【土木学会論文集　第353号／IV-2　1985年1月】

研究展望

Nested Logitモデルの理論と適用に関する研究のレビュー*

REVIEW OF STUDIES ON NESTED LOGIT MODEL —THE THEORY AND ITS APPLICATION TO DEMAND FORECASTING

原　田　　昇**
By Noboru HARATA

1. 序

Nested (or hierarchical) Logit (NL) モデルは，非集計行動モデルの中では最も操作性が高く，簡潔な，ロジットモデルの拡張形として提案されたものであり，以下の点から，種々の改良ロジットモデルの中でも特に重要であると考えられる[1].

① ロジットモデルの適用範囲を限定していた「選択確率比の文脈独立 (I. I. A.)」特性を緩和したもので，かつ，効用最大化理論との整合性を有すること．

② プロビットモデル等，IIA特性をもたない他のモデルに比べて，パラメーター推定が比較的容易であること．

そこで，本論文は，NLモデルに関する研究をレビューし，NLモデルの理論的特性，あるいは，適用によって得られた知見を整理し，その有用性を検討するとともに，今後の研究の展望をまとめるものである．

2. 研究の経緯

NLモデルが提案された背景には，大別すると

① ロジットモデルのIIA特性を緩和したモデルの必要性

② 段階的 (sequentical) 選択構造における，合成変数 (composite variable) の形とその係数に関する理論的根拠の必要性

が考えられる．

ロジットモデルにおいて，選択肢 i と j の選択確率 P_i と P_j の比をとると，

$$P_i/P_j=e^{V_i}/e^{V_j} \quad \cdots\cdots (1)$$

ただし，$U_i=V_i+\varepsilon_i$

U_i：選択肢 i の効用

V_i：U_i のうち確率的に変動しない項

ε_i：U_i のうち確率的に変動する項

となり，第3の選択肢の有無（＝文脈 (context)）によらず一定になる．この性質がIIA特性であり，効用の確率項を選択肢について同一で独立なワイブル分布であると仮定した結果である．

このようなIIA特性は，“赤バス—青バス”問題[注1)]のように，選択肢の類似性を考慮できない問題があり，モデルの適用上，非常に大きな制約となっている[2]．しかし，同時に，条件付選択モデルを用いた段階的推定や，新しい選択肢の導入効果の推計が容易であるという実用上の利点をもっている[3].

これに対して，効用の確率項の相関の導入によって選択肢の類似性を直接的に扱い得るプロビットモデルは，実用上，パラメーター推定が困難という問題がある[4]．また，選択肢に特有な属性に着目して選択肢を順次消去するという合理的選択プロセスに基づくEBAモデル[5),6)]は，IIA特性をもたないが，これも推定が困難である[7].

したがって，IIA特性を緩和した操作性の高い改良モデルの研究は，ⅰ) ロジットモデルの改良，あるいは，ⅱ) プロビットモデル，EBAモデルの簡略化，の二方向で進んでいる．

NLモデル[8),9)]は，ロジットモデルを改良したもので，McLynn[10)]の改良モデルに比べると，効用最大化理論と整合する点に特徴がある．また，その一般形として，

---

* この論文は，昭和59年1月29日岐阜大において開催された非集計行動モデル研究分科会で発表したものを修正加筆したものである。

** 計量計画研究所研究員（〒151　渋谷区代々木1-35-7）

CCL モデル[9]，あるいは GEV モデル[11]が提案されるに至っている．一方，プロビットモデルの簡略形として，確率項の分布に上限を設定した NED モデル[4]が，EBA モデルの簡略形として，比較する属性順を一定とした Pretree モデル[12]が提案されている．

次に，合成変数の形と係数に関する理論的裏付けの必要性は，選択構造——同時（simultaneous）か段階（sequential）か——の議論から派生したものである．たとえば，目的地（d）と交通手段（m）の同時選択モデルは，次式のように，条件付選択確率と周辺選択確率の積に展開し，2 段階に分けて推定することができる．

$$P(m,d)=P(d)\cdot P(m|d) \quad \cdots\cdots(2)$$
$$=P(m)\cdot P(d|m)$$

しかし，目的地選択モデル $P(d)$ の推定において，その目的地まで利用可能な交通手段の効用を合成する方法については，1970 年代前半までは，種々の方法が使われていた．たとえば，

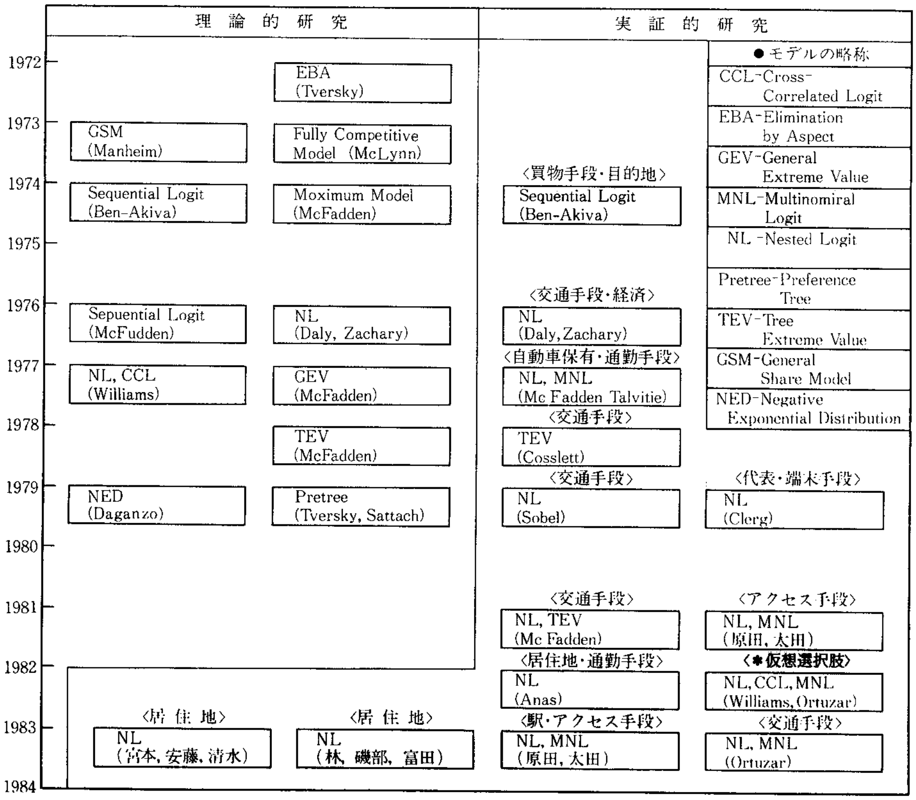
ⅰ）効用が最も大きい交通手段で代表される——Maximum Model[13] に相当する．

