

上・下部構造一体システムの最適化に関する研究

STUDY ON OPTIMIZATION FOR SYSTEM RELIABILITY OF SOIL-SUPPORTED STRUCTURE

松尾 稔*・出村 禧典**

By Minoru MATSUO and Yoshinori DEMURA

The structure is composed of a superstructure and foundation. The superstructure and foundation are designed separately in the present design method, but it is an ideal that the optimum design of a structure is carried out as one system. The present paper describes the procedure of optimization for system reliability of soil-supported structure. Each optimum design alternative of a superstructure and foundation is decided by minimizing the expected total cost as a whole. The plate girder bridge constructed on the poor ground is examined as a case study. The optimum safety factors of the main girders and the foundation are decided from the view point of system reliability.

1. ま え が き

通常の構造物は上部構造と下部構造から構成されており、現実には上・下部構造が一体となって各種荷重に抵抗し、機能を果している。ところが、設計の困難さゆえに上部構造と下部構造を別々の設計規準に則って設計しているのが現状である。その場合、上部構造と下部構造の相互影響は、それぞれの構造設計法の中で、安全側に見積られた定数として処理されている。このような現行設計法は経験の蓄積により結果的に妥当なものになっているのかもしれない。しかし、それを定量的に証明できないので、安全性と経済性の面において上部構造と下部構造の調和がとれていないかもしれないという疑問が残る。したがって、両者の調和を定量的に表現しようとする努力は価値があろう。本論文では、上・下部構造一体設計に関する一連の研究中、プレートガーダー道路橋を一事例として取り上げている。具体的には、損傷事例の多い橋台の側方流動に対する安全率と、上部構造の中心部材である主桁の主荷重に対する安全率を斉合性を保ちながら同時に最適決定する方法を提案している。

手法としては信頼性設計の概念を用い、上・下部構造全体の期待総費用を目的関数として、これを最小にするように上・下部構造それぞれの安全率を決定する。なお、決定の精度を上げるために、これまでに架設され、供用されてきている実際橋梁の上・下部構造の使用実態や損傷事例をフィードバックできるシステムにしている。

2. 最適安全率決定の考え方

(1) 基本的な設計理念

現行設計法では上部構造と下部構造に関して別個の設計空間を設定し、それぞれの設計空間において最適設計案を探索している。上・下部構造の相互要因、たとえば下部設計に用いる上部からの荷重や上部設計に影響を与える基礎の沈下などは、それぞれの設計空間において安全側に見積られ、定数として与えられている。これに対し、上・下部構造を一体として設計するには、これらの設計空間を一つに統合し、その統合された設計空間内で構造物全体としての最適設計案が探索されなければならない。これが理想である。しかし、いかに容易なことではない。主たる理由は、次のようである。

(a) 上・下部構造の力学的特性の相違に起因して、研究の視点や設計法の考え方が異なる。しかもそれぞれが歴史的な重みと実績によって支えられているから、こ

* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部地盤工学教室
(〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 工修 石川工業高等専門学校助教授 土木工学科

れを統一した新しい考え方で記述することは、にわかには困難な状況にある。

(b) 技術的な問題として、設計変数が非常に多くなり、最適設計案の選定作業が現実には不可能になる。

そこで、本研究では、次善の方法として次のように考える。すなわち、それぞれの設計空間を別々に設定することは従来と変わらないが、上・下部構造2つの空間をつなぐ共通の尺度を設定する。この共通の尺度が具備すべき条件は、分離された設計空間による最適設計案を、統合された設計空間での最適設計案に近づけるものでなければならない。換言すると、その尺度が有すべき資格は上・下部構造それぞれの安全性に深くかかわる支配的な要因でなければならない。両空間の共通の尺度はいくつかあるが、上述の支配的要因という意味では、疑問の余地なくそれは基礎の変位量であろう。たとえば、図-1のような橋梁モデルでみてみよう。いま基礎の変位量を δ とする。上部構造は、下部から伝達される δ に対応する応力と変形を解析したうえで安全率 (G_U) を満足するように設計される。そして、その設計案に対する建設費と、それがもたらすかもしれない力学のおよび機能的ダメージに基づく損失費が計算される。同様に、下部構造も変位量 δ に対応する設計がなされ (安全率 G_L)、その建設費や損失費が求められる。かくして、上・下部構造に関するこれらの費用の合計、すなわち総費用が最小になるように最適設計案が決定される。表示の簡単化のために、設計案を代表する指標として安全率をとり、総費用 C_T を次式のように表わす。

$$C_T = C_{CU}(G_U, \delta) + C_{FU}|D(G_U, \delta)| + C_{CL}(G_L, \delta) + C_{FL}|D(G_L, \delta)| \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 C_C は建設費、 $D(\cdot)$ は安全率と基礎の変位量に対応するダメージの程度、 C_F はダメージの程度に対応する損失費、また添字 U, L はそれぞれ上部、下部を表わす。そして、 C_T を最小にするように、最適安全率 G_U^* 、 G_L^* と最適変位量 δ^* を決定する。すなわち、

$$(G_U^*, G_L^*, \delta^*) = \min_{G_U, G_L, \delta} C_T(G_U, G_L, \delta) \dots \dots \dots (2)$$

