけを考えるならば，トリップによる不効用は一般化費用 $C=p+wt$ で表わされる．i 番目 OD ペア間の各モードの所要費用，所要時間を p_i^x, p_i^y, t_i^x, t_i^y, 時間評価値 w の確率分布を $\phi(w)$ としたとき，自動車・バスの需要量 x_i, y_i は，それぞれ

$$x_i=N_i\int_{w_i^*}^{\infty}\phi(w)dw,\quad y_i=N_i\int_0^{w_i^*}\phi(w)dw \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

ここに，

$$w_i^*=(p_i^x-p_i^y)/(t_i^y-t_i^x)\quad (i=1,2,\cdots,n)\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

によって表わされる．ただし，

$$t_i^y \geq t_i^x \text{ かつ } p_i^y \leq p_i^x \quad (i=1,2,\cdots,n)$$

の場合を考えており，また，t_i^y には，運行頻度に対応した平均バス待ち時間（運行間隔の 1/2）も含まれている．

（2） 便益測定法とシステム評価基準

新規の交通施設投資に対する効果の測定には，主として，新規施設への転換・誘発利用者だけに対してマーシャルの利用者余剰の概念が用いられてきた．しかし，実際には，新規交通施設の設定により新規交通施設への転換が生じ，既在交通施設の混雑が緩和され，新規交通施設設定後も既在交通施設を利用する主体に対しても，走行コストの減少という純間接便益が生じる．そのため，総合的な交通計画の見地からは，新規交通施設利用者の便益だけでなく，他の交通施設利用者への効果をもマーシャルの概念によって測定することが必要である．本節では，個人の効用に基礎をおいた MD モデルを導入した両モード利用者の便益測定法と，それを用いたバス輸送システムの評価基準について検討する．

いま，一般化費用が $\overline{C}_x$ の自動車だけが使用されている任意の OD ペア間に，一般化費用 $\overline{C}_y$ の新規バスシステムが導入されたとすると，自動車からバスへの転換が生じ，交通機関分担需要—交通パフォーマンス均衡状態がシフトすることによって，両モードの一般化費用はそれぞれ，C_x, C_y に移動し，w_i は w_i^* でその均衡値を示す（Fig. 1 参照）．このとき，両モードの利用者便益の増加量は，

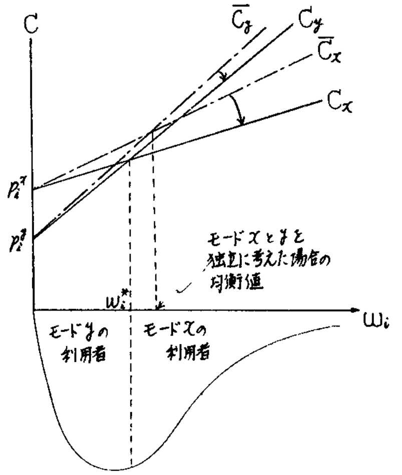

Fig. 1 Equilibrium point on ω-C plane.

a） 自動車からバスへの転換者にとっては，費用は減少するが，所要時間が増加するから，その直接便益は

（費用節約額）−（増加所要時間の貨幣価値換算額）

b） バス導入後も自動車を利用する人にとっては，純間接便益として

（減少所要時間の貨幣価値換算額）

よって，システム全体の利用者便益の増加量 B は，

$$B=\sum_{i=1}^{n}\left\{(p_i^x-p_i^y)\int_0^{w_i^*}\phi(w)dw+(\overline{t_i^x}-t_i^y)\int_0^{w_i^*}w\phi(w)dw\right.$$
$$\left.+(\overline{t_i^x}-t_i^x)\int_{w_i^*}^{\infty}w\phi(w)dw\right\}N_i\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

となる．ここで，$\overline{t_i^x}$ はバスシステム導入前の自動車による i 番目 OD ペア間所要時間である．バスの過剰投入により，バスへの転換による道路混雑緩和以上に道路混雑が増加する場合には，a)，b) の各便益が逆符号となる．式（13）は，トリップを行うすべての人に対する交通機関分担需要—交通パフォーマンス均衡下での便益を測定していることから，新規バス輸送システム導入の効果を評価するという意味で良好なものと考えることができる．そこで，システム評価関数として式（13）を採用し，B を最大にするようなバス輸送システムの設計を行う手法について，以下で検討を行う．

