

積分モデルによる三次元表層密度噴流の解析

NEAR FIELD ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL BUOYANT SURFACE JET USING INTEGRAL FORMULATION

室田 明*・中辻啓二**・柴垣雄一***

By Akira MUROTA, Keiji NAKATSUJI and Yuichi SHIBAGAKI

A three-dimensional integral model for predicting the near field behaviour of a buoyant surface jet has been formulated and examined. It was necessary to make several assumptions based on experimental knowledges; (i) all cross-sectional velocity and buoyancy profiles are similar, (ii) the vertical entrainment is reduced by means of the stratification, and (iii) the lateral spread due to buoyancy alone is specified in terms of the spreading velocity of density front. The predicted results are found to agree fairly with experimental data. Furthermore, various integral model tests were performed by comparison with field data at Point Beach plants. It indicates that this present model is superior to another published integral models.

1. 緒 言

近年、発電施設の大容量化や集中立地に伴い、沿岸海域に放流される温排水量は大量となり、対象海域の生物環境に影響を与えることが予想される。このような大規模な温排水の拡散現象の実態、あるいはその影響範囲の事前予測法に関しては数多く研究されてきたけれども、十分な解明が得られているわけではない。

温排水あるいは河川流出水が海域に放出された場合どのような拡散挙動を呈するのか、またそれに対していかなる物理要因が影響を及ぼすのかといった問題に対して、著者らは基礎的な実験^{1),2)}を行い、またその流動形態について理論的な解析³⁾を試みてきた。本研究では、それらの成果を基礎に積分モデルによる予測法を提案し、実験および実測結果との比較より予測法の適合性を検討する。

なお、数値解析結果の一部はすでに第28回水理講演会論文集に発表済みであるが、本論文は理論展開の基本的な考え方ならびに誘導過程を詳述するとともに、現地

実測結果との比較を追加して内容を充実させたものである。

2. 既往の積分モデルの総括

近接領域における表層密度噴流の予測に対して、積分モデルは最も広く用いられてきた予測法である。その理由は、この手法が数値計算法に比べてより単純化されたものであり、また古典的な噴流理論の取扱いと同様で、均質噴流においてかなりの好結果をあげていることによる。しかしながら、実際には積分モデルは実験あるいは実測結果との比較において良好な結果をもたらすことは少ない。それは、積分モデルはあらゆる状況に適用できるように拡張されてきたが、密度流特有の現象を付加条件として与えざるを得なく、そのための実験的知見が欠如していることも原因している。しかしながら、現象の理解に基づいた適切な修正を均質噴流の理論展開に付け加えることができるならば、近接領域の流動特性に対しては少なくとも信頼できる予測が可能となるものと考えられる。

積分モデルに関してすでに数多くの予測モデルが提案されている。それらの適合性について実測結果との詳細な比較検討を行ったものに、Argonne 国立研究所の900頁に及ぶ膨大な報告⁴⁾がある。積分モデルの多くは周囲

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘 2-1)

** 正会員 工修 大阪大学講師 工学部土木工学科 (同上)

*** 学生会員 大阪大学大学院工学研究科前期課程学生(同上)

環境水の流れや乱れ、表層熱収支等の種々の要因を含んだ解析も行っているが、浮力効果の表現法に焦点を絞って積分モデルを大別すると表一のようなになる。

浮力による第一の効果は鉛直方向乱流輸送率の低下、換言すれば、下層からの連行量の低減である。Motz-Benedict⁵⁾は下層からの連行を無視した二次元平面噴流によるモデルを提唱した。また、Pritchard⁶⁾は観測に基づいて、連行の生じる領域は噴流水深が10~15フィートに達するまでであり、それ以降は二次元平面的に振舞うという疑似三次元モデルを提唱している。彼のモデルが連行加入量を成層度の指標であるリチャードソン数 Ri とは無関係に算出しているにもかかわらず、他のモデルに増して実測結果を精度よく予測するのは現地調査に基づいた現象論的手法であるからであろう。他のモデルの多くは、連行速度の低減を Ellison・Turner⁷⁾ 流に Ri の関数として表現することにより考慮している。

浮力の第二の効果は、密度差に基づく静水圧力の流下方向および横方向勾配により、流れの水平方向の拡がりを促進することである。流下方向圧力勾配は Stefan・Vaidyaraman⁸⁾ のモデルを除いて流下方向の運動量保存式に付加されている。問題は横方向拡がり率 dB/dx の増大をどのように取り扱うかである。Stefan・Vaidyaraman, Prych⁹⁾, Shirazi・Davis¹⁰⁾ あるいは Stolzenbach・Harleman¹¹⁾ によるモデルはいずれも dB/dx を均質噴流の乱れによる拡がり率と浮力に原因する拡がり率との和として、次のように記述している。

$$\frac{dB}{dx} = \left(\frac{dB}{dx}\right)_{nb} + \left(\frac{dB}{dx}\right)_b \dots\dots\dots (1)$$

ここに、添字 nb および b はそれぞれ浮力効果のない場合と浮力のみの場合を示す。Prychらは水表面上の油の拡がりにみられる密度流塊の拡がり速度を用いて、 $(dB/dx)_b$ を密度フルード数 $Fd (=1/\sqrt{Ri})$ の関数として直接的に表現する方法を提案している。これに対して、Stolzenbach・Harlemanは、局所的な横方向流速は横方向密度勾配 $d\Delta\rho/dy$ と流下方向代表流速に比例

すると仮定して、横方向運動方程式を積分することにより $(dB/dx)_b$ を求めている。いずれにしても、最終的には $(dB/dx)_b$ は次のような関数形で表現される。

$$\left(\frac{dB}{dx}\right)_b = \text{func}(Fd, B, H) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 B, H は噴流の代表幅および代表水深を示す。

