

複合閉鎖水域における内部界面セーシュに関する研究

INTERFACIAL SEICHE IN COMPOSITE CLOSED WATER MASS

室田 明*・道奥 康治**

By Akira MUROTA and Kohji MICHIOKU

The thermocline oscillation observed in the stratified water mass, such as, deep lakes, reservoirs and land-locked bays, are sometimes generated by the resurging effects after the stop of the wind set-up motion. The oscillation characteristics of the density interface become much complex in the case of complicated geometry, e. g. reservoirs with several branches, bays composed of many inlets, etc. The authors developed the theory for the interfacial seiche motion in the two-layered and multi-composed water mass by applying the theory of the surface seiche. Additionally, a laboratory experiment was performed by using the model tank composed of four channel elements with rectangular cross sections. Satisfactory agreements between the theory and experiment were obtained.

1. はじめに

水温成層化した閉鎖水域の水表面を風が吹送しその後停止すると、吹き寄せられた密度境界面は揺り戻され内部界面振動が発生する。成層型の貯水池・湖沼や温排水で水温成層化した内湾部においては、こうした長周期の内部共振運動がしばしば観測されており、取放水温に多大な影響を与えられと考えられる。水域の地形が単調な場合、振動周期を予測することは容易であるが、複数の支川を有する貯水池や、多くの泊地・小湾から成る内湾部のような複雑な地形の水域に生ずる内部振動特性については現在のところ明らかではない。

本報告はこうした複合水域に生起する長周期内部振動の振動特性を基礎的に解明するため、水面でのセーシュに関する梶浦の理論^{(1),(2)}を二層境界面に応用した解析法を示し、水理模型実験によってその妥当性を検証するものである。

2. 理 論

図一のような断面を有し、長手方向には断面形が一

定の水路部内の二層系における長波性界面振動を対象とする。微小振幅長波の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (j=1, 2) \dots \dots \dots (1)$$

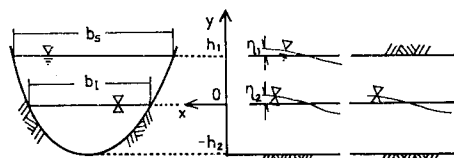
ここで、 u_j は流速、 ρ_j は密度、 p は圧力、 t は時間、 x は水平方向座標、添字 $j=1, 2$ はおのおの上・下層の諸量であることを意味する。

上・下層の圧力は次式で与えられる。

$$p_1 = \rho_1 g (h_1 + \eta_1 - y) + p_0 \quad (\eta_2 \leq y \leq h_1 + \eta_1) \dots \dots \dots (2)$$

$$p_2 = \rho_2 g (h_1 + \eta_1) + \Delta \rho g \eta_2 - \rho_2 g y + p_0 \quad (-h_2 \leq y \leq \eta_2) \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 g は重力加速度、 η_1, η_2 はおのおの水表面と内部境界面の変位であり、 $\Delta \rho \equiv \rho_2 - \rho_1$ は上・下層の密度



(a) 断面図 (b) 自由表面を有する場合 (c) 固定表面を有する場合

図一 二層系の模式図

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘 2-1)
 ** 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科

差である。

図-1 (b) に示すように自由表面を有する場合は p_0 は一定で大気圧に等しく $\eta \neq 0$ であるが, 図-1 (c) のように上端固定の場合は $p_0 = p_0(x, t)$ で $\eta = 0$ となる。これまでの微小振幅波理論は後者の場合を対象としているが, ここでは実際現象と対応させるため前者の場合について考える。

式 (2), (3) を式 (1) に代入し, 上層および下層断面内で積分すると次式が得られる。

$$\frac{\partial Q_1}{\partial t} = -gA_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \quad \text{(上層) \dots (4)}$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial t} = -\left\{ (1-\varepsilon)g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \varepsilon g \frac{\partial \eta_2}{\partial x} \right\} A_2 \quad \text{(下層) \dots (5)}$$

ここで, $Q_1 \equiv \int_{\eta_2}^{\eta_1 + \eta_1} u_1 b(y) dy$, $Q_2 \equiv \int_{-h_2}^{\eta_2} u_2 b(y) dy$ は上・下層流量, $A_j (j=1,2)$ は上・下層の断面積であり, $\varepsilon = \Delta\rho/\rho_2$ である。

上・下層の連続式は次のようになる。

$$b_s \frac{\partial \eta_1}{\partial t} - b_i \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial Q_1}{\partial x} = 0 \quad \text{(上層) \dots (6)}$$

$$b_i \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial Q_2}{\partial x} = 0 \quad \text{(下層) \dots (7)}$$

流量 Q_j および水表面変位・内部界面変位 $\eta_j (j=1,2)$ に関して次のような関数形を仮定し,

$$\left. \begin{aligned} Q_j &\equiv Q_{j0}(x) \exp[-i\sigma t] \\ \eta_j &\equiv \eta_{j0}(x) \exp[-i\sigma t] \quad (j=1,2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

ここで, $\sigma = 2\pi/T$ は角振動数, T は周期である。式 (8) を式 (4)~(7) に代入すれば次式が得られる。

$$i\sigma Q_{10} - A_1 \frac{d\eta_{10}}{dx} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

$$\sigma Q_{20} - \left\{ (1-\varepsilon) \frac{d\eta_{10}}{dx} + \varepsilon \frac{d\eta_{20}}{dx} \right\} gA_2 = 0 \dots \dots \dots (10)$$

$$b_s \eta_{10} - b_i \eta_{20} = \frac{1}{i\sigma} \frac{dQ_{10}}{dx} \dots \dots \dots (11)$$

$$b_i \eta_{20} = \frac{1}{i\sigma} \frac{dQ_{20}}{dx} \dots \dots \dots (12)$$

さらに

$$Q_{j0}(x) \equiv A_j e^{ikx} + B_j e^{-ikx} \equiv Q_j^+ - Q_j^- \dots \dots \dots (13)$$

$$Q_j^+ \equiv A_j e^{ikx}, \quad Q_j^- \equiv -B_j e^{-ikx}$$

とにおいて (11), (12) に代入すると次の関係が得られる。

$$Q = BW \dots \dots \dots (14)$$

ここに

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{10} \\ Q_{20} \\ \eta_{10} \\ \eta_{20} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ Z_1 & Z_1 & Z_1 & Z_1 \\ 0 & 0 & Z_2 & Z_2 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} Q_1^+ \\ Q_1^- \\ Q_2^+ \\ Q_2^- \end{bmatrix}$$

$Z_1 = k/ob_s$, $Z_2 = k/ob_i$ である。

式 (14) を式 (9)~(12) に代入し, σ/k に関する固

有方程式を展開すれば次のように互いに独立な 2 つの分散関係式が得られる。

$$\frac{\sigma^2}{k^2} = \frac{g\{D \pm \sqrt{D^2 - 4\varepsilon D_1 D_2}\}}{2} \dots \dots \dots (15)$$

ここで

$$D = D_1 + r_0(1-\varepsilon)D_2 + \varepsilon D_2, \quad r_0 = b_i/b_s,$$

$$D_1 = A_1/b_s, \quad D_2 = A_2/b_i \text{ である。}$$

式 (15) は複号が正のとき外部 (表面) 振動, 複号が負のとき内部 (界面) 振動の分散関係式を与える。

一方, 図-1 (c) のような上端固定の系に対して, $p_0 = p_0(x, t)$ とおき矩形断面の場合について同様に分散関係式を求めると内部振動に関して

$$\frac{\sigma^2}{k^2} = \frac{\Delta\rho g}{\rho_1/h_1 + \rho_2/h_2} \dots \dots \dots (16)$$

が得られる。これは浅海波理論の結果を長波近似したものに一致する。式 (15) は式 (16) に比べ現実に近い条件で求めた, より厳密なものである。 $r_0 = 1$ かつ ε が小さい場合には両者は一致する。

次にこのような長方形水域が複合した場での振動特性を調べるために Neuman の方法^{1), 2)}を用いる。

図-2 のように距離 l だけ離れた二点間の諸量の関係を誘導する。 $x = x_0 + l$ での上・下層流量と変位 Q' は式 (14) の場合と同様にして求められ, 式 (11)~(13) から次のようになる。

$$Q' = AW \dots \dots \dots (17)$$

ここに,

$$Q' = \begin{bmatrix} Q'_{10} \\ Q'_{20} \\ \eta'_{10} \\ \eta'_{20} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} e^{ikl} & -e^{-ikl} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{ikl} & -e^{-ikl} \\ Z_1 e^{ikl} & Z_1 e^{-ikl} & Z_1 e^{ikl} & Z_1 e^{-ikl} \\ 0 & 0 & Z_2 e^{ikl} & Z_2 e^{-ikl} \end{bmatrix}$$

である。

式 (14), (17) から次式が得られる。

$$Q' = AB^{-1}Q = CQ \dots \dots \dots (18)$$

ここに

$$C \equiv AB^{-1} = \begin{bmatrix} \cos kl & 0 & iZ_1 \sin kl & (-i/Z_2) \sin kl \\ 0 & \cos kl & 0 & (i/Z_2) \sin kl \\ iZ_1 \sin kl & iZ_1 \sin kl & \cos kl & 0 \\ 0 & iZ_2 \sin kl & 0 & \cos kl \end{bmatrix} \dots \dots \dots (19)$$

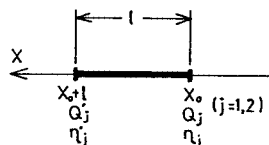
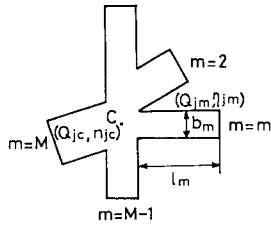


図-2 二点間の諸量



図—3 複合水域の例

である。

以上のように二層系に対し、 l だけ距離を隔てた二点の諸量間の関係式が得られた。さらに各種水域形状に応じて流量と表面・内部界面変位に対する接続条件を与えれば系全体の振動周期が得られる。

いま、例として図—3のように M 本の長方形水域が中央で接続している場合を考える。 m 番目の水路部に着目し、中央部の流量および変位を $Q_{jmc}, \eta_{jmc} (j=1,2)$ 、他端のそれを $Q_{jm}, \eta_{jm} (j=1,2)$ とすると式 (18) から次の関係が得られる。

$$Q_{1m} = \cos(k_m l_m) Q_{1mc} + (i/Z_{1m}) \sin(k_m l_m) \eta_{1mc} - (i/Z_{2m}) \sin(k_m l_m) \eta_{2mc} \dots (20)$$

$$Q_{2m} = \cos(k_m l_m) Q_{2mc} + (i/Z_{2m}) \sin(k_m l_m) \eta_{2mc} \dots (21)$$

$$\eta_{1m} = iZ_{1m} \sin(k_m l_m) Q_{1mc} + iZ_{1m} \sin(k_m l_m) Q_{2mc} + \cos(k_m l_m) \eta_{1mc} \dots (22)$$

$$\eta_{2m} = iZ_{2m} \sin(k_m l_m) Q_{2mc} + \cos(k_m l_m) \eta_{2mc} \dots (23)$$

ここで、

$$k_m = \frac{4\pi/T}{g\{D_m \pm \sqrt{D_m^2 - 4\epsilon D_{1m} D_{2m}}\}} \dots (24)$$

である。

図—3の水域における流量と界面・表面水位に関する条件としては次式が考えられる。

$$Q_{jm} = 0, \eta_{jmc} = \eta_{jnc} \equiv \eta_{jc}, \sum_{m=1}^M Q_{jmc} = 0 \dots (25)$$

$$(j=1,2, m=1, M)$$

式 (20)~(23) に対し式 (25) の条件を課すと、次のような 2つの条件が得られる。

$$\sum_{m=1}^M \frac{\tan(k_m l_m)}{Z_{1m}} = 0, \sum_{m=1}^M \frac{\tan(k_m l_m)}{Z_{2m}} = 0 \dots (26)_{1,2}$$

式 (26)_{1,2} を同時に満足する T の解はすべての水路部 $m=1, M$ に対して Z_{1m}/Z_{2m} が一定、すなわち $r_{bm} = b_{im}/b_{sm}$ が一定のときのみ得られることがわかる。物理的にも系全体の共振が生ずるにはこの条件をおおむね満足する必要があると考えられる。このとき、式 (26) は Z_{1m}, k_m の内容を除けば単層系の場合と相似な関数形である。また高次モードの振動に対しては水路長さ l_m をモード数で除したものを水路長さとしみなすことによって

同様に評価される。

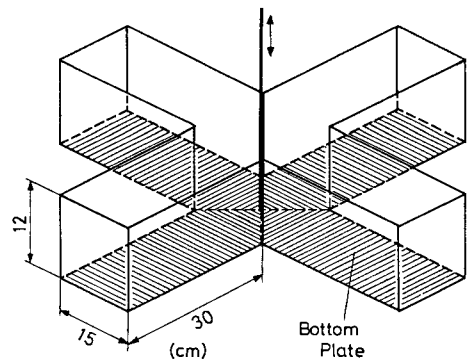
3. 水理実験による検証

前節での理論解析の妥当性を検証するため、図—4のような単純な形状を有する実験水槽を用いて内部セーシュの振動特性を調べる。水槽の諸元は図に示すとおりである。上層流体には粘度の低いガムテレピン油 ($\rho_1 = 0.851$) を、下層流体には淡水 ($\rho_2 = 0.997$) および塩水 ($\rho_2 = 1.183$) を用いる。上・下層厚とも $h_1 = h_2 = 2$ cm で一定とした。各水路底部に図—4の斜線で示すような底板を配し、中央で連結してこれを持ち上げ再びゆっくりとおろすことによって基本モードのセーシュを発生させる。2台のサーボ式水位計を用いて界面変動を測定し基本モードであることを確認したうえで周期を求める。相対密度差および各水路部の長さとし幅は表—1に示すような条件で変化させ、これらを系統的に組み合わせて実験条件を設定する。なお、表中 $l_m = 0$ は水路部の本数 M

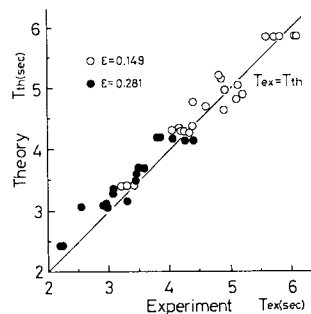
表—1 実験条件

ϵ	0.149, 0.281
l_m	0, 15, 30 (cm)
b_m	12, 8 (cm)

($m=1, 4$)



図—4 実験水槽



図—5 内部セーシュの周期 (実験値と理論値の比較)

を減らすことを意味し、本研究では $M=2, 3, 4$ 本の場合について実験を行った。同一条件に対し数回実験を繰り返しそれらの平均をとって周期を算出する。理論値は式(26)を T について数値的に解くことにより求められる。

図一5は内部界面振動周期に関する実験値と式(26)による理論値との比較である。なお、本実験に用いた水路系においては幅の変化に伴う周期の変化は長さの変化の影響に比べて小さく、実験誤差の範囲内である。同図から理論の妥当性が裏づけられる。

4. 考 察

本報告では二成層複合水域に生ずる内部界面セーシュの解析を行い、模型実験によってその妥当性を確認した。解析的には各水路部で水表面および内部境界面の幅の比 $r_b = b_i/b_o$ が一定の場合にのみ解が得られそれは単層系の場合と相似な形で表わされる。物理的にも全体系とし

ての長波性界面振動によって誘起される上下層の流量と界面・水面位置は r_b の極端に異なる水路部（たとえば底が躍層位置以上の場合、 $r_b=0$ ）とその他の水路部では連続しにくくセーシュが伝わりにくいと考えられる。

また実際水域へ上記理論を応用するに際しては地勢を勘案した水域の分割および各水路部で生じ得る振動モードを考慮に入れたうえで振動周期の推定を行う必要がある。

最後に、本研究を行うにあたり実験の遂行に協力頂いた本学大学院生 狭間 滋、黒川純一良の両君に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 堀川清司：海岸工学，東大出版会，1973.
- 2) 土木学会編：水理公式集，1971.

(1983. 12. 1・受付)