ⅱ）おのおのの手段の選択確率 $P(m|d)$ を重みとした，各手段の効用の重みづけ平均とする．

ⅲ）$P(m|d)$ の分母の対数にする——LOGSUM 変数[14]とよばれるもの．

などである．しかし，Manheim[15] によって，GSM モデルの同時型から，同時型と一致する段階モデルの式形を作成する手順が示されたことによって，GSM モデルに属するロジットモデルに関しては，合成変数が LOGSUM の形になることが明らかになった．

しかし，合成変数の形が決定してもなお，段階モデルをどのような順序で構成すべきか——たとえば，式（2）の $P(m)\cdot P(d|m)$ か $P(d)\cdot P(m|d)$ か——という問題が残った．理論的には，合成変数の係数が 1.0 のとき，同時型の $P(m,d)$ と一致するのであるが，実際に推定すると，合成変数の係数は 1 にならないことが示された[16]。そこで，合成変数の係数の意味が問題となった。McFadden[17] は，この係数が 2 をこえてはならないことを示したが，NL モデルは，この係数が 0 と 1 の間にあるべきこと，係数が 0 と 1 の間にくる選択構造にするべきこと，この係数が選択肢の類似性を示す指標となることを明らかにしたものである．NL モデルの提案が，モデル構造の議論——段階型ロジットモデル——と関連していることは，Williams[9] が段階型モデルにおける合成変数の形に関する検討のあとで，NL モデルを提案している点からも，明らかといえよう．



図—1　研究の経緯

NL モデルに関連した実証的研究は意外と少ない（図—1）．また，多次元選択を分析したものは半数を占めており，交通手段とその経路の組合せが最も多い．NL モデルとロジットモデル，あるいは TEV 等の一般形と比較しているものが約半分となっている．個別の適用結果は，3.（3）で整理することにする．

3. 研究成果の体系化

（1） NL モデルの理論的特性

a） 効用最大化理論との整合性

Daly and Zachary[8] は，選択確率が関数 P で示される選択モデルが効用最大化理論を整合するための必要十分条件を整理し，この条件を用いて，NL モデルと効用最大化理論との整合性を明らかにしている．

これに対して，Williams[9] は，効用最大化理論と整合するために合成変数が満たすべき条件を整合するとともに，効用の確率項の設定から NL モデルを導出する過程を示している．

さらに，McFadden[11] は，効用理論と整合する GEV モデルを定義し，その特殊解として，ロジットモデル，NL モデルが得られることを示すことによって，NL モデルと効用最大化理論との整合性を明らかにしている．

ここでは，最も直接的な Williams[9] による方法を示す．なお，Daly and Zachary[8] の条件式，GEV モデルと NL モデルの関係は，注 3）と注 4）にまとめている．

目的地（$\rho=1,\cdots,N$）と交通手段（$\mu=1,\cdots,M$）の選択を考える．目的地 ρ と交通手段 μ による効用 $U(\rho,\mu)$ を

$$U(\rho,\mu)=U_\rho+U_{\rho\mu} \quad\cdots\cdots(3)$$

ただし，U_ρ：交通手段によらず目的地 ρ について一定である特性（attribute）による効用

$U_{\rho\mu}$：交通手段 μ と目的地 ρ の組合せによって変化する特性による効用

で表わす．ここで，U_ρ，$U_{\rho\mu}$ をおのおの，平均 V_ρ，$V_{\rho\mu}$，標準偏差 σ_ρ，$\sigma_{\rho\mu}$ の分布，$F_\rho(V_\rho,\sigma_\rho)$，$F_{\rho\mu}(V_{\rho\mu},\sigma_{\rho\mu})$ に従う，相互に独立な確率変数とする．このとき，式（3）は次式になる．

$$U(\rho,\mu)=V_\rho+V_{\rho\mu}+\epsilon_\rho+\epsilon_{\rho\mu} \quad\cdots\cdots(4)$$

ただし，ϵ_ρ：平均 0，標準偏差 σ_ρ のワイブル分布

$\epsilon_{\rho\mu}$：〃 0， 〃 $\sigma_{\rho\mu}$ 〃

このとき，目的地 ρ が既存で交通手段 μ を選ぶ条件付確率は，

$$P_{\mu|\rho}=\mathrm{Prob}[V_{\rho\mu}+\epsilon_{\rho\mu}>V_{\rho\mu'}+\epsilon_{\rho\mu'},\ \text{for all } \mu'\neq\mu]$$
$$=\frac{\exp\Delta V_{\rho\mu}}{\sum_{\mu'}\exp\Delta V_{\rho\mu'}} \quad\cdots\cdots(5)$$

ただし，$\Delta=\pi/\sqrt{6}\,\sigma_{\rho\mu}$

ここで，

$$U^*_\rho=\max_\mu(V_{\rho\mu}+\epsilon_{\rho\mu}),\ \rho=1,\cdots,N \quad\cdots\cdots(6)$$

とおくと，U^*_ρ は，平均 $(1/\Delta)\log\sum_{\mu'}\exp\Delta_{\rho\mu'}$，標準偏差 $\sigma(=\sigma_{\rho\mu})$ のワイブル分布になる[3]．

次に，目的地選択であるが，

$$P_\rho=\mathrm{Prob}\,[V_\rho+U^*_\rho+\epsilon_\rho>V_{\rho'}+U^*_{\rho'}+\epsilon_\rho,\ \text{for all } \rho'\neq\rho] \quad\cdots\cdots(7)$$

ここで，

$$V_\rho+U^*_\rho+\epsilon_\rho=V_\rho+V^*_\rho+\epsilon^*_\rho+\epsilon_\rho$$
$$=V_\rho+V^*_\rho+\delta^*_\rho \quad\cdots\cdots(8)$$

ただし，$V^*_\rho=\dfrac{1}{\Delta}\log\sum_{\mu'}\exp\Delta V_{\rho\mu'}$ ……(9)

かつ，　$\delta^*_\rho=\epsilon^*_\rho+\epsilon$ ……(10)

したがって，δ^*_ρ が平均 0，標準偏差 σ^* のワイブル分布をすると仮定すると，

$$\sigma^*=(\sigma^2_{\epsilon_\rho}+\sigma^2_{\epsilon^*_\rho})^{1/2}$$
$$=\left(\sigma^2_{\epsilon_\rho}+\frac{1}{\Delta^2}\frac{\pi^2}{6}\right)^{1/2} \quad\cdots\cdots(11)$$

ゆえに，

$$P_\rho=\frac{\exp\beta(V_\rho+V^*_\rho)}{\sum_{\rho'}\exp\beta(V_{\rho'}+V^*_{\rho'})} \quad\cdots\cdots(12)$$

