

掃流砂の流送機構に関する研究

TRANSPORTATION MECHANISM OF BED-LOAD IN AN OPEN CHANNEL

関根正人*・吉川秀夫**

By Masato SEKINE and Hideo KIKKAWA

Transportation of bed-load is mainly governed by the flow velocity and impinging phenomenon of moving particles on the bed particles. Since the impinging phenomenon has stochastic features, the authors construct the reasonable stochastic model for impingement, and propose the simulation model for bed-load transportation together with the dynamic equations of particle movement in the flow. This model is verified by the experimental data, and the characteristic of transportation mechanism of bed-load is studied by this model.

1. はじめに

掃流現象を個々の移動粒子の集合として考えると、おののの粒子の運動を把握することが現象の解明につながるといえよう。ここでは、主として、転動(rolling)・滑動(sliding)・跳躍(saltation)に大別される掃流砂の運動形式のうち、特に重要であると考えられる粒子の saltation 運動を扱う。個々の粒子の saltation 中の運動は数多くの研究者により研究されているように、後に示す運動方程式に支配されると考えられるが、その初期条件が一跳躍が終わるごとに起こる河床との不規則な衝突により与えられる確率量であるため、この運動は不規則かつ複雑となる。そこで、この不規則な衝突現象を乱数を使ってモデル化し、運動方程式に基づいた掃流砂のシミュレーション・モデルを考えた。本研究では、先に提案した二次元モデル^[1]に対し、新たに現象をより忠実にとらえる三次元モデルを提案し、さらに、このシミュレーション結果と実測結果とから、掃流現象の一つの重要な過程である「流送過程」に関してその内部機構の解明を

試みる。

2. 三次元シミュレーション・モデル

(1) モデルの概要

まず、掃流砂の輸送運動のモデル化を行うにあたっての仮定等の概略を示す。本研究での仮定としては、主として次の6つが挙げられる。

① 河床は、定常・平衡・平坦で、河床材料が密に敷き並べられている。

② 粒子としては、簡単のため球を用いる。

③ モデルで取り扱う粒子の移動距離は、原則として Einstein による粒径の 100 倍程度とし、これだけ移動したときにシミュレーションを終える。また、衝突後の初速度がほぼ 0 に等しいとみなせる場合も、そこで終えることとする。

④ 移動状態にある個々の粒子同士の衝突はなく、また、河床への衝突により河床粒子は変位しない。

⑤ 河床粒子との摩擦は無視する。

⑥ 流れは主流方向のみで、鉛直方向の流速分布は対数分布則に従い、流れの横断方向には一様分布とする。

次に、本モデルの概略を示す。河床上の静止粒子が河床から離脱した直後に、流体から抗力を受けて運動を開始し、以上の仮定に従って、数回の小跳躍を経て定常的

* 学生会員 早稲田大学大学院理工学研究科
(〒160 新宿区大久保3-4-1)

** 正会員 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科
(同上)

な跳躍に達するというもので、基礎方程式および衝突モデルについて、以下に詳述する。

(2) 個々の Saltation を支配する基礎方程式

流れ方向に x 、流れの横断方向に y 、鉛直方向に z 軸をとる。粒子に作用する外力としては、主として、流水による抗力、重力、揚力、河床材料との摩擦などによる接触抵抗の4つがあるが、揚力と接触抵抗については残りの2つの力に比べて無視して差し支えないと考え、本モデルに入れないとすることにする。以上のことより、 x 、 y 、 z の三方向に対し、運動方程式は、次の式(1)のようになる。

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2x}{dt^2} &= D_x \\ m_1 \frac{d^2y}{dt^2} &= -D_y \quad \dots \dots \dots (1) \\ m_1 \frac{d^2z}{dt^2} &= -D_z - m_2 g \end{aligned}$$

ここに、 m_1 は仮想質量 (virtual mass) を含めた粒子の質量を、 m_2 は浮力を考慮に入れた質量を表わし、球形粒子の場合には、

$$\begin{aligned} m_1 &= (\pi d^3 / 6) \cdot \rho_r \cdot (\sigma_s + 0.5) \\ m_2 &= (\pi d^3 / 6) \cdot \rho_r \cdot (\sigma_s - 1.0) \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

となる (ただし、 d : 粒径、 ρ_r : 水の密度、 σ_s : 粒子の比重)。また、 D_x 、 D_y 、 D_z は、抗力ベクトル \vec{D} の各方向成分を表わす。この抗力ベクトルは、流速 u と等しい速度で x 方向に移動する座標系での粒子の移動速度ベクトル \vec{V} と同一の方向をもち、その大きさの二乗に比例するベクトルと考え、式(3)のように表わす。

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \frac{1}{2} \rho_r C_d A \cdot |\vec{V}| \cdot \vec{V} \\ \vec{V} &= \left(u - \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right) \quad \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 A は粒子の投影面積、 C_d は抗力係数を表わす。なお、 C_d については、 $|\vec{V}|$ を使った粒子レイノルズ数 R_{ed} との関係を次式のように近似し²⁾、運動中の微小時間にごとに決定する。

$$C_d = \frac{24}{R_{ed}} + \frac{3}{R_{ed}^{0.5}} + 0.34 \quad \dots \dots \dots (4)$$

また、流速 u は、対数分布則に従うものとして、

$$u(z) = u_* \left[8.5 + 5.75 \log \frac{z}{k_s} \right] \quad \dots \dots \dots (5)$$

で表わされるものとする。ここに、 k_s は相当粗度であり、後述するように掃流力に応じて変化することが予想されるが、原則として粒径の1.6倍の一定値であるとしてシミュレートし、同時に k_s の変化による影響についても考察を加えることとする。なお、本研究では、乱れの影響によって、saltation 粒子がその軌跡を変えたり、さらには浮流状態に遷移することなどがない範囲を対象としており、それゆえ、流速として平均値のみを考え、そ

の変動分を無視している。ただし、乱れの影響がある場合には、その乱れの性質を知り、それをシミュレーションに組み込むことにより、計算が可能となるのはもちろんである。

(3) 移動粒子と河床との衝突モデル

河床を離脱した粒子は、流れにより流体力を受けて移動を開始し、おのおのの saltation が終わるごとに河床と衝突し、これにより上向きの力を受けて新たな saltation へと移る。この繰り返しにより successive saltation 運動が形づくられるが、おのおのの saltation をみた場合、この現象は確率事象であり、たとえば跳躍高さや距離なども平均値のまわりに分布をもつことになる。これは衝突現象自体が不規則な確率現象であるため、各 saltation の初期条件が確率量になることに起因すると考えられる。

ここでは、移動する粒子と、同一粒子を一様に密に敷き並べた河床との衝突現象について、これを乱数を用いて確率論的に取り扱う衝突モデルを考える。

この衝突を左右する因子としては、主として

- ① 衝突の際の反発係数 e
- ② 衝突直前の最終落下角度 (θ_{xy} , θ_{xz})
- ③ 河床粒子上の衝突位置 (ϕ , ψ)

が考えられる (Fig. 1 参照)。

①の反発係数 e については、河床粒子の詰まり具合や衝突の仕方などにより変化する確率量であり、実際にには各衝突の際に種々の値をとると思われるが、本モデルではその代表値としての平均値を用いる。土屋ら³⁾の実験結果によれば、この値は、移動床では掃流力によらず0.5前後の値をとり、固定床では0.8程度であるという報告があり、著者らのガラスビーズによる実験でも同様の結果を得ている。以上の結果を考慮して、本論では反発係数を0.7とする。なお、 e の値の変化が saltation の諸特性に及ぼす影響については、別論文⁴⁾で詳細に述べることにする。

②の最終落下角度 (θ_{xy} , θ_{xz}) と③の衝突位置 (ϕ , ψ) とは密接な関連がある。 θ_{xy} , θ_{xz} および ϕ , ψ の取り方についてを Fig. 1 に示す (図中の点Pは衝突点)。

Fig. 1 よりわかるように、最終落下角度 (θ_{xy} , θ_{xz}) によって衝突可能な区域が決まってくる。すなわち、Fig. 2 のように任意の (θ_{xy} , θ_{xz}) に対して取り得る (ϕ , ψ) の範囲には限りがある。

$$\phi_{\min}^- \leq \phi \leq \phi_{\max}^+, \quad \psi_{\min}^- \leq \psi \leq \psi_{\max}^+ \quad \dots \dots \dots (6)$$

のようになる。さらに、河床上粒子の球面を、 $\phi = \text{一定}$ 、 $\psi = \text{一定}$ の曲線でそれぞれ 10° 刻みに分割すると、式(6)で与えられる ϕ , ψ の値のうちのいかなる値を取るかという出現率は、たとえば Fig. 3 のような球面の投影図上の各区画の面積比率に等しくなると考えられる。

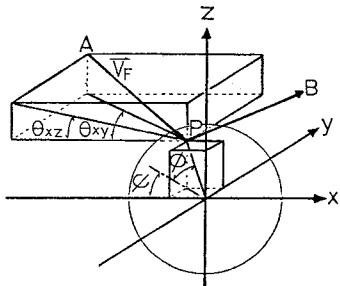


Fig. 1 Schematic model of impingement.

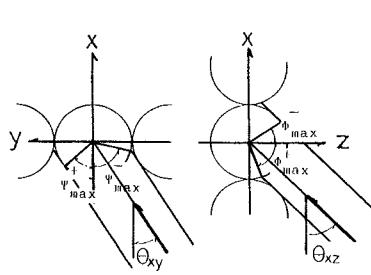
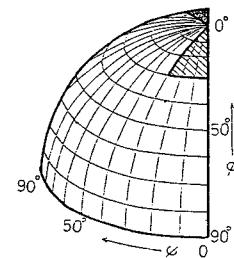
Fig. 2 Possible ranges of ϕ and ψ .

Fig. 3 Division of spherical particle.

(Fig. 3 は、 $\theta_{xy}=0^\circ$ 、 $\theta_{xz}=25^\circ$ に対する投影図であり、斜線部分が衝突可能区域である). したがって、各跳躍が終わるごとに一様乱数を発生させ、そのときの最終落下角度に対する面積比率に応じてその乱数を処理することにより、衝突位置(ϕ , ψ)を決めるこにする。

次に、衝突機構について説明する。衝突現象を三次元的にとらえるためには、反発面となる衝突点での球の接平面 Ω をも三次元的に扱わざるを得ず、それゆえ、法線ベクトルは三次元成分をもつ。したがって、このような座標系で衝突現象を考えるのは容易ではない。そこで、Fig. 1 の点 P (x , y , z) を z 軸のまわりに $+\psi$ の角度(反時計方向を正)だけ回転し、さらに y 軸のまわりに $\phi-90^\circ$ の角度だけ回転する、という変換を行い、点 P' (x' , y' , z') へ移すことを考える。これをマトリックス表示すると

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\phi \cdot \cos\psi & -\sin\phi \cdot \sin\psi & \cos\phi \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ -\cos\phi \cdot \cos\psi & \cos\phi \cdot \sin\psi & \sin\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (7)$$

となる。一方、この逆変換は、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\phi \cdot \cos\psi & \sin\phi & -\cos\phi \cdot \cos\psi \\ -\sin\phi \cdot \sin\psi & \cos\psi & \cos\phi \cdot \sin\psi \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (8)$$

のように表わされる。この式(7)の変換によって、点 P (x , y , z) = $(-r \cos\phi \cdot \cos\psi, r \cos\phi \cdot \sin\psi, r \sin\phi)$ は点 P' (x' , y' , z') = $(0, 0, r)$ に移され、この新たな座標系 $x'-y'-z'$ で衝突現象を考えると、Fig. 4 のようにきわめて簡単なものとなる。図中の点 A', B' は新たな座標系における衝突前後の移動粒子の座標を示し、点 B' の座標 (x'_B , y'_B , z'_B) は、点 A' の座標 (x'_A , y'_A ,

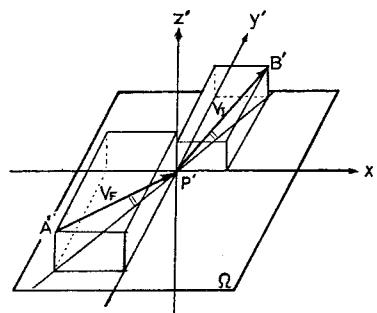


Fig. 4 Transformation of impinging surface.

z'_A) を用いて、

$$\begin{pmatrix} x'_B \\ y'_B \\ z'_B \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -ex'_A \\ -ey'_A \\ -e(r-z'_A)+r \end{bmatrix} \quad (9)$$

のようく表わされる。したがって、衝突直前の座標 A が既知であれば、式(7)による座標変換を通じて点 A' がわかり、式(9)から点 B' が決まり、最後に式(8)による逆変換を施せば、衝突直後の点 B が得られることなる。

以上のように、successive saltationにおいてきわめて重要な意味をもつ衝突現象を、乱数および座標変換を用いて確率論的に、かつ三次元的に説明する衝突モデルを考えた。したがって、このモデルでは、粒子の移動は三次元的であり、粒子に働く流体力は式(3), (4)により刻々与えられることになり、粒子の軌跡を式(1)により三次元的に計算し、次の saltation に移る過程を二次元の場合より忠実に扱える。次章以降にシミュレーションの結果を示すとともに、モデルの妥当性を検討する。

3. 粒子の鉛直方向の存在確率密度と濃度分布

(1) 存在確率密度 $f(z)$ の評価

流体からエネルギーを得て河床から離脱し、移動状態

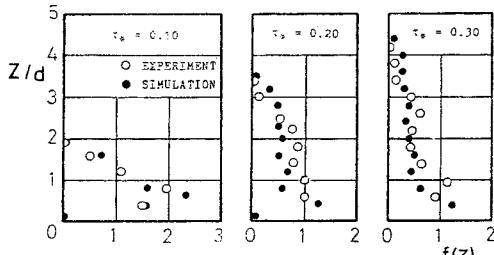


Fig. 5 Density function of moving particles.

に達した粒子は、その初期においては転動・滑動を繰り返すが、粒子自身がある程度加速された状態で河床と衝突したときに跳躍へと移っていく。ひとたび跳躍へと移った粒子は、一跳躍が終わるごとに河床と衝突し、新たな跳躍へと進んでいく。そこで、移動状態にある粒子の跳躍可能高さ、および、粒子の水深方向の存在確率は、流れの状態に左右されるほか、この衝突現象、特にその前後の移動速度と密接な関係があると考えられる。

ここで考える「存在確率密度 $f(z)$ 」とは、高さ z の位置に移動状態で存在する粒子量の、全移動粒子量に対する割合を表わすもので、次式を満たす。

$$\int_0^{\infty} f(z) dz = 1 \quad (10)$$

実測およびシミュレーションにより得られた粒子の存在確率密度分布の一例を Fig. 5 に示す。実験は、粒径 0.5 cm、比重 2.5 の球形ガラスビーズを用い、幅 20 cm、高さ 40 cm、長さ 6.5 m のアクリル製可傾水路で、上流端で給砂を行って流れおよび流砂が定常になった後に行い、水深・水面勾配・流速・粒子の濃度分布・流砂量等を測定した。また、シミュレーションは、この実験と同一条件下で時間間隔を 1/100 秒として行った。なお、図中の実測値のプロットは約 500 個のデータより得られたものであり、また、シミュレーションの結果は、その 10 回のデータを整理して求めたものである。

Fig. 5 より、両者は比較的よく一致しており、シミュレーションが、その内容として種々の仮定を設けているにもかかわらず、それらがほぼ適切であったということができる。同図より、底面せん断力が大きいほど跳躍高さは高くなり、水深方向に広範囲にわたって分布し、逆に底面せん断力が小さいほど河床付近にとどまる確率が高いことがわかる。また、移動粒子の存在確率は底面付近で小さくなり、二次元として行ったシミュレーションの場合とほぼ同じになっていることが知られる。

(2) 濃度分布 $C(z)$ の評価

掃流現象のある断面に着目して Euler 的にみると、これは、移動粒子と河床粒子の衝突により鉛直方向に分散した粒子が流れにより輸送される現象と考えることが

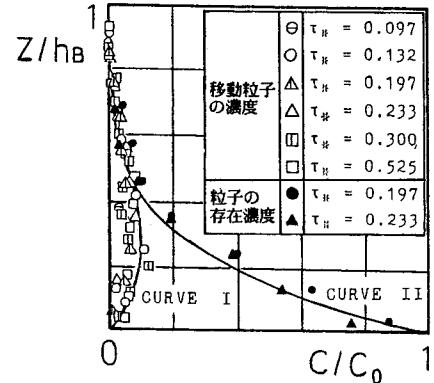


Fig. 6 Distribution of concentration.

できる。本節では、前記の存在確率密度とともに濃度分布について考えることにする。

河床単位面積上の柱について考えることにし、その河床上に存在する粒子量を N_B 、この柱内に移動状態で存在する粒子総量を N とすれば、存在確率密度 $f(z)$ より

$$\frac{C(z)}{C_0} = \frac{N}{N_B} f(z) \quad (11)$$

が成立立つ。ここに、 C_0 は河床での濃度であり N_B に対応するものである。

前節で説明した実験結果から各ケースに対して N を知れば、式 (11) から濃度分布が得られる。ここで、 N はビデオカメラで録画したものを測定して求めた。これより、移動状態にある粒子の濃度分布は Fig. 6 の曲線 I のようになる。なお、図の縦軸は z を粒子の最高跳躍高さ h_B (掃流層厚) で除して規準化して示した。一方、静止した状態にある粒子をも含めて、そこに存在する全粒子に対して濃度（粒子の存在濃度）を考えることにすれば、静止粒子をも含む濃度は図中の●、▲印のようになり、曲線 II によって表わされる。現象を衝突による分散とみる立場からすると、曲線 I のような分布形では、河床上に静止状態で存在する粒子量とその上方に存在する粒子量との接続がつかず、河床上面が不連続面となるので、Willis, Kennedy ら⁵⁾の考え方と同様に考え、曲線 II のように濃度分布を取り扱う方が便利であると思われる。なお、図中の 2 本の曲線で囲まれた部分は、各高さでの静止状態にある粒子量を表わしており、それゆえ次章で述べる移動速度はこのことを考慮して計算する必要がある。

Fig. 6 についてみると、異なる無次元掃流力 $\tau_* = u_*^2 / sgd$ 、 u_* : 摩擦速度、 s : 粒子の水中比重、 g : 重力加速度、 d : 粒径) に対する濃度分布は、 z を h_B で規準化して考えると、本実験の範囲ではきわめ

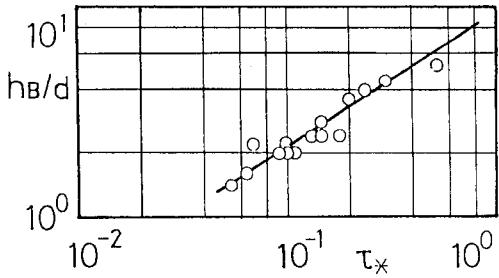


Fig. 7 Maximum height of jumping particles.

てよい相似性を示していることがわかる。すなわち、

$$\frac{C(z)}{C_0} = \text{func.} \left(\frac{z}{h_B} \right) \dots \dots \dots \quad (12)$$

と表現できると考えられる。式(12)は、

$$\frac{C(z)}{C_0} = \left(1 - \frac{z}{h_B}\right)^{\frac{w_0}{12.0}} \dots \quad (14)$$

と表わされ、Fig. 6 中の曲線 II はこれに相当する（ただし、 w_0 : 沈降速度）。浮流砂の濃度分布との比較のために、この場合の拡散係数 ϵ を求めると、

のようになる。なお、ここで記した h_B とは、各 saltation の最高跳躍高さの最大値を表わし、ビデオを使って追跡した約 500 個の粒子の一連の軌跡から Fig. 7 のように求まる。また、式 (15) から $z = h_B$ で $\epsilon = 0$ となるが、これは、粒子がこの高さに到達することがまれであり ($C(h_B) \approx 0$)、それゆえ、この高さで拡散がほとんど生じていないとみなせることによると考えられる。これから、 ϵ は無次元掃流力 τ_* と河床よりの距離 z の関数であることが知られる。

4. 粒子の移動速度分布と断面平均移動速度

(1) 移動速度分布 $u_s(z)$ の評価

粒子が水路床より離脱して移動するのは流体からエネルギーを得るