

河川流量の長期てい減曲線と流域内有効残留水分量の推定

ESTIMATIONS OF LONG RANGE RUNOFF RECESSON CURVE AND
EFFECTIVE RESIDUAL MOISTURE IN NATURAL WATERSHED

高島康夫*

By Yasuo TAKASHIMA

A runoff recession polygon is formed of concatenated segments of lines which are obtained by regressing each of them individually to corresponding group of observed hydrographs. Furthermore, the polygon is extrapolated both to upper and lower infinities by two distinct negative exponential curves respectively and the long range runoff recession curve is constituted as a whole. The area under the curve from certain given time point to rightward infinity shows total runoffs which would discharge from this point on, if no rainy days were to be continued infinitely. In other words, the area represents latent runoffs which are retained in the watershed at that time. Analogous latent evapo-transpirations are evaluated using preinvestigated evapo-transpiration coefficients and sum of these two latent quantities estimates the residual moisture.

1. はじめに

無降雨日が継続しているときの河川流出量のハイドログラフはなだらかな曲線を画いて下降している。この減衰曲線を比較的簡単な関数式で近似する試みは従来しばしば行われており、最近では高橋ら¹⁾により本邦内の十数河川について指数関数および分数関数による近似がなされている。しかしながら流量の範囲および継続期間を拡大し、数十日さらには数百日間にわたり無降雨日が継続すると仮想したときの減衰曲線を想定しようとする単一の関数式ではよい回帰が得られず、なんらかの工夫が必要となる。しかしてこのような長期の減衰曲線を求める目的の一つは自然流域の有効残留水分量の推定にこの曲線を応用するにある。すなわち文献²⁾において未解決な問題として残された相対値でない unique な残留水分量の推定を行うことにある。

なお以下各節の計算例はすべて神流川 (373.6 km²) を適用河川とし、雨量流量とも mm 単位で表示する。

2. 流量てい減期間の element hydrograph

連続無降雨期間の流量ハイドログラフを考える。この

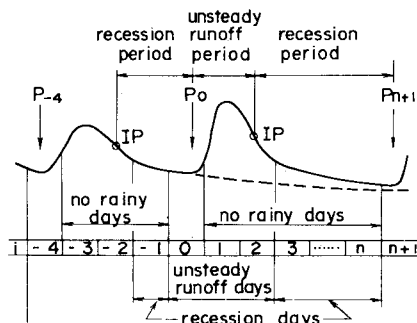


Fig. 1 Recession & unsteady runoff days.

ハイドログラフは第1日から第n日までの連続無降雨期間が第0日と第n+1日の両降雨日には含まれているものとし、その変化の状況はたとえば Fig. 1 に示されるように、第0日の降雨開始後ピークに達するまでS字形の曲線を画いて流量は増加し、減少に転じた後も減衰曲線の反曲点に達するまでは減少の状況は一樣でないが、反曲点から次の降雨時点に至る間の減衰はほぼなだらかなものであるものとする。

このような $i=0$ 日の降雨開始点から反曲点までの期間を非定常流出期間、反曲点から $i=n+1$ 日の降雨開始点までの期間を定常減衰期間または単にてい減期間

* 正会員 (株) EPDC インターナショナル技術委員
(〒104 中央区銀座6-15-2)

recession period とよぶこととする。

日単位の観測資料しか得られぬ場合には降雨、ピーク流量、反曲点等の発生時刻は不明であるが、数百 km²もしくはそれ以下の流域面積をもつ山地河川においては反曲点は降雨終了後 2 日以内に発生するとみて大差ないであろう。したがってこの程度の流域については $i=3$ 日の始めから最終無降雨日である $i=n$ 日末までをもって i 減期間とみなし、また $i=0$ 日の始めから $i=2$ 日末までの 3 日間をもって非定常流出期間とみるものとする (Fig. 1)。しかして i 減期間の観測ハイドログラフのうち、減衰曲線形の推定用として抽出するハイドログラフは i 減期間長が 3 日以上のものに限ることとする。したがって連続無降雨期間は 5 日以上なければならないこととなる。一般に雨量記録を調べると 5 日以上連続無降雨期間は乾期のみならず雨期においてもまれではないから、抽出されたハイドログラフの集合はかなり大きな流量からきわめて小さな流量までの広範囲にわたるものとなる。

たとえば神流川の 1951 年から 1960 年までの 10 年間の観測記録から抽出される i 減期間数は 119 個に達し、このうちには最大値 8.1 mm (21 Sep. 1954) から最小値 0.3 mm (3 Feb. 1953) までの間の流量が含まれる。なおこの 8.1 mm が記録された日の 3 日前には 103.4 mm の日雨量が記録されているから、このときの i 減期間 (21~23 Sep. 1954) のハイドログラフは洪水の引き際の減衰の状況を表わしている。一方最小値 0.3 mm が記録された日の属する i 減期間 (1~6 Feb. 1953) のハイドログラフはかなりの凹凸を含むが平均的にはほとんど平坦で極度の渇水を示している。