ただし，$\beta=\dfrac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\sigma^2_{\epsilon_\rho}+\dfrac{1}{\Delta^2}\dfrac{\pi^2}{6}\right)^{-1/2}$ ……(13)

式（5）と式（12）より，

$$P_{\rho\mu}=P_\rho P_{\mu|\rho}=\frac{\exp\beta(V_\rho+V^*_\rho)}{\sum_{\rho'}\exp\beta(V_{\rho'}+V^*_{\rho'})}\,\frac{\exp\Delta V_{\rho\mu}}{\sum_{\mu'}\exp\Delta V_{\rho\mu'}} \quad\cdots\cdots(14)$$

また，式（13）より，

$$0<\beta\leq\Delta\left(\text{すなわち } 0<\frac{\beta}{\Delta}\leq 1\right) \quad\cdots\cdots(15)$$

また，Williams が提案した CCL（Cross-Correlated Logit）モデルは，選択順序の異なる NL モデル全体を，一本の式で表現したものである．

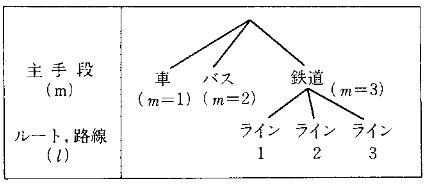
b） NL モデルの解釈

ここでは，鉄道 3 ルートを含む選択ツリー（図—2）に NL モデルを適用し，合成変数の形と弾力性の式について，NL モデルの実用上の意味を整理する．

図—2 の選択ツリーに相当する NL モデルは，

$$P(l|r)=e^{\lambda_1 V_{rl}}\Big/\sum_{l'}e^{\lambda_1 V_{rl'}} \quad\cdots\cdots(16)$$

$$P(m)=e^{\lambda_2(V_m+V_{m*})}\Big/\sum_{m'=1}^{3}e^{\lambda_2(V_{m'}+V_{m'*})} \quad\cdots\cdots(17)$$



図—2 鉄道 3 ルートを含む選択ツリー

ただし，$V_{m'*}=\begin{cases}0 & , m'=1,2\\ \frac{1}{\lambda_1}\ln(\sum_{l'=1}^{3} e^{\lambda_1 V_{rl'}}), & m'=3\end{cases}$ ……………(18)

$\lambda_2<\lambda_1$ ……………(19)

この例を用いて，以下のことが指摘できる．

ⅰ）合成変数について，

式（18）の V_{3*} を展開する[18]と，

$$V_{3*}=\frac{1}{\lambda_1}\ln\left(\frac{1}{P_{\max|r}}e^{\lambda_1 V_{r\cdot\max}}\right)$$

$$=-\frac{1}{\lambda_1}\ln P_{\max|r}+V_{r\cdot\max} \quad \cdots\cdots(20)$$

ただし，$P_{\max|r}=\dfrac{e^{\lambda_1 V_{r\cdot\max}}}{\sum_{l'} e^{\lambda_1 V_{rl'}}}$

$V_{r\cdot\max}$：効用最大の鉄道経路の $V_{r\cdot l}$

したがって，効用最大の経路で代表される（$V_{3*}=V_{r\cdot\max}$）場合に比べると，"$-\frac{1}{\lambda}\ln P_{\max|r}(\geq 0)$" は修正項と考えられる（$V_{r\cdot l}$ が時間のみで構成される場合，効用最大の経路はミニマムパスを意味する）．

$V_{rail}=V_3+V_{3*}$ ……………(21)

とおき，$\lambda_2=1$ に固定すると V_{rail} は，

• 効用の誤差項をすべて独立であるとする（この場合，$\lambda_1=\lambda_2=1$）ロジットモデルのときに，最大となること．

• 鉄道経路間の効用の誤差項は完全に相関をもつ（この場合，$\lambda_1=\infty$）Maximum モデルのときに，最小となること．

がわかる[19]．したがって，類似性の大小に応じて，λ_2/λ_1 を〔0, 1〕に定めればよいことがわかる．

ⅱ）弾力性について，

$$V_m=\sum_{n=1}^{N}\theta_n Y_{mn} \quad \cdots\cdots(22)$$

$$V_{3l}=\sum_{k=1}^{K}\beta_k X_{lk} \quad \cdots\cdots(23)$$

と置いて，式（16），（17）より弾力性を算出すると，

$$E_{X_{lk}}^{P(r)}=X_{lk}\cdot(1-P(r))\cdot P(l|r)\cdot\lambda_2\cdot\beta_k \quad \cdots\cdots(24)$$

$$E_{X_{lk}}^{P(m)}=X_{lk}\cdot(-P(r))\cdot P(l|r)\cdot\lambda_2\cdot\beta_k \quad (m\neq r)\cdots(25)$$

$$E_{Y_{mn}}^{P(m)}=Y_{mn}\cdot(1-P(m))\cdot\lambda_2\cdot\theta_n \quad (m\neq r)\cdots(26)$$

$$E_{Y_{mn}}^{P(r)}=Y_{mn}\cdot(-P(m))\cdot\lambda_2\cdot\theta_n \quad \cdots\cdots(27)$$

となる。合成変数に含まれる X_{lk} の変化に関する弾力性（式（24），式（25））は，$P(l|r)(\leq 1)$ によって割引かれることがわかる．ただし，この性質は，段階型ロジットモデルと共通である．式（24）～（27）の弾力性をみる限り，λ_2 については，負になると，「鉄道経路の改善がされたのに，鉄道経路全体の利用率が低下する」という矛盾が生じてくることがわかる．しかし，λ_2 と λ_1 の大小関係については，この4式をみる限り，弾力性の符号からみた制約はない．

そこで，$\lambda_2/\lambda_1\leq 1$ の意味を考えてみよう．IIA 特性は，"赤バス—青バス" 問題[注1)]で明らかなように，弾力性の点でいえば，類似性の大小によらず，すべての選択肢に対する交差弾力性が一定になることに問題がある．NL モデルでは，類似性の強い選択肢に対する交差弾力性が相対的に大きくなるはずである．この例でいえば，鉄道経路 l の属性 X_{lk} に関して，鉄道経路 l' に対する交差弾力性 $E_{X_{lk}}^{P(l'|r)}$ が，鉄道以外の交通手段に対する弾力性 $E_{X_{lk}}^{P(m)}(m\neq r)$ に等しいか，大きくなるはずである．すなわち，

$$E_{X_{lk}}^{P(l'|r)}\Big/E_{X_{lk}}^{P(m)}\geq 1 \quad (m\neq r)\cdots\cdots(28)$$

また，

$$E_{X_{lk}}^{P(l'|r)}=X_{lk}\cdot(-P(l|r))\cdot\lambda_1\cdot\beta_k \quad \cdots\cdots(29)$$