(2) 設計の流れ

上述の設計理念を、プレートガード道路橋の設計に具現化するため以下のように考える。

設計の流れを図-2に示す。このシステムは、軟弱地盤上の橋台に支持される橋梁を対象としている。図には

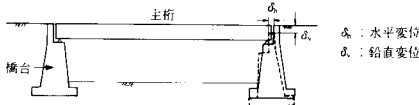


図-1 橋台が沈下する場合の橋梁の模式図

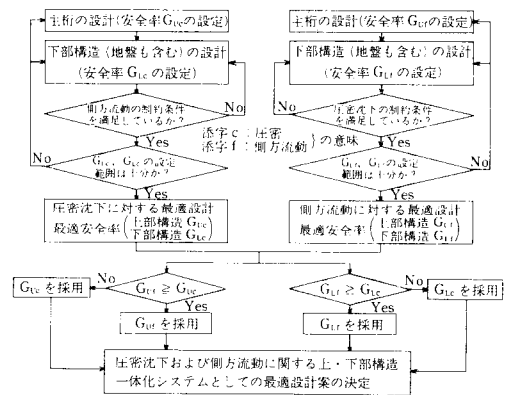


図-2 上・下部一体設計法による最適設計案の決定システム

上部構造の最重要部材である主桁の設計について示してあるが、他の部材、たとえば横桁などの設計に関しては、図の主桁の部分にそれを置き換えればよい。設計の手順としては、まず上部構造の設計代替案を設定し、その条件下で下部構造の設計を行うことになる。設計の流れが2つに分かれている理由は以下のとおりである。構造物の設計は、予想されるさまざまな力学の現象に対してなされなければならない。下部構造の設計でいうと、その主要なものは橋台の背面盛土による地盤の側方流動と圧密沈下である。前者は施行中および施工直後のいわば短期問題であり、後者は施工後の長期問題である。この両者を同時に考慮した設計が理想ではあるが、それぞれの力学現象は互いに性質が異なり、したがってそれらに対する理論的、実務的な取扱い方も異なっている。将来、せん断変形と圧密変形を統一的に記述できる、実務的にも優れた構成方程式が確立されるまでは、便宜上これらの現象を分離し、まず、非排水状態での変形が生じた後、圧密変形が生じるとして設計を考えていくのが現状である。そこで、図-2に示すように、側方流動に対する最適設計と圧密現象に対するそれを、まず別途に実施する。そしてそれぞれの最適解を比較し、両現象を包括するように安全側の解を実施設計案として採択する (図の下半分のシステム) のが現状では最も妥当な工学的選択であると考えられる。3.以降には側方流動に関する設計、すなわち図の右側の流れに沿った具体的研究成果を示す。

さて、側方流動に対する設計に限ったとしても、なお非常に困難な問題がある。その最たるものは、地盤および上部構造の応力と変位、それに対応する安全度およびその状態がもたらす上・下部構造のダメージの程度の相互関係を普遍的に精度高く表現することの困難さである。これらを連続的な関数として表現することは現在の土質力学、構造工学の実力では不可能に近いといわざるを得ない。そこで本研究では、後の3., 4.で詳述する

ように、実態の逆解析を通して、離散的なものであるけれども、実務設計に供し得るこれらの関係を求める努力をする。すなわち、式(1)における変位 δ 、安全率 G_L とその状態が上・下部構造に与えるダメージ D との関係を実態の解析結果から求めようとするのである。

なお、主桁は、主荷重に対する降伏や座屈破壊に対して設計することとする。他の荷重による他の現象に対しても安全性は当然検討されるが、特殊な場合を除き主桁の断面は、主荷重に対する降伏や座屈破壊の組合せに対して決定されるからである。ただし、後の5. に示すように、下部構造との関連において主桁の破壊の計算には、主桁に生じる温度応力を導入しなければならない。

(3) 信頼性設計の適用

設計の評価のための損失関数は次式で表わされる。これは式(1)を設計へ適用するために書き改めたものである。

$$E[C_T(G_U, G_L, \delta)] = C_{cu}(G_U, \delta) + \sum_{i=1}^{n_{D_U}} C_F(D_{Ui})P(D_{Ui}; G_U, \delta) + C_{cl}(G_L, \delta) + \sum_{i=1}^{n_{D_L}} C_F(D_{Li})P(D_{Li}; G_L, \delta) \dots \dots \dots (3)$$

ここに、各記号は式(1)と同じであり、 $E[C_T]$ は期待総費用を表わす。ダメージ D は G や δ に関して連続的に表現するのが理想であるが、先に述べたようにこれが困難であるので、その程度をランク分け(ランク数 n_D 、各ランクは互いに排他的)して取り扱う。そのため D_i のように添字 i を付してある。また3つ以上のランク分けも困難な場合は、破壊、非破壊の2つの事象だけに注目せざるを得ない。それぞれのダメージの生じる確率は次式のように表わされる。たとえば上部構造の場合、

$$P(D_{Ui}; G_U, \delta) = \text{Prob.}[Z_{Ui} | X_i(G_U, \delta), X_1(G_U, \delta), \dots, X_n(G_U, \delta) \leq 0] \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 X_1, \dots, X_n は、ダメージを生ぜしめる荷重や強度を表わす確率変数である。また、 $Z_{Ui}(\cdot)$ は D_{Ui} なるダメージに関する限界状態関数であり、ダメージが生じたとき、その値がゼロまたは負になるように定義されている。

かくして、最適安全率の決定は、 $E[C_T(G_U, G_L, \delta)]$ を目的関数とした最適化問題である。すなわち、

$$E[C_T(G_U, G_L, \delta)] \rightarrow \min \left\{ \begin{array}{l} \dots \dots \dots (5) \\ g(G_U, G_L, \delta) \leq 0 \dots \dots \text{制約条件} \end{array} \right.$$

ここに、 $g(\cdot)$ は設計規準に定められた各種の制約条件を表わす。ところで、目的関数が制約条件内において凸関数であるか否か、また、制約領域が凸領域か否かの理論的な吟味は非常に難しい。そこで当面は、数値計算的に最適化の検討を進めていくことにする。具体的な損失関数や決定システムは5. で述べる。

3. 主桁の使用実態の評価法

主桁の使用実態のフィードバック手法に関する詳細は文献¹⁾で述べているので、ここでは本論文に必要な点を最小限の範囲で再録する。

主桁の設計における各種の不確実要因を、部材強度に関するもの、部材応力に関するもの、その他の要因に分ける。いま部材強度を R 、部材応力を S なる確率変数で表わすと、 R には材料強度のばらつき、部材の製作および強度解析に伴う誤差などが含まれ、また S には荷重強度のばらつき、応力の解析誤差などが含まれる。一方、その他の要因を K なる確率変数で表わす。 K には、製作および施工誤差や各種モデル化に伴う誤差などが含まれる。そして、破壊基準式を次式のように表わす。

$$K \frac{R}{S} \cong 1; \left\{ \begin{array}{l} > 1; \text{非破壊} \\ \leq 1; \text{破壊} \end{array} \right. \dots \dots \dots (6)$$

ところで、式(6)による主桁の破壊確率の計算には確率分布 R, S, K のパラメーター $\theta_R, \theta_S, \theta_K$ が必要となる。 R, S のパラメーターは実験や調査に基づく近年の研究成果より把握されている²⁾⁻⁵⁾。一方、現時点では K に関するパラメーター θ_K を把握するための厳密な方法はないので、本研究では、同種の構造物の使用実態より統計的に推定することとする。その基本的な考え方は以下のようなものである。同一規準によって過去に建設された構造物に生じた R, S, K は同一の母集団からの標本と考え、構造物の使用を一種の確率実験とみなして使用後の破壊・非破壊状態を、2値的な実験結果事象と考える。そして、過去に建設された多くの橋梁の結果事象から未知母数 θ_K を推定するのである。具体的にはベイズの定理より次式で推定される。

$$\xi^1(\theta_K | A=a) = \frac{P(A=a | \theta_K) \xi(\theta_K)}{\int P(A=a | \theta_K) \xi(\theta_K) d\theta_K} \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $\xi(\theta_K)$ は未知母数 θ_K の仮定された事前分布で、 $\xi^1(\theta_K)$ は使用実態をフィードバックしたことにより修正された事後分布である。 $P(A=a | \theta_K)$ は、未知母数を θ_K としたときの予測使用実態が実際に生じた使用実態に一致する確率である。