さて抽出された i 減期間のハイドログラフをそのカバーする流量の range によって数群に分類し、その各群ごとに減衰曲線の回帰を行い、ついでこれら個別の減衰曲線を連結して単一の減衰曲線を得ることを試みよう。ここで分類基準としての流量の range 割を適当に細かくとれば各群の回帰曲線として近似的に直線が採用できて計算が簡単となる。しかしして実際に range 割をするに際しては次のような処理が必要となる。すなわち観測記録から抽出された i 減期間の長さはさまざまであるから (神流川の例では最短 3 日から最長 25 日におよぶ)、1 個の i 減期間内に 2 個以上の range を含むケースも起こる。このような 2 個以上の range にまたがるハイドログラフはそれぞれの range に分割 (切断) されるものとする (ただし分割によって生ずる端部のハイドログラフの継続日数が 3 日に満たない場合には分割せず適宜隣接ハイドログラフに含める)。このようにして各 range に分類されたハイドログラフを i 減期間の Element Hydrograph とよび EH と略記する。なお range 割のおおよその目安として、各 range に属する EH の数なるべく平均するように分けることおよび長年月にわたる観測資料が得られるにつれ細かい range 割が可能となること等が挙げられる。

神流川についての range 割の例を Fig. 3 の表中に示す。この例では流量 0.3 mm から 8.0 mm の間を 9 range に分割している。各 range に属する EH の数もあわせて同表中に示されている。その合計数 146 が前記 i 減期間数 119 より大きいのはハイドログラフ分割の結果である。

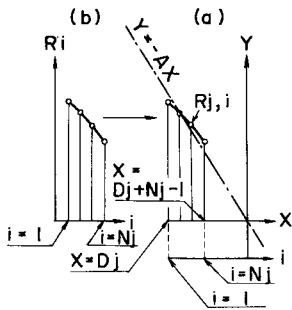


Fig. 2 Line fit to EH.

#	range in mm	no of EH	C. of 9.		A in $Y = -AX$	no. of points
			Xc	Yc		
1	.30 ~ .55	30	-136.654	.461	.003372	164
2	.55 ~ .75	34	-69.649	.642	.009216	204
3	.75 ~ 1.0	25	-47.069	.873	.018557	137
4	1.0 ~ 1.3	15	-27.708	1.152	.041566	66
5	1.3 ~ 1.6	17	-22.927	1.463	.063824	74
6	1.6 ~ 2.0	9	-17.296	1.799	.10401	42
7	2.0 ~ 2.5	8	-11.541	2.251	.19502	33
8	2.5 ~ 4.0	5	-8.418	3.376	.40103	21
9	4.0 ~ 8.0	3	-6.430	5.101	.79328	10
total		146				751

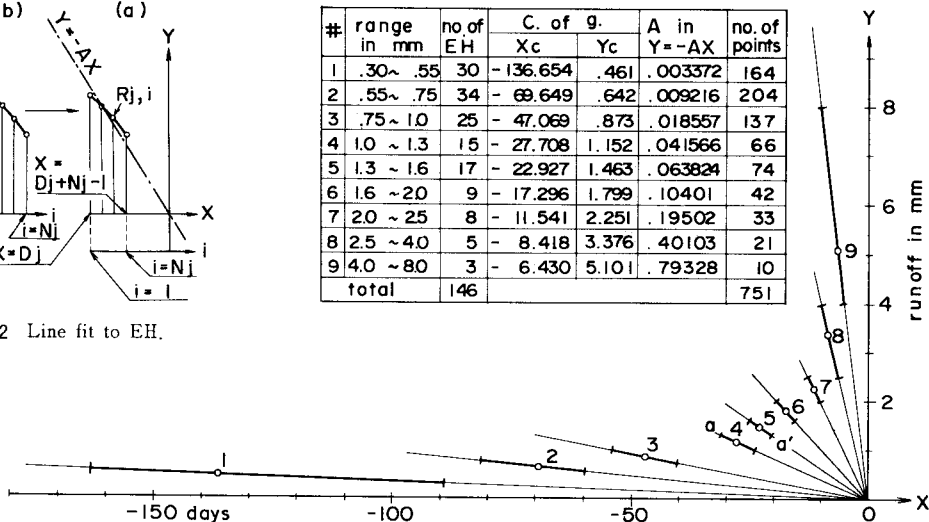


Fig. 3 Runoff recession lines fitted by ranges, KANNA GAWA.

