

長谷川和義 著 “蛇曲流路における流れと平衡底面形状に関する研究” への討議

(土木学会論文報告集, 第338号・1983年10月掲載)

▶ 討議者 (Discussion)

福岡捷二 (東工大)・山坂昌成 (埼玉大)

By Shoji FUKUOKA and Masashige YAMASAKA

本論文は平衡河床形状に達している蛇曲河道内の流れ、水衝位置、砂州の停止が起こる蛇行限界角など河道計画しきわめて重要であるにもかかわらず現象の複雑さのために理論面から検討されることの少なかった問題に積極的に取り組み、河川・実験水路で見出されてきたこれらの現象を著者独自の新しい考えで定式化し現象の説明を試みた優れた論文であります。これらは、移動床問題の中でも特に難しく解析的に完全な形で解くことは現段階ではほぼ不可能といえます。したがって現象の本質を失わない範囲で問題を単純化し解析を進め、考えや解法の妥当性を確認しながら次の研究段階へと進む必要のある問題であります。

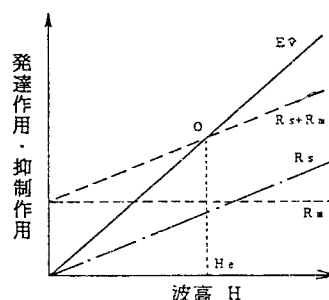
討議者は、このような認識のもとに同様な問題を本論文とは異なる考えに基づき検討していますので、対照比較することにより議論をすることにします。

著者は、最初に蛇曲河道の平衡底面形状を実験によって求め、この形状を Fourier 級数で表現します。次に、その上の流れを線形化した運動方程式で解きます。蛇曲流路の流れについての著者の重要な貢献は、底面形状が与えられると二次元浅水流の線形解析によって高い精度で流れが求まり、さらに深掘れ部(水衝部)を推定することが可能なことを示したことです。

しかしながら4節の平衡底面形状の理論において、流れと平衡底面形状の相互関係、および平衡底面形状に果たす二次流の考え方に問題が残されているように思われます。以下にその理由を述べ討議に付すことにします。

[1] 図—16は、直線流路の場合について著者による解析の概念図を示します。交互砂州の流れを線形化された二次元浅水流の基礎式より導き、流砂量の変動量は流速の変動量に比例すると仮定しています。

このようにして得られた交互砂州上の流れが、河床形状を発達させる作用は図—16の E_0 -line が示すように交互砂州の波高に比例して増大します。一方、発達を抑制する作用は、河床の横断勾配に起因する砂粒子の重力



図—16 長谷川の解析の概念図

成分であるためこの作用も図—16の R_s -line が示すように波高に対し線形関係が増大します。したがって、 E_0 と R_s のみを考慮した解析では微小波高時に発達する交互砂州はいつまでも発達しつづけ波高は定まらないこととなります。

そこで、著者は直線流路において交互砂州の発達を抑制する作用として式(26)'の二次流を考えます。

$$\frac{\bar{v}_{bij}}{\bar{U}_0} = -M_{ij} \cos\left(\frac{i\pi n}{2} - \frac{\pi}{2} \delta_{ie}\right) \cdot \cos j\omega(s - \sigma_{ij}) \dots\dots\dots (26)'$$

ここに、 \bar{U}_0 は平均流速、 \bar{v}_{bij} は二次流による河床付近の横断方向流速です。式(26)'は奇数の i に対して M_{ij} が負のとき、偶数の i に対して M_{ij} が正のとき、横断面内の河床付近で河床高の高い方から低い方へ向かう二次流が生じていることを示し、この作用は、横断勾配による波高の抑制作用と同様のものとなります。この二次流の大きさは、与えられた平衡底面形状を維持するように実験値から逆算されています。本論文のように平衡底面形状の形成には二次流が重要な役割を果たすとすれば、流れの基礎方程式の中にもこの作用を取り込み、流れと平衡底面形状の関係を検討する方が考え方として一貫性があります。

また、著者は式(17)の $\tan \phi$ を二次流と呼んでい

ます。しかし、この値は平面二次元流解析で求まる流速 v では表現しきれない実際の流速からの偏差値であり、一般的に呼ばれている二次流と同義に解釈するには無理があるように思います。

しかし、二次流を基礎方程式中に持ち込み蛇行流路の流れを三次元的に解くことは、さきにも述べたように問題を著しく複雑にすることから本論文の方法が採用されたものと思います。この点に関して著者の考えを述べることは、本論文を正しく理解するうえで重要と思われるので説明を加えていただきたい。

〔2〕二次流は、式(26)で与えられています。解析では第2項の M_{ij} を一定値と仮定しています。しかし著者も述べているように M_{ij} は底面波高 X_{ij} の関数でなければなりません。この理由は二次流が底面波高の強い関数であること、 M_{ij} が X_{ij} の関数でないとすると $1/R_{ij} = 0$ の直線流路では河床が平坦であっても式(26)'で与えられる周期的な二次流が存在することになり、物理的に説明し得ないことが起こります。

M_{ij} が X_{ij} に比例し、かつ平衡状態での M_{ij} があるものとすれば、線形解析のために直線流路では平面二次元流による砂州の発達効果と二次流による抑制効果が砂州のいかなる発達段階においてもつり合い平衡状態となり〔1〕で述べたように X_{ij} は定まらないことになります。

もし流れの基礎式が非線形であれば M_{ij} は X_{ij} の関数であってもよいわけですが、本論文のように実験的に求めた平衡底面形状を用い M_{ij} を推定する限り、求まるのは平衡状態の M_{ij} のみであります。したがって、任意波高に対しての M_{ij} は算定できず、 M_{ij} と X_{ij} の関数関係は定まらないことになります。

このように M_{ij} については不明な点が多く波高との関係が明らかにされていないため、波高の大ききによらず一定の強さの二次流を考えています。すなわち、図-16において交互砂州を発達させる作用 $E_0(H)$ 、河床の横断勾配による波高を抑制させる作用 $R_s(H)$ が解析的に求まっているため M_{ij} の関数となる二次流による波高の抑制作用 R_M は、平衡状態の波高 (H_e) では $E_0(H_e) = R_s(H_e) + R_M$ の関係式より実験的に得られた M_{ij} を与えると原理的には H_e が定まることになります。しかし、著者による図-16の方法では、直線 E_0 と $R_s + R_M$ の交点は、数学的には1つの値として定まりますが、物理的には不安定の中立安定点となっています。なぜならば、平衡波高 H_e より波高が小さい状態では発達作用 E_0 が抑制作用 $R_s + R_M$ を下回るため波高は時間的に減衰し、逆に波高が H_e よりも大きな状態では、 E_0 が $R_s + R_M$ を上回るため時間的に発散してしまい、平衡波高の O 点は、きわめて不安定で、収束点とはなり得ないからです。このように流れの線形解を用い波高に依存しない二次流

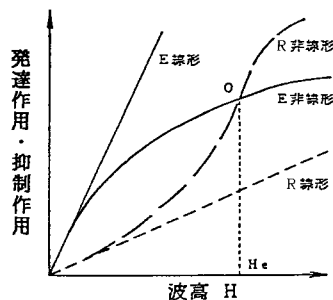


図-17 波高の安定化の機構

による波高の抑制作用を考慮しただけでは、平衡河床形状の形成を物理的に説明し得ないこととなり、採用したモデルは、平衡波高の決定機構の説明として必ずしも十分なものになり得ていないように思われます。

〔3〕著者は、底面が平衡形状に達した段階について、二次流を重視し検討を加えました。一方、討議者は砂州河床が平衡に至る機構と平衡河床高に関して著者と異なる考えで検討を進めています^{16),17)}。すなわち、河床が平衡に至る過程は、第一義的に河床形状・流れ・流砂量間の非線形関係にあり、二次流は底面波高がかなり発達した段階から重要になってくるものと考えています。