4. 橋台の側方移動による損傷事例の評価方法

(1) 従来の研究

紙幅の都合で主なものをごく簡単に述べる。背面盛土(偏載荷重)により地盤に側方流動が生じ、橋台が前面に移動する現象が多発している。しかし、軟弱地盤の側方流動のメカニズムは非常に難しいので橋台の側方移動量を正確に予測できないのが現状である。そこで、日本道路公団、建設省、首都高速道路公団などでは、橋台の

側方移動による損傷事例を収集、解析し、側方流動を支配する主要因を抽出してそれらを組み合わせ、設計の際の判定指標や判定基準を提案している^{6)~9)}。

日本道路公団では⁶⁾、損傷事例を A, B, C の 3 つのランクに分けている。本論文でも用いるので、その内容を簡単に転載すると以下のようである。

- A：橋台の移動が大きく、施工時に橋台形式の変更を行ったもの、あるいは継手・沓などの補修を行ったもの。
- B：大きな補修はしていないが、橋台の移動により伸縮継手が密着しているもの。
- C：橋台の移動が認められないもの、または継手間隔から見て移動したと推測されるが、工学的に問題がないもの。

さて、各ランクと、地盤条件（一軸圧縮強度、軟弱地盤層厚、上部砂層の有無など）および構造条件（橋台高さ、橋台幅など）との関係を数量化Ⅱ類によって解析して、以下のような判定指標、 F 値を提案している。

$$F = (C/\gamma h)/d \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $(C/\gamma h)$ は安定係数、 d は軟弱地盤層厚である。図は省略するが、 F 値と各損傷ランクとの対応はかなり良いようである。 F が 4.0 より大きい場合、側方流動のおそれはないとしている。

建設省では⁸⁾、最初、円弧すべり面法による安全率を判定指標に用いるべく試みられたが、損傷との明確な対応がつかなかったようである。そこで、地盤に関する安定係数をベースに、軟弱地盤層厚、橋台幅、橋台長などの構造条件を組み入れた次式の I 値を提案している。

$$I = \mu_1 \times \mu_2 \times \mu_3 \times (\gamma h/C) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $\mu_1 (=d/l)$ は軟弱地盤層厚に関する補正係数、 $\mu_2 (=b/B)$ は基礎体抵抗に関する補正係数、 $\mu_3 (=D/A)$ は軟弱層厚および橋台長に関する補正係数であり、 l は杭長、 b は基礎体幅、 B は橋台幅、 A は橋台長である。やはり図は省略するが、 $I=1.5$ を基準値とすると変状の有無を明確に識別できることを示している。ただし、この方式は損傷の有無の 2 つの状態にしか分けられていない。

(2) 損傷事例の逆解析

本研究では、側方流動に対する安全性は円弧すべり面法による安全率によって評価する。これが側方変位量と密接に関連することに加え¹⁰⁾、定義の明確さ故に技術者にとって受け入れやすいからである。本論文の例題では橋台そのものの設計は取り扱わず、下部構造の設計として地盤改良設計のみを対象とするので、基礎地盤の安定計算における安全率が、式(1)~(5)中の G_L になる。なお、地盤の強度や変位は確率変量であるが、これらのばらつきは確率変量としての G_L の中にも含める。また、

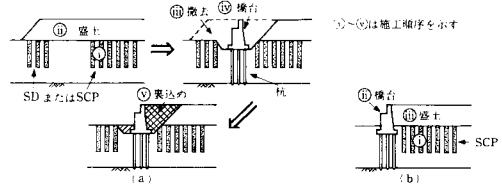


図-3 基礎の施工順序

特別断らないかぎり G_L は中央安全率を表わす¹¹⁾。

さて、まず損傷事例を収集し、そのダメージの程度を D_A, D_B, D_C のランク（これらは日本道路公団のランク A, B, C と同じ）に分けた。そして各ランクの損傷を生じた事例の G_L の分布を求め、ダメージの大小と G_L の関係を明らかにした。なお、橋台施工中または竣工直後に損傷が生じた場合だけを取り上げ、長期間経過後損傷が生じ始めたと考えられる事例は、側方流動によるものとは考えられないので解析の対象から省いた。

まず、解析の対象とした事例がどのような方法で施工されたものであるかの概略を簡単に述べておく必要がある。それは大別して次の 3 つの方法である。すなわち、①基礎地盤は無処理のまま橋台も設置し、背面盛土をする。②図-3(a) に示すように、地盤をサンドドレン（以後簡単のために SD と呼称）あるいはサンドコンパクションパイル（同 SCP と呼称）で改良し、その上に盛土をして圧密させる（プレローディング）。その後盛土の一部を撤去して橋台を設置し、その背面を裏込めする。③図-3(b) にみられるように、地盤を SCP で改良して橋台を作り、ただちに背面盛土を行う。解析した事例は 54 例で、上記①が 25 例、②が 23 例、③が 6 例であった。

安定計算は、それぞれの事例を上記各施工法別に分類し、忠実に図面化して通常円弧すべり面法によって計算した。ただし、橋台部の強度は極端に大きいので、橋台の下を通るすべり面について検討している。また、SCP 施工の複合地盤については、実務で広く実施されている方法に従い砂杭への応力集中（応力分担比=3）と砂杭のせん断強度（内部摩擦角 $\phi=35^\circ$ ）を見込んで計算している¹²⁾。なお、強度係数について一、二追加しておく以下のようなようである。図-3 で背面盛土をプレローディングとして活用した事例では、 $(c_u/p)=0.3$ と仮定し、橋台裏込め完成時までの圧密度を考慮して強度増加を見込んでいる。また、地盤調査として N 値しかない場合があった。このときには、 N 値をもとに砂層の ϕ は Meyerhof の関係から¹³⁾、また一軸圧縮強度 q_u は文献¹⁴⁾を参考にして、

$$q_u = \begin{cases} 20 + 30 N/4 & (\text{kN/m}^2), N \leq 4 \\ 100 N/8 & (\text{kN/m}^2), N > 4 \end{cases} \dots\dots\dots (10)$$