3. Range 別減衰直線の回帰

前節で求めた element hydrograph を概観すると同一 range に属する EH であっても減衰形状にかなりのばらつきがみとめられる。これらのばらつきを平均する減衰直線を求めるために最小二乗法を適用する。しかしして通常の最小二乗法による曲線 fit においては fit さるべき点群は XY 平面上であらかじめ与えられているが、いま問題としている fit は、fit さるべき各 EH の位置が XY 平面上で与えられていないので、この位置決定の問題をも同時に解決するような最小二乗法の適用でなければならぬ。すなわち EH の発生日時はすべて異なり、かつこれらの EH を構成している流量の観測値は観測誤差を含み真値とは異なるから、これらの EH を同一の XY 平面上の適当な位置に重ね合わせてプロットし、そのときの各 EH を構成する測点（流量点）について最小二乗法を適用するようにしなければならない。以下その方法を記す。

まず一つの range に属する EH 群を概観して平均的な減衰勾配を視察により推定し、XY 平面上の原点を通りこの勾配と同じ勾配をもつ直線

$$Y = -AX \dots\dots\dots (1)$$

が引かれている状態を想定する (Fig. 2(a))。ここで X, Y 軸のスケールは EH のそれと等しくとられているものとする。一方この range から任意の EH を取り出しこれを透明紙にプロットする (Fig. 2(b))。いまこの EH の水平軸が Fig. 2(a) の X 軸に一致するように重ね、透明紙を平行移動させて EH の減衰の傾向が先に引かれている直線に最もよく fit する位置に EH を固定する。この固定された位置における EH の各測点を $R_{j,i}$ (j は EH に付された番号で $j=1, 2, \dots, N_r$, i は第 j 番の EH を構成する各測点に付された番号で $i=1, 2, \dots, N_j$) とすれば、X 軸上で $X=D_j$ の点に $i=1$ が一致し、 $X=D_j+N_j-1$ 点に $i=N_j$ が一致している状態となる (ここに D_j は上記平行移動の結果定まる値である)。数式的にはこの状態は

$$X_i = D_j + i - 1, \quad i=1, 2, \dots, N_j \dots\dots\dots (2)$$

となり、またこのときの測点 i に対応する $Y=-AX$ 直線上の点の Y 座標は

$$Y_{j,i} = -A(D_j + i - 1), \quad i=1, 2, \dots, N_j \\ j=1, 2, \dots, N_r \dots\dots\dots (3)$$

となる (Fig. 2(a))。よって EH の各測点と対応する直線上の点との縦距差 (すなわち fit 誤差) の 2 乗和は

$$e_j = \sum_{i=1}^{N_j} (R_{j,i} - Y_{j,i})^2 \\ = \sum_{i=1}^{N_j} [R_{j,i} + A(D_j + i - 1)]^2 \dots\dots\dots (4)$$

で表わされる。もし現在の EH の位置が最適であるとすればこの e_j の値は他のいかなる D_j を採用した場合よりも小さな値となっているはずである。

次に取り出された EH についても上と同様の操作を繰り返し、さらに引き続いてこの range に属するすべての EH について同様に e_j の値を定める。したがってこれらすべての最小値 e_j の和として

$$Err = \sum_{j=1}^{N_r} e_j \dots\dots\dots (5)$$

が定まる。しかしながらここで求められた Err は必ずしも groval minimum であるとは限らない。なんとすれば始めに設定された直線の勾配が変わるといままですべての e_j の値、したがって Err の値が変わってくるからである。したがって考え得られるすべての勾配について上記の操作を繰り返し、その結果得られるすべての Err のうち最小値を与える Err を選定しなければならない。

しかし実際にはこのように面倒な手作業を行う必要はなく、 A, D_j を変数として (4), (5) で $\partial Err / \partial A = 0, \partial Err / \partial D_j = 0, j=1, 2, \dots, N_r$ とおき求められる規準方程式を解くことにより容易に最適解を求めることができる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} A &= S_1 / S_2 \\ S_1 &= \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{i=1}^{N_j} (i-1)(\bar{R}_j - R_{j,i}) \\ S_2 &= \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{i=1}^{N_j} (i-1) \left(i - \frac{N_j+1}{2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} D_j &= - \left(\frac{\bar{R}_j}{A} + \frac{N_j-1}{2} \right) \\ \bar{R}_j &= \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} R_{j,i} \\ j &= 1, 2, \dots, N_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。以上によりこの range に属するすべての EH の位置が定まる。すなわち XY 平面上ですべての測点の位置が確定する。したがってこのときのすべての測点の重心位置 (X_c, Y_c) も求められる。しかし、当然ながらこの重心点は $Y=-AX$ 上にある。以上と同様の計算を他のすべての range についても行うものとする。

