

空気蛇行流の乱流特性に関する研究

CHARACTERISTICS OF TURBULENT FLOW IN A MEANDERING AIR DUCT

池田 駿介*・田中 昌宏**・千代田将明***

By Syunsuke IKEDA, Masahiro TANAKA and Masaaki CHIYODA

Laboratory study in a meandering air duct and numerical analysis are presented. The three-components of air velocity and the pressure are measured with dual-sensor hot-wire anemometry and Pitot tube, respectively. It is revealed that flow is considerably three-dimensional with local acceleration and deceleration. The main flow, secondary flow and the Reynolds stresses are interacting with each other in complicated manner. Numerical analysis using the two-equation $K-\epsilon$ turbulence model is also presented herein. It is found that the analysis reasonably predicts the distributions of pressure, mean velocity components, and moreover turbulence field. This suggests that the $K-\epsilon$ model is effective in analyzing turbulent flow in shallow meandering channels with mild curvature.

1. ま え が き

自然河川は場所的環境に応じてさまざまな姿をみせるが、その中で蛇行形状は河川の代表的河道形態の一つである。河川の蛇行現象は河道とその中の水流との相互作用現象としてとらえなければならないが、河道を固定境界と考え、流れのみに注目するならば、蛇行流は局所的な加速・減速や交互に向きを変えつつ発達・減衰を繰り返す二次流を伴った複雑な三次元乱流である。

蛇行部の流れに着目した実験的研究には Yen¹⁾、玉井ら²⁾の研究があり、いずれも反転する 90° 湾曲部と直線部を連結することによって蛇行流路をモデル化している。彼らの研究は二次流を含む流れの平均量成分と水面形状を測定したものであり、流れの三次元構造をある程度明らかにした点で評価される。一方、移動床を伴う蛇行流については Hooke³⁾、長谷川⁴⁾が詳細な測定を行っている。前者は土砂輸送と底面せん断力分布の測定が主眼であり、後者は三次元流と河床の相互作用を取り扱っ

ている。野外では Thorne・Hey⁵⁾、Jackson⁶⁾が三次元流の測定を行い、二次流の挙動をある程度明らかにしている。以上の研究は流れの平均量成分や水面形状に関するものであり、乱れ成分に関する測定は全く行われていない。蛇行流の構造をより詳細に把握するためには乱れ量の測定は不可欠である。

一方、蛇行流の理論的研究には次のようなものがある。Kalkwijk・De Vriend⁷⁾、池内・玉井⁸⁾は水深方向に積分した運動量方程式を用いて、主流の縦断方向遷移過程などの蛇行流の平面二次元特性を取り扱っている。流れを三次元的に扱った解析には、重み付き残差法を用いた池谷・玉井⁹⁾の研究があるが、レイノルズ応力、側壁の効果の評価などに問題が残っており、主流および二次流の遷移特性なども十分に表現されているとはいえない。Leschziner・Rodi¹⁰⁾は、直線部に連結する単一湾曲部流を対象とし、乱れ場の局所的変化が考慮できる $K-\epsilon$ 乱流モデルを用いた数値計算を行い、三次元流について良好な結果を得ている。同様に湾曲ダクトに対しても $K-\epsilon$ モデルを用いた計算が Pratap・Spalding¹¹⁾、Humphrey et al.¹²⁾によって行われており、この種の流れに対する $K-\epsilon$ モデルの有効性を示している。また、最近 Demuren¹³⁾は Leschziner・Rodi が用いた手法を反転する 90° 湾曲部と直線部を連結した比較的緩やかに蛇行す

* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科
(〒338 浦和市下大久保 255)

** 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科
(〒152 目黒区大岡山 2-12-1)

*** 学生会員 埼玉大学大学院 建設基礎工学専攻
(〒338 浦和市下大久保 255)

る流路内の流れに適用し、蛇行流路の流れにおける物質の分散問題をも取り扱っている。

本研究においては、この複雑な三次元乱流である蛇行流を、流路の基本的な形状特性を残しつつ、できるだけ単純化した状態でモデル化し、流れの平均量、乱れ量、さらにそれらの相互関係の基本的特性を実験と理論解析によって明らかにすることを目的とする。

まず、実験においては乱れ量を含めた測定を簡便にしかも精度よく行うために空気蛇行流を用いることとした。このために自由水面の効果を考慮することはできないが、その効果は本質的に二次的であり、しかも空気蛇行流そのものの研究としても価値があると考えられる。

解析においては、複雑に変化する蛇行流の三次元流況を理論的に再現することを試みる。そのために流れを三次元的に扱うことはもとより、乱れ場の局所の変化が考慮できる $K-\epsilon$ モデルを用いた数値解析を行い、本手法の蛇行流解析における有効性を検討する。

2. 実験装置および実験方法

(1) 蛇行風路

風路の作成にあたっては、蛇行河川の幾何学的・力学的特性を考慮し、Yen¹⁾、玉井ら²⁾が用いた水路を参考にした。風路横断面形状は広長方形断面とし、風路中心軸は次式で定義される sine-generated curve に従っている。

$$a = \alpha_0 \cos \theta, \theta = \frac{2\pi s}{L} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 a ：蛇行流路中心線が平均流下方向の直線となす偏角、 α_0 ：最大偏角、 s ：流路中心線に沿う原点からの距離、 L ：蛇行長である（図-1 参照）。

風洞全体の概観は、図-1 に示されたとおりで、送風部、直線部および蛇行部から成り、風路にはアクリル板が用いられている。蛇行部は 2.5 波長から成り、二波長目の一波長を測定部とした。二波長目の入口と出口では流速分布などが一致しており、十分に発達した流れが実現されていると判断される。測定部区間の上面部には、縦断方向に $\theta=15^\circ$ おきに幅 8 mm、長さ 290 mm の測定孔が風路中心線に対し垂直に設けられ、測定に際しては、熱線プローブあるいはピトー管を測定孔から挿入し、ふたをした後、セロハンテープおよび粘土によって完全に密封できるように作られている。この測定孔によって粗度が增大することを極力減少させるために孔と同じ厚さのふたを作成したが、完全に滑らかにすることはできず、上下壁面の粗度が若干異なっているが、測定上やむを得ないと判断した。なお、風路の諸元は表-1 に示されている。

ここで、風路に沿う座標系を定義しておく。まず、風

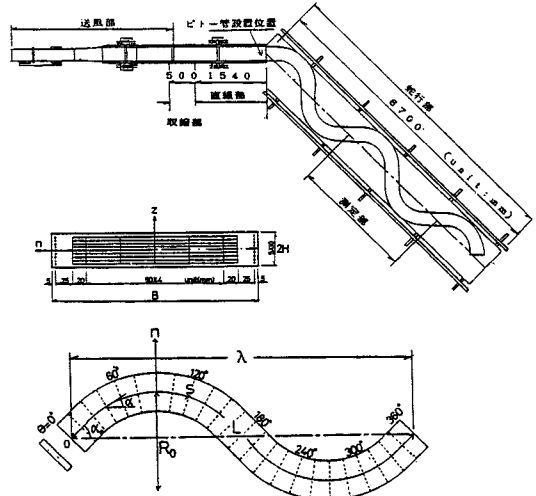


図-1 蛇行風路、測定点および座標系

表-1 風路の諸元

最大偏角	$\alpha_0 = 45^\circ$
蛇行長	$L = 308 \text{ cm}$
風路中心線の最小曲率半径	$R_0 = 62.4 \text{ cm}$
蛇行波長	$\lambda = 265 \text{ cm}$
風路幅	$B = 30 \text{ cm}$
風路高さ	$2H = 5 \text{ cm}$

路中心線に沿って s 軸をとり、その法線方向に n 軸、陪法線方向に z 軸をとる（図-1 参照）。以下で現われる方程式はすべてこの座標系に従っている。

(2) 測定装置

流速およびレイノルズ応力の測定に際しては X 型プローブを使用した。 $s-z$ 方向は日本科学工業 KK 製 M 0249-T 5 が用いられ、 $s-n$ 方向には M 0249 と同特性のプローブを特別に製作した。また、本風路において、構造上プローブは風路上面から挿入する方式を採用したため、 $n-z$ 方向の測定は不可能であった。熱線流速計には日本科学工業 KK 製の CTA、LINEARIZER および DC-Voltmeter から成るシステムを二組用いた。熱線流速計の検定は低乱風洞（測定部： $50 \times 50 \times 200 \text{ cm}$ 、流速： $0 \sim 30 \text{ m/s}$ 、乱れ強度 $= \sqrt{u'^2}/U : 0.5\%$ ）において行われ、出力電圧と流速の関係は十分な線形関係が得られた。

静圧測定にはピトー管および理化精機工業 KK 製アスカニア型微差圧計 F-212（ 0.01 mm 読み）を用いた。

(3) 実験方法

実験は一つの流速についてのみ行い、入口断面の平均流速： $\bar{U}_s = 5.3 \text{ m/s}$ 、レイノルズ数： $Re = 2H\bar{U}_s/\nu = 1.77 \times 10^4$ である（ ν ：動粘性係数）。

流速平均成分およびレイノルズ応力は、熱線流速計からの出力をいったんデータレコーダに記録し、AD変換機能を有するミニコンピュータ(MELCOM 70/20)によって処理し、値を求めた。データサンプリング間隔は0.01 s、データ数2000個であり、同一の点に対し異なる測定時間についてデータ処理し、結果のチェックを行った。

静圧の測定は、糸によってあらかじめ測定された測定点の流向に合わせてセットされたピトー管と蛇行部入口上流に固定されたピトー管の静圧管の差圧を前述の微差圧計を用いて読み取ることによって行われた。

測定点はs方向に25断面、n、z方向にそれぞれ7および9点で図-1のように配列され、側壁近くでは側壁から5、30 mmのいずれかを採用した。

このように測定数が膨大であるために、実験を1日で終了することができなかった。したがって、各測定ごとの実験条件を一定に保つために蛇行部入口上流に固定されたピトー管によって流速を測定し、送風機のモーターの回転数を調節することによって流速を再現した。

3. 数値解析

(1) 解析の方針

本研究では、局所的な加速・減速を伴い複雑に変化する空気蛇行流の三次元流況を理論的に再現することを試みる。蛇行流の特徴である主流の局所的な加速・減速、二次流の発達・減衰過程を詳細に表現するためには、運動量方程式の移流項はすべて考慮する必要がある、さらに、平均場の変化によって乱れ場も複雑に変化すると考えられるため、レイノルズ応力の評価には乱れ場の局所の変化を考慮する必要がある。したがって、本解析では、流れの非線形性、乱れ場の局所の変化が解析に十分に反映できる手法を採用することにする。

(2) 支配方程式

本解析では、レイノルズ応力の評価にはブーシネスク近似を用いるが、そこに現われる渦動粘性係数の決定には乱れ場の局所の変化が考慮できるK-εモデルを採用する。したがって、支配方程式は連続式、運動量方程式、Kおよびεの輸送方程式であるが、流れの非線形性を十分考慮するためには、各輸送方程式の単純化は極力避ける必要がある。これから、各輸送方程式の単純化は主流方向の拡散項の無視のみにとどめた。この単純化は後述べる計算手法上の要請によるが、本研究で対象とする広長方形断面流れでは側壁のせん断力の効果は小さく、流れに剥離が生じない限り十分妥当な仮定であると考えられる。さらに、流れを定常とし、十分に発達した空気乱流を対象としていることから、体積力および粘性項を無視すれば、運動量方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_s^2}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[\chi \left(U_s U_n - \nu_t \frac{\partial U_s}{\partial n} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi \left(U_s U_z - \nu_t \frac{\partial U_s}{\partial z} \right) \right] + \frac{U_s U_n}{R} \\ = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial s} \left(P + \frac{2}{3} K \right) \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_s U_n}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[\chi \left(U_n^2 - \nu_t \frac{\partial U_n}{\partial n} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi \left(U_n U_z - \nu_t \frac{\partial U_n}{\partial z} \right) \right] - \frac{U_s^2}{R} \\ = & -\frac{\chi}{\rho} \frac{\partial}{\partial n} \left(P + \frac{2}{3} K \right) + \chi \frac{\partial \nu_t}{\partial n} \frac{\partial U_n}{\partial n} \\ & + \chi \frac{\partial \nu_t}{\partial z} \frac{\partial U_z}{\partial n} - \nu_t \frac{U_n}{\chi R^2} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_s U_z}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[\chi \left(U_n U_z - \nu_t \frac{\partial U_z}{\partial n} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi \left(U_z^2 - \nu_t \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) \right] \\ = & -\frac{\chi}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(P + \frac{2}{3} K \right) + \chi \frac{\partial \nu_t}{\partial n} \frac{\partial U_n}{\partial z} \\ & + \chi \frac{\partial \nu_t}{\partial z} \frac{\partial U_z}{\partial z} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

ここに、 U_s , U_n , U_z :それぞれs, n, z方向の流速平均成分、 P :圧力、 K :乱れ運動エネルギー、 ρ :密度、 ν_t :渦動粘性係数であり、 $\chi=1+n/R$, R はs軸の局所曲率半径で次式で与えられる。

$$\frac{1}{R} = -\frac{d\alpha}{ds} = \alpha_0 \frac{2\pi}{L} \sin \frac{2\pi s}{L} \dots \dots \dots (5)$$

また、渦動粘性係数 ν_t はK-εモデルでは次式によって決定される。

$$\nu_t = C_\mu K^2 / \epsilon \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 C_μ :定数、 ϵ :乱れ運動エネルギーの逸散率である。 K および ϵ は次式で示されるそれぞれの輸送方程式を解くことによって与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_s K}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[\chi \left(U_n K - \frac{\nu_t}{\sigma_K} \frac{\partial K}{\partial n} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi \left(U_z K - \frac{\nu_t}{\sigma_K} \frac{\partial K}{\partial z} \right) \right] \\ = & \chi (G - \epsilon) \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_s \epsilon}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[\chi \left(U_n \epsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial n} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi \left(U_z \epsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) \right] \\ = & \chi \left(C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{K} G - C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{K} \right) \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G = & \nu_t \left[\left[2 \left(\frac{\partial U_s}{\chi \partial s} + \frac{U_n}{\chi R} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_n}{\partial n} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{\partial U_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U_s}{\partial n} - \frac{U_s}{\chi R} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial U_s}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_z}{\partial n} + \frac{\partial U_n}{\partial z} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

ここに、 G ：乱れ運動エネルギーの生産項、 σ_k 、 σ_ϵ 、 C_{ϵ_1} および C_{ϵ_2} は定数であり、 C_μ を含め Imperial College のグループによって次のような値が提案されており、通常普遍定数として用いられる¹⁴⁾。

$$\begin{cases} C_\mu=0.09, \sigma_k=1.0, \sigma_\epsilon=1.3, \\ C_{\epsilon_1}=1.47, C_{\epsilon_2}=1.92 \dots\dots\dots(10) \end{cases}$$

さらに、連続式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial U_s}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} (\chi U_n) + \frac{\partial}{\partial z} (\chi U_z) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

(3) 計算方法

上記の連立偏微分方程式は非線形性の強い方程式であり、解析的な解法は困難であるため、本解析では Pratat・Spalding¹⁵⁾の数値計算手法を採用した。

まず、対象とする蛇行風路内の流れが中央水平面に対し上下対称であるため、計算領域は蛇行一波長について横断面下半分とする。この領域内で支配方程式を差分法によって離散化するが、その際、差分のメッシュは数値拡散の影響を減少させるために n および z 方向はそれぞれの方向に等間隔、 s 方向は s 軸に沿って等間隔とした。メッシュ数は $s \times n \times z = 73 \times 32 \times 12$ である。

差分化された支配方程式は反復計算によって解かれる。その際、輸送方程式は主流方向の拡散項の無視によって、偏微分方程式の型が完全な楕円型から圧力についてのみ楕円型となっており、圧力を除くすべての従属変数は主流方向に垂直な断面内の二次元の記憶ですみ、 s 方向の断面ごとの行進計算によって順次計算が進む。

計算のアルゴリズムは Patankar・Spalding¹⁵⁾によって開発された SIMPLE (Semi-Implicit Pressure-Linked Equations) Algorithm を使用した。計算手順をまとめると次のようになる。

- ① 初期の三次元圧力場を予測値によって決める。
- ② 圧力以外の変数は入口断面で境界条件として与えられ、順次下流の断面へ計算が進む。
- ③ 新しく計算された流速場はその断面内で連続式を満足しているかチェックされ、それに応じて圧力と流速が収束する方向に補正される。この補正は簡略化された圧力方程式を用いて行われる (参考文献 15) 参照)。
- ④ K および ϵ の輸送方程式が解かれ、 ν_t が求まる。
- ⑤ 一つの断面内で、連続式および運動量方程式の誤差が許容範囲 (入口断面の流量および運動量によって誤差を無次元化し、その値に対し収束条件を設定する。今回は最終的に 0.1% とした。) に入るまで②③④が反復される。

⑥ 行進計算が出口まで進み、新しい三次元圧力場が計算される。流れ場全体の収束条件は新しい圧力場とその前の圧力場との差によって評価し、それが十分小さくなるまで、入口から出口までの行進計算が行われ、必要

に応じて結果が出力される。

(4) 境界条件

本数値計算における境界条件は入口、出口、壁面および風路中央水平面の4つである。以下でそれぞれの境界について説明する。

a) 入口条件

入口断面においては圧力を除くすべての従属変数の値が与えられなければならない。理想的にはすべての値が実験値から与えられることが望ましいが、実際にはすべての値を正確に与えることは不可能である。本数値計算では入口条件は次のように与えた。

① U_s の分布は下流に大きく影響するため、実験値を用いて与えた。

② U_s 以外は下流への影響が小さいことが従来の研究から知られているので、次のように与えた。蛇行部入口より上流に仮想の直線部を考え、入口断面より一断面上流で U_s 以外の量を次のように与える。

$$\begin{cases} U_n = U_z = 0, \nu_t = \chi U_* z' \\ \epsilon = 0.01 U_*^3 / (\chi z') \dots\dots\dots(12) \\ K = 0.1 (\nu_t \epsilon / C_\mu)^{1/2} \end{cases}$$

ここに、 U_* ：摩擦速度、 χ ：カルマン定数、 z' ：壁面からの距離である。

③ ②の条件から U_s の入口断面分布を変えずに他の輸送方程式を入口断面で解き、それを入口条件とした。

b) 壁面条件

運動量方程式中の粘性項は無視されており、 $K-\epsilon$ モデルは完全乱流域についてのみ成り立つので、壁面条件は特別な取り扱いが必要であり、ここでは “The Wall Function Method¹⁴⁾” を採用した。すなわち、壁面条件は次のような関係式で与えられる。

$$\begin{cases} U_p / U_* = \ln(E U_* z' / \nu) / \chi \\ (\nu_t)_p = \chi U_* z'_p = C_\mu K_p^2 / \epsilon_p \dots\dots\dots(13) \\ K_p = U_*^2 / C_\mu^{1/2}, \epsilon_p = C_\mu^{3/4} K_p^{3/2} / (\chi z'_p) \end{cases}$$