として設定した。

以上の準備に基づいて G_L を計算し、各損傷ランク別にプロットしたのが図-4である。図には、 D_A 、 D_B 、 D_C の各ランク別（縦軸）の G_L （横軸）の分布を示している。黒丸印は土質試験によって q_u が求められている場合の逆解析結果を、また白丸印は N 値から q_u を推定した場合の結果である。したがって、一応は前者の方が後者より精度が高いと思われる。図-4から明らかなように、かなり粗い解析ではあるけれども、算出された G_L は、側方流動によるダメージの大小とはかなりよく対応している。すなわち、 D_A ランクでは G_L は 1.2 以下に分布しており、特に黒丸印は 1.0 より小さい範囲に位置している。また D_C ランクでは G_L は 0.9 以上に分布するが、黒丸印の各結果は 1.2 より大きくなっている。 D_B ランクが D_A の大きい範囲と D_C の小さい範囲にオーバーラップしてくるのは、そのダメージの程度を考えれば当然といえよう。

(3) 評価の方法

前述したように橋台に生じる各ランクのダメージの生起確率 $P(D_A; G_L)$ 、 $P(D_B; G_L)$ 、 $P(D_C; G_L)$ は次のように求められる。

図-4の G_L の分布は、 D_A 、 D_B 、 D_C なるダメージが生じたという条件のもとでの G_L の条件付確率分布とすることができる。これらの分布の確率密度関数を $f(G_L|D_A)$ 、 $f(G_L|D_B)$ 、 $f(G_L|D_C)$ とすれば、設計安全率を G_L としたときの各ランクのダメージの生起確率は、ベイズの定理より次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} P(D_A; G_L) &= P_A / P_{ABC} \\ P_A &= P(D_A) f(G_L | D_A) \\ P_{ABC} &= P(D_A) f(G_L | D_A) + P(D_B) \\ &\quad \times f(G_L | D_B) + P(D_C) f(G_L | D_C) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$P(D_B; G_L)$ 、 $P(D_C; G_L)$ も式 (11) と同様求められる。なお、 $P(D_A)$ は、全損傷事例数に対する A ランクの事例の相対度数である。 $P(D_B)$ 、 $P(D_C)$ についても同様である。上記の確率を次章で示す図-5の最適安全率決

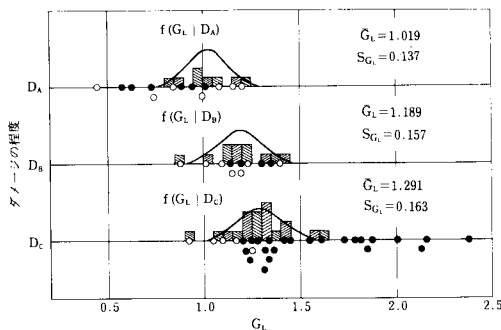


図-4 ダメージのランク別の G_L の分布

定システムに組み入れることにより、側方流動による損傷事例の逆解析結果を安全率決定にフィードバックすることができるのである。

各ランクのダメージに関する分布形は次のような考えに則って設定した。図-4によると D_A ランクのダメージの中には、 G_L の小さい事例がいくつかある。仮に意図的に G_L 小の設計をすれば、当然 D_A ランクのダメージが生じる確率は大きくなるが、極端に G_L が小さい事例は不適切な設計であったと判断すべきである。今後の最適設計に使用するデータとしては、もともと設計は不当ではなかったが不確実要因のために G_L が小さくなり、結果的に破壊が生じてしまったと考えられる事例のみを取り扱うべきである。そこで本論文では、 $G_L \leq 0.75$ の事例は D_A ランクのダメージが生じた事例の中から省略する。また、 D_C ランクのダメージが生じた事例の中には、 G_L がかなり大きい場合が含まれている。 D_C ランクには、 D_B ランクに近いダメージの生じた事例からダメージがほとんどない事例までが含まれている。当然のこととして、もしダメージが皆無に近い事例を多く収集して逆解析すれば、 G_L 大の範囲の結果が増加する。 D_C ランクに含まれている事例を、ダメージが皆無または、そうでない事例に区別できればよいのであるが、橋台の移動量の正確な測定は困難であり、このような区別は不可能である。さらに、本論文で対象とする設計は軟弱地盤上の橋台であるから、 G_L の値があまり大きい地盤は対象外である。以上のことを勘案して、以下に用いる解析では、 $G_L > 1.7$ の事例を D_C ランクの事例から省略した分布とする。そして、 D_C ランクの中にはダメージが皆無の事例は含まれていないとし損失費を計算する。 D_A ランク、 D_C ランクの分布に対するこのような考え方は、設計上は安全側の最適決定値を与える。

なお、 G_L の分布形は、図-4の実線で示すように正規分布とする。理由は以下のようなものである。図の G_L のばらつきは、計算式の誤差、土質係数の誤差、損傷程度の

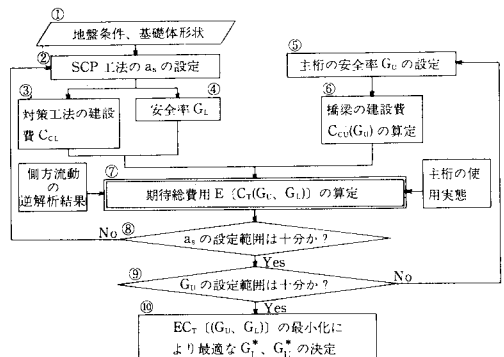


図-5 最適安全率 G^* 、 G_0^* の決定手順

範囲やその識別の不明確さなどから生じてくる。また、逆解析用事例の収集には最大限の努力を払ったが、それでもなお、各分布形を正確に同定するには不足であるから、二次の統計量までを参考にすることが限度と考えられる。かくして、当面は正規分布と仮定するのが適当であると考えられる。このようにして得られた各ダメージの統計量は図-4中に示してある、すなわち、 \bar{G}_L は平均値、 S_{G_L} は標準偏差である。

5. 最適安全率決定システム

(1) 計算の手順

基礎の安全率 G_L と主桁の主荷重に対する安全率 G_U の最適組合せを決定するための計算手順を図-5に沿って説明する。基礎地盤の安全性を高めるための工法は種々あるが、ここでは説明の簡単のために SCP 工法に限定する。すなわち、砂置換率 a_s (砂杭断面積と地盤全横断面積の比) を設計代替案とするのである。他の対策工法を用いる場合には、図中の砂置換率に関する項目をその工法の項目に置き換えればよい。