これに対して、林・有田¹²⁾や椿・小松¹³⁾のモデルは横方向運動方程式を直接的に導入する方法である。そのためには、横方向流速 V の相似分布形を仮定し、連続方程式を断面積分して V を求める必要がある。しかも横方向運動方程式の積分形は水平方向連行係数 E_h に関係した式となるので、未知数に対する基礎方程式の数の不足は補充できない。そこで、林・有田は流下方向運動方程式の x 軸まわりの二次モーメント式を、また椿・小松は平均流エネルギー式を導入して連立させている。基礎方程式の構成からいえば、Prychらのモデルと比較して理にかなった解析法であるが、あらゆる基礎方程式を断面内積分表示するという方法によって局所的な流動特性を適切に評価し得ているかは疑問である。

浮力効果の表現法として興味深いものに Engelund・Pederson¹⁴⁾のモデルがある。それは密度欠損に基づく水面上昇に起因する横方向圧力勾配を直接的に評価している。ただ、鉛直方向に積分して平面二次元問題として解かれている点に物足りなさがあるが、測定が不可能なほどの僅少な水面の盛り上りであっても密度噴流の挙動に少なからず影響を及ぼしているという指摘は重要であろう。

以上の総括に示されたように、積分モデルにおいては下層からの連行の抑制と表裏の関係にある水平方向の拡がりの促進を適切かつ簡潔に評価した理論展開が望まれる。それはわずかな水面の盛り上りにみられるように放流口近傍に局在する現象であり、自己保存性ならびに流下方向保存式に基盤を置く概括的な積分モデルにおいてはもっぱら水理実験に基づいた現象の理解に頼らざるを得ない。

表一 既往の積分モデルの比較

提 案 者	次元	基礎方程式	水面上昇量		連行量	未知量
			圧力項	横方向拡大		
Motz-Benedict	2	C, S, M_x	—	—	E_h	$U, \Delta\rho, B$
Pritchard	疑似3	C, S	—	—	成層界面	$U, \Delta\rho$
Stefan-Vaidyaraman	3	C, S, M_x	—	density front	$E_h, E_v(Ri)$	$U, \Delta\rho, B, H$
Prych	3	C, S, M_x	M_x	density front	$E_h, E_v(Ri)$	$U, \Delta\rho, B, H$
Shirazi-Davis	3	C, S, M_x	M_x	density front	$E_h, E_v(Ri)$	$U, \Delta\rho, B, H$
Stolzenbach-Harleman	3	C, S, M_x, M_y	M_x	$v \sim u \cdot \partial\Delta\rho/\partial y$	$E_h, E_v(Ri)$	$U, \Delta\rho, B, H$
林・有田	3	C, S, M_x, M_y, M'	M_x	$v = f(\zeta)$	$E_v(Ri)$	$U, \Delta\rho, B, H, E_h$
椿・小松	3	C, S, M_x, M_y, E	M_x	$v = f(\zeta)$	$E_v(Ri)$	$U, \Delta\rho, B, H, E_h$

ここに、C:流量保存式, S:スカラー量保存式, M_x :x方向運動方程式, M_y :y方向運動方程式, M' :x方向運動方程式の二次モーメント式, E :x方向エネルギー方程式

3. 基礎方程式

(1) いくつかの実験による予察

三次元表層密度噴流の水理実験¹⁾から理論展開に有用な知見を整理すれば、次のようである。

a) 噴流軸に直交する各断面での流下方向流速 U および密度差 $\Delta\rho$ の分布形状は相似性を仮定して次式のよりにガウス分布で近似できる。

$$\left. \begin{aligned} U(x, y, z) &= U_s(x) \cdot f_1(y/B_e) \cdot f_1(z/H_e) \\ \Delta\rho(x, y, z) &= \Delta\rho_s(x) \cdot f_2(y/B_e) \cdot f_2(z/H_e) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

ここに、

$$f_1(t) = \exp(-t^2), f_2(t) = \exp(-t^2/2) \dots\dots\dots (4)$$

$U_s, \Delta\rho_s$ は水表面での軸上流速および密度差を、また B_e と H_e は、流速が U_s の $1.0/e (=0.3679)$ となる噴流幅および噴流水深を示す。

b) 連行速度の概念の導入により表層密度噴流への連行量の算定が可能である。その結果、鉛直方向連行は放流口近傍に限定されており、放流口から離れるに従って平面噴流に類似した混合形態に遷移してゆく。

c) 均質の表層噴流と異なり、表層密度噴流では横方向からの強い連行が放流口近傍から観察される。そのときの連行速度は噴流内縁の拡がり率と線形関係にあり、密度フルード数の関数で表示できる。

d) また、噴流内縁の拡がり率は水表面に連続流出した油の拡がりにみられる密度流塊の拡がり速度により記述できる。

以上の実験的予察に基づいて、相似分布形(式(3)、(4))を基礎に積分モデルを展開するが、提案モデルの基本的な考え方は以下のとおりである。

(i) 浮力効果は鉛直方向連行量の低減と横方向拡がりの促進の2つの形態に現われる。

(ii) 鉛直方向連行係数は Ellison・Turner 流に密度フルード数の関数として表現する。

(iii) 横方向連行には浮力による直接的な影響はほとんどないと考え、連行係数は均質噴流の値を採用する。

(iv) ただし、横方向拡がりには横方向圧力勾配による移流効果が有効に働く。拡がり率は密度流塊の拡がり速度を用いて、密度フルード数の関数で与えられる。

(v) したがって、噴流の乱れによる連行は連行係数に含まれるものとする。

(2) 流下方向保存式の誘導

座標系を図-1のようにとり、表層放流された密度噴流が定常・非圧縮の乱流であり、境界層近似ならびに静水圧近似が成立するものとする、基礎方程式は以下のように表わされる。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