ここに、添字 P は流れ場の境界に最も近い格子点を示し、 U_p ：合流速ベクトル、 U_* ： U_p と同じ方向の摩擦速度、 E ：壁面の状態によって決まる定数 (滑面の場合、9.793) である。さらに、壁面上で壁面と垂直方向の流速成分はゼロ、同じ方向の圧力勾配ゼロの条件である。

c) 風路中央水平面

風路中央水平面の条件は、上下対称条件であり、 $U_z = 0$ 、他の従属変数の z 方向勾配はゼロである。

d) 出口条件

出口条件は圧力のみ与えることとし、ここでは大気圧条件で断面一定とした。実験結果から蛇行変曲点では、横断面全体に圧力はほぼ一定となっており、大気圧条件は妥当な境界条件と考えられる。

4. 結果および考察

(1) 静圧分布

静圧は湾曲部流れにおいて従来から知られているのと同様に z 方向にはほぼ一定であった。図-2 (a) には実験値と計算値ともにそれぞれの断面中央点の値を基準に静圧の n 方向分布が示されている。これから、横断方向勾配は蛇行変曲点 ($\theta=0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$) でほぼゼロ、蛇行頂点付近 ($\theta=90^\circ, 270^\circ$) で最大となり、風路自身とはほぼ同位相で変化していることがわかる。これは横断方向圧力勾配が、そこでの遠心力に大きく支配され、局所的に決まることを意味していると考えられる。図-2

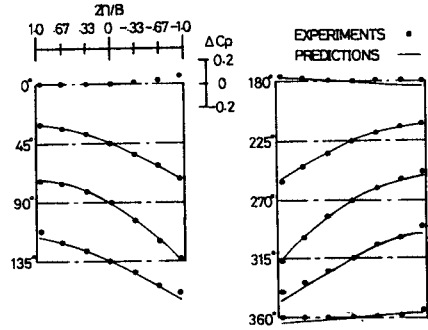
(b) には静圧縦断方向分布が横断方向の2つの位置を例にとって示されている。風路中心線に沿っては縦断方向圧力勾配はほぼ一定となっているが、側壁近くでは場所的に大きく変化しており、特に湾曲後半の内岸近くでは逆圧力勾配が生じている。この縦断方向圧力勾配の場所的変化が、局所的な加速・減速を引き起こし、蛇行流を非線形性の強い複雑な流れとする第一の要因となる。一方、計算値は実験値の特性をよく表現しており、特に横断方向分布は両者が非常に一致している。また、Yen¹⁾、玉井ら²⁾の平坦固定床水路における水面形の変化も本結果と同様な特性を示しており、水面上昇が水深に比十分小さい開水路流れを空気蛇行流を用いてモデル化することの有効性を示している。これはまた、Leschziner・Rodi¹⁰⁾が湾曲流解析において用いた“rigid-rid”近似によって圧力勾配を水面形に変換する手法の妥当性を示すものである。なお、図-2中の C_p および ΔC_p は以下のように定義される。

$$C_p = \frac{p - p_{up}}{\rho U_{up}^2 / 2}, \quad \Delta C_p = C_p - C_{pc} \dots \dots \dots (14)$$

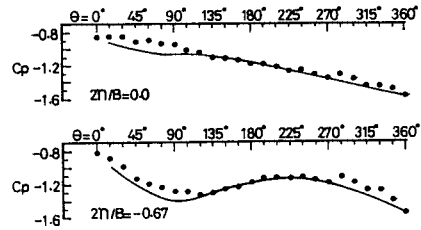
ここに、 p_{up} 、 U_{up} ：蛇行部入口上流のピトー管固定点における値、 C_{pc} ：断面中央点の C_p の値である。また、同位相にあたる 0° と 360° 断面の圧力差から蛇行一波浪内の平均せん断応力を算出し、これから摩擦速度を求めると $U_* = 29.76 \text{ cm/s}$ であった。

(2) 流速分布

まず、平面的な流況を調べるために主流の鉛直平均流速 \bar{U}_s の横断方向分布を図-3に掲げた。蛇行変曲点 0° から蛇行頂点付近までしだいに内岸側が加速されてゆき、蛇行頂点を過ぎると外岸側が徐々に加速され、内岸側は 120° 付近で急激な減速が生じていることがわかる。計算値はこの特性を非常によく表現している。Yen¹⁾、玉井ら²⁾の水路の流況もこれと同様な特性を示しており、空気蛇行流および固定床水路における平面流速分布は、底面の抵抗の変化にはほとんど影響されず、圧力との対応で決定されることがわかる。したがって、実河川



(a) 静圧横断方向分布 ($z/H=0$)



(b) 静圧縦断方向分布 ($z/H=0$)

図-2 静圧分布

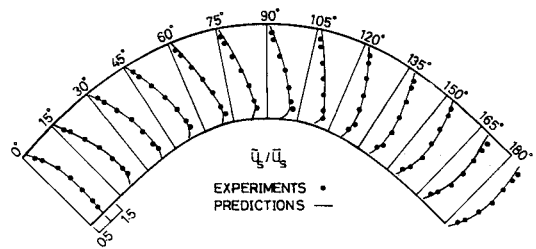


図-3 鉛直平均流速の横断方向分布

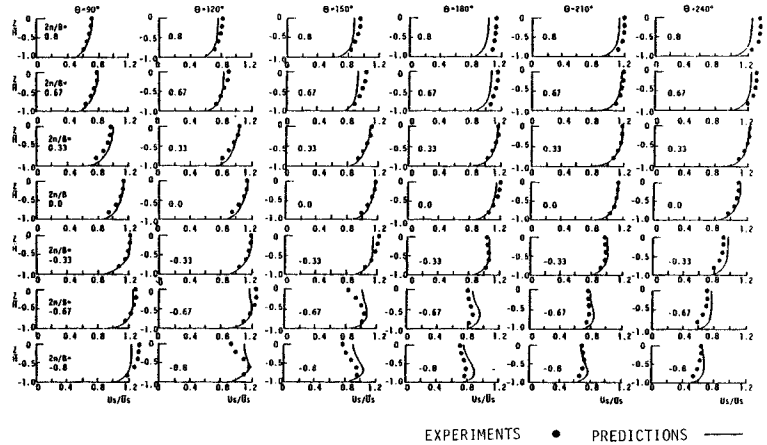
でみられる強制渦型の流況に対しては河床変動による抵抗の変化が流況を支配する決定的な要因であることが知られる。

図-4、図-5にはそれぞれ U_s 、 U_n の鉛直方向分布が示されており、実験値は計算値と比較するために中央水平面に対し上下対称点の平均値が示されている。実験値の分布は中央水平面に対し若干の非対称を示した。これは風路上面の測定孔による粗度の増加に起因するものと考えられるが、流況を判断するには差し支えない程度のものであった。