したがって，式（25），（29）を式（28）に代入して整理すると，

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}<\frac{1}{P(r)} \quad \cdots\cdots(30)$$

となる．この式から，$P(r)$ の全域（0～1）に関して，式（28）が常に成立するための必要十分条件は，

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\leq 1$$

であることがわかる．したがって，λ_2/λ_1 の上限は，類似性の異なる選択肢に対する交差弾力性の大小に関連して意味づけることができる．

（2）NL モデルの一般形と推定問題

この節では，NL モデルの一般形と考えられる TEV（Tree Extreme Value）モデル[19]を中心に，NL モデルのパラメーター推定の考え方と手法を整理する．

a）選択ツリーと NL モデル

NL モデルを一般的に表わすのに，選択ツリーを用いる．例として，図—3（a），（b）を考える．

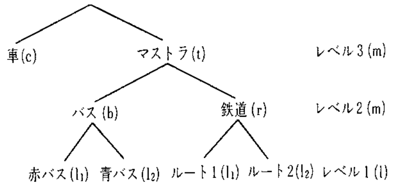
選択ツリーは，レベルが下がるに従って，類似性の高い選択肢の選択に移ることを示している．この例では，車，赤バス，青バス，鉄道ルート1，鉄道ルート2の5選択肢を考える．このとき，選択肢の集合を B として，

鉄道ルート間の選択確率	$P(l\mid r)$
バス間の 〃	$P(l\mid b)$
鉄道，バス間の 〃	$P(m\mid r,b)$
車，マストラ間の 〃	$P(m\mid t,c),\ r,b\epsilon t$
の選択確率の部分積として，	$P(i\mid B)$ が示される．

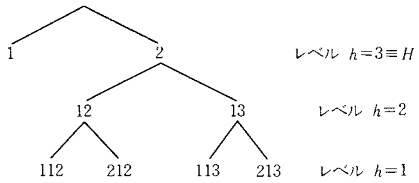
たとえば，

$$P(\text{赤バス}\mid B)=P(\text{赤バス}\mid b)\cdot P(b\mid b,r)\,P(t\mid B) \quad \cdots\cdots(31)$$

NL モデルは，レベルの異なる確率相互を，合成変数で関連づけるとともに，合成変数の係数として，効用の分散の大小を調整するパラメーターを導入したものである．したがって，$P(l|r)$ と $P(l|b)$ より作成される合成変数が $P(m|b,r)$ に，$P(b|b,r)$ より作成される



(a) 選択ツリーによる選択構造の表示



(b) (a) のノード番号

注) おのおののノード番号の付け方は McFadden[20] に従った. $\sigma_h=(i_{h+1}, \cdots i_H)$ は, 第 $h+1$ レベルの隣接ノードで, 第 h レベルのノードは, $i_h \cdot \sigma_h$ で表わす.

• 選択肢の全集合 $\equiv B \equiv$(車, 赤バス, 青バス, ルート 1, ルート 2) $\equiv$(1, 112, 212, 113, 213)

• B_{σ_h} を, ノード σ_h 下の選択肢の集合とする.

この例では, $B_2=(112,\ 212,\ 113,\ 213)$

$B_{12}=(112,\ 212)$

$B_{112}=(112)$

図—3 選択ツリーの例

合成変数が $P(t|B)$ に含まれ, そのおのおのに, パラメーターが加わる. このパラメーターを λ 比とよぶと, NL モデルは, 同一レベルの λ 比は一定と考えるものである. しかし, 図—3 (a) の場合, バス間と鉄道ルート間の効用の差の分散を同一とみなす理論的根拠はない. また, 同一レベル, あるいは, レベルを越えて, 同一変数が含まれる場合, その代替率 (パラメーターの比) は一定と考えるべきかどうかも明らかではない. たとえば, 鉄道ルートの中のアクセス手段として, バスや車が含まれる場合, これらの手段のコストと時間の代替率を, $P(l|b)$ のバス, あるいは, $P(m|t, c)$ の車のそれと同一にすべきかどうかは, 決定できない. TEV モデルは, これらのバリエーションを含んだモデルである.

b) TEV モデル

図—3(b)の記号を用いる. $X^a_{i_h\sigma_h}$ をノード $i_h\sigma_h$ 下の選択肢に共通な観測された属性とし, l^h を評価ウェイトとする. このとき, TEV モデルは[注5],

$$P(i|B)=\sum_{C\in B} P(i|C)\ Q(C|B,S) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

$$Q[B_{i_h\sigma_h}|B_{\sigma_h}] =\frac{\exp[X^h_{i_h\sigma_h} l^h/\theta_{\sigma_h}+y_{i_h\sigma_h}\theta_{i_h\sigma_h}/\theta_{\sigma_h}]}{\sum_{i\in B_{\sigma_h}}\exp[X^h_{i\sigma_h} l^h/\theta_{\sigma_h}+y_{i\sigma_h}\theta_{i\sigma_h}/\theta_{\sigma_h}]} \quad \cdots\cdots(33)$$

ここで,

$$y_{i_{h+1}\sigma_{h+1}}=\ln\sum_{i\in B_{\sigma_h}}\exp\left[\frac{X^h_{i\sigma_h} l^h}{\theta_{\sigma_h}}+\frac{y_{i\sigma_h}\theta_{i\sigma_h}}{\theta_{\sigma_h}}\right] \quad \cdots\cdots(34)$$

で表わされる[20]. $y_{i_{h+1}\sigma_{h+1}}$ は, ノード $i_h\sigma_h$ 下に属する選択肢の合成変数であり, GEV モデルと整合性をもつためには,

$$0<\theta_{\sigma_1}\leqq\theta_{\sigma_2}\leqq\theta_{\sigma_h}\equiv 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

であることが示されている.

さて, 式 (33) をみると, 合成変数の係数 $\theta_{i\sigma_h}/\theta_{\sigma_h}$ は同一レベルでもノードによって異なっている. また, 合成変数以外の係数については, l^h/θ_{σ_h} となっており, 同一レベルであれば, l^h は共通であるが θ_{σ_h} がノードに依存するため, 比率のみ一致する形になっている. TEV モデルの推定には, 異なるレベルのパラメーター l^h/θ_{σ_h} と $\theta_{i\sigma_h}/\theta_{\sigma_h}$ を同時に求める同時推定 (FIML : Full Information Maximum Likelihood Method) と段階に分ける段階推定 (Sequential Maximum Likelihood) がある. 一般的に, 段階推定によるパラメーターは, 平均値は一致するものの分散・共分散が漸近的に最小にならない (consistent and not efficient) ことが知られている[21].