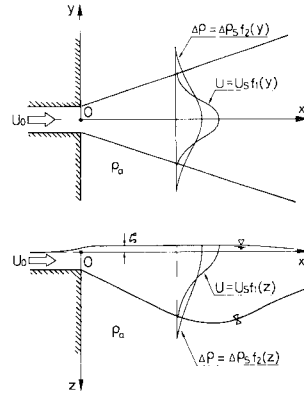


図-1 座標系の説明図

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho U^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho UV) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho UW) \\ &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(-\overline{\rho uv}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\overline{\rho uw}) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(U \cdot \Delta\rho) + \frac{\partial}{\partial y}(V \cdot \Delta\rho) + \frac{\partial}{\partial z}(W \cdot \Delta\rho) \\ &= \frac{\partial}{\partial y}(-\overline{\rho v}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\overline{\rho w}) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに、 U, V, W は x, y, z 方向の平均流速、 $\Delta\rho$ は密度差 ($\Delta\rho = \rho_a - \rho, \rho_a$: 周囲環境水の密度)、 P は圧力、 g は重力加速度である。また、小文字は平均値からの変動成分、“ $\bar{\quad}$ ” は時間平均を表わす。

圧力 P は静水圧近似に基づいて以下のように求める。すなわち、密度差により生じる水面上昇量 ξ とし、水面の盛り上り部の密度が $z=0$ における密度と等しいと仮定すると、密度 $\rho(x, y, z)$ は次式で近似できる。

$$\rho(x, y, z) = \begin{cases} \rho_a - \Delta\rho_s(x) \cdot f_2(y/B_e) & : -\xi < z < 0 \\ \rho_a - \Delta\rho_s(x) \cdot f_2(y/B_e) \cdot f_2(z/H_e) & : 0 \leq z \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

圧力は静水圧であるから

$$\begin{aligned} P &= \int_{\xi}^z \rho g dz = \int_{-\xi}^0 \rho g dz + \int_0^z \rho g dz \\ &= (\rho_a - \Delta\rho_s \cdot f_2(y/B_e)) g \xi + \rho_a g z \\ &\quad - \Delta\rho_s \cdot f_2(y/B_e) \cdot g \int_0^z f_2(z/H_e) dz \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

となる。 $z=\infty$ で $\partial P/\partial x=0, \partial P/\partial y=0$ であることを考慮すると、上式より

$$\begin{aligned} & (\rho_a - \Delta\rho_s \cdot f_2(y/B_e)) g \cdot \xi \\ &= \Delta\rho_s \cdot f_2(y/B_e) \cdot g \cdot \int_0^{\infty} f_2(z/H_e) dz \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

の関係が求まる。また、 $\int_0^{\infty} f_2(z/H_e) dz = \sqrt{\pi/2} \cdot H_e$ であることから、水面上昇量 ξ は式(10)より次式となる。

$$\xi(x, y) = \frac{\Delta\rho_s(x) \cdot f_2(y/B_e)}{\rho_a - \Delta\rho_s(x) \cdot f_2(y/B_e)} \cdot \frac{\sqrt{2\pi}}{4} H_e \dots\dots\dots (11)$$

式(11)を式(9)に代入して x で微分すれば、式(6)中の流下方向圧力勾配が次のように求まる。

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} g \frac{\partial}{\partial x} \{ \Delta\rho_s \cdot f_2(y/B_e) \cdot H_e \} - g \frac{\partial}{\partial x} \{ \Delta\rho_s \cdot f_2(y/B_e) \int_0^z f_2(z/H_e) dz \} \dots\dots(12)$$

分布形の相似関数表示式(3),(4)および式(12)を基礎方程式(5)~(7)に代入して、 $z=0\sim\infty$, $y=-\infty\sim\infty$ の範囲で積分すると、次の方程式群を得る。

$$I_1 I_2 \frac{d}{dx} (U_s B_e H_e) = (2I_2 E_h H_e + I_1 E_v B_e) U_s \dots\dots\dots(13)$$

$$I_3 I_4 \frac{d}{dx} (\rho_a U_s^3 B_e H_e) - I_5 I_6 \frac{d}{dx} (\Delta\rho_s U_s^3 B_e H_e) = -I_7 \frac{d}{dx} (\Delta\rho_s g B_e H_e^2) \dots\dots\dots(14)$$

$$\frac{d}{dx} (\Delta\rho_s U_s B_e H_e) = 0 \dots\dots\dots(15)$$

上式はそれぞれ流量、浮力流束および運動量の流下方向保存式である。式(13)中の E_h , E_v はそれぞれ横方向および鉛直方向の連行係数であり、連行速度 W_e と V_e は次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} W_e(x, y) &= E_v \cdot U_s \cdot f_1(y/B_e) \\ V_e(x, z) &= E_h \cdot U_s \cdot f_1(z/H_e) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