前節で抽出された神流川の EH 群について上記計算を行った結果を Fig. 3 に示す。この図で range 1 から 9 に移るに従い漸次勾配が急峻になってゆく状況が明らかで直観的にも納得できる結果である。この図では当然ながら ($\because Y=-AX$) 各勾配線とも原点 0 から発する放射線として表現されており、したがって各 range に属する全 EH の重心位置 (図中の小丸印) の座標値 X_c, Y_c もこの原点 0 に対するものである。また表には各勾配値 A , 各 range に属する EH の数および EH を構成する測点数の合計値も示されている。

4. 減衰直線の連結と外挿

前節の各 range のうち、相隣接する 2 range ずつをまとめて各 1 個とした複合 range 群を考える。すなわち range 1 と range 2 とをまとめて複合 range (1+2)、range 2 と range 3 とをまとめて複合 range (2+3)、…とする。このとき原 range では分割されていたハイドログラフが複合 range では分割されず 1 個の EH に復するものもあり、または複合された後でもなお隣接する range 間にまたがるハイドログラフのように依然として分割されたままで残るものもある。

次に複合 range に再編成された EH 群について前節と同じ方法を用いて回帰計算を行う。この結果 Fig. 3 と同様の減衰直線群が得られる。Fig. 4 の破線はその 1 本を概念的に示したものである。図中の C_{12} 点は複合 range (1+2) の重心点を示す。この点の X 、 Y 座標値および破線の勾配値 A_{12} はこの計算により確定する。

さてここで前節で求めた range 1 と range 2 の両減衰直線をこの図上の相当位置に画くことを考えよう。Fig. 4 の実線 R_1 、 R_2 はそのような位置に画かれているものとする。しかし前節での考察により range 1、2 の各重心点はそれぞれの減衰直線上に位置することがわかっているから、この図においてもこれらの重心点 C_1 、 C_2 はそれぞれ R_1 、 R_2 線上にあらねばならない。また R_1 、 R_2 の勾配値 A_1 、 A_2 および C_1 、 C_2 の Y 座標値 Y_{c1} 、 Y_{c2} も前節の計算結果のまま不変であり、 C_1 、 C_2 の新原点に関する X 座標値のみが未知である。

しかしてここで C_1 、 C_2 は C_{12} を通る複合 range (1+2) の減衰直線 (破線) 上にもあると仮定するのが本連結計算の骨子をなす。

この仮定は厳密には正しくない。なんとすれば上記複合 range について行われた回帰計算において確定された個々の EH の位置は必ずしも前節の各 range 別の回帰計算において確定された個々の EH の位置とは一致しないからである。しかしながらもし各 range を構成する EH の数が十分多く、かつこれらの EH が range の全幅にわたって一様に分布しているならば上記仮定は近似的に成立するものと考えられる。

さてこの仮定にたてば、 C_1 、 C_2 、 C_{12} はともに原点 0 を通り勾配 A_{12} の直線上に位置することとなり、 C_1 、 C_2 の X 座標値、両者間の距離 L_{12} 、 R_1 と R_2 の交点 (すなわち R_1 、 R_2 の連結点) p_1 の X 、 Y 座標値等も容易に求められる。引き続き他の連結点についても同様の計算を行い、全減衰直線の連結を完成する。

Fig. 5 の実線は Fig. 3 の range 1 直線を基準にとり、range 2、3、…、9 の各減衰直線を連結した結果を示す。全体として連結線の表わす減衰形状は十分なだけかとなっている。図表中には連結点 p_1 、 p_2 、…、 p_8 の X 、 Y 座標値および重心点 C_1 、 C_2 、…、 C_9 の新 X 、 Y 座標値も示されている。

なおこの連結線は Fig. 3 の各減衰直線を単純に連結したものは異なる。たとえば Fig. 3 の range 5 直線を左に平行移動しその尾端 a' 点を range 4 直線の先端 a 点に単純に連結したのではなく、Fig. 5 の連結点 p_4 は

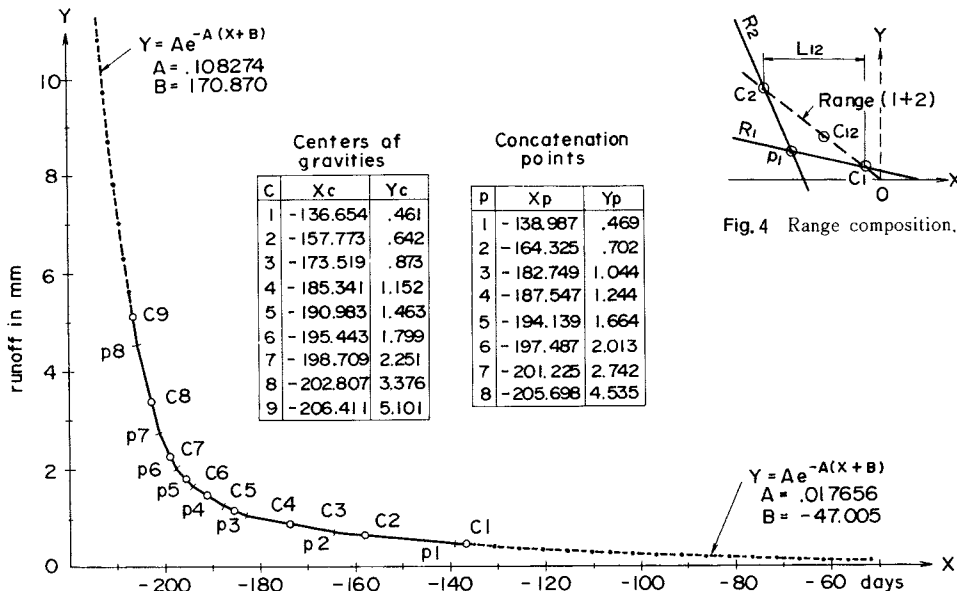


Fig. 5 Concatenated recession lines & extrapolations, KANNA GAWA.

上記尾端と先端からそれぞれ若干距離、それぞれの重心方向に移動した点となっている。

さて連結が完成した状態においてすべてのEHの位置はこの連結線に関して（すなわちこの連結線が画かれている座標系に関して）確定している。しかしこれらEHのうちには元来長期間連続していたハイドログラフが各rangeに分割されて別個のEHとして取り扱われているものも含まれる。換言すればこれらの分割されたEHはそれぞれのrange内では、元は連結したハイドログラフであったという条件を無視してその位置が定められている。したがって上記連結の妥当性をcheckする一つの方法として、できるだけ長期間の無降雨期間について連結減衰線を用いた流量の推定を行い、これを実測ハイドログラフ（このハイドログラフは回帰計算では数個のEHに分割されて用いられている）と対比し、両者の適合の度合をみる方法が考えられる。もし連結がうまく行われておれば推定された長期無降雨期間のハイドログラフはあたかも元来連続している実測ハイドログラフのような形状をとるであろう。

適用例についてこのcheckを行う。観測資料から最長の無降雨期間を含む長期減衰ハイドログラフの数例（いずれも数rangeにわたるもの）を選び（Fig. 6(a)~(e)）、それぞれについて連結減衰線を用いた流量推定を行う。この場合第3日目の無降雨日の流量観測値を基準

としてその後の各日の流量を連結減衰線により推定した。推定結果を Fig. 6 に点線で示す。実測値（実線）と推定値との適合は特に (a), (b) 図では優れており、(c)~(e) でも実線の示す不規則な変動は点線によりよく平均化されている。

これらの結果から前記連結についての仮定および計算法の妥当性がほぼ実証されたものと考ええる。

さて以上によって求められた連結線は最高rangeの上限值から最低rangeの下限值まで（計算例では8.0~0.3 mm）の間をカバーしている。これはこの間についてのみ流量観測値がavailableであることによる必然の結果である。しかしながら次節で論ずる流域内有効残留水分量推定のためにはこの下限値をさらに下回る流量値までの減衰曲線が必要となる。またその他の理由から上限値をこえる部分の減衰曲線の必要性も将来生ずるであろう。これらに備えてここで連結線を上、下方に外挿延長しておくこととする。

いまもし連結線の全体を1個の関数式、たとえば指数関数¹⁾、分数関数¹⁾、不完全ガンマ関数²⁾、不完全ベータ関数⁴⁾等を用いて表わそうとしても良好なfitは得られない。これは連結線の減衰の状況が一見ならかにみえて、実は減衰率の変化が高度の非線形関数によらねば表わすことができないことを示している。しかして上掲の各関数よりさらに高度の非線形関数ではパラメーターの推定がきわめて困難または不可能となる。よって本論ではそのような単一の関数式を採用せず、次の手法によることとする。

連結線の両端部に最も近く位置するそれぞれ3個のrange重心点（Fig. 5の例では上部はC₇, C₈, C₉, 下部はC₁, C₂, C₃の各3重心点）について上下部各別に指数曲線

$$Y = Ae^{-A(x+B)} \dots \dots \dots (8)$$

をfitし、これらを連結線の外挿延長曲線とする。

ここで指数曲線を採用した理由は、単にその取扱いが簡単なおよび一般に減衰事象を表わす曲線として指数曲線が広く用いられていること以外にはない。回帰計算は通常の最小二乗法による。適用例についての計算結果を Fig. 5 に破線で示す。なお同図中には上式のパラメーター A, B の計算値も示されている。