また, 第 h レベルでの合成変数のパラメーターを同一とおく場合, あるいは, 第 h レベルの合成変数以外の比率を一定と置かず, すべて選択肢 (あるいはノード) 固有変数にする場合には, 段階推計が非常に簡略されるが, その他の場合は, 段階推計を積極的に採用する理由はないことが指摘されている (McFudden 1981, pp. 257～258). 第 h レベルの合成変数のパラメーターを同一とおく場合, l^h/θ_h と, θ_{h-1}/θ_h (添え字 σ が略される) が求まり, l^h, θ_h の絶対レベルを決定するためには, $\theta_H\equiv 1$ 等の基準を設定する必要がある. また, 段階推定では, 上位レベルでのパラメーターの t 値をやや大きく推定するが, この場合に対する修正式が示されている[20].

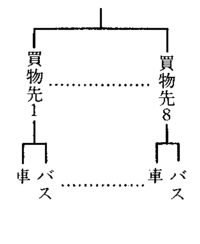
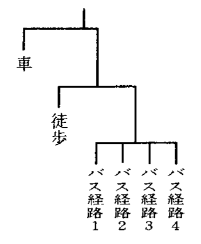
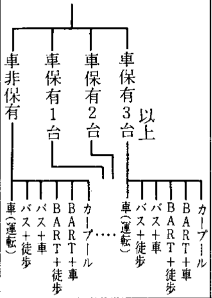
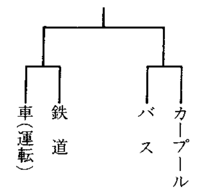
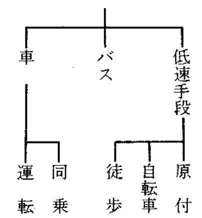
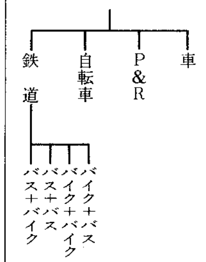
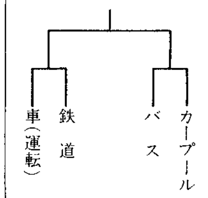
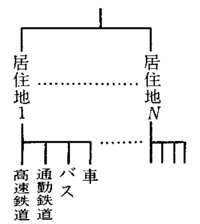
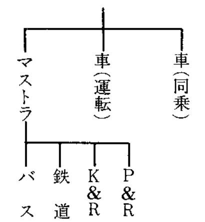
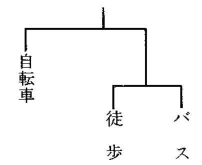
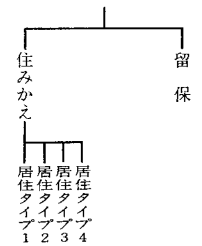
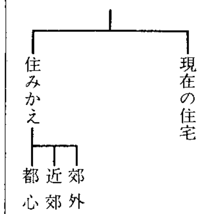
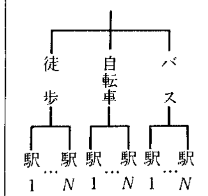
(3) NL モデルの適用結果

本節は, NL (または TEV) モデルを用いた実証的研究をレヴューするものである. ここで取り上げた 14 の研究例とその概要は, 表—1 に示すとおりである.

a) 選択ツリーの選定方法

理論上の組合せとしては, 選択肢の数が増加するに従って比較可能な選択構造の数が急速に増える[22]. たとえば, 選択肢数 4 に対して 26 の選択ツリーが考えられる. したがって, すべての可能性を比べて最適の選択ツリーを求めることは, 選択肢の数が多い場合には実際的ではない. 一方, 適用例においてはいずれも, 数種類の選択ツリーに限定したうえで, モデルを適用し, その中で最も優れたものを選ぶ方法を用いている. この限定の

表—1

文　献	Ben-Akiva (1974)	Daly and Zachary (1976)	McFadden and Talvitie etl. (1977)	›sslett (1978)	Sobel (1979)	Clerg (1979)	McFadden (1981)
分析対象	買物手段，目的地	交通手段，経路	車保有，通勤手段	通　勤　手　段	交　通　手　段	交通手段，端末	通　勤　手　段
モ デ ル	Structured Logit	NL, MNL	NL, MNL	TEV	NL, TEV	NL	MNL, TEV
推定手法	段階型（最尤法）	同時型/段階型	段　階　型	同　時　型	段　階　型	段　階　型	段　階　型
設定された選択ツリー							
λ*の推定値	0.549 (s.d.＝0.147)	0.37～0.38 (t 値不明)	0.800 (t＝4.66)	0.48 (s.d.＝0.14) 0.59 (s.d.＝0.16)	0.477 (t＝2.70) 0.384 (t＝1.36)	収束しない	−0.30 (s.d.＝0.27) 0.47 (s.d.＝0.09)
ツリーの成立	○（成立した）	△（不 明）	×（成立しない）	○	○	×	×
文　献	Anas (1981)	Williams and Ortuzar (1982)	Ortuzar (1983)	原田，太田 (1981)	林，磯部，冨田 (1983)	宮本，安藤，清水 (1983)	原田，太田 (1983)
分析対象	通勤手段，居住地	仮想（シミュレーション）	通　勤　手　段	アクセス手段	居住地（住みかえ）	居住地（住みかえ）	駅，アクセス手段
モ デ ル	NL	NL, CCL, MNL	NL, MNL	NL, MNL	NL	NL	NL, MNL
推定手法	同時型/段階型	段　階　型	段　階　型	段　階　型	段　階　型	段　階　型	段　階　型
設定された選択ツリー		CCL モデルで作成した選択ツリーへのNLモデルとMNL モデルのあてはめ．				（住宅タイプ別に作成）	
λ*の推定値	段階推定 0.096 (t＝11.4) 同時推定 0.368 (t＝20.1)	——	0.3290 (t＝4.77)	0.3994 (t＝5.11)	0.009 (t 値不明)	0.237 (t＝1.40)	地区1 0.8558 (t＝10.0) 地区2 0.6449 (t＝4.99)
ツリーの成立	○	——	○	○	△（不 明）	○	○

＊ 選択ツリーのレベルごとの類似性指標の比を λ とする．　0＜λ＜1 で，0 かつ 1 と有意差のあるとき，ツリーは成立する．

根拠について Ortuzar は次の2点を挙げている[23].