式(13)~(15)を項別微分して整理すると、最終的に次の連立一階常微分方程式系を得る。

$$\frac{dU_s}{dx} = \frac{U_s}{(I_3 I_4 F d_s^2 - I_5 I_6 F_s^2 - 2I_7)} \left\{ I_7 \frac{1}{B_e} \frac{dB_e}{dx} - (I_3 I_4 F d_s^2 + I_7) \left(\frac{2E_h}{I_1 B_e} + \frac{E_v}{I_5 H_e} \right) \right\} \dots\dots\dots(17)$$

$$\frac{dH_e}{dx} = \frac{H_e}{(I_3 I_4 F d_s^2 - I_5 I_6 F_s^2 - 2I_7)} \left\{ (2I_3 I_4 F d_s^2 - I_5 I_6 F_s^2 - I_7) \left(\frac{2E_h}{I_1 B_e} + \frac{E_v}{I_5 H_e} \right) - (I_3 I_4 F d_s^2 - I_5 I_6 F_s^2 - I_7) \frac{1}{B_e} \frac{dB_e}{dx} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

$$\frac{d\Delta\rho_s}{dx} = -\Delta\rho_s \left(\frac{2E_h}{I_1 B_e} + \frac{E_v}{I_5 H_e} \right) \dots\dots\dots(19)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) dt = \sqrt{\pi}, \quad I_2 = \frac{I_1}{2}, \\ I_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1^2(t) dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad I_4 = \frac{I_3}{2}, \\ I_5 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1^2(t) f_2(t) dt = \sqrt{\frac{2}{5}\pi}, \quad I_6 = \frac{I_5}{2}, \\ I_7 &= 2.4533, \quad F d_s = \frac{U_s}{\sqrt{(\Delta\rho/\rho_a)g \cdot H_e}} \\ \text{および } F_s &= \frac{U_s}{\sqrt{gH_e}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

ただし、上式中の F_s^2 に関連する項は式(6)中の密度

ρ に起因するものであり、ブーシネスク近似した場合には消失する。また、水面上昇量 ζ を考慮した圧力勾配 dP/dx をそのまま z 方向へ積分することは不可能であるため、次式のように Maclaurin 展開して $z=0\sim 2H_e$ の範囲で項別積分することにより係数値 I_7 を求めた。

$$\int_0^{2H_e} \int_0^{z/H_e} f_2(t) dt dz = \int_0^{2H_e} \left\{ z - \frac{1}{6} z^3 - \frac{1}{40} z^5 - \frac{1}{366} z^7 - \dots \right\} dz \dots\dots\dots(21)$$

以上の基礎方程式(17)~(19)が未知量 U_s , $\Delta\rho_s$, B_e および H_e を規定する方程式である。解を得るためにはさらに横方向拡がり B_e を記述する方程式を必要とするとともに、 E_v と E_h を前もって設定しなければならない。

(3) 浮力効果の表現

方程式の数の不足を補うための付加的な条件のなかに密度流固有の浮力効果を導入せざるを得ない点が積分モデルの特色であると同時に欠点でもある。本論文では、実験結果に基づいて浮力効果を(i)下層からの連行率の低減と、(ii)横方向拡がりの促進の二面から検討する。

鉛直方向連行係数 E_v は Ellison・Turner 流に成層度の指標であるリチャードソン数 Ri の関数で表現される。ここでは、次式で示す Koh¹⁵⁾の実験式を採用する。

$$E_v = \frac{V_e}{U} = E_0 \left(\frac{2}{1 + Ri/0.85} - 1 \right)^{1.75} \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 E_0 は均質噴流における連行係数であり、一般に 0.075 の値が用いられる。

Ellison・Turner および Koh の実験の妥当性に関しては種々議論があったが、著者らの二次元水理実験²⁾においてその妥当性は検証されている。しかしながら、式(22)は断面平均した水理量を用いて表示されており、本解析への適用に際しては E_0 および Ri を換算して用いる必要がある。流速および密度差の鉛直方向分布より $H = 1.75 H_e$, $\bar{U} = 0.497 U_s$ および $\Delta\rho = 0.664 \Delta\rho_s$ と求められることより、式(22)の E_0 の値は 0.0375 に、また \bar{Ri} は Ri_s の 4.61 倍となる。

一方、横方向拡がり率 dB/dx と成層度との関係については明確な表現はない。水表面における流動形態の可視化観測から浮力効果は拡がり率の増分に直接的な影響を及ぼす¹⁾ことがわかったので、本解析では Prych らが用いている密度流塊の拡がり速度による評価法を採用する。

Koh¹⁶⁾は図—2に示すような周囲環境水 ρ_a と $\Delta\rho$ の密度差を有した流体が静止水域を拡がってゆく現象を定式化している。拡がりを支配する要因のうち慣性力とせん断抵抗が省略でき、密度差による圧力と抗力がつり合っている拡がり現象の中間段階を考えると、

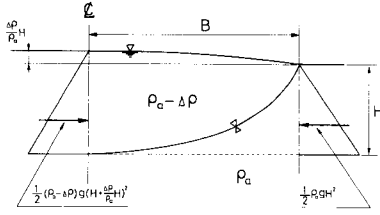


図-2 横方向拡がり速度の説明図¹⁶⁾

$$\frac{1}{2} g \cdot \Delta \rho H^2 = C_b \rho_a \frac{H}{2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2$$

となる。ここに、 C_b は抗力係数である。上式を変形することにより、密度流塊の拡がり速度を与える次式が得られる。

$$\frac{dB}{dt} \sim \sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho_a} g H} = c_1 \sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho_a} g H} \dots\dots\dots(23)$$

この拡がり速度が浮力のみによる拡がり幅 B_0 をうまく説明することは Weil・Fischer¹⁷⁾ および著者ら¹⁾ の水理実験によって確認されている。そこで、放流水束が噴流外縁に直交する方向に dB/dx の拡がり速度で拡大すると同時に、流下方向に流速 U で移流すると仮定すれば、密度差に原因する横方向拡がり率 $(dB/dx)_0$ は単純な幾何学的特性から Prych の提案式⁹⁾ と同様の次式で表わされる。ただし、式 (23) の c_1 は密度流塊の先端の形状により決まる係数であり、ここでは 1.0 とした。

$$\left(\frac{dB}{dx} \right)_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{Fd_0^2 - 1}} \dots\dots\dots(24)$$