以上により連結線は上下方に延長され、形の上では0から∞までのすべての流量をカバーするものとなった。以降この減衰線全体を長期てい減曲線とよぶ。

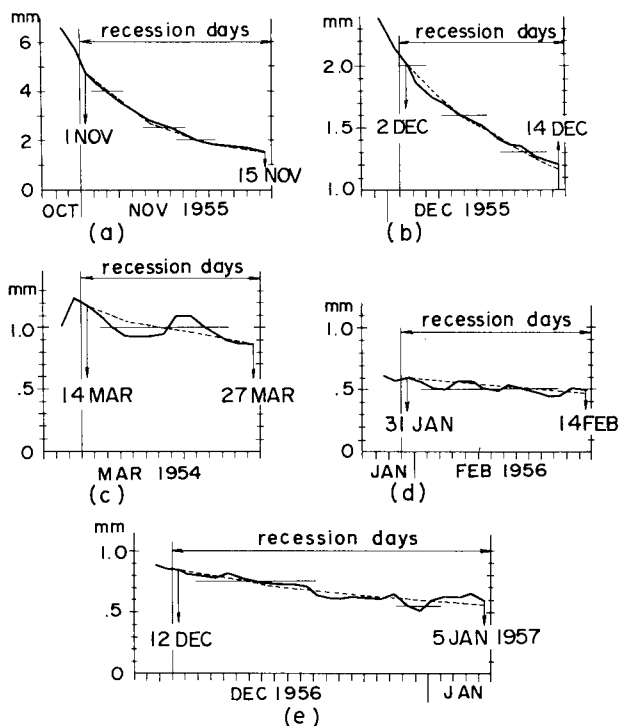


Fig. 6 Observed & estimated runoff recessions, KANNA GAWA.

5. 自然流域の有効残留水分量の推定

(1) 基礎理論

無降雨日が連続し流量がてい減状態にあるときの水文循環の連続の方程式は

$$M_i = M_{i-1} - R_i - E_i, \quad i = \dots -1, 0, 1, \dots \quad (9)$$

で表わされる。ここに、 M_i = 第 i 日末における流域内残留水分量 residual moisture, R_i = 第 i 日の河川流出量 runoff, E_i = 第 i 日の蒸発散その他のロス (以下蒸発散と略称する) を表わす。式中の E_i は次式で表わされるものとする：

$$E_i = f_m(M_{i-1} + M_i)/2 \quad (10)$$

ここに m = 第 i 日の属する月の月番号, f_m = 第 i 日の蒸発散係数で第 m 月内においては一定とみなす。すなわち E_i は前日末と当日末の残留水分量の平均値に比例するものと仮定する。なお (10) は当日の降雨に関係なく成立している。(9), (10) より

$$M_i = \left\{ \left(1 - \frac{f_m}{2} \right) M_{i-1} - R_i \right\} / \left(1 + \frac{f_m}{2} \right) \quad (11)$$

この式で M_i の初期値 M_0 と f_m が与えられれば M_1, M_2, \dots は逐次計算できるから (10) より無降雨継続期間中の E_1, E_2, \dots が求まる。

なお (9) の M_i と M_{i-1} にそれぞれ constant C を加え

$$\tilde{M}_i = M_i + C, \quad \tilde{M}_{i-1} = M_{i-1} + C \quad (12)$$

としても同式は成立する。よって M_i, M_{i-1} は残留水分量の相対値を表わしているにすぎない (しかしながら E_i は一義的に定まる値である)。したがって (10) より f_m も M_i に連動する相対値であることに注意する必要がある。以下混乱を避けるため相対値を表わすときは M の上に \sim を付す。もし (相対値でない) M_i を推定しようとするれば (9) ~ (11) だけでは不足で、さらになんらかの物理条件を付加する必要がある。しかしながらその際もし相対値 \tilde{M}_i が計算済みであるならば²⁾、すべての $M_i, i=0, 1, \dots$ について新たに推定をやり直す必要はなく、ある1個の M_i のみを計算し C を求めれば他の M_i は \tilde{M}_i から一率に C を差し引いて簡単に求まる。よって推定可能な1個の M_i を選定すればよいこととなる。事実非定常期間に属する日の M_i を直接推定する方法は見当たらないのでこの手法はきわめて有力となる。よって流量てい減期間中の任意の1日 ($i=1$ とする) を選び、この日の流量を長期てい減曲線上に落とし R_1 点とする。 R_1 点から右方の曲線部分と X 軸とによって囲まれた部分の面積を L_r とおけば L_r は第1日以降無降雨日が無限に継続したと仮想した場合の流量の合計値を示している。換言すれば L_r は第1日の始めに流域に残留する潜在流出量を表わす。同様にこの仮想無降雨期間の蒸