河床の微小擾乱が交互砂州に発達するためには、波高ゼロの極限での発達作用が抑制作用を上回る必要があります。したがって、図-17に示すように発達作用の E -line と抑制作用の R -line はともに原点を通り原点での傾きは、 E -line の方が大きくなければなりません。実現象では平衡波高が存在しますので、 E -, R -line は原点とそれ以外の点で交わらなければなりません。このことは E -line, R -line の少なくともどちらかが波高に対して非線形でなければならないことを意味します。このとき、平衡波高の O 点は、図-16の場合のように不安定の中立安定点とはならず数学的にも物理的にも確定的に定まります。このように平衡波高の算定には、発達作用、抑制作用の非線形性の考慮が不可欠のように思われます。具体的には、平衡河床形状は、① 河床形状に対する流速あるいは河床せん断力の平面的な分布の非線形性と、② 流速あるいはせん断力に対する流砂量の非線形性の結果として生じると考えられます。討議者は、このような考え方で直線流路における交互砂州の平衡波高の理論解を得、実験結果の説明をしています¹⁷⁾。

参考文献

- 16) 福岡捷二・山坂昌成：直線流路の交互砂州，第27回水理講演会論文集，pp.703～708，1983。
- 17) 山坂昌成・福岡捷二：交互砂州の発達過程と平衡波高の理論解析，土木学会第38回年次学術講演会概要集，第II部，pp.286～287，1983。

(1984.7.30・受付)

▶回答者 (Closure)

長谷川和義 (北海道大学)

By Kazuyoshi HASEGAWA

砂州の平衡形状形成過程に関する本質的な議論をふまえた詳細な討議をお寄せいただき、ありがとうございます。以下項目順に従い回答いたします。

〔1〕 まず二次流の概念ですが、これは主流に対応した概念といえます。今の場合、主流は水深平均した流れであり、図-3~5のベクトルを包絡した流線によって表現されます。一方、二次流は主流線に直交する断面内に現われる流れと定義できます。このうち、流砂現象の解析に必要なのは底面流速の値であり、これを流路中心線の δ 軸に直交する断面内でみると、主流速と δ 軸とが $\tan \delta = \bar{v} / \bar{v}_0$ なる角度をもって交差しているため、定義上の二次流速 $\bar{v}_n \times \cos \delta$ と横断平均流速 \bar{v} との和が観測されることとなります (図-18 参照)。このような流れの実測例として Run ME-1 の最大深掘れ部における流速分布を図-19 に示します。

本来三次元的な流れを主流 (平面流) と二次流 (横断面流) に分ける考え方は、二次元モデルでは避けることができません。ご質問のように「流れの基礎方程式の中にもこの作用を取り込」もうとすれば三次元解析に進む必要があり、その解析解を得ることは極度に難しくなります。

さて、二次流を上述の方法で定義しますと、その発生原因を一樣湾曲流の場合と同じにとらえることができま

す。すなわち、主流流速が水深方向に分布しつつ湾曲するために、上層と下層とで遠心力の大きさに違いが生じ、直交する断面内に流れが起こるものと解釈されます。しかし、一樣湾曲流の場合と違い、蛇行流の流速は流下方向に変化するために距離微分がゼロにならず、上下層に働く遠心力の差がせん断力につり合うという単純な考えが当てはまらなくなります。主流が遷移する場の二次流の理論は、本来三次元の理論であり、簡単な解は存在しません。さらに、二次流が成長すると主流の水深方向の流速分布を一樣化させ、結果的に二次流自身を弱めるという「相互干渉」の問題があります。三次元解析を進める限りこういう問題は生じませんが、主流+二次流というモデルではこの種の問題がついてまわります。本論では直接ここまでふみこんでいませんが、逆算した係数 M_{ij} 、 N_{ij} の中にこの効果が含まれていることとなります。

また、流線の曲率が流路の曲率と異なるという問題もあります。遠心力は流線曲率に比例するわけですから本来これを用いるべきですが、流路曲率をもって代用しています。ただし、その違いは他の仮定に比較して小さく、線形解析の立場からは無視し得るものと考えられます。

以上のように、蛇行流中の二次流解を得るには多くの困難が伴いますので、本論では一樣湾曲流理論と同様に表わし得る成分、すなわち流路曲率に依存する二次流成分と、それ以外の成分、特に主流流速の偏倚が原因となって生ずる二次流との和によって表現できるものと仮定し、実測河床からの逆算によって係数の性質を明らかにすることにしました。

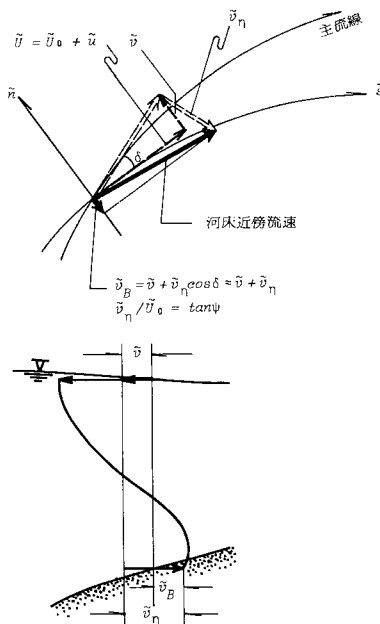


図-18 二次流の概念および速度分布の概要

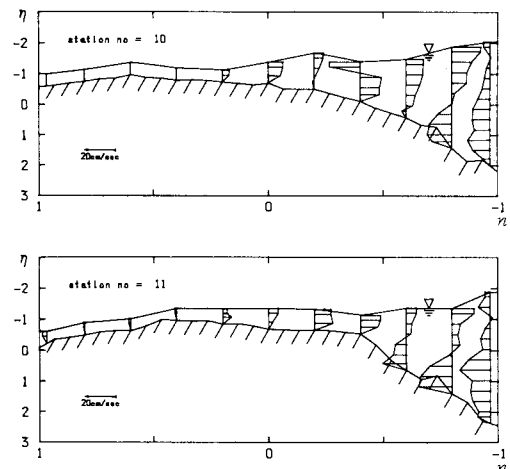


図-19 Run ME-1 深掘れ部における二次流

しかし、これらの考え方は、ご指摘のように波高発達過程からみると矛盾を有しており、後述のように解釈を修正する必要があるようです。

〔2〕 本論文の波高解析が図—16のようにまとめられ、不安定の中立現象になるという指摘は、大変重要な指摘で、本方法が波高の発達過程まで解き明かし得ないことを端的に示しております。もとより、発達過程は本論文の視野になかったものですが、流速偏倚に基づく二次流の強さが X_{ij} のゼロ乗に比例するとすることはいづれにしても無理があり、少なくともベキ数を $n (\neq 0, 1)$ にとるなどの修正が必要なようです。その場合、係数 M_{ij} の中に X_{ij} が含まれることになり、振幅、位相解が容易に得られなくなることが予想されます。

〔3〕 河床の平衡に至る過程が、河床形状、流れ、流砂量間の非線形関係に依存するという討議者の考えは大変発展性のある考え方だと思います。回答者も今回の討議を通じて、流速偏倚に伴う二次流の作用とみなしていたものが、流れないしは流砂現象に内在する非線形作用にはかならないのではないかと考えるようになりました。このようにみると、二次流とするよりも解釈上有利になる点がいくつかあります。

その1は、非線形作用の有する波高抑制効果で、これを勘案すれば、二次流に抑制効果を期待する必要がなくなり、流路湾曲に伴う二次流(波高成長要因として働く)を想定するだけですむようになります。 M_{11} に負値を入れて式(26)から底面二次流を算定すると、クレストからトラフに向かう流れがしばしば現われ、図—19のような底面流を十分表現できないくらいがありました。しかし、 M_{11} の項を二次流から切り離して扱うと、この矛盾は避けられることとなります。