まず図の①設計対象の橋台を設置する地盤の強度や層厚などの地盤条件と橋台の高さや幅などの基礎体の形状が与えられる。②1つの代替案としての砂杭の配置、すなわち砂置換率 a_s を設定する。③その代替案の実行費用、すなわち砂置換率に対する砂杭の打設費などの工事費 C_{cl} を算定する。④橋台を含む基礎地盤の安定を円弧すべり面法により計算し安全率 G_L を求める。一方、⑤主桁の一設計代替案としての安全率 G_U を設定する。⑥その安全率確保に必要な主桁の断面と橋梁建設費を計算する。そして⑦上記の上・下部構造の設計代替案に関する期待総費用 $E[C_T]$ を式(3)を具体化した後の式(15)によって求める。このためには、図-4に示した逆解析結果と、式(7)に示した主桁の使用実態が適用される。⑧、⑨ a_s (すなわち G_L)、 G_U に関する十分な数の設計代替案が検討されたかどうかを判定し、不足ならば②、⑤に戻り同様の計算を繰り返す。⑩ $E[C_T]$ が最小となる上・下部構造の組合せを最適設計案として採択する。

(2) 損失関数

橋台を含む基礎のダメージは4.に示したように D_A 、 D_B 、 D_C の3つのランクに分かれる。 D_A は橋台の施工途中で発生し、 D_B 、 D_C は橋台施工後主桁が架設され道路として供用が開始されてから発生が確認される。一方、主桁のダメージとして供用期間中の主荷重や温度応力による破壊を考えなければならない。これを D_c で表わす。また、主桁にダメージの生じない状態を D_0 で表わす。これらのダメージの組合せは図-6に示すように①~⑥に分かれる。詳細な計算手順は5.(3)で説明するが、

簡単に各ケースの損失費を述べると以下のようなものである。

(i) ①、②は、橋台が竣工直後までに地盤の大変形に起因する D_A なるダメージが発生する場合である。このときには基礎地盤も含めた橋台の再建や補強工事を実施しなければならない。したがって損失費としては、そのための直接工事費および工期遅延に起因する損失を計上しなければならない。この費用を C_{FA} とする。橋台が再建された後も、理論的には再び大きなダメージが生じる可能性はゼロではないが、現実にはこのような事態の発生はないとしてよい。そこで本解析では、再建後には D_C なるダメージのみが生じるとする。 D_C は主桁のダメージ D_c に影響を及ぼさないから、 D_C の生起確率 $P(D_C; G_U)$ は、主桁のみに注目して算定することができる。主桁の破壊による損失費を C_{FC} とすれば、ダメージ D_A が発生した場合の期待損失費 $E[C_{FA}]$ は次式で表わされる。

$$E[C_{FA}] = P(D_A; G_L) \{ C_{FA} + C_{FC} P(D_C; G_U) \} \dots \dots \dots (12)$$

上式で D_A が生じる確率 $P(D_A; G_L)$ は式(11)で求められる。

(ii) ③、④は、 D_B なるダメージが生ずる場合である。主桁がすでに架設されており、伸縮継手の密着によって温度応力が発生する。したがって、 D_B は主桁のダメージ D_c に影響を及ぼす。いま D_B の発生を条件とした D_C の生起確率を $P(D_C; G_U | D_B)$ とすれば、③の期待損失費 $E[C_{FB}]$ は次式で表わされる。

$$E[C_{FB}] = C_{FC} P(D_B; G_L) P(D_C; G_U | D_B) \dots \dots \dots (13)$$

なお、④のように、 D_B が生じても主桁に損傷が起らなかった場合は損失費はゼロである。

(iii) ⑤、⑥は、 D_C に対応し、この場合には主桁への直接的な影響はないから損失としては D_C のみに注目すればよい。したがって、⑤の期待損失費 $E[C_{FC}]$ は次式のようになる。

$$E[C_{FC}] = C_{FC} P(D_C; G_L) P(D_C; G_U) \dots \dots \dots (14)$$

⑥の損失費がゼロであることは説明するまでもない。

(iv) 以上の①~⑥の期待総費用 $E[C_T]$ は次式のように表わされる。

$$E[C_T(G_U, G_L)] = C_{cl}(D_U) + C_{cl}(G_L) + P(D_A; G_L) \{ C_{FA} + C_{FC} P(D_C; G_U) \} + C_{FC} P(D_B; G_L) P(D_C; G_U | D_B) + C_{FC} P(D_C; G_L) P(D_C; G_U) \dots \dots \dots (15)$$

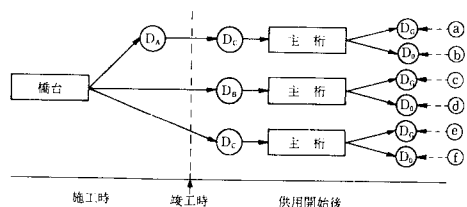


図-6 主桁と基礎のダメージの組合せ

(3) 発生確率の計算

式 (15) を計算するためには、式中の $P(D_c; G_v)$, $P(D_c; G_v | D_B)$ の具体的計算手順を示す必要がある。これは以下のものである。ただし、式 (29) を除く以下に示すすべての式の考え方や妥当性については十分に検討し、すでに公表済みであるので、紙幅の都合上ここでは本論文にとって必要最小限の記述にとどめる。

(i) $P(D_c; G_v)$ の計算のためのモデル：この確率は、図-6 のケースのⒶ, Ⓞに対して必要となるもので、 D_c としては、主荷重による破壊のみを考えればよい。これには次式で示す確率モデルを用いる。

$$Z(t_j) = K \cdot R - |S_D + S_L(t_j)| / \Phi(t_j) \quad (16)$$

$$\cong 0; \begin{cases} > 0; \text{非破壊} \\ \leq 0; \text{破壊} \end{cases}$$

ここに、 $Z(t_j)$ は主桁の建設後 t_j 年目の破壊限界状態関数で、 K, R は式 (6) において定義された K, R である。また、 S_D は主桁に生じる死荷重応力、 $S_L(t_j)$ は t_j 年目に生じる年間最大活荷重応力で、これらと式 (6) の S とは次式の関係にある。

$$S = S_D + \max_{1 \leq t_j \leq T_c} S_L(t_j) \quad (17)$$

ここに、 T_c は橋梁の供用年数である。なお、式 (16) における $\Phi(t_j)$ は主桁の劣化を示す関数で、ここでは特に腐食による劣化に重点をおき、建設直後の主桁の断面係数と、腐食によって減少した断面係数の比を示している。