いま、 $(dB/dx)_{n0}$ として、Tollmien¹⁸⁾ の値 0.115 を B_0 に換算した値 0.138 を採用するとすれば、拡がり率 dB/dx は 0.138 と式 (24) の和として表現される。

4. 数値解析法と初期条件の設定

数値計算は式 (17), (18), (19) および式 (1), (24) を基礎方程式として Runge・Kutta の数値積分法により行う。

しかしながら、積分モデルは流速と密度差の分布形がともに自己相似性を満たす流動に対してのみ適用されるので、密度噴流の形成・遷移領域の取扱いが重要となる。すなわち、形成・遷移領域の終端点での水理諸量を数値解析の初期値として特定する必要がある。実験的興味が自己相似性の成立する流れの確立領域にあったために、この領域での流動を詳細に実測した研究は少ない。本解析では Stefan et al.¹⁹⁾ の実験結果に基づいて初期条件を設定する。形成・遷移領域での水理量を図-3 に模式的に示す。

(1) 形成・遷移領域の長さ

Stefan et al. に倣い、噴流軸上の密度差 $\Delta \rho$ が初期

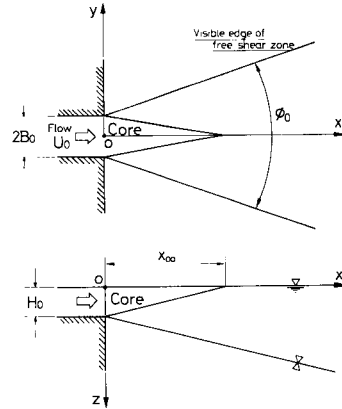


図-3 形成・遷移領域

密度差 $\Delta \rho_0$ の 90 % となる位置で形成・遷移領域の最終点 x_{00} を定義すると、 x_{00} は初期密度フルード数 Fd_0 および形状比 A の関数として次の実験式で与えられる。

$$\frac{x_{00}}{H_0} = 6.05 A^{0.46} \left\{ 1 - \frac{0.5 Fd_0 - 1.5}{\exp(0.4 Fd_0)} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 $A = 2 B_0 / H_0$ 、 $Fd_0 = U_0 / \sqrt{(\Delta \rho_0 / \rho_a) g H_0}$ であり、適用範囲は $1.0 < A < 9.6$ 、 $2.0 < Fd_0 < 15$ である。

(2) 形成・遷移領域終端点での拡がり幅

水表面上のトレーサの可視観測より、横方向拡がり角度 ϕ_0 は Fd_0 の関数として次式で与えられる。

$$\phi_0 = \frac{225 + 10 Fd_0}{2.25 + Fd_0} \text{ for } Fd_0 > 1.0$$

したがって、終端点での拡がり幅 B_{00} は ϕ_0 を用いて

$$B_{00} = \tan \left(\frac{\phi_0}{2} \right) \cdot x_{00} + B_0 \dots\dots\dots(26)$$

となる。 B_{00} は実測値との比較から nominal boundary に対応していることがわかっている。よって、終端点で流速分布が式 (3), (4) で関数表示されると仮定すると、流速が U_0 の $1/e$ となる特性幅 B_{e00} は次式で求まる。

$$B_{e00} = B_{00} / 1.98 \dots\dots\dots(27)$$

(3) 流速と密度差の初期値

x_{00} の定義で $\Delta \rho_0$ の 90 % 値を初期値に設定したが、 x_{00} での流速値は 90 % より少し下回るようである。実験ケースにより多少散乱気味であることから、本解析では $0.85 U_0$ を初期値として特定する。

(4) 噴流水深の初期値

流下距離 x における流量 Q は Fd_0 と A の関数として実験から次のように求まる。

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 + \left\{ 0.087 \left(\frac{x}{2H_0} \right)^{\frac{2.35 + 0.75A}{0.90 - 0.4A}} \right\} \times \left(1 - \frac{0.52}{Fd_0^{0.41}} \right) \dots\dots\dots(28)$$

また、流速分布が式 (3), (4) で与えられる場合には、

流量 Q は積分することにより,

$$Q = U_s \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f_1\left(\frac{y}{B_e}\right) \cdot f_2\left(\frac{z}{H_e}\right) dy dz = \frac{\pi}{2} U_s B_e H_e \dots\dots\dots(29)$$

となる。式 (28) と式 (29) より噴流水深 H_e は次式のように求まる。

$$H_{e00} = \left[1 + \left\{ 0.087 \left(\frac{x_{00}}{2H_0} \right)^{\frac{2.35 + 0.75A}{0.90 + A}} \right\} \times \left(1 - \frac{0.52}{F d_0^{0.41}} \right) \right] \frac{4}{\pi} \frac{B_0 H_0}{0.85 B_{e00}} \dots\dots\dots(30)$$

以上で、数値計算のための初期値がすべて求まった。

5. 数値解析結果と実験値との比較

比較した実験値は温排水の放流を対象に著者らが実施したもの¹⁾であり、流速および密度差の分布形が式 (3)、(4) で近似できることが確認されている。また、 $F d_0$ の値は 3~8 の範囲である。

図-4 と 5 はそれぞれ流速 U および密度差 $\Delta\rho$ の通減特性を慣用的な表示で示したものである。図の上側が解析結果、下側が実験結果である。解析解と実験値の通減特性はほぼ良好に一致しているのがわかる。密度フルード数の小さいほど、また流下距離が進むほど、流速の通減の度合はゆるやかになる。通減率は放流口近傍では均質噴流の -1 乗則に近いが、流下に伴い平面噴流の -1/2 乗則に近づいている。すなわち、流下するに伴い、浮力による重力安定効果によって平面噴流的な挙動に移