4. 交通機関分担需要—パフォーマンス均衡を考慮したバス輸送計画問題

（1） モデルの定式化

交通機関分担需要—パフォーマンス均衡下の予測交通需要量は，3.（1）で述べた交通機関分担需要の発生機構と，2. で述べたパフォーマンス均衡条件との相互関

係を満足する交通量として求められる．また，交通機関分担需要—パフォーマンス均衡を考慮したバス輸送計画は上記の交通需要予測手法を評価システムの中に内生的に取り込み，システム評価関数を最適にするようなバスサービス水準を設定することである．具体的にいえば，制御可能なバス運行頻度をパラメトリックに変化させたときの需要変動と，各モードに対するネットワーク均衡条件式（４），（５）と（７），（８），（９）をともに満足させながら，式（13）で示されるシステム評価関数を最大にするようなバス運行頻度 $\boldsymbol{f}$ を決定し，それに伴う両モードの経路交通量 $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ を求めることである．この問題は，以下のように定式化することができる．

$$\mathrm{Max}: B(z)=\sum_{i=1}^{n}\Big\{(p_i^x-p_i^y)\int_0^{w_i^*}\phi(w)dw+(\overline{t_i^x}-t_i^y)\int_0^{w_i^*}w\phi(w)dw+(\overline{t_i^x}-t_i^x)\int_{w_i^*}^{\infty}w\phi(w)dw\Big\}N_i$$

$$\text{s.t.}\left\{\begin{array}{l}
\sum_{k=1}^{k_i}x_{ik}+\sum_{h=1}^{h_i}y_{ih}-N_i=0\\
w_i^*=(p_i^x-p_i^y)/(t_i^y-t_i^x)\\
\mathrm{Min}: F_x=\sum_{a=1}^{l}\int_0^{v_a}C_a^x(v)dv\\
\text{s.t.}\left|\begin{array}{l}
\sum_{k=1}^{k_i}x_{ik}=x_i\\
v_a=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{k_i}\delta_{ika}x_{ik}+\sum_{s=1}^{S}\Delta_{as}f_s\alpha\\
x_{ik}\geq 0
\end{array}\right.\\
\mathrm{Min}: F_y=\sum_{a=1}^{l}\sum_{i=1}^{n}\sum_{h=1}^{h_i}\delta_{iha}y_{ih}C_a^y(v_a)\\
\text{s.t.}\left|\begin{array}{l}
\sum_{h=1}^{h_i}y_{ih}=y_i\\
v_a=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{k_i}\delta_{ika}x_{ik}+\sum_{s=1}^{S}\Delta_{as}f_s\alpha\\
y_{ih}\geq 0\\
Q\sum_{s=1}^{S}\Delta_{as}f_s>\sum_{i=1}^{n}\sum_{h=1}^{h_i}\delta_{iha}y_{ih}
\end{array}\right.
\end{array}\right. \quad \cdots\cdots(14)$$

この問題は，最適化問題の制約条件として最適化問題を含む２レベル Stackelberg 計画問題[10]を構成している．まず，この Stackelbery 計画問題の構造について考察する．システム設計主体の設定した評価関数（13）をもつ上位の最適化問題は，制御可能な運行頻度や内生的に決定される所要コストの変化に伴う分担率の変化を通して，式（４），（５），式（７），（８），（９）の下位の最適化問題の制約条件に影響を及ぼす．一方，下位の最適化問題は，混合フローという形で相互に影響を及ぼしあいながら，与えられた分担需要のもとでの各モード利用主体の利用者最適なフローパターンを決定する．この結果は，リンク走行コストを通して上位の最適化問題に干渉し，上位の最適化問題を最適にするようなバス運行頻度の決定と，そのサービスレベル下でのトリップ主体の交通手段選択に対する意志決定がなされるという構造になっている．

次に，このモデルが再現する現象について考察する．上位の最適化問題の中に含まれる分担率モデルでは，トリップ主体は，与えられたサービスレベルのもとで自分にとって非効用が最小の交通機関を必ず選択する意志決定を行い，システム最適化のために他のモードを強制的に選択させられる人は存在しない．また，下位の最適化問題では，各モードの分担需要のもとで利用者最適な経路交通量が決定される．このため，本モデルでは，任意に固定された制御可能バス運行頻度と下位問題から得られる走行コストのもとで，経路選択だけでなく交通機関選択についても利用者最適パターンを再現する．さらに，交通機関選択プロセスがネットワーク均衡プロセスよりも上位のレベルにあることから，選択構造の順位付けを行っていることになり，本モデルを用いれば，人の段階的選択行動に基づく交通需要を予測しながらバスサービスレベルの設定を行うことが可能となる．

以上のことから，式（14）の問題を交通需要予測問題として考える場合には，外生的に設定されたバスサービスレベルのもとでの交通機関選択と経路選択を結合した均衡フローパターンが再現され，一方，最適バス輸送計画問題として考える場合には，システム最適なバスサービスレベルを交通機関分担需要—交通パフォーマンス均衡のもとで決定することができる．

（２） 下位の最適化問題の凸性とモデルの再定式化

前節で定式化された２レベル Stackelberg 問題（14）を直接解くことは困難であるが，下位の最適化問題をその必要十分条件で置き換えることができれば，問題（14）の必要条件を得ることができる．そのためには，

ａ） 目的関数が $\boldsymbol{z}$ に関して微分可能な凸関数である．

ｂ） 任意に固定された $\boldsymbol{f}$ に対して，下位の最適化問題の有限な最適解 $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})$，$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{f})$ とそれに対応するラグランジュ乗数が存在すればよい．ここで，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{f}$ は解ベクトルであり，$\boldsymbol{z}=(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{f})$ である．b）は明らかであるから，a）の多種モード混合均衡フローを決定する下位の最適化問題（４），（５）の凸性について検討する．

制約条件（５）は，経路交通量および運行頻度に関して線形であるから，これらを満足する変数の集合 R は凸集合である．次に，目的関数（４）の凸性について考える．いま，解集合の任意の２点 $\boldsymbol{z}^{(1)}$，$\boldsymbol{z}^{(2)}\in R$ に関して，式（４）をテーラー展開すると，

$$F_x(\boldsymbol{z}^{(2)})\cong F_x(\boldsymbol{z}^{(1)})+(\boldsymbol{z}^{(2)}-\boldsymbol{z}^{(1)})^T\nabla F_x(\boldsymbol{z}^{(1)})+\frac{1}{2}(\boldsymbol{z}^{(2)}-\boldsymbol{z}^{(1)})^T\cdot H[\theta\boldsymbol{z}^{(2)}+(1-\theta)\boldsymbol{z}^{(1)}]\cdot(\boldsymbol{z}^{(2)}-\boldsymbol{z}^{(1)})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

となる．ここで $0\leq\theta\leq1$ で，H はヘッセ行列を示す．このとき，

$$F_x(z^{(2)})-F_x(z^{(1)})-(z^{(2)}-z^{(1)})^T\nabla F_x(z^{(1)})$$
$$=\frac{1}{2}(z^{(2)}-z^{(1)})^T\cdot H[\theta z^{(2)}+(1-\theta)z^{(1)}]\cdot(z^{(2)}-z^{(1)})$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{a=1}^{l}\frac{dC_a^x(v_a)}{dv_a}\left\{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{k_i}d_{ik}\frac{\partial v_a}{\partial x_{ik}}\right)+\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{h=1}^{h_i}e_{ih}\frac{\partial v_a}{\partial y_{ih}}\right)+\left(\sum_{s=1}^{S}q_s\frac{\partial v_a}{\partial f_s}\right)\right\}^2$$
$$+\sum_{a=1}^{l}C_a^x(v_a)\cdot\left(\frac{\partial}{\partial x_{ik}}+\frac{\partial}{\partial y_{ih}}+\frac{\partial}{\partial f_s}\right)^2 v_a\cdots\cdots\cdots(16)$$

ここで，d_{ik}，e_{ih} はそれぞれ，点（1），（2）の解集合での i 番目 OD ペア間の自動車，バストリップにおける第 k，第 h 番目経路交通量の差であり，q_s は s 系統の運行頻度の差を表わしている．$C_a^x(v)$ は単調増加関数と仮定できるから，$dC_a^x(v_a)/dv_a\geq0$ となる．また，$x_{ik}\geq0$，$y_{ih}\geq0$，$f_s\geq0$ に対して $v_a\geq0$ であり，かつ $\sum_{a=1}^{l}C_a^x(v_a)\geq0$ であるから，式（16）≥0 となり，H は半正定値となる．以上のことから，

$$F_x(z^{(2)})\geq F_x(z^{(1)})+(z^{(2)}-z^{(1)})^T\nabla F_x(z^{(1)})\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

となるから，目的関数（4）は凸関数であるといえる．

凸関数であれば擬似凸関数であり，目的関数が擬似凸関数で実行可能領域が凸であれば Kuhn-Tucker 条件は十分条件となるから，式（5），（6）は式（4），（5）の必要十分条件となる．以上のことから，多種モード混合フローにおける等コスト原則配分問題も単一モードの場合[11]と同様に，$z\in R$ で凸計画問題となり，F_x の局所的最適解は大局的最適解に一致する．バス利用者に対する最適化問題についても全く同様のことが成立する．よって，上位の最適化問題の制約条件を構成する2つの下位の最適化問題は，その必要十分条件で置き換えることができる．

以上の結果から，4.（1）で定式化された問題は，以下に記す問題と等価になる．

$$\text{Max}:B(z)=\sum_{i=1}^{n}\left\{(p_i^x-p_i^y)\int_0^{w_i^*}\phi(w)dw+(\overline{t_i^x}-t_i^y)\int_0^{w_i^*}w\phi(w)dw+(\overline{t_i^x}-t_i^x)\int_{w_i^*}^{\infty}w\phi(w)dw\right\}N_i$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{k=1}^{k_i}x_{ik}+\sum_{h=1}^{h_i}y_{ih}-N_i=0$$
$$w_i^*=(p_i^x-p_i^y)/(t_i^y-t_i^x)$$
$$\sum_{k=1}^{k_i}x_{ik}=x_i,\quad \sum_{h=1}^{h_i}y_{ih}=y_i$$
$$v_a=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{k_i}\delta_{ika}x_{ik}+\sum_{s=1}^{S}\Delta_{as}f_s\alpha$$
$$\sum_{a=1}^{l}\delta_{ika}C_a^x(v_a)-\lambda_i=0\quad(x_{ik}>0\text{ のとき})\cdots(18)$$
$$\sum_{a=1}^{l}\delta_{ika}C_a^x(v_a)-\lambda_i\geq0\quad(x_{ik}=0\text{ のとき})$$
$$\sum_{a=1}^{l}\delta_{iha}C_a^y(v_a)-\mu_i=0\quad(y_{ih}>0\text{ のとき})$$
$$\sum_{a=1}^{l}\delta_{iha}C_a^y(v_a)-\mu_i\geq0\quad(y_{ih}=0\text{ のとき})$$
$$Q\sum_{s=1}^{S}\Delta_{as}f_s>\sum_{i=1}^{n}\sum_{h=1}^{h_i}\delta_{iha}y_{ih}$$
$$x_{ik}\geq0,\quad y_{ih}\geq0$$
$$(i=1,\cdots,n;a=1,\cdots,l;k=1,\cdots,k_i;h=1,\cdots,h_i)$$

なお，$\lambda_i=p_i^x+w_i^*t_i^x$，$\mu_i=p_i^y+w_i^*t_i^y$（$i=1,\cdots,n$）の関係にある．この再定式化により，問題（16）は通常の等式・不等式条件をもつ第Ⅱ種の非線形計画問題に変換される．なお，$B(z)$ はその中の

$$\overline{t_i^x}\int_0^{w_i^*}w\phi(w)dw+\overline{t_i^x}\int_{w_i^*}^{\infty}w\phi(w)dw=\text{constant}$$

より，以後，（18）の目的関数には

$$B'(z)=\sum_{i=1}^{n}\left\{(p_i^x-p_i^y)\int_0^{w_i^*}\phi(w)dw-t_i^y\int_0^{w_i^*}w\phi(w)dw-t_i^x\int_{w_i^*}^{\infty}w\phi(w)dw\right\}N_i$$

を用いる．

5. 解法とモデルの適用例

（1） 解法のアルゴリズム

第Ⅱ種の非線形計画問題は種々の方法で解くことが可能であるが，ここでは，各種の制約条件をペナルティ関数法によって，

$$\text{Min}:F(u,\gamma^{(m)})=-B'(z)+\gamma^{(m)}\sum_i G_i^{-1}(u)+\gamma^{(m)^{-\frac{1}{2}}}\sum_j E_j^2(u)$$

なる制約条件なしの最小化問題に変換し，問題（18）のもつ特性に適したアルゴリズムを適用することによって問題（18）を解くことを試みる．ここに $\gamma^{(m)}$ は $\lim_{m\to\infty}\gamma^{(m)}=0$ を満足し，単調減少する正値であり，$G_i(u)$，$E_j(u)$ はそれぞれ，不等式・等式条件式，$u=(z,\lambda_i,\mu_i)$ である．

ここで，問題（18）のもつ主要な特徴を考察してみると次のようになる．

a） 問題（18）の決定変数の中で，各モードの経路交通量を表わす変数の数は前もって与えられているわけではなく，最適化の過程で求まるものである．また，その総数は，ネットワーク規模のべき乗のオーダーで増加することから決定変数の数がきわめて多くなる．

b） 上位の最適化問題は，下位の最適化問題を最適解に向かわせるのと同時に，それ自身も最適解の方向へ修正させなければならない．

a）の問題点を回避するためには，各モードの通過経路を，各イテレーションで実際に利用可能であるものだ

けに限定することによって計算時の記憶領域をできる限り小さくすることが重要である．そこで，利用可能な最短経路を逐次取り込む方法を用いる．この方法を用いれば式（18）中の $x_{ik}=0$，$y_{ih}=0$ の場合の不等式条件をペナルティ関数に含ませる必要がなくなるという利点が生じる．また，b）を解決するには，下位の最適化問題であるネットワーク均衡問題を解くためのステップをその内側に取り入れ，同時に上位の最適化問題の解の改善がなされるようなループをもつアルゴリズムとする必要がある．以下に，本研究で適用したアルゴリズムを紹介する．これは，宮城[12]によって開発されたものを拡張したものである．

step 0.　初期実行可能解 $\boldsymbol{u}^{(0)}$ を与え，$E_x^{(m)}=E_y^{(m)}=\phi$，$m=0$ とおく．ここで $E_x^{(m)}$，$E_y^{(m)}$ は自動車，バス利用者の配分対象となる経路集合である．

step 1.　$\boldsymbol{u}^{(m)}$ に対応したリンクフロー $\boldsymbol{v}^{(m)}$ を求め，目的関数値 $F^{(m)}$ を計算する．次に，各モードのリンク走行コスト $C_a^x=C_a^x(v_a)$，$C_a^y=C_a^y(v_a)$ を求め，各ODペアに対する最短経路 P_x^*，P_y^* を探索する．

step 2.　$P_x^* \in E_x^{(m)}$，$P_y^* \in E_y^*$ であれば step 3. へ．そうでなければ

$$E_x^{(m)}=E_x^{(m)} \cup P_x^*,\quad E_y^{(m)}=E_y^{(m)} \cup P_y^*$$

とする．

step 3.　$P_x \in E_x^{(m)}$，$P_y \in E_y^{(m)}$，各系統の f_s に対して，勾配 $\nabla F(\boldsymbol{u}^{(m)})$ を計算する．

step 4.　$P_x \in E_x^{(m)}$，$P_y \in E_y^{(m)}$，f_s からなる変数集合 $\boldsymbol{u}^{(m)}$ に対して

$$\|\nabla F(\boldsymbol{u}^{(m)})\| < \tau$$

ならば計算を終了し，そうでなければ step 5. へ進む．ここで，τ はあらかじめ与えられた正値である．

step 5.　降下方向ベクトル $\boldsymbol{d}^{(m)}$ を求める．ここでは勾配法を用いたため，次のように表わされる．

$$\boldsymbol{d}^{(m)}=-\nabla F(\boldsymbol{u}^{(m)})$$

step 6.　最適刻み幅 $\beta^{(m)}$ を

$$F(\boldsymbol{u}^{(m)}+\beta^{(m)}\boldsymbol{d}^{(m)})=\min_{\beta} F(\boldsymbol{u}^{(m)}+\beta\boldsymbol{d}^{(m)})$$

なる1次元探索法により求める．

step 7.　新しい解を

$$\boldsymbol{u}^{(m+1)}=\boldsymbol{u}^{(m)}+\beta^{(m)}\boldsymbol{d}^{(m)}$$

とする．もし，$\boldsymbol{u}^{(m+1)}$ のうち負となるものがあればゼロと置き，それらに対応する自動車利用経路 q_x，バス利用経路 q_y を経路集合 $E_x^{(m)}$，$E_y^{(m)}$ から除き，

$$E_x^{(m+1)}=E_x^{(m)}-q_x,\quad E_y^{(m+1)}=E_y^{(m)}-q_y$$

とする．

step 8.　新しい目的関数値 $F^{(m+1)}$ を求める．

step 9.　あらかじめ与えられた正値 ε_1，ε_2 に対して，

$$F^{(m)}-F^{(m+1)}<\varepsilon_1 \quad \text{かつ} \quad \beta^{(m)}\|\boldsymbol{d}^{(m)}\|<\varepsilon_2$$

ならば計算を終了する．そうでなければ step 10. へ．

step 10.　$m=m+1$ として step 1. へ戻る．

（2）モデルの適用例

本研究で提案したモデルとその解法の有用性を検証するため，Fig. 2 に示す1OD2経路のネットワークのうち，片方の経路にバス路線が設定されているような簡単なネットワークを対象にして，バス運行頻度を外生的に与えた交通需要予測問題に対するモデルの感度分析を行った．約トリップ数900人，バス料金140円，バスの自動車換算係数2.0，平均乗車人数1.2人，自動車費用250円とする．ここでは簡単のために，両モードのODペア間所要費用 p_i^x，p_i^y を通過経路によらず一定値で与えているため，経路選択規範は等時間原則配分となる．自動車による走行コスト関数を線形関数

$$C_a^x(v_a)=A_a+B_a v_a \quad \cdots\cdots(19)$$

と仮定し，バスの走行コストを自動車のそれの1.5倍とした．バスによるOD間所要時間は，バス利用者の経路上のリンク走行時間と平均待ち時間の和であり，運行頻度 f_s にも依存する．各ネットワーク情報は，Fig. 2 に示すとおりであり，時間評価値は $N(6.67,\ 9.07)$[13] の正規分布の正の部分だけを考えた確率分布に従うものとする．Table 2 にその結果を示す．バス運行頻度が少ない場合，つまり，バス分担率が低く道路混雑が激しい

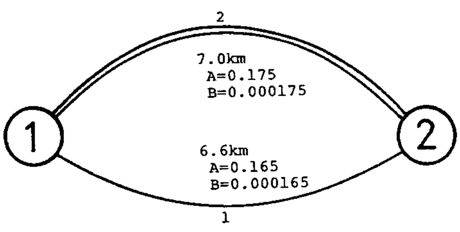

Fig. 2　Model network.

Table 2　Sensitivity for bus frequencies.

(回/h) bus freq.			3	4	6	10	15	20
自動車	経路1	利用者数	227.15	204.91	175.25	146.41	146.38	139.78
		所要時間	11.67	11.59	11.35	11.11	11.11	11.05
	経路2	利用者数	61.70	52.59	42.12	32.53	8.76	7.47
		所要時間	11.16	11.10	11.01	11.00	10.90	10.99
バス		利用者数	161.16	192.13	232.64	271.06	284.85	302.75
		所要時間	26.65	24.07	21.49	19.49	18.34	17.80
$F(u)$			65819.	58912.	49766.	40852.	35615.	33328.
$B'(u)$			61318.	55962.	48536.	40724.	35148.	33282.
収束回数			44	33	28	50	47	17
$\|\nabla F\|$			29.7	7.6	32.2	6.9	45.3	16.8
バス分担率			15.8	42.6	51.7	60.2	65.5	67.2

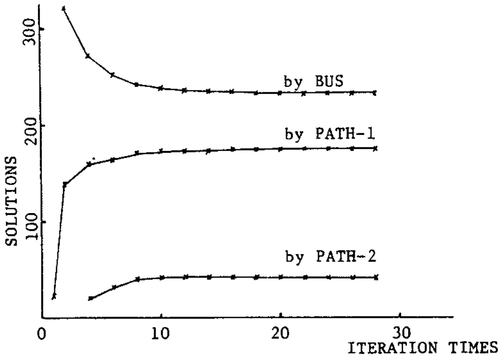

Fig. 3 Convergent property of solutions.

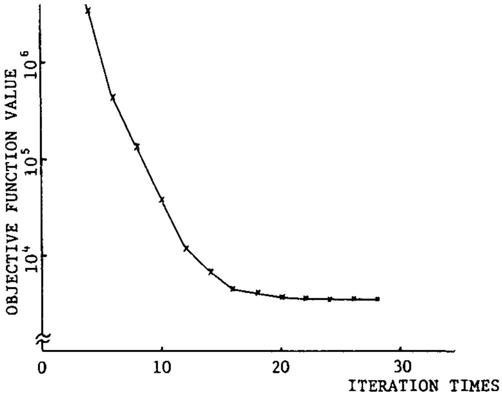

Fig. 4 Convergent property of objective function.

Table 3 OD trip patterns.

	1	2	3	4	5
1	*	0.06(160)	0.04(250)	0.05(190)	0.04(145)
2	0.06(160)	*	0.06(190)	0.04(175)	0.04(145)
3	0.05(250)	0.06(190)	*	0.07(205)	0.04(220)
4	0.05(190)	0.04(175)	0.07(205)	*	0.06(220)
5	0.04(145)	0.04(145)	0.04(220)	0.04(220)	*

場合には，経路 1 と経路 2 の間で所要時間の相対誤差が 5 % 程度生じている．これは，第 2 番目通過経路を配分対象経路に取り込んだときに，自動車での OD ペア間所要時間として現イテレーションでの利用経路所要時間の平均値を用いていることに起因するものと考えられる．この相対誤差も運行頻度が増加し，道路混雑が緩和されるのに従って減少する．現実的には，この相対誤差も無視できる程度のものであると考えられる．また，運行頻度の変化に伴う自動車・バス両モードの所要時間の変化，目的関数値，バス分担率等の変化の傾向からみても，モデルとアルゴリズムの有効性が検証できたものと考えられる．**Fig. 3**, **Fig. 4** に，運行頻度が 6 本／時の場合の解と目的関数値の収束状況を示す．28 回の繰返しで，ε_1, ε_2 制約による収束判定を満足しているが，16 回程度で最終的な解にほぼ到達していることがわかる．総 CPU 時間は FACOM-382 で 2.96 秒程度であり，降下方向ベクトル $\boldsymbol{d}^{(m)}$ を求めるのに不効率な勾配法を用いていることを考えるならば，計算時間の上でも十分に実用性のあるアルゴリズムであると考えられる．なお，上位の最適化問題の凸性が保証されていないために収束回数やノルムにばらつきがみられるが，初期値を変化させてみても同一の解に収束することから，これらの解は大局的最適解に到達していると考えられる．

次に，**Fig. 5** に示すような，リンク 1, 2 をバス路線と共用している道路ネットワークを対象にして，運行頻度をパラメトリック決定変数として取り込んだバス輸送計画問題を考える．徒歩速度を 3 km/h，その他の定数については前例と同様とし，各リンクの A_a, B_a は **Fig. 5** に示すとおりである．約トリップ数が 6 000 人/h，その OD 構成比と自動車による OD 間費用を **Table 3** にあわせて示す．このとき，最適なバス運行頻度は 20.2 本/h，バスの分担率は 10.96 %，目的関数値は 0.60709 $\times 10^6$ 円/h となる．各モード利用者のフローパターンを

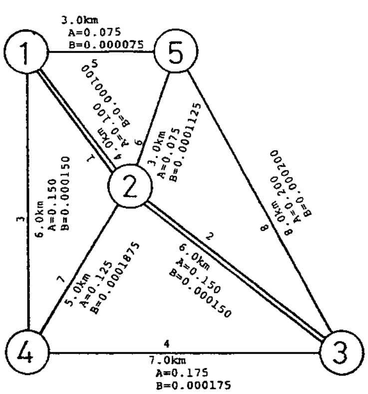

Fig. 5 Model network.

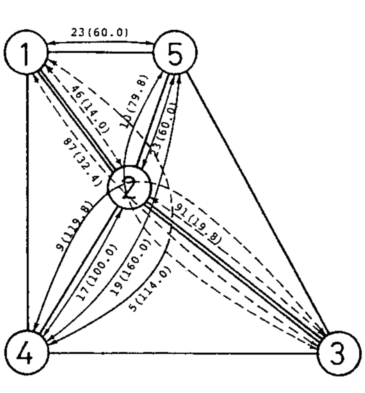

Fig. 6 Flow patterns of bus users.

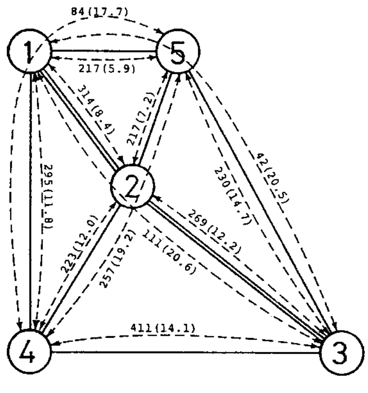

Fig. 7 Flow patterns of car users.

Fig. 6, Fig. 7に示す．自動車利用の場合，①-②-③と①-⑤-③，④-②-⑤と④-①-⑤のOD間経路で等コストのフローパターンが成立している．このときの相対誤差は0.39 %，8.47 %であり，実際には無視できる程度のものと考えてもよい．Fig. 6の実線は，バスへのアクセス，またはイグレスのための徒歩によるフローを示している．バス路線が全くない場合の徒歩の分担率は5.83 %，目的関数値は0.62404×10^6円/hであり，最適バス輸送計画策定によって，システム全体として約16 950円/h，1人当たり平均2.83円/hの便益増加を得ることができる．

6. おわりに

本研究では，バスと自動車という2種のモードが同一リンクを共用する路面交通ネットワークを対象にして，交通機関分担過程と配分過程とを結合した交通需要予測手法を開発し，その手法を用いて，両モード利用者の増加便益を最大にするようなバス輸送計画の策定手法について検討を行った．われわれはこれらの問題を，各モードのネットワーク均衡問題を表現する下位の最適化問題を制約条件とし，交通機関選択に関する人の意志決定から得られる総便益を上位の最適化問題の目的関数とした2レベルStackelberg計画問題として定式化した．

本モデルでは，上位の最適化問題で運行頻度等の制御可能な交通サービスレベルが与えられると，下位の最適化問題から得られる所要コスト等のパフォーマンスのもとで，個人は自分にとって効用最大となる交通機関を選択するという意志決定を行う構造になっている．そのため，各トリップ主体は，各過程で利用者最適な交通機関と経路とを段階的に選択することになり，交通需要予測モデルとして，より実際に近い交通行動を表現できるモデルであると考えられる．本モデルを用いることによって，交通施設投資のあった後の短期の交通機関分担・配分交通量の予測が可能となるうえ，増加便益最大となるような交通施設計画の策定を行うことも可能である．

本モデルを解く際には，下位の最適化問題の凸性を証明することによって必要十分条件に置き換えられた下位の最適化問題のKuhn-Tucker条件を上位の最適化問題の制約条件とみなし，ペナルティ関数法を用いて解く方法を示した．さらに，下位の最適化問題の解のもつ特性を考慮しつつ，ペナルティ関数の最適解を探索するアルゴリズムを開発し，仮想的なネットワークに適用することによってモデルとアルゴリズムの有用性の検討を行った．

しかし，本モデルを実際のバス・自動車混合ネットワークに適用する際には，各モードのリンク走行コスト関数形や時間評価値の確率密度関数の正確な推定，同一経路上にバスの競合系統が存在する場合の乗車比率の検討等が必要であり，これらの実態を十分に把握することが重要である．また，大規模ネットワークへの適用を可能にするためには，D.F.P.法等の効率的降下ベクトル決定法を組み込んだアルゴリズムに，計算手法を改善していく必要があり，今後，これらの課題を解決していくことが望まれる．

参考文献

1) Florian, M.：A Traffic Equilibrium Model of Travel by Car and Public Transit Modes, Transportation Science, Vol. 11, No. 2, pp. 166～179, 1977.
2) 宮城俊彦：双対交通均衡モデル――交通モード均衡を例に――，第4回土木計画学研究発表会講演集，pp. 403～412, 1982.
3) 江上省吾・住田公資：分布・分担・配分過程を結合した交通量予測モデル，土木学会論文報告集，第306号，pp. 45～58, 1981.
4) Boyce, D.E., LeBlanc, L.J., Chon, K.S., Lee, Y.T. and Lin, K.T.：Combined Models of Location, Destination, Mode and Route Choice ; Implementation Issues Related to a Generalized Algorithm, Proc. of the Conference on Stractual Economic Analysis and Planning in Time and Space, 1981.
5) Florian, M. and Spiess, H.：On Binary Mode Choice / Assignment Models, Transportation Science, No. 17, pp. 32～47, 1983.
6) 松井　寛・山下益宏：多種モード混合の最適ネットワークフローに関する研究，交通工学，Vol. 13, No. 7, pp. 21～29, 1978.
7) Sheffi, Y. and Deganzo：Hypernetworks and Supply-Demand Equilibrium Obtained with Disaggregate Demand Models, TRR 673, pp. 113～121, 1979.
8) Sasaki, K.：Travel Demand and the Evaluation of Transportation System Change ; A Reconsideration of the Random Utility Approach, Environment and Planning A 14, pp. 169～182, 1982.
9) 青山吉隆・芝原靖典：混雑費用を考慮した一般化費用によるModal Choiceモデル，土木学会論文報告集，第275号，pp. 91～101, 1978.
10) 志水清孝：多目的と競争の理論，共立出版，1982.
11) 井上博司：道路網における均衡交通量配分の勾配射影法による計算法，土木学会論文報告集，第313号，pp. 125～133, 1981.
12) 加藤　晃・宮城俊彦：交通ネットワークにおける需要均衡問題とその解法，土木学会論文報告集，第289号，pp. 121～130, 1979.
13) 青山吉隆・西岡敬治：交通計画における時間価値研究の系譜．第2回土木計画学研究発表会講演集，pp. 61～70, 1980.

(1984. 5. 15・受付)