発散量の合計値を L_e とすれば L_e は第1日始めに流域に残留する潜在蒸発散量を表わす。よっていま

$$M_0 = L_r + L_e \quad (13)$$

とおけば M_0 は第1日始め (すなわち第0日末) における流域の残留水分量を表わす。したがって M_0 を推定するには L_r と L_e を求めればよいことがわかる。

しかしながらここで次のような困難に逢着する。それは長期てい減曲線の末尾部分は指数関数で表わされているから $x=\infty$ までの間の面積 L_r は積分により求められるが、 E_i はこのような単一の関数式で表現できないので $x=\infty$ までの間の量 L_e を求めるには式 (9) ~ (11) を用い、 $i=1, 2, \dots$ の各 i について $E_i=0$ となるまで数値積分をする以外にない。しかしこれは次の理由により採用できない。

すなわち (9) より明らかとなり、この逐次計算の過程で i のカウントが進むにつれ \tilde{M}_i の値は逐次減少し (10) より $E_i \rightarrow 0$ となるときには、 $\tilde{M}_{i-1} \rightarrow 0, \tilde{M}_i \rightarrow 0$ となる。しかるに E_i の計算に用いられている f_m は雨量および流量の観測値に基づいて推定された係数であるから²⁾、いわば通常的水文状況においては適用可能であるが、 $\tilde{M}_i \rightarrow 0$ のような極端な状況に対しては適用の可否は不明である。換言すれば蒸発散量が残留水分量に比例するとする (10) の成立が怪しくなる。よって逐次計算は \tilde{M}_i がある程度まで減少した時点で打ち切らざるを得ず、したがって始めに目指した L_e の推定はできないこととなる。

しかしながらわれわれの元来の興味の対象は現実の河川流出量にある。したがって無降雨日が無限に継続するような非現実の事態における流量、蒸発散量および残留水分量を求めることの意義は大きくない。この考えに立てば減衰流量の下限値として実際面から判断されるある値 R_{min} を設定し、 R_{min} までの長期てい減曲線の面積をもって L_r とし、同時に蒸発散量の逐次計算も流量が減少して R_{min} に達した日をもって打ち切ることができる。したがって (13) の M_0 は流域に残留し将来現実的な流量として有効となる潜在流出量と、この流出が終了するまでの間に必然的に伴う蒸発散量との和を示す。この意味で M_0 を有効残留水分量とよぶこととする。

(2) 適用例

神流川の水文観測資料を調査すると1952年4月27日より5月2日までの間無降雨日が続いている。よって月末日の4月30日は2. で定めたてい減期間に属する。いまこの日を $i=0$ とおき有効残留水分量 M_0 を推定することとする。4月30日の流量観測値は $R_0=4.41$ mm であるので、この点を Fig. 5 のてい減曲線上に落とすと対応する X 座標値は $X_0=-205.4$ 日となり、翌5月1日は $X_1=-204.4$ 日となる。

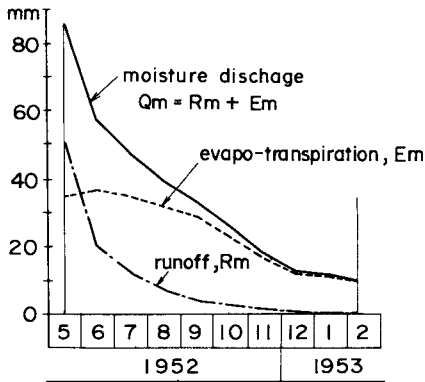


Fig. 7 Recession of monthly moisture discharge etc. in hypothesized no-rainy period, KANNA GAWA.

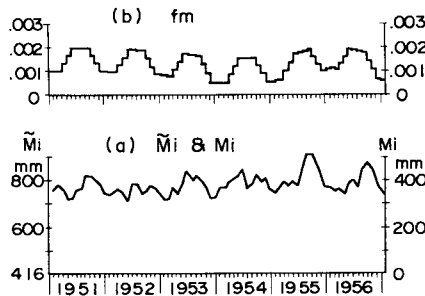


Fig. 8 Estimated residual moistures & coefficients of evapo-transpirations, E series, KANNA GAWA (CA=373.6 km²).