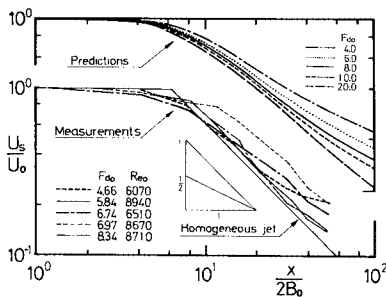


図-4 流速の通減特性

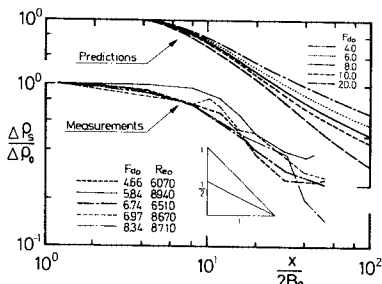


図-5 密度差の通減特性

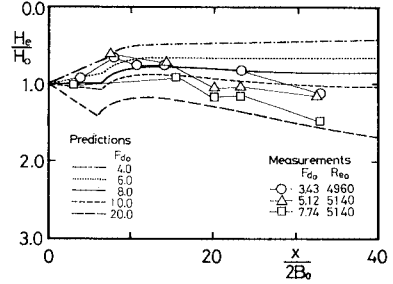


図-6 噴流水深の流下方向変化

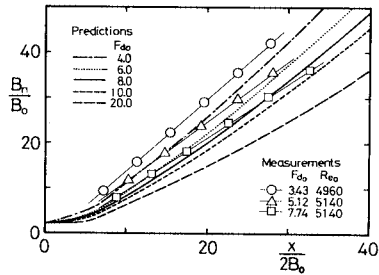


図-7 噴流幅の流下方向変化

り変わる様子が解析と実験の両結果から確認できる。同様の傾向が密度差 $\Delta\rho$ の通減特性にも現われている。

図-6 は流速が U_s の 1.0/e となる水深で定義される噴流水深 H_e を示す。また、図-7 は U_s の 2% となる位置で定義される噴流幅 B_n (nominal boundary) を示す。図中の印は $F d_0 = 3.43, 5.12, 7.74$ の実験値である。解析結果は鉛直方向の拡がりをやや過小評価するものの、全体として重力安定効果により拡がりの抑制される点がうまく表現できている。また、横方向への拡がりは実験結果と良好に一致しており、表層密度噴流の横方向への拡がりを水表面上の密度流塊の拡がり速度で表現することの妥当性が検証できた。

6. 数値解析結果と実測値との比較

Michigan 湖の Point Beach 原子力発電所からの温排水を対象に Argonne 国立研究所で実施された現地観測は詳細に行われており、信頼性の高いものである²⁰⁾。そこで、多数の実測結果のなかで静穏な周囲環境のもとで得られた結果を選び、解析結果との比較を行う。また、同時に 2. で記述した主要な 5 つの積分モデルによる解析結果との競合も行う。図-8~13 は文献 20) から引用したものであり、本論文の解析結果を記入して示す。

(1) 数値解析例-1

図-8~11 は 1972 年 3 月 23 日に静穏な周囲環境条件のもとで得られた実測結果と解析結果とを比較したものである。太い実線が今回実施した解析結果である。他の

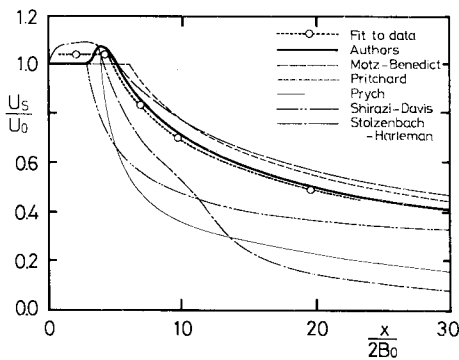
表一2 数値解析に用いた実測データ

水 理 条 件	1972年 3月23日	1972年5月 平 均 値
放 出 流 速 U_0 (cm/s)	55.5	56.0
放 流 口 幅 $2B$ (m)	10.7	10.7
放 流 口 水 深 H (m)	4.2	4.2
放 流 水 温 度 θ_0 (°C)	21.6	20.5
周 囲 水 温 度 θ_a (°C)	14.3	10.8
周 囲 水 流 速 U_a (cm/s)	0.0	0.0
密 度 フ ルード 数 Fd_0	2.37	2.24

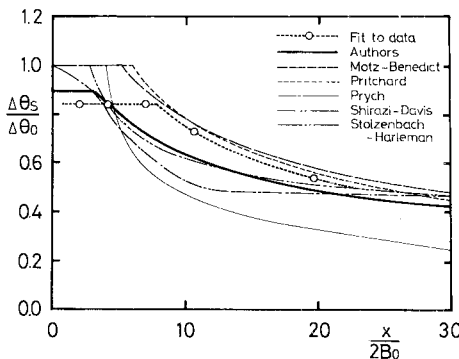
曲線は Argonne 国立研究所で実施された5つの積分モデルによる解析結果である。解析に用いた水理条件は表一2の第2項に示すとおりである。

図一8は噴流軸上の流速の逓減特性を示す。実測によると $x/2B_0=5.0$ 付近までの範囲で流速が放出流速 U_0 より加速されていることから、今回の解析では形成・遷移領域内では流速は低減しないものと、モデルを修正して計算した。太い実線で示す解析結果と実測値は非常によく一致しており、流速の逓減特性をうまく予測している。

図一9は温度差 $\Delta\theta_0$ の逓減特性を示す。温度差は計算した密度差を換算して求めた。解析解は流下距離の短い



図一8 流速の逓減特性



図一9 温度差の逓減特性

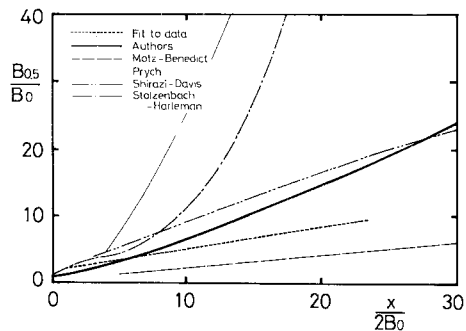
$x/2B_0 < 20$ の範囲では実測値よりも小さな値となるが、流下するにつれて実測値に漸近してゆくようである。

図一10, 11は流速および温度差の半値半幅, $B_{0.5}$ と $B_{0.5T}$ の流下方向変化を示す。解析解は流下するにつれて拡がりをやや過大評価する傾向にあるものの、他の積分モデルの予測値と比較して遜色のない結果をもたらしている。

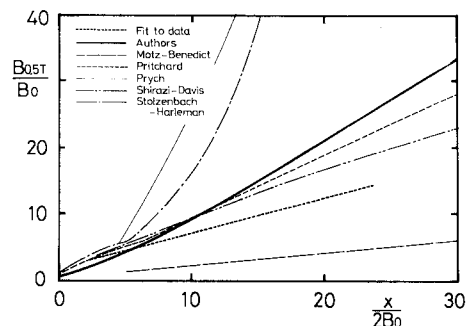
総合的に評価した場合、提案モデルの解析結果は既発表の主要な5つの積分モデルと比較しても実測結果を良好に予測する部類に属していると結論できる。

提案モデルと同程度に良好に実測結果を予測しているのは5つのモデルのうち Pritchard のモデルであるが、これはモデルと現地実測あるいは水理実験の結果とを丹念に比較検証してモデルを構築したことによる。彼の疑似三次元モデルあるいは Motz・Benedict の二次元モデルが流速および温度差の逓減特性を比較的うまく予測していることを考え合わせると、放出水束は比較的短い流下位置から浮力による重力安定効果を受けて成層流的な挙動に遷移しているものと推察される。

Stolzenbach・Harleman および Prych の解析結果は横方向拡がりをかかなり過大評価している。拡がり速度にせん断抵抗を考慮することにより Prych モデルを修正した、Shirazi・Davis モデルでは横方向拡がりを少し



図一10 流速の半値半幅の流下方向変化



図一11 温度差の半値半幅の流下方向変化

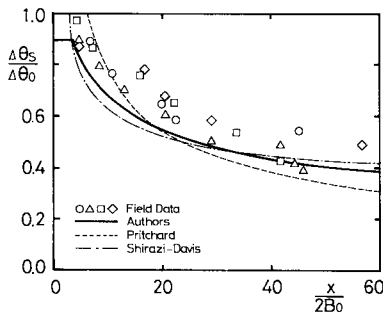
良好なものとしたが、噴流軸上流速の急激な低減は改良されていない。PrychあるいはShirazi・Davisの横方向拡がり率の定式化は提案モデルと同形である。解析結果の相違は(i)流速と温度差の相似分布形の違い、(ii)形成・遷移領域の取扱いの違い、(iii)下層からの連行率や横方向拡がり速度の表現法の不統一、等に原因している。数値解析の実行に際しては(iii)の影響は見逃さない。関数表示に用いられる水理量の定義が提案者により多種多様であり、これらが混同されて採用された場合には過剰な連行あるいは過大な拡がりを招いたり、数値解の安定性を脅かす原因にもなりかねない。

(2) 数値解析例—2

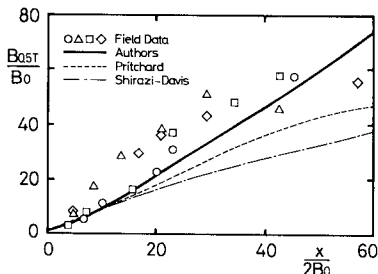
Argonne 国立研究所で1972年5月に4回にわたって実施された実測は、既発表の積分モデルのうち現象を良好に説明するとみなされたPritchardとShirazi・Davisのモデルを検証する目的で行われた。そのときの周囲環境条件の平均値を表—2の第3項に示す。

図—12は噴流軸上の水表面温度差 $\Delta\theta_s$ の流下方向通減特性を示す。図中の符号は4回の実測値を示し、曲線は解析解を示す。図—9と同様に、解析結果は放流口近傍で実測値よりも少し小さな値を示すが、 $x/2B_0 > 40$ と流下するに伴って解析解は実測値に近づいてゆく傾向にある。温度差の通減に関していえば、提案モデルとShirazi・Davisのモデルはほぼ同様の傾向を示しており、Pritchardモデルの通減率は相対的に大きい。

図—13は温度差の半値半幅 $B_{0.5T}$ の流下方向変化を示



図—12 温度差の通減特性



図—13 温度差の半値半幅の流下方向変化

す。提案モデルは実験結果を良好に予測するのに対して、他のモデルは相当過小評価する傾向にある。また、図—13の結果は図—11における解析結果と実測結果との関係とは全く逆の傾向を示しているが、それは図—11に示された実測値の拡がり度が少し小さかったためであると予想される。実測は $x/2B_0 = 150$ の遠方領域まで実施されていたが、近接領域を除いては沿岸地形の影響を受けて実測精度が疑わしいので、検証は $x/2B_0 < 60$ の範囲にとどめた。図—12および図—13の比較より、表層密度噴流の近接領域における流動に対する提案モデルの適合性が検証されたといえる。

7. 結 語

三次元表層密度噴流の近接領域での流動を予測するための積分モデルを基礎的な水理実験で得られた知見に基づいて構築し、その適合性を水理実験および現地実測結果との比較より検討した。本研究で得られた結論を列挙すると次のようになる。

(1) 積分モデルでは付加的な条件のなかに浮力効果をいかに適切に導入するかが肝要である。提案モデルでは、(i)下層からの連行率の通減をKohの実験式を用いて、また(ii)横方向拡がりの促進を密度流塊の拡がり速度を用いて記述した。両効果はともに密度フルード数の関数で表現されることが水理実験より確認されている。

(2) ただし、上記関数関係を採用するに際しては、流速あるいは密度の分布形を勘案して、関数表示に用いられている水理量に換算する必要がある。(i)と(ii)は表裏の関係にあり、両者のバランスを欠いた場合には下層からの過剰な連行や過大な横方向の拡がりを招き、数値計算の安定性が脅かされる結果となる。

(3) 提案モデルによる解析結果を水理実験ならびにPoint Beach原子力発電所からの温排水の放流に対する現地実測と比較検討した結果、提案モデルは全体として近接領域の流動を良好に予測し得ることが検証できた。また、既発表の代表的な5つの積分モデルとの比較においても、提案モデルが最も優れていることがわかった。

(4) 積分モデルは流速および密度分布形の相似性を前提としているが、断面積分値が分布形状にそれほど依存しないことから、工学的な目的のためには積分モデルは有用であろう。ただし、本論文の提案モデルは静穏な沿岸海域への温排水の拡がりを対象にしたものである。現実には、沿岸海域の流れ、乱れあるいは成層化、および水表面での熱交換等種々の要因が相乗し合って、現象は複雑な様相を呈している。これらの要因の多くは積分モデルの中に線形に組み込むことが可能であり、積分モデルを拡張して適用できる。

参 考 文 献

- 1) Murota, A., Muraoka, K. and Nakatsuji, K. : Initial Entrainment and Lateral Spread of Three-dimensional Buoyant Surface Jet, *J. Hydrosience and Hydr. Eng.*, Vol. 1, No. 2, pp. 33~51, 1983.
- 2) 室田 明・中辻啓二 : 二次元表層密度噴流における連行特性に関する研究, *土木学会論文集*, 第 351 号/II-2, pp. 97~106, 1984.
- 3) 室田 明・中辻啓二・柴垣雄一 : 沿岸域での表層放流水束に及ぼす浮力効果について, 第 28 回水理講演会論文集, pp. 113~119, 1984.
- 4) Dunn, W.E., Policastro, A. J. and Paddock, R. A. : Surface Thermal Plumes : Evaluation of Mathematical Models for the Near and Completed Field, Part 1 and 2, Argonne National Labo., ANL/WR-75-3, 1975.
- 5) Motz, L.H. and Benedict, B.A. : Heated Surface Jet Discharged into a Flowing Ambient Stream, Rept. No. 4, Dept. of Environ. and Water Resour., Vanderbilt Univ., 1970.
- 6) Pritchard, D.W. : Design and Siting Criteria for Once-through Cooling Systems, American Institute of Chemical Engineers, 68 th Annual Meeting, Houston, 1971.
- 7) Ellison, T.H. and Turner, J.S. : Turbulent Entrainment in Stratified Flows, *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, pp. 423~448, 1959.
- 8) Stefan, H. and Vaidyaraman, P. : Jet Type Model for the Three-Dimensional Thermal Plume in a Crosscurrent and under Wind, *Water Resour. Res.*, Vol. 8, No. 4, pp. 998~1014, 1972.
- 9) Prych, E. : A Warm Water Effluent Analyzed as a Buoyant Surface Jet, Swedish Metheological Institute, Rept. No. 21, Stockholm, 1972.
- 10) Shirazi, M. and Davis, L. : Workbook of Thermal Plume Prediction, Vol. 2, Surface Discharge, Pacific Northwest Environ. Res. Labo., Rept. EPA-R-2-72-005 b, 1974.
- 11) Stolzenbach, K. and Harleman, D.R.F. : An Analytical and Experimental Investigation of Surface Discharge of Heated Water, Ralph M. Parsons Labo., MIT, Rept. No. 135, 1971.
- 12) 林 泰造・有田正光 : 温度密度流の拡がりに関する予測モデルの研究, 第 20 回水理講演会論文集, pp. 161~172, 1976.
- 13) 椿東一郎・小松利光 : 3 次元表層密度噴流について, 第 22 回水理講演会論文集, pp. 1~6, 1978.
- 14) Engelund, F. and Pederson, F.B. : Surface Jet with Small Richardson Numbers, *Proc., ASCE*, Vol. 99, HY 3, pp. 405~416, 1973.
- 15) Koh, R.C.Y. : Two-Dimensional Surface Warm Jets, *Proc. ASCE*, Vol. 97, HY 6, pp. 819~836, 1971.
- 16) Koh, R.C.Y. : Buoyancy-Driven Gravitational Spreading, *Proc. 15 th Coastal Eng. Confer.*, pp. 2956~2975, 1976.
- 17) Weil, J. and Fischer, H.B. : Effect of Stream Turbulence on Heater Water Plumes, *Proc. ASCE*, Vol. 100, HY 7, pp. 951~970, 1974.
- 18) Tollmien, W. : Berechnung Turbulenter Ausbreitungsvorgänge, *ZAMM*, Vol. 6, pp. 468~478, 1926.
- 19) Stefan, H., Bergstedt, L. and Mroska, E. : Flow Establishment and Initial Entrainment of Heated Water Surface Jets, St. Anthony Falls Hydr. Labo., Univ. of Minnesota, EPA-660/3-75-014, 1975.
- 20) Paddock, R.A., Policastro, A.J., Dunn, W.E. and Kyser, J.M. : Application of Prominent Near-field Models for Heated Surface Discharges to Prototype Field Data on Lake Michigan, U.S. -Japan Seminar on Eng. and Environ. Aspects of Waste Heat Disposal, 1974.

(1984. 4. 6・受付)