その2は、 M_{ij} という性質の不明な係数を導入せずに振幅、位相を求めることができることです。

いま、流れは線形のままで扱うことにし、流砂量式の非線形性を考慮して二項展開の二次の項まで取り入れると、

$$\begin{aligned} \bar{q}_s &= k \sqrt{(\rho_s/\rho - 1)gd^3} (\tau_* - \tau_{*c})^p \\ &\approx \bar{q}_{s0} [1 + p\phi_* u + p'\phi_* (1-\gamma)\eta + (\phi_* + 2) \\ &\quad \times (1-\gamma)\eta u + (\phi_* + 1)u^2 + 0.25(1-\gamma) \\ &\quad \times (\phi_* - \phi_*\gamma - 2\gamma)\eta^2] \dots\dots\dots (16)' \end{aligned}$$

などとなります。二次流式としては、式(26)から M_{ij} の項を削除し、流れの解を式(10)、(11)とすれば、式(29)、(30)にかわる式として以下のものが得られます。ただし、河床形状を式(20)のように表わしたのでは以後の展開が非常に複雑になりますので、討議者¹⁶⁾にならい、モード(1, 1)および(2, 0)の波だけを取り上げることにし、また直線流路中の砂州を想定することにします。

このとき、本論と同様な算法により、

$$\begin{aligned} &[-x_{11} \cos \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\} + \lambda_{11} \sin \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\}]X_{11} \\ &+ [\mu_{11} \cos \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\} - \nu_{11} \sin \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\}] \\ &\cdot P_{11}X_{11}^3 = 0 \dots\dots\dots (29)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[x_{11} \sin \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\} + \lambda_{11} \cos \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\}]X_{11} \\ &+ [-\mu_{11} \sin \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\} - \nu_{11} \cos \{\omega(\sigma_{11} + c_{11}t)\}] \\ &\cdot P_{11}X_{11}^3 = 0 \dots\dots\dots (30)' \end{aligned}$$

$$X_{20} = P_{11}X_{11}^2 \dots\dots\dots (43)$$

を得ます。ただし、

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= \frac{p}{4}(1-\gamma)\phi_*(\phi_*+2)(B_{11}+B_{20}) + \frac{p}{2}\phi_*(\phi_*+1) \\ &\quad \times B_{11}B_{20} + \frac{p}{8}(1-\gamma)\phi_*(\phi_*-\phi_*\gamma-2\gamma) \\ &\quad - \frac{\pi\epsilon}{4\omega} [p\phi_*C_{11}B_{20} + \frac{p}{2}(1-\gamma)\phi_*C_{11} \\ &\quad - 3\pi\epsilon\phi_*TA_{11}] \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_{11} &= \frac{p}{4}(1-\gamma)\phi_*(\phi_*+2)A_{11} + \frac{p}{2}\phi_*(\phi_*+1)A_{11}B_{20} \\ &\quad + \frac{\pi\epsilon}{4\omega} [p\phi_*D_{11}B_{20} + \frac{p}{2}(1-\gamma)\phi_*D_{11} + \frac{p}{2}\pi\epsilon\phi_*T \\ &\quad \times (B_{20}-2B_{11}) - \frac{p}{4}(1-\gamma)\pi\epsilon\phi_*T] \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{11} &= \frac{p\phi_*}{16\pi\epsilon T} [4(A_{11}C_{11} + B_{11}D_{11}) + 2(1-\gamma)D_{11} \\ &\quad + 2\pi\epsilon TB_{11} + (1-\gamma)\pi\epsilon T] \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

また、 x_{11} 、 λ_{11} は式(31)、(32)において $i=j=1$ を与えたものであり、他の記号はすべて本論と同じです。

式(29)'、(30)' が常に成立するためには、

$$x_{11}X_{11} - \mu_{11}P_{11}X_{11}^3 = 0 \dots\dots\dots (47)$$

$$\lambda_{11}X_{11} - \nu_{11}P_{11}X_{11}^3 = 0 \dots\dots\dots (48)$$

が必要です。式(48)を式(37)と比較すると

$$m_{11} \left(\equiv \frac{\pi\epsilon}{2\omega} M_{11} \right) = -\nu_{11}P_{11}X_{11}^3 \dots\dots\dots (49)$$