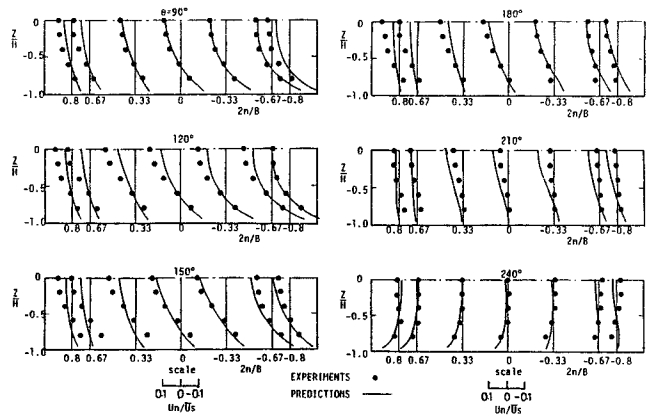
図-4から主流の縦断方向変化をみると、外岸側 ($2n/B=0.67, 0.8$) は徐々に加速され、その鉛直方向分布の変化はさほど顕著ではないが、内岸側 ($2n/B=-0.67, -0.8$) では大きな変化がみられ、 $\theta=120^\circ$ 付近から壁面近くよりも中央水平面付近の流速が小さい分布形が現われている。この分布形は蛇行水路の流れにおいても報告されている。その物理機構を考えてみると、

まず、急激な逆圧力勾配によって主流は減速作用を受け、主流方向の運動量が減少する。それと同時に、蛇行頂点付近から急激に発達する二次流によって側壁近傍の小さな運動量をもった流体が流路中心部へ輸送される。さらに、この領域では乱れ場も大きく変化し、それに伴ってレイノルズ応力も変化する。以上の作用が主に関係し合せて上記した分布形が決定される。計算値も従来の解析手法では表現されなかった主流の鉛直方向分布の縦断方向遷移過程の特性

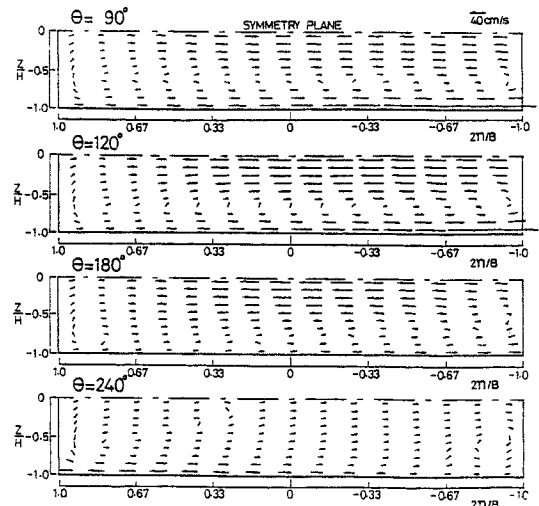
をよく表現している。 $\theta=120^\circ$ 付近の内岸近くでは若干の遅れがみられるが、この原因はこの領域での流れの急激な変化に対して差分のメッシュの幅が十分小さくなかったためと考えられるが、局所的な影響にとどまっております、特に問題はないと判断される。また、図—5から横断方向流速成分の実験値と計算値の一致は良好であり、さらに計算値からは二次流の詳細な発達・減衰過程を知ることができる。図—6には計算値による横断面内流速ベクトル図が示されており、これに沿って説明する。 $\theta=90^\circ$ では二次流が断面全体に発達しており、二次流の流速は内岸側で大きく、外岸側で小さくなっている。二次流は $\theta=120^\circ\sim 150^\circ$ 付近まで発達が続く、この間でその強さのピークをもつ。 $\theta=180^\circ$ では二次流は全断面に残っているものの外岸側ではかなり減衰している。下流の反転する湾曲部に入ると上流からの二次流は外岸におしやられて減衰し、新しい二次流が底面付近から発達し始め、 $\theta=240^\circ$ では内岸側に新しい二次流のセルが現われる。新しい二次流は蛇行頂点付近で急激に発達し、断面全体に一つのセルを形成する。このような二次流の強い相互干渉や二つのセルの共存は従来からある程度知られていたが、理論的には示されていなかった。したがって、蛇行流の主流、二次流などの縦断方向遷移過程を理論的に詳細に示すためには、本解析で行ったように側壁の影響を含めた流れの非線形性や乱れ場の局所の変化を十分考慮しなければならないことが知られる。なお、 U_z の実験値は上壁面に近づくにつれ上昇し、上壁面から5mmの点では U_s の7~12%程度の値を示した。これは現実には考えられない結果であり、さまざまなチェックを行ったが、その原因は究明できなかった。そ



図—4 主流の鉛直方向流速分布



図—5 横断方向流速成分の鉛直方向分布



図—6 断面内流速ベクトル図(二次流、矢印の始点における大きさと方向を表わす)

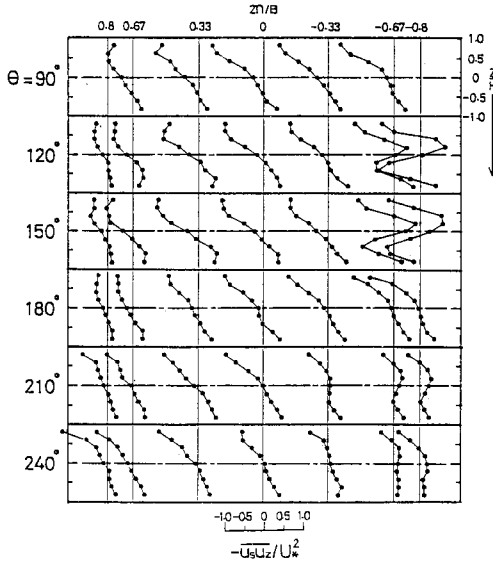


図-7 レイノルズ応力 $-\overline{u_s u_z}$ の鉛直方向分布

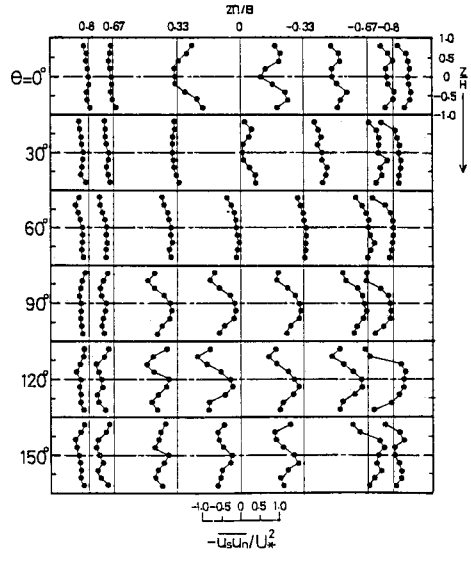


図-8 レイノルズ応力 $-\overline{u_s u_n}$ の鉛直方向分布

のため U_z に関しては考察から除外したが、レイノルズ応力 $-\overline{u_s u_z}$ および $\overline{u_z^2}$ は平均成分を差し引くので問題はないと考えられ、また、 $-\overline{u_s u_z}$ は U_*^2 と比較しても妥当な値を示し、 $\overline{u_z^2}$ も他のレイノルズ応力と比較して妥当な値であった。