さてここで前論の R_{min} の値として $0.01 \text{ mm} (= 0.043 \text{ m}^3/\text{s})$ をとることとすれば、この値に対応する長期てい減曲線の X 座標値は 79.2 日となる。よって $X = -204.4$ (1 May 1952), -203.4 (2 May 1952), ..., 79.6 (9 Feb. 1953) の 285 日間の各日について減衰流量 R_1, R_2, \dots, R_{285} を Fig. 5 より求め、これらを合計して $L_r = 99.9 \text{ mm}$ が得られる。Fig. 7 の鎖線はこれら減衰流量の月間値を示したものである。

次に潜在蒸発散量 L_e を計算しよう。Fig. 8 に計算済み^{注1)}の f_m および \bar{M}_i が示されている。この図で 1952 年 4 月 30 日末の相対残留水分量 \bar{M}_0 の値は 748.4 mm となっている。 L_e を求めるには 1952 年 5 月 1 日以降 1953 年 2 月 9 日まで 285 日間の仮想無降雨期間の蒸発散量 $E_i, i=1, 2, \dots, 285$ を式 (9)~(11) により計算しこれを集計する。その際これらの式中の R_i の値は実測流量ではなく前記で求められた仮想無降雨期間の減衰流量 R_1, R_2, \dots, R_{285} としなければならない。また f_m の値は Fig. 8 (b) によるが本節のはじめに論じたよう

に、これらは \bar{M}_i と連動する相対値であるので、1952 年 4 月 30 日の \bar{M}_i の値としては、この f_m に見合う相対残留水分量 748.4 mm を採用しなければならない。なんとなれば Fig. 8 (b) に与えられている f_m の値は有効残留水分量 M_i に対してではなく、相対残留水分量 \bar{M}_i に対して計算された値であり、その計算で用いられた \bar{M}_i の値は 1952 年 4 月 30 日末で 748.4 mm となっているからである。

なお同図からもわかるとおり文献 2) における f_m, E_i, \bar{M}_i 等の計算期間は本論文における計算期間と一致しているので本計算に必要な f_m の値はすべて既知であり、したがって (11) により \bar{M}_i の値は逐次計算でき、さらに (10) により E_i が求められることとなる。

計算結果得られた E_i の月次値を Fig. 7 に破線で示す。また $L_e = 232.2 \text{ mm}$ が、さらに (13) より 1952 年 4 月 30 日末の有効残留水分量 $M_0 = 99.2 + 232.2 = 332.1 \text{ mm}$ が得られる。よって $C = 748.4 - 332.1 = 416.3 \text{ mm}$ を一率に Fig. 8(a) の \bar{M}_i の各値から差し引いて 1951 年 1 月末から 1957 年 1 月末までの間の各月末の M_i が算出される。Fig. 8(a) の右側の縦座標の目盛りはこの有効残留水分量に対するものである。

なお上の 332.1 mm は 285 日間に失われる残留水分量であるから $C = 416.3 \text{ mm}$ は最終日の相対残留水分量ともなっている。これは初期値 748.4 mm に比し異常に小さな値ではない。よって前論の f_m の適用による重大な誤差はないものと考えられる。

6. むすび

河川流量の長期てい減曲線を求め、ついでその下限値が実際の面の考慮から設定されるならば、自然流域の有効残留水分量が uniquely に推定できることを論じた。この推定値は流域が保有する水分の絶対量を表わしてはいないが、その unique 性のゆえに今後の水文解析に役立つものと思われる。

たとえば第 i 日の流量 R_i は前日末の残留水分量 M_{i-1} と当日の雨量 P_i に最も強く支配されるから

$$R_i = f(M_{i-1}, P_i) \dots \dots \dots (14)$$

なる関数関係の成立が考えられる。式中の前日末の値 M_{i-1} と当日の降雨量 P_i とはほとんど相互独立であるから、unique な M_{i-1} の推定値 (これは連続条件のほかにてい減曲線という物理条件を追加することにより求められた値である) を独立変数として P_i に追加することにより、理論的には関数形 f が uniquely に定まることとなる。これは従来慣用の流出解析が基本的には P_i と R_i の観測値のみから f を推定するいわゆる black box 手法であるのに対するものとなる。

おわりに神流川の水文観測に尽力された竹内博士に敬

注 1) f_m, \bar{M}_i は文献 2) の 7. (pp. 30~31) の方法により計算された値である。

意と謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 高橋 裕・安藤義久・伊藤 孝・伊藤和央：山地河川の低水流出の減水特性に関する研究，土木学会論文報告集，第 337 号，pp. 75～82，1983.
- 2) 高島康夫：エントロピー理論を用いた自然流域の蒸発散の推定について，土木学会論文報告集，第 342 号，

pp. 23～31，1984.

- 3) Karl Pearson, F. R. S. : Tables Of the Incomplete Γ -Function, Cambridge, 1965.
- 4) Karl Pearson, F. R. S. : Tables of The Incomplete Beta Function, 2nd. edition, Charles Griffin and Co. Ltd., 1968.

(1984. 3. 19・受付)