(ii) 式 (16) 中の確率変数の母数と G_v の関係：道路橋示方書の設計規準の考え方を式で表わすと、

$$R^* / \nu \geq S^* \quad (18)$$

ここに、 ν は安全率、また R^*, S^* は設計規準に定められた部材強度と部材応力である。いま、 R^*, S^* と、 R, S の平均値 μ_R, μ_S との関係は次式で表わす。

$$\begin{cases} R^* = B_R \mu_R \\ S^* = B_S \mu_S \end{cases} \quad (19)$$

ここに、 B_R, B_S は規準値と平均値を関係づける係数で細長比やスパン長などによって異なり、近年の研究成果より明らかにされてきている^{21,51}。 ν を本論文で用いている記号 G_v に置き換えると、

$$G_v = (B_R \mu_R) / (B_S \mu_S) \quad (20)$$

(iii) $P(D_c; G_v)$ の計算：式 (16) の確率モデルを用い、また構造物を直列結合システムに置くことにより以下に示すように計算される。

$$P(D_c; G_v) = \int \left[1 - \text{Prob.} \left\{ \bigcap_{m_i} \bigcap_{0 \leq t_j \leq T_c} K(\theta_k) R \right. \right. \\ \left. \left. > \frac{S_D + S_L(t_j)}{\Phi(t_j)} \right\} \right] \xi^1(\theta_k) d\theta_k = \int \left[1 - |L(0 | \theta_k)|^{m_i} \right. \\ \left. \cdot \exp \left\{ -m_i \sum_{j=1}^{T_c} h(\tau_j | \theta_k) \right\} \right] \xi^1(\theta_k) d\theta_k \quad (21)$$

ここに、 $\xi^1(\theta_k)$ は式 (7) で求めた未知母数 θ_k の分布であり、 $L(\cdot), h(\cdot)$ は、それぞれ1本の主桁の信頼性関数と危険率関数を表わす。なお、 $L(0 | \theta_k)$ は、供用開始前の信頼度である。式 (21) を計算するために必要な $h(\tau_j | \theta_k)$ は以下のように与えられる。

$$h(\tau_j | \theta_k) = \int \int_{q < s_{T_j}} f_q(q; \tau_j | \theta_k) f_{s_{T_j}}(s'_{T_j}; \tau_j) dq ds'_{T_j} \quad (22)$$

$$f_q(q; \tau_j | \theta_k) = \frac{\prod_{j=1}^{j-1} F_{s_{T_j}}(q; \tau_j) f_q^0(q | \theta_k)}{\int \prod_{j=1}^{j-1} F_{s_{T_j}}(q; \tau_j) f_q^0(q | \theta_k) dq} \quad (23)$$

$$f_{s_{T_j}}(s'_{T_j}; \tau_j) = f_{s_L} \left[\frac{s_L}{\Phi(\tau_j)} \right] \frac{1}{\Phi'(\tau_j)} \quad (24)$$

$$\Phi'(\tau_j) = \frac{\lambda |1 - \Phi(\tau_j)| + 1}{\Phi(\tau_j)} \quad (25)$$

$$\lambda = S_D / S_L \quad (26)$$

$$f_q^0(q | \theta_k) = \int_0^\infty \int_0^\infty f_k \left(\frac{q + S_D}{r} \right) \frac{1}{r} f_R(r) \\ \times f_{s_D}(S_D) dr dS_D \quad (27)$$

ここに、 $f_k(k | \theta_k), f_R(r), f_{s_L}(S_L), f_{s_D}(S_D)$ は、 K, R, S_L, S_D の確率密度関数である。本数値計算では、それぞれ正規分布とし、研究成果に基づいて平均値、変動係数を表-1 のようにした。なお、 S_D, S_L の統計量は、死荷重や活荷重の変動のほか、荷重から応力への変換の際に生ずる誤差も考慮して算定された値である^{21~41}。

(iv) $P(D_c; G_v | D_B)$ の計算： D_B 発生という条件のもとで主桁に破壊が生じる確率であり、これは図-6 のケースⓄに相当する。したがってこの場合には D_c としては、主荷重による応力のみならず温度応力 s_T に起因する破壊を考慮しなければならない。そこで、式 (16) の代わりに次式が適用される。

$$Z'(t_j) = |K(\theta_k) R - s_T| - |S_D + S_L(t_j)| / \Phi(t_j) \\ \cong 0; \begin{cases} > 0; \text{非破壊} \\ \leq 0; \text{破壊} \end{cases} \quad (28)$$

基礎地盤の側方流動は供用開始直後までに生じてしまっているため、温度応力の発生時は $t_j = 0$ とする。したがって、 $P(D_c; G_v | D_B)$ は (ii) で示したのと同様の手順で計算することができる。ただし式 (27) の代わりに次式を用いばよい。

$$f_q^0(q | \theta_k) = \int_0^\infty \int_0^\infty f_k \left(\frac{q + S_D + S_T}{r} \right) \frac{1}{r}$$

表-1 計算に用いた統計データ

	平均値 規準値	変動係数		平均値 規準値	変動係数
S_D	0.50	0.32	R	1.15	0.10
S_L	0.32	0.38			

$$\times f_n(r)f_{s_0}(S_0)drdS_s \dots \dots \dots (29)$$

6. 数値計算結果と考察

側方流動に対する基礎地盤の安全率と主桁の安全率の最適組合せに関する数値計算結果を示し、若干の考察を加える。

(1) 計算条件

上部構造モデルは、スパン 40 m、8 本の主桁から構成される鋼プレートガーダー 1 等道路橋である。下部構造は、図一七に示すように橋台を含む軟弱地盤であり、背面盛土高さは 7 m である。地盤の非排水強度 c_u としては、25、20 kN/m² の 2 つのケースを想定し、SCP を打設した後ただちに橋台を施工するものとする (4.(2) の施工法③に相当)。

工事費は最新の積算資料を参考に、SCP 工法では砂杭の施工費を 3450 円/m として算定する。橋梁に関する建設費は、鋼重に比例する費用と一定の費用に分けられるとして、それぞれ 5 万円/kN、5000 万円/橋として算定した¹⁵⁾。

一方、破壊費用としては、まず橋台施工中に側方流動が生じたための橋台の再施工の費用 (C_{FA})、供用開始後の主桁の破壊に伴う費用 (C_{FC}) の算定が必要である。 C_{FA} は大別すると、直接的な対策工費と工期の遅れによる損失費の 2 つに分かれる。すなわち、

$$C_{FA} = k_F C_{CL} + C_{FC} \dots \dots \dots (30)$$

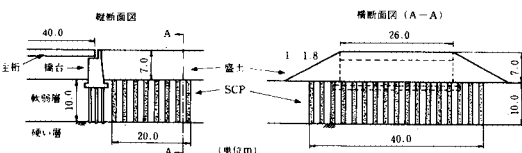
ここに、 C_{CL} は下部構造の建設費で、 k_F は橋台のやり直し費用を初期建設費を基準にして表すための係数である。具体的には、実態調査に基づき 1 橋台当たり $C_{CL} = 3000$ 万円、 $k_F = 1.0$ を用いる。 C_{FC} は工期の遅れに伴う社会的損失費で、この費用の算定は容易ではない。ここでは、工期遅延に伴うその間の交通の迂回による時間的、エネルギー的損失による費用を用いることとする。具体的には、日本道路公団の算定方式によるもので¹⁶⁾、1 日 1 方 20000 台/車線の交通量を想定し、工期の遅れ $T_F = 90$ days とした。算定結果は $C_{FC} = 1.89$ 億円となった。