(3) レイノルズ応力

本実験においては、 $\overline{u_n u_z}$ を除く単位質量当たりのレイノルズ応力5成分が測定された。本節ではこの中で運動量輸送に大きく影響する $-\overline{u_s u_z}$ および $-\overline{u_s u_n}$ について考察する。図-7、図-8にはそれぞれの鉛直方向分布が示されているが、両者ともに中央水平面に対し、若干の上下非対称性を示している。これも風路上面測定孔の影響と考えられるが、その影響は小さい。

まず、 $-\overline{u_s u_z}$ をみると、鉛直方向に線形分布を示しているが、場所的には変化がみられ、特に蛇行頂点下流 ($\theta=120^\circ \sim 150^\circ$) 内岸近くでは鉛直方向に符号を変えつつ大きく変化し、その分布形は図-4に示された中央水平面より壁面近くの流速の大きい主流の流速分布と対応している。

$-\overline{u_s u_n}$ は横断方向の運動量の拡散を示す項であり、図-8を図-3の主流横断方向流速勾配と対照してみると、その対応はほぼ全領域で成り立っている。しかし、その鉛直方向分布は縦断方向に変化している。 $\theta=0^\circ$ の側壁近くでは鉛直方向に一定であり、断面中央部では上下壁面に向かって増大する分布形を示しており、 $\theta=60^\circ$ では断面全体に鉛直方向一定の分布形となっている。 $\theta=90^\circ$ では全断面に上下壁面に向かって増大する分布形となり、湾曲後半 $\theta=150^\circ$ 付近までこの分布形が続く。

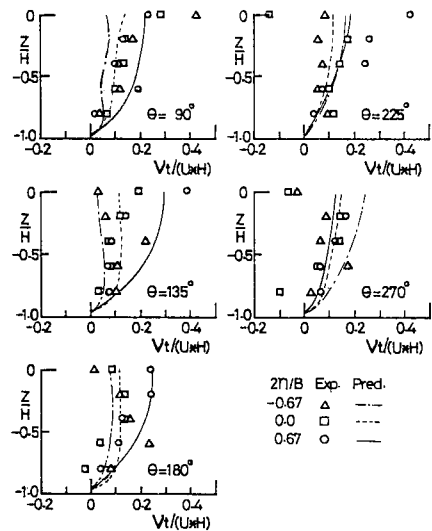


図-9 渦動粘性係数の鉛直方向分布

蛇行流においては横断方向の運動量輸送は二次流による移流の効果が支配的であるが、湾曲部後半の上下壁面近くでは乱流拡散作用が大きくなっていることがわかる。

(4) 渦動粘性係数

図-9には渦動粘性係数の実験値と計算値が示されている。実験値はラグランジュの補間法による数値微分を用いて次式から算出した。

$$\nu_t = -\overline{u_s u_z} / \frac{\partial U_s}{\partial z} \dots \dots \dots (15)$$

実験値から得た ν_t の値は数値微分によったためかなり

のばらつきがみられ、負の値も出現した。また、中央水平面付近の流速勾配がゼロに近い点では極端に大きな値を示す場合があったため、それらは除き、中央水平面に対称な位置の平均値が示されている。

上記した理由から定量的な議論には問題があるが、実験値と計算値のオーダーは一致しており、その値は0~0.3 U_*H の範囲にある。この値は従来の解析に用いられた一定値、0.07 U_*H 、などと比較して全般的に若干大きめの値を示している。また、計算値は場所的に大きく変化しており、これは蛇行流の局所的な加速・減速や二次流の発達・減衰に伴う乱れ場の変化を反映していると考えられる。したがって、蛇行流の解析においては、渦動粘性係数の評価に本解析で用いたような乱れ場の局所の変化を考慮できる手法を用いることによって初めてその詳細な流況を知ることができる。

(5) 乱れ運動エネルギー

乱れ場の状態を知るうえで乱れ運動エネルギー、 $K = (\overline{u_s^2} + \overline{u_n^2} + \overline{u_z^2})/2$ の変化特性を把握することが必要である。図-10には $z/H = -0.4$ における横断方向3点の K の値が縦断方向に示されている。まず、実験値をみると、 K は縦断方向に大きく変化しており、蛇行頂点付近から湾曲後半 ($\theta = 150^\circ, 330^\circ$) にかけて上昇、その後減衰する周期的な変化を示している。計算値も同様に周期的な変化を示しているものの、蛇行頂点下流の内岸近くでは、計算値は実験値と大きく異なっている。この原因はこの減速領域で起こる流れの急激な変化に数値解が十分追従していないためであり、主流速分布と同様に差分のメッシュ幅の影響と考えられる。また、計算値は $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$ の間で実験値より低い値を示している。これは入口条件の仮定値を低く見積もったためであるが、 90° 以後はその影響はないと判断される。

K の変化は式(7)で示される K の輸送方程式によって決定されるが、その中で生産項 G が K の変化を支配する最も重要な項である。そこで、実験値を用いて G を評価し、乱れ場の内部機構について考察する。評価された G は次式で示され、微係数は数値微分によって導出した。

$$G = -\frac{\overline{u_s^2}}{\chi} \left(\frac{\partial U_s}{\partial s} + \frac{U_n}{R} \right) - \overline{u_s u_n} \left(\frac{\partial U_s}{\partial n} - \frac{U_s}{\chi R} + \frac{1}{\chi} \frac{\partial U_n}{\partial s} \right) - \overline{u_n^2} \frac{\partial U_n}{\partial n} - \overline{u_s u_z} \frac{\partial U_s}{\partial z} \dots \dots \dots (16)$$

評価された G の分布は図-11に示されており、 K の変化と対比してみると明らかに相関関係があり、 K の変化は G によって特性づけられていることがわかる。さらに、湾曲部後半内岸付近の G の増大は式(16)右辺第1項が示す主流の減速効果による乱れエネルギーの生産によっており、また、その領域で全体に K が増大し

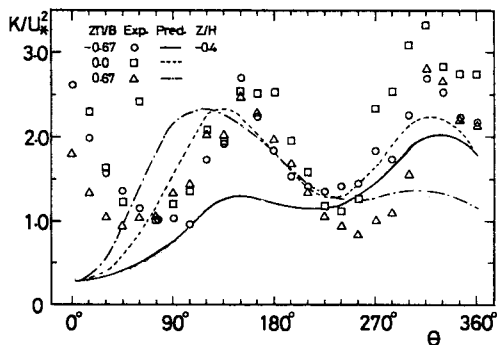


図-10 乱れ運動エネルギー K の縦断方向分布

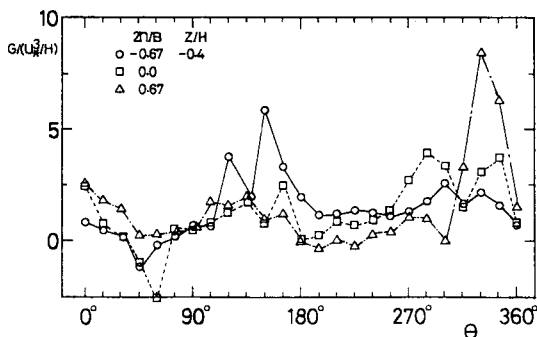


図-11 乱れ運動エネルギー生産項 G の縦断方向分布

ている理由は、式(16)右辺第2、3項が示す二次流の発達による生産項の増加と内岸で上昇した K が二次流によってすぐに断面全体に移流されるためと考えられる。したがって、蛇行流の乱れ場は式(16)右辺第4項が示す底面からのせん断力による K の生産によるのみ決定されるのではなく、主流の局所的な加速・減速や二次流の発達・減衰の効果によって場所的に変化する特性を示すと考えられる。

(6) 運動量輸送機構

以上の考察によって、空気蛇行流の流況がほぼ把握された。本節では、実験値から運動量方程式の主要項を評価し、運動量輸送機構を考察する。 z 方向は側壁近傍を除いて圧力一定となっており、ここでは、 s および n 方向についてのみ考える。図-12および図-13にはそれぞれ s および n 方向の運動量方程式の主要項が示されており、微係数は数値微分による。

まず、 s 方向からみると、特に卓越した項はなく、移流項、圧力勾配および鉛直方向乱流拡散項の複雑な変化によってつり合いが保たれ、特に側壁近くでは局所的な加速・減速や二次流の発達・減衰が顕著であるために、それらの効果を表わす移流項が重要となっている。このことは $U_s \partial U_s / \partial s$ の項のみを残した Engelund¹⁶⁾、池田ら¹⁷⁾の解析は水路幅の効果が無視できない場合には不十

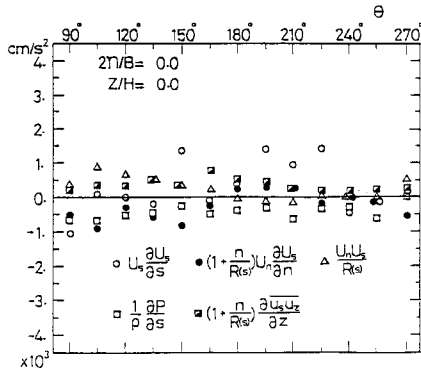


図-12 (a) s 方向運動量方程式各項のオーダー

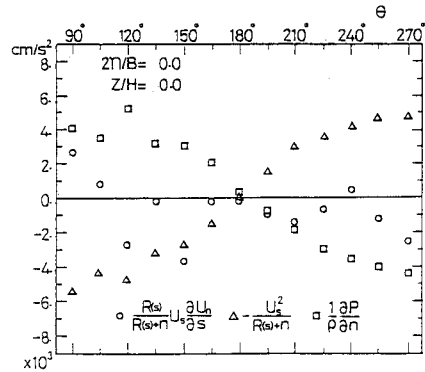


図-13 (a) n 方向運動量方程式各項のオーダー

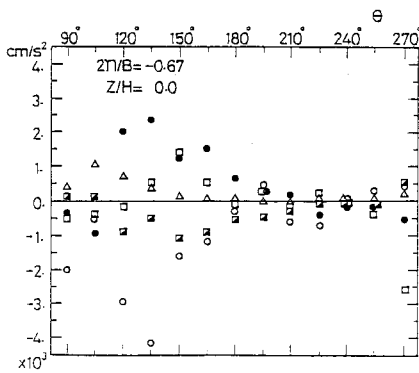


図-12 (b) s 方向運動量方程式各項のオーダー

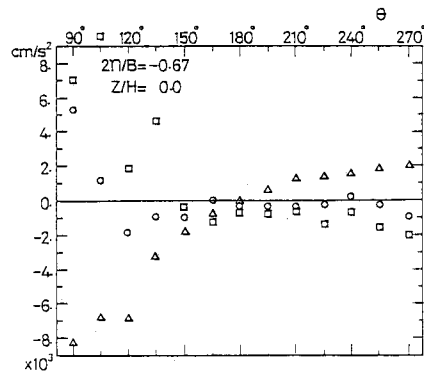


図-13 (b) n 方向運動量方程式各項のオーダー

分であることを示している。鉛直方向乱流拡散項は図-12 (b) の $\theta=120^\circ$ 付近から負となっており、逆向きに作用していることがわかる。側壁近くではこのように鉛直方向乱流拡散項の変化が重要な役割を演じている。

n 方向に関しては図-13 に示されたとおり、流線の曲がり起因する求心力と圧力勾配によってほぼつり合いが保たれるが、二次流が急激に発達する蛇行頂点付近ではその効果を示す移流項が重要となる。

したがって、蛇行流を解析するには以上述べた項は少なくとも考慮されなければならないことが知られる。

(7) 計算手法の妥当性

本解析から得られた計算結果は実験値とよい一致を示した。しかし、いくつかの問題点が残っており、ここではそれらについて考察する。

第1に、レイノルズ応力の評価法としてスカラー量としての渦動粘性係数を用いたブーシネスク近似を導入した。これは乱流拡散作用の状態が等方的であることを意味している。したがって、乱流拡散作用の状態が方向によって異なる流れでは問題が生じる。しかし、河川の流れるように幅のスケールが水深のスケールに比べて非常に大きい場合には乱流拡散作用は鉛直方向に卓越してお

り、一方に乱流拡散作用が重要となる場合には、K と ϵ によって乱れ場の場所的変化を考慮する K- ϵ 法は有効と考えられる。第2に、支配方程式の単純化において計算手法の要請から主流方向の拡散項が無視された。

この単純化は剥離が発生する場合には無効となるが、本手法を完全な楕円型の方程式系の場合に拡張することにさほど困難はなく、計算機の容量と計算時間上の制約である。第3に、乱流モデルでは壁面境界条件が常に問題となり、主流方向に断面形が変化しない場合にはさほど問題はないが、断面形状が変化する場合には、ここで用いた Wall Function 法は問題が生じると考えられ今後の検討が必要である。

5. 結 論

本研究では蛇行流の基本的乱流構造を明らかにするために矩形断面蛇行風路における詳細な測定および K- ϵ モデルを用いた流れの三次元解析が行われた。本研究から得られた結論を以下に列記する。

(1) 静圧分布は鉛直方向にはほぼ一定であり、横断方向分布は風路と同位相で変化し、それに伴って縦断方向圧力勾配は風路中心軸に沿ってはほぼ一定であるが、

側壁に近づくにつれて局所的に変化し、特に蛇行頂点下流の内岸側の逆圧力勾配が顕著である。

(2) 主流横断方向分布は蛇行頂点付近まで内岸側が速く、蛇行頂点を過ぎると徐々に外岸側が速くなっていく分布形を示し、鉛直方向分布は横断および縦断方向に大きく変化し、蛇行頂点下流の減速域では中央水平面付近よりも底面近くの流速が大きい分布形が生じる。

(3) 二次流は縦断方向に発達・減衰を繰り返しつつ変化し、蛇行頂点のすぐ上流底面近くから発達し、湾曲部後半でピーク値をとり、下流の湾曲部前半まで残る。

(4) 計算値は圧力場および平均流速場の上記した特性をよく表現している。

(5) レイノルズせん断応力 $-\rho\bar{u}_s\bar{u}_z$ は鉛直方向線形分布が特徴的であるが、横断および縦断方向に変化し、蛇行頂点下流内岸近くでは主流速分布に対応して複雑な分布形状をとる。 $-\rho\bar{u}_s\bar{u}_n$ の符号は主流速の横断方向勾配にはほぼ対応している。

(6) 渦動粘性係数は直線流における値よりも若干大きい値を示し、局所的に大きく変化する。

(7) 乱れ運動エネルギーはその生産頂に対応して変化し、蛇行頂点下流内岸付近から増大し、蛇行変曲点付近まで高いレベルを維持する。また、生産項は局所的な加速・減速に伴う正負の生産および二次流の発達・減衰に伴う生産に大きく影響される。

以上から蛇行流は流路の曲がりによって移流頂による非線形効果が働くばかりでなく、乱流拡散作用も場所的に変化する複雑な三次元乱流であることが知られる。

さらに、実河川での現象を考えるためには自由水面および河床の変形を考慮する必要があり、流れ場の機構もここで考えた空気蛇行流とは異なったものになるであろう。特に河床形状は流況を決定する主な要因と考えられるため、乱れ場の機構さらには運動量輸送機構も大きく変化するであろうことが予想される。今後の課題として、自由水面および河床形状を考慮した研究が望まれる。

謝 辞：この研究を進めるに際し、埼玉大学水理工学研究室の中村広昭助手、浅枝 隆助手（現在、東京大学土木工学科）には貴重な議論、教示を頂いた。また、電力中央研究所の田中伸和博士、名古屋大学プラズマ研究所の武本行正氏には数値計算に対する討論と助言を頂いた。なお、本研究は昭和58年度文部省科学研究費（代表：吉川秀夫早稲田大学教授）の補助を受けて行ったものである。

参 考 文 献

1) Yen, B.C. : Characteristics of subcritical flow in a meandering channel, *Inst. Hyd. Res., Univ. of Iowa,*

- 1965.
- 2) 玉井信行・池内幸司・山崎 晶：連続わん曲水路における実験的研究，土木学会論文報告集，第331号，pp.83~94，1983.
- 3) Hooke, R.L. : Shear-stress and sediment distribution in a meander bend, UNGI-report 30, Univ. of Uppsala, 1974.
- 4) 長谷川和義：蛇行流路における流れと平衡底面形状に関する研究，土木学会論文報告集，第338号，pp.105~114，1983.
- 5) Thorne, C.R. and Hey, R.D. : Direct measurement of secondary currents at a river inflexion point, *Nature*, Vol.280, pp.226~228, 1979.
- 6) Jackson, R.G. II : Velocity-bed-form-texture patterns of meander bends in the lower Wabash River of Illinois and Indiana, *Bulletin of Geol. Soc. of America*, Vol.86, pp.1511~1522, 1975.
- 7) Kalkwijk, J.P. Th. and De Vriend, H.J. : Computations of flow in shallow river bends, *J. Hyd. Res., IAHR*, Vol.18, No.4, pp.327~342, 1980.
- 8) 池内幸司・玉井信行：蛇行水路における水深平均流れ場の遷移特性，土木学会論文報告集，第334号，pp.89~101，1983.
- 9) 池谷 毅・玉井信行：平坦固定床蛇行水路における3次元流況の解析，土木学会論文報告集，第342号，pp.107~113，1984.
- 10) Leschziner, M.A. and Rodi, W. : Calculation of strongly curved open channel flow, *Proc. ASCE*, Vol.105, HY 10, pp.1297~1314, 1979.
- 11) Pratap, V.S. and Spalding, D.B. : Numerical computations of the flow in curved ducts, *Aeron. Quat.*, 26, pt. 3, pp.219~228, 1975.
- 12) Humphrey, J.A.C., Whitelaw, J.H. and Yee, G. : Turbulent flow in a square duct with strong curvature, *J. Fluid Mech.*, Vol.103, pp.443~463, 1981.
- 13) Demuren, A.O. : Three dimensional numerical computation of flow and pollutant dispersion in meandering channels, *IAHR, XX Congress, Moscow, USSR*, Vol.3, pp.29~36, 1983.
- 14) Launder, B.E. and Spalding, D.B. : The numerical computation of turbulent flows, *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.3, pp.269~289, 1974.
- 15) Patanker, S.V. and Spalding, D.B. : A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.15, pp.1787~1806, 1971.
- 16) Engelund, F. : Flow and bed topography in channel bends, *Jour. of Hy. Div., ASCE*, Vol.100, No. HY 11, pp.1631~1648, 1974.
- 17) 池田駿介・日野幹雄・吉川秀夫：河川の自由蛇行に関する理論的研究，土木学会論文報告集，第255号，pp.63~73，1976. (1984.5.14・受付)