i）選択肢相互の類似性に関する分析者の先見 (apriori beliefs)

ii）分析用データにおける層別分析の限界

これは，14の研究の中で，アプリオリィに選択ツリーを決めたうえでモデルを適用したものが6例あることからも推し計ることができる．また，選択肢を次元によってまとめた選択ツリーを考える場合には，次元の順序を変えた2種類の NL モデルと，MNL モデルの計3種類の選択ツリーを比較すれば十分である[14),24)]．その他，複数の選択ツリーを設定しているものは[20),22),25)]，すべて交通手段の中での類似性を検討したもので，むしろ，明確な区別のしにくいものを分類しようと試みたものであると考えられる．

b） NL モデルの評価指標

モデル作成時に用いられる通常の統計的指標（$\theta=0$ に対する t 値，χ^2 値，ρ^2値）のほかに，NL モデルでは以下の評価指標が用いられる．

i）$\lambda(=\theta_{h-1}/\theta_h$, 3.(2), b)参照)の推定値について，$\lambda=1$ に対する t 値，あるいは χ^2 値

ii）段階推定の場合，レベル h での尤度を $L_h(\theta)$ とおくと，

NL モデル全体の精度を示す指標として[22)]

$$\underline{\rho^2}=1-\sum_{h=1}^{H} L_h(\hat{\theta})/\sum_{h=1}^{H} L_h(O) \quad\cdots\cdots(36)$$

$$\underline{\rho_C^2}=1-\sum_{h=1}^{H} L_h(\theta)/\sum_{h=1}^{H} L_h(C) \quad\cdots\cdots(37)$$

ただし，$\hat{\theta}$：最尤推定量

$L_h(C)$：選択肢固有定数のみを（選択肢の数−1）個含むときの尤度

$\lambda=1$（ロジットモデルと一致する）に対する t 値を用いて，選定されたツリー（における NL モデル）の成立の有無をみた結果を表―1「ツリーの成立」欄にまとめている．これをみると，λ あるいは λ の分散が求められていないためにも t 検定できなかったものを除くと，$\lambda=1$ との有意差がなくツリーが成立しないのは，McFadden and Talvitie[26)] の分析のみである．また，この分析では，$\lambda=1$ に対する χ^2 検定を行っているが，有意水準，05 で有意差はないことを示しており，t 検定の結果と一致する．

NL モデルの ρ^2，ρ_C^2（式（36），（37））は，同一の選択ツリーの中での変数組の選定基準として用いるほかに，少なくとも2通りの使い方がある．

第1は，効用最大化理論と整合するパラメーターをもつ NL モデルが異なる選択ツリーについて求められたときの比較[22)]であり，第2は，ロジットモデルと NL モデルとの比較[23)]である．

また，NL モデルと，ロジットモデル等の他のモデルとを比較する方法をみると，

- 変数の変化に対するモデルの応答を比べる方法[23),27)]
- 推計確率の分布を比べる方法[23),24)]

が，用いられる．

c） NL モデルが成立しない原因

NL モデルが成立しなかった例をみると，いずれも，NL モデルにさらに制約を加えて用いたものであることがわかる．

Clerq[18)] は，“代表交通手段かアクセス手段かによらず，同一変数のパラメーターは同一である”という制約を加えたが，繰り返し計算が収束しなかったと報告している．この例では，さらに，駅の選択を明示的に扱っていない，等の問題点があるが，制約付きの推定手法をさらに検討する必要があろう．また，代表手段かアクセス手段かによって，同一手段の同一変数について異なるパラメーターを与えること自体は誤りとはいいきれないと考える．

McFadden[20)] は，TEV モデルの段階推定によって，効用最大化理論との整合性のないパラメーターが得られたと報告している．しかし，これに対して，Cosselett[25)] は同一モデルを同時推定（完全情報最尤法）によって求めると，効用最大化理論と整合性のあるモデルが得られたと報告している．したがって，この原因の1つは，段階的推定手法にあると考えることができる．NL モデルについても，推定手法によってパラメーターが大きく変化した例[28)]と，逆に差がほとんどみられなかった例[8)]が報告されており，推定手法による違いとその原因を検討する必要がある．場合によっては，λ に，類似性の違いを調整すること以外の要因が入ってしまう可能性は大きいと考えられる．

d） その他の知見

NL モデルの式形は，ロジットモデルの式に対して，選択肢間の類似性の大小を示す調整パラメーターを加えた形になっているために，選択肢間の類似性が異なる場合でも，選択肢の効用に著しい偏りがある場合，あるいは，選択ツリーのおのおののブランチに含まれる選択肢の効用が等しい場合には，NL モデルとロジットモデルの式形が一致することが指摘されている[24)]．

また，NL モデルとロジットモデルとを比較した例をみると，より一般的なモデルを用いたシミュレーションデータに関する再現誤差がロジットモデルでは予想以上に大きいが，NL モデルでは大幅に削減することを示したもの[27)]，あるいは，政策変数の変化に対する応答が NL モデルとロジットモデルとで大きく異なることを示したもの[23)]がある．

4. 今後の展望

（1） 理論面について

NL モデルは，本来は効用の相関によって示される選択肢間の類似性を，類似性の異なる選択肢グループ別に，そのグループ内での効用の差の分散を変えることによって表わそうとしたものである．その結果，交差弾力性に関して，ロジットモデルよりも現実により近い挙動を示すことができる．しかし，理論的にはプロビットモデル，あるいは EBA モデルを簡略化したモデルを開発することが望ましい．この点について，EBA モデルに対して，EBS モデル[注5]，その一例として HEBA（＝Pretree）モデル[12]がすでに提案されており，NL モデルとの理論面での比較（および実証的比較）を進めていく必要があろう[20]．

また，NL モデルの推定については，完全情報最尤法を用いた同時解法と，段階的な最尤推定法との解が一致しない要因を明らかにすることが望まれる．

（2） 適用面について

NL モデルは，選択肢グループ相互の類似性の違いを考慮できることから，種々の選択行動，特に，目的地と交通手段，あるいは，自動車保有と通勤交通手段の選択など，種々の多次元選択行動を分析するのに適しているといえる．しかし，既存の適用例は非常に少なく，選択ツリーの構造についても明確になっていない．したがって，NL モデルの適用を積み重ねることによって，その有用性，あるいは，適用上の留意点をより明らかにすることが望まれる．

また，ロジットモデルを NL モデルの近似として用いることの利害得失の解明や，TEV モデル，プロビットモデルと NL モデルの実証的比較（特に，政策変化の影響予測精度でみるのが望ましい）の必要性は高いと考える．

謝　辞： 本論文の作成にあたって，貴重な資料の提供と，適切な助言を賜りました，東京大学 太田勝敏助教授に，深く感謝致します．

注1） "赤バス—青バス" 問題の例示

いま，自家用車と赤バスの2種類の通勤手段が利用でき，それらの効用平均値が等しいとする．このとき，車と赤バスの選択確率は等しい．

$$P(\text{車})=\frac{e^{V}(\text{車})}{e^{V}(\text{車})+e^{V}(\text{赤バス})}=\frac{e^{V}}{e^{V}+e^{V}}=\frac{1}{2}=P(\text{赤バス})$$

いま，色彩を除いて赤バスと全く同じ特性をもつ青バスが新たに導入されたとしよう．したがって，青バスのもつ効用平均値は赤バスと同じである．この新しい選択状況に対して通勤者はどのように反応するであろうか．一般的には，車への影響はごく少なく，従来の赤バス利用者が新しい青バスと半々になると考えられる．しかし，IIA 特性により，ロジットモデルでは，車・赤バス・青バスが同じ確率で利用されることになる．

$$P(\text{車})=P(\text{赤バス})=P(\text{青バス})=\frac{e^{V}}{e^{V}+e^{V}+e^{V}}=\frac{1}{3}$$

すなわち，新たな選択肢が導入された場合選択肢相互の類似性を考慮できないために，行動上類似性が高いと考える選択肢の選択確率を過大に評価し，それ以外の選択肢については逆に過少に評価する傾向をもっている．一般には，IIA 特性が成立しない選択状況に対してロジットモデルを用いると，モデルのパラメーター推定値にゆがみが生じ，予測が偏ることが知られている．

注2） McLynn[10]は，ロジットモデルをもとに，選択確率比に他のすべての選択肢の V_j が関与するモデルを考案し，完全競合モデル（fully competitive model）とよんだ．

$P'_i=P_i(1+\lambda u_i)$（P_i はロジットモデルの推定確率）……(C-1)

$u_i=f(P_i)-\sum_j P_j f(P_i)$ ……(C-2)

ただし，$\lambda\geq 0$，$\sum_{\lambda} u_i P_i=0$（このとき，$\sum_i P'_i=1$）……(C-3)

このモデルは，$\lambda=0$ のときロジットモデルになるが，λu_i は，単なる修正であり，効用最大化理論と整合をもたない．また，このモデルは IIA 特性と関連の強い「単純尺度可能」特性をもつ．

注3） 選択確率が関数 P で示される選択モデルが，効用最大化理論と整合するための必要十分条件は，Daly and Zachary[8]によると，以下の5条件を満足することである．選択肢 j の効用 U_j を確率項 ε_j と，変動しない項 V_j の線形結合，

$U_j=V_j+\varepsilon_j \quad 1\leq j\leq r$

で表わすとき

i） すべての定数 α とすべての j に対して，

$P_j(V_1+\alpha,\cdots, V_r+\alpha)=P_j(V_1,\cdots, V_r)$

ii） (j,k) のすべての組合せ（$j\neq k$）に対して，

$\lim_{V_x\to\infty} P_j(V_1,\cdots, V_r)=0$

iii） すべての j に対して，

$P_j(V_1,\cdots, V_r)\geq 0$，かつ，

$\sum_{j=1}^{r} P_i(V_1,\cdots,V_r)=1$

iv） $(-1)^{r-1}\dfrac{\partial^{r-1}P_j(V_1,\cdots, V_r)}{\partial V_1\cdots\partial V_{j-1}\partial V_{j+1}\cdots\partial V_r}$

が，全域について有限（finitely everywhere）で，かつ，非負，かつ連続である．

（この条件は，P_j に対応する密度関数が非負であることを意味している．）

v） すべての j,k に対して，

(Hotelling) $\dfrac{\partial P_j}{\partial V_k}(V_1,\cdots, V_r)=\dfrac{\partial P_k}{\partial V_j}(V_1,\cdots, V_r)$

（この条件は，P_j が相互に比較可能なための必要条件である．）

……(C-4)

注4） GEV モデルは，効用最大化理論と整合性があるモデルで

$P_i=e^{V_i}\dfrac{\partial G(y_1,\cdots\cdots, y_J)}{\partial y_i}\Big/G(y_1,\cdots\cdots y_J)$ ……(C-5)

で示される．ただし，G は，$(y_1,\cdots, y_J)\geq 0$ について，非負で，自由度1の homogeneous な関数であり，

$\lim_{y_i\to+\infty} G(y_1,\cdots, y_J)=+\infty\ (i=1,\cdots, J)$ ……(C-6)

$\partial^K G/\partial y_{i_1}\cdots\partial y_{i_K} \geqq 0\ (k=2m-1)$ m は正の整数

$\leqq 0\ (k=2m)$ $i_l \neq i_m,\ (i_1, \cdots, i_k) \in (1, \cdots, J)$ ……(C-7)

を満たす[11].

$G(y_1, \cdots, y_J)=\sum_{j=1}^{J} y_j$ とおくと，ロジットモデルが得られる．また，

$$G=\sum_d \left[\sum_m \left[\sum_r y_{dmr}{}^{\frac{1}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\sigma}{1-\delta}}\right]^{1-\sigma} \quad \cdots\cdots (\text{C-8})$$

ただし，$0 \leqq \sigma \leqq \delta < 1$

d：目的地　m：手段　r：ルート

とおくと，NL モデルが得られる．ここで，

$$V_{dmr}=(1-\sigma)\alpha X_{dmr}+(1-\delta)\beta Y_{dm}+r\cdot Z_d \quad \cdots\cdots (\text{C-9})$$

と仮定すると，式（C-5）より，

$$P_{dmr}=\frac{e^{\frac{V_{dmr}}{1-\sigma}}}{\sum_l e^{\frac{V_{dml}}{1-\sigma}}} \frac{\left[\sum_l e^{\frac{V_{dml}}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\sigma}{1-\delta}}}{\sum_n\left[\sum_l e^{\frac{V_{dnl}}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\sigma}{1-\delta}}} \frac{\left[\sum_n\left[\sum_l e^{\frac{V_{dnl}}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\sigma}{1-\delta}}\right]^{1-\sigma}}{\sum_b\left[\sum_h\left[\sum_l e^{\frac{V_{bnl}}{1-\sigma}}\right]^{\frac{1-\sigma}{1-\delta}}\right]^{1-\sigma}}$$

$$=\frac{e^{\alpha X_{dmr}}}{\sum_l e^{\alpha X_{dml}}} \frac{e^{\beta Y_{dm}+\frac{1-\sigma}{1-\delta}\cdot I_{dm}}}{\sum_n e^{\beta Y_{dn}+\frac{1-\sigma}{1-\delta} I_{dn}}} \frac{e^{rz_d+(1-\delta)J_d}}{\sum_b e^{rz_b+(1-\delta)J_b}} \quad \cdots\cdots (\text{C-10})$$

ただし，
$$\left.\begin{aligned} I_{dm}&=\log\sum_l e^{\alpha X_{dml}} \\ J_d&=\log\sum_n \exp\left(\beta Y_{dn}+\frac{1-\sigma}{1-\delta} I_{dn}\right)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (\text{C-11})$$

となり，$\theta=(1-\sigma)/(1-\delta)$ かつ $\lambda=1-\delta$ とおくと，

$$P_{dmr}=\frac{e^{\alpha X_{dmr}}}{\sum_l e^{\alpha X_{dml}}}\cdot\frac{e^{\beta Y_{dm}+\theta I_{dm}}}{\sum_n e^{\theta Y_{dn}+\theta I_{dn}}}\cdot\frac{e^{rz_d+\lambda J_d}}{\sum_b e^{rz_b+\lambda J_b}} \quad \cdots\cdots (\text{C-12})$$

となる．これは，

$$\left.\begin{aligned} P_{dmr}&=P_{r|dm}\cdot P_{m|d}\cdot P_d \\ P_{r|dm}&=e^{\alpha X_{dmr}}/\sum_l e^{\alpha X_{dml}} \\ P_{m|d}&=e^{\alpha Y_{dm}+\theta I_{dm}}/\sum_n e^{\theta Y_{dn}+\theta I_{dn}} \\ P_d&=e^{rz_d+\lambda J_d}/\sum_b e^{rz_b+\lambda J_b}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (\text{C-13})$$

となる．式（C-12）から，NL モデルは合成変数 I_{dm}，J_d に，類似性が異なる選択肢グループ間の調整のためのパラメーター（この場合は θ と λ）を掛ける点で，ロジットモデルを拡張したものである．式（C-8），（C-13）より，NL モデルが効用最大化理論と整合性をもつための条件は，

$0<\theta,\ \lambda \leqq 1$

が成立することである．このとき，$1-\theta$，$1-\lambda$ は，代替手段間の類似性と，代替目的地間の類似性を示しており，$\theta=\lambda=1$（$\delta=\sigma=0$）のときには，ロジットモデルになる．

注 5）McFadden[20] は，式（32）で表わされるモデルを HES（a hierarchical elimination system）とよんで，選択ツリーの選択構造を示すモデルの一般形と定義している．TEV モデルは，HES の移行確率 Q に，GEV モデルを適用したものであるが，同時に，EBA モデルを適用した HEBA（a hierarchical Elimination by Aspects）モデル[12]も示しており，仮想的一対比較確率を用いて，TEV, HEBA, MNP (Multinominal Probit) の比較も行っている．

参 考 文 献

1）太田：非集計行動モデルの交通計画への適用に関する研究（Ⅱ）──非集計行動モデルの概要と適用例──，東大工学部都市工学科新谷太田研究室，1981.

2）Luce, R. D.：The choice axiom after twenty years, Journal of Mathematical Psychology, 15, pp. 215～233, 1977.

3）Domencich, T. A. and McFadden, D.：Urban travel demand──a bihavioral analysis, North-Holland, 1975.

4）Daganzo, C.：Multinominal probit──the theory and its application to demand forecasting, Academic Press, 1979.

5）Tversky, A.：Choice by elimination, Journal of Mathematical Psychology 9, pp. 341～367, 1972.

6）Tversky, A.：Elimination by aspects, Psychological Review, 79-4, pp. 281～299, 1972.

7）Makowski, G. G.：Estimating transportation mode utilities, Transportation Engineering Journal of ASCE TE 6, pp. 807～823, 1977.

8）Daly, A. and Zachary, S.：Improved multiple choice models, LGORU, 1978.

9）Williams, W. L. H. C.：On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit, Environmental and Planning A. Vol. 9, pp. 285～344, 1977.

10）Mclynn, J.：Disaggregate mode choice models of fully competitive type, DTM Report, 1973.

11）McFadden, D.：Quantitative methods for analyzing travel behavior of individuals：some recent developments, Working Paper 7704. Urban Travel Demand Forecasting Project, Institute of Transportation Studies, University of California, Berkeley, 1977.

12）Tversky, A. and Sattath, S.：Preference trees, Psychological Review 86, pp. 542～573, 1979.

13）McFadden, D.：The measurement of urban travel demand, Journal of Public Economics, 3, pp. 303～328, 1974.

14）Manheim, M. L.：Fundamentals of transportation systems analysis, volume 1：basic concepts, MIT. Press, 1979.

15）Manheim, M. L.：Practical implications of some fundamental properties of travel-demand models, HRR 422, pp. 21～38, 1973.

16）Ben-Akiva, M.：Stracture of passenger travel demand models, Transportation Research Record 526, pp. 26～42, 1974.

17）McFadden, D.：Working paper No. 7617：properties of the multinominal logit model, Institute of Transportation Studies University of California, Berkeley, 1976.

18）Clerq, F. Ie.：A model for Multimodal trips, in New Developments in Modelling Travel Demand and Urban Systems, ed. G. R. M. Jansen, et al., Saxon House, pp. 93～115, 1979.

19）Chales River Associates, Inc.：Disaggregate travel demand models, project 8-13：phase I report. Vol. Ⅰ, Ⅱ, C. R. A. 1976.

20）McFadden, D.：Econometric models of probabilistic choice, in Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Application ed. C. F. Manski and D. McFadden. MIT Press, 1981.

21) Amemia, T. : On a two-step estimation of a multivariate logit model, Jornal of Econometrics, pp. 13～21, 1978.
22) Sobel, K. N. : Travel demand forecasting by using the nested multinominal logit model, Transportation Research Record. 775, pp. 48～55, 1980.
23) Ortuzar, J. D. : Nested logit models for mixed-mode travel in urban corridors, Transportation Research-A. Vol. 17. No. 4, pp. 283～299, 1983.
24) 原田・太田：Nested Logit モデルの多次元選択への適用性――駅，アクセス手段同時選択の場合――，交通工学，Vol. 18, No. 6, pp. 3～11, 1983.
25) Cosslett, S. R. : Efficient estimation of discrete-choice models, WP 7801, Dep. of Econo. Univ. of California, 1978.
26) McFadden, D. and Talvitie A. et al. : Demand Model Estimation and Validation, Special Report UCB-ITS-SR-77-9, The Institute of Transportation Studies, Univ. of Carifornia, 1977.
27) Williams, H. C. W. L. and Ortuzar, J. D. : Behavioural theories of dispersion and the mis-specification of travel demand models, Transportation Research-B Vol. 16 B. No. 3, pp. 167～219, 1982.
28) Ortuzar, J. D. : Comment : modelling park'n ride as a submodal choices, Transportation, Vol. 9, pp. 287～291, 1980.
29) 宮本・安藤・清水：都市圏住宅立地需要予測モデル，第5回土木計画学研究発表会講演集，pp. 540～546, 1983.
30) 林・磯部・冨田：非集計手法を用いた住宅需要分析モデル，第5回土木計画学研究発表会講演集，pp. 547～555, 1983.

(1984. 11. 6・受付)