なる対応関係があることとなります。これは、前項の議論におけるベキ数 n に対して $n=3$ を与えることにほかなりません。

なお、式(47)、(48)が成立する場合、両者から X_{11} を消去して

$$x_{11} = \frac{\mu_{11}\lambda_{11}}{\nu_{11}} \dots\dots\dots (50)$$

を得ますが、これは波速 c_{11} についての新しい関係を表わします。振幅は(48)より

$$X_{11} = \sqrt{\frac{\lambda_{11}}{\nu_{11}P_{11}}} \dots\dots\dots (51)$$

となります。

藤田ら¹⁸⁾は、平衡時の砂州波高 \tilde{H}_B が砂州の領域区分パラメーター $(\tilde{B}/\tilde{H}_0) \cdot (\tilde{B}/d)^{-\frac{1}{3}}$ に \tilde{B}/\tilde{H}_0 を乗じた形で表わされることを示しています。すなわち、

$$2X_{11} \approx \tilde{H}_B \propto \frac{\tilde{B}}{\tilde{H}_0} \left(\frac{\tilde{B}}{d} \right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \frac{\tilde{B}}{\tilde{H}_0} \dots\dots\dots (52)$$

式(49)中にこの関係を代入すると、

$$M_{11} \propto \frac{2\omega}{\pi \epsilon^4} \nu_{11} P_{11} \cdot \left\{ \frac{\bar{B}}{H_0} \left(\frac{\bar{B}}{d} \right)^{-\frac{1}{3}} \right\}^3 \dots\dots\dots(53)$$

を得ますが、図-14の直線砂州のデータが表わす関係はこの式の成立を物語っているようにみえます。

以上のように、流砂の非線形性を考慮しただけであいまいな仮定を導入する必要がなくなり、またいくつかの不明な事柄を矛盾なく説明できるように思われます。

しかし、式(29)′、(30)′などの関係はあくまでも(1, 1)(2, 0)というモードの波に対して成立する関係であり、実際には少なくとも(3, 1)、(2, 2)などの波が関与しているとみるべきです。これらを含めると方程式が8本に増えるとともに、 X_{11} 、 X_{20} 、 X_{31} 、 X_{22} の積が現われるようになり、式(49)のような単純な表現はとり得なくなります。曲りの効果や流れの非線形性をも加味するならば関係式は一層複雑になり、解析的取り扱いが事実上不可能になるものと思われまゝ。したがって数値計算を進めざるを得ませんが、非線形効果のもつ意味についてはここまで広げたくて慎重に結論づけていく必要があるものといえます。

一方、蛇行流路においては曲りに伴う二次流を無視することはできません。もしこれが存在しないとすると、一樣湾曲流路における外岸の深掘れの要因が存在しないこととなります。二次流の表現としては、式(26)にかわるよりふさわしいものを見出すべきですが、いたずら

に複雑化するよりは、同式を踏襲したうえで非線形効果を加味し、実態に則して係数 N_{ij} を定めることが重要なように思います。

〔4〕 上記の立場をもう一歩進めて、 M_{ij} の項が非線形効果を一括して近似表現しているものと解釈すると本論の結果をほとんどそのまま生かすことができます。この場合、係数 M_{ij} は複雑な非線形項・各種モードの波高の積を寄せ集めたものになり、振幅、位相解(38)、(39)などは厳密な意味で解にはなりません。しかし、広い範囲のデータに対して M_{ij} がまとまった性質を示すのであれば、わざわざ非線形解析に進む必要はないわけで、データの蓄積をはかり、実用に供していくことも大事な研究方向だと考えております。

回答者が集約した実験データに基づく限り、 M_{ij} はある範囲内に集まりますが、 M_{ij} の変化に対する X_{ij} の変化が敏感なため、必ずしも精度の良い推定ができない難点が現われています。今回の討議で明らかになった非線形効果という観点を深めて、これを線形理論の中に一括して組み込むより巧い方法を追求していきたいと考えます。

参 考 文 献

18) 藤田裕一郎・村本嘉雄・堀池周二・小池 剛：交互砂州の発達機構，第26回水理講演会論文集，1982-2。

(1984. 8. 20・受付)