道路として使用中の主桁に降伏や座屈破壊が生じた場合の損失費の算定はさらに難しい。フランジやウェブの座屈が、ただちに落橋に結びつくと考えているわけではないが、橋梁に大きな機能障害を与えるのは事実であ

る¹⁷⁾。またフランジの降伏の場合には、桁が崩壊するまでにまだ強度的余力があり、主桁を取り替える必要はないかもしれないが、変形量が大きく、局部的な座屈の発生の可能性がある^{18)~20)}。したがって、主桁の交換を条件として導入することは、研究の第 1 段階として、安全側の見地より意義があろう。もちろんダメージに関する定量的研究が進展すれば、より現状に即した損失費用を主桁交換の場合と置換すればよいのであって、本論文で提示している方法論はそのまま適用可能であり、その価値が損なわれることはない。さて主桁交換の考えに基づいたとしても、この種の損傷の影響は非常に大きく、その損失費の厳密な計算はきわめて困難である。そこで次のように考える。他の論文で詳しく説明したので¹⁾、要点のみを記すと以下のようである。現行安全率が決定された“過去の時点”において、技術者はあらゆる英智と努力を傾け最適の決定を下したと仮定し、過去のその時点で結果的に彼らが想定した損失費を、現時点での経済的価値の観点から本論文の理論で逆算的に求めるのである。このようにすることは次のことを意味する。すなわち、破壊の及ぼす工学的影響の度合いに関する技術者の判断は過去の時点と変わらないけれども、現実には多くの橋梁がその後使用されてきたという実績を評価し、かつ上・下部構造一体として検討するならば、現行設計安全率をこの観点から決定された最適安全率値に変更するのが現時点ではより妥当であることを意味する。

(2) 計算結果と考察

計算結果を、表一2 および図一8~12 に示す。まず計算例表一2 をみてみよう。これは基礎地盤のすべりに対する安全率 G_L 、換言すると SCP 工法による砂置換率 a_s を設計代替案としたときの計算結果を示している。地盤の非排水強度 c_u は 25 kN/m² の場合である。安定計算の方法や条件は、損傷事例の逆解析に用いたそれらと全く同じである。この例では主桁の安全率 $G_U = 1.7$ として計算されている。ちなみに $G_U = 1.7$ は現行設計規準による主荷重に対する安全率値である。なお、伸縮継手の密着によって主桁に生じる温度応力 s_T を 29.4 MPa としている。これは、温度上昇によって主桁が膨張するが、伸縮継手の密着によって、桁の上部の膨張が妨げられるとして算定された値である。温度の上昇範囲は 15 deg としている。表から、次の当然の傾向が認め



図一七 数値計算のための構造モデル

表一2 最適化計算

($G_U = 1.7$, $c_u = 25$ KN/m², 費用の単位万円)

No.	G_L	a_s	C_{CL}	C_{CE}	E (C_{FA})	E (C_{FB})	E (C_{FC})	E (C_T)
1	1.280	0.156	2235	10434	1175	1097	16	14955
2	1.290	0.164	2355	"	1036	1074	16	14914
3	1.300	0.175	2474	"	912	1050	16	14866
4	1.310	0.181	2603	"	801	1025	17*	14879
5	1.320	0.191	2736	"	703	999	17	14888
6	1.330	0.200	2869	"	614	973	17	14907

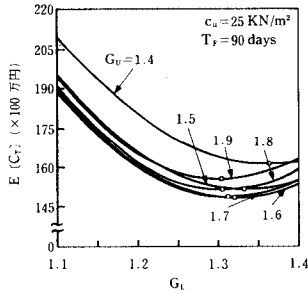


図-8 $E[C_T]$ と G_L の関係

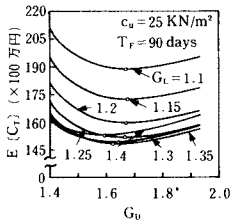


図-9 $E[C_T]$ と G_U の関係

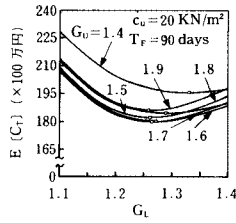


図-10 $E[C_T]$ と G_L の関係

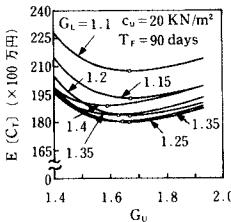


図-11 $E[C_T]$ と G_U の関係

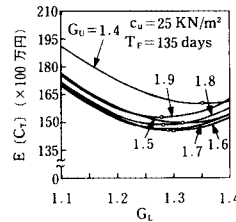


図-12 $E[C_T]$ と G_L の関係

られる。すなわち、 G_L が大きくなるにつれて基礎の期待損失費 $E[C_{FB}]$ 、 $E[C_{FR}]$ は減少し、逆に地盤改良費 C_{CL} は増加する。 $G_U=1.7$ (一定) としているから主桁に関する費用 C_{CV} 、 C_{FC} はもちろん、主桁のダメージ D_c の生起確率も一定であるが、 $E[C_{FB}]$ 、 $E[C_{FR}]$ は基礎のダメージ D_B 、 D_C の生起確率によって変化する。期待総費用 $E[C_T]$ は、 $G_L=1.31$ 、 $\alpha_s=0.18$ のとき最小となっている。すなわち、主桁の安全率 G_U を仮に 1.7 としたときは、 $G_L^*=1.31$ が最適である。なお、主桁のダメージ D_c の生起確率の計算には、過去に建設された 12000 橋のうち破壊事例が皆無であるという実績が加味されている¹⁾。以下の計算結果についても同様である。

図-8 は、表-2 と同様にして計算した結果を、 $G_L \sim E[C_T]$ 関係として図示したもので、主桁の安全率 G_U をパラメーターにしてある。これらは非常に興味深い結果を与えている。主桁の安全率 G_U が 1.9、1.8、1.7 と小さくなるにつれて期待総費用は全体に減少し、地盤の最適安全率値 G_L^* は増加していく。 $G_U=1.6$ と 1.7 のケー

スでは G_L の広い範囲ではほとんど差がないが、 G_U が 1.5、1.4 とさらに小さくなると全般にかなり大きくなり、最適な G_L^* も大きくなる。図の各曲線の最小点をみればわかるように、小さい G_L は当然大きな G_U を要求する。そしてこの場合の全ケースを比較すると、 $E[C_T]$ が最小となる安全率の組合せは、 $G_L^*=1.325$ 、 $G_U^*=1.63$ で、これが上・下部一体構造としてみたときの最適解となるわけである。

図-9 は、 G_L の影響と G_U の適正範囲をもう少し明確にみるため、図-8 と同じ結果を今度は G_L をパラメーターにして $E[C_T] \sim G_U$ 関係に描いたものである。 $G_L=(1.0 \sim 1.4)$ の範囲で主桁の最適安全率が約 1.6 から 1.7 程度の領域まで変化することがわかるであろう。

図-10、11 は、 $c_u=20 \text{ kN/m}^2$ の場合の同様の結果である。図-10 を $c_u=25 \text{ kN/m}^2$ の図-8 と比べると最適 G_L^* 値の変化幅が小さいことに注目しなければならない。これは粘土の強度が小さくなるにつれ、主桁を含む全建設費中に占める地盤改良費のウェイトが大きくなることに起因しており、地盤の設計に一層厳しさが求められることを意味している。他の面から言い換えると、地盤強度がある程度以上になれば G_L を無理に落としても結果的にあまり意味がないという当然の結果を示している。なお、図-11 の G_L の変化による G_U の最適値の変動幅は、図-9 と変わらない。

図-12 は、ダメージ D_A による下部構造の損傷修復に必要な工期の遅延をいままでの $T_F=90 \text{ days}$ から 135 days とした場合の結果である。最適安全率の組合せ点が G_L 大の範囲に移動するが、全般的な傾向は変わらない。

以上、いくつかの数値計算例を示したが、上・下部構造いずれの場合も、結果的にその最適安全率が従来の設計法において採択されている値と同程度になることは注目に値する。長年の経験と努力の結晶ともいべき現行設計法に、これを作り上げてきた技術者の英智を感じないわけにはいかない。

7. むすび

上・下部構造一体設計法に関する基本的な考え方を提示した後、具体的な事例として橋台の側方流動に対する安全率と主桁の安全率の最適な組合せについて議論した。側方流動による損傷事例の逆解析や最適安全率に関する数値計算結果から得られた重要な点をまとめると以下のようである。

(1) 本手法によれば、上部構造と下部構造の間の機能的、構造的関連性を荷重や強度の力学的、統計的特性を導入して定量化し、調和のとれた設計安全率の決定が可能になる。

(2) 上・下部構造一体設計法における橋台の側方流動に対する安全性の指標としては、当面円弧すべり面法による安全率が適当と考えられる。

(3) 側方流動に対する地盤の安定設計における安全率は、地盤強度や施工途中の破壊による損失費などによって異なるが、円弧すべり面法による安全率の値として1.25~1.35程度が適当であると考えられる。

(4) 側方流動に対して設計された最適基礎と斉合する主桁の最適安全率は1.6~1.7程度になる。

本論文では上・下部構造一体設計の基本的な考え方の提示にかなりページ数を要したので、紙幅の都合上、上部構造としては道路橋の主桁、下部構造としては側方流動に対する基礎地盤の安定設計のみを取り上げたが、他のケースについては次の機会に報告したい。

最後に、貴重な資料を提供して下さった日本道路公団 栗原則夫氏、また常に助言を賜っている金沢大学 小堀為雄博士に深甚の謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 松尾 稔・出村 稔典・小堀 為雄：使用実績を考慮した現行設計規準の安全率に関する研究，土木学会論文報告集，第340号，pp.39~47，1983年12月。
- 2) 藤野陽三・伊藤 学・遠藤元一：シミュレーションに基づく道路橋設計荷重の評価，土木学会論文報告集，第286号，pp.1~13，1979年6月。
- 3) 金井道夫：鋼橋の強度係数および荷重係数に関する信頼性解析，土木研究所資料1225号，1977年3月。
- 4) 国広哲男・大田 実：橋の耐荷力と寿命，土木学会誌，pp.45~50，1970年11月。
- 5) 東海鋼構造研究グループ：鋼構造部材の抵抗強度の評価と信頼性設計への適用，橋梁と基礎，80-11 (pp.33~41)，80-12 (pp.38~44)，1980年。
- 6) 高速道路調査会：軟弱地盤上の橋台基礎に関する調査研究報告書 (その1~3)，1979~1981年。
- 7) 日本道路公団試験所：軟弱地盤における橋台取付部実態調査，試験所技術資料211号，1979年3月。
- 8) 建設省土木研究所：橋台の側方移動に関する研究，土木研究所資料1804号，1981年12月。
- 9) 首都高速道路協会：極軟弱地盤における構造物設計法に関する調査研究 (その2，その3)，1977年3月，1978年3月。
- 10) Matsuo, M. and Kawamura, K. : Diagram for Construction Control of Embankment on Soft Ground, Soils and Foundations, Vol.17, No.3, pp.37~52, 1977.
- 11) Matsuo, M. and Suzuki, H. : Study on Reliability-based Design of Improvement of Clay Layer with Sand Compaction Piles, Soils and Foundations, Vol.23, No.3, pp.112~122, 1983.
- 12) 松尾 稔：砂グレイを打設した粘性地盤の安定計算について，土と基礎，15-12，pp.27~35，1967。
- 13) 土質工学会：土質調査法，土質工学会，pp.195，昭和48年7月。
- 14) Matsuo, M. : Reliability in Embankment Design, MIT, Dept. of Civil Engineering Research Report, R 76-33, pp.89, 1976.
- 15) 日本道路公団新潟建設局：橋梁計画資料，昭和56年3月。
- 16) 建設省土木研究所企画部システム課：土木設計論，土木研究所資料1261号，昭和52年3月。
- 17) 岡田郁生：道路橋補修の設計・施工，山海堂，pp.77~83，昭和57年12月。
- 18) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 (I, II)，pp.217~225，昭和55年2月。
- 19) 長谷川彰夫・堀川隆良・西野文雄：プレートガーダーの耐荷力に関する一考察 (上, 下)，橋梁と基礎，77-4, 77-5, 1977年。
- 20) 橋 善雄・千葉静男・田井戸米好・長崎光男：軽量コンクリートを用いた合成桁の実験，土木学会誌，No.1966, pp.43~50，昭和51年11月。

(1984.4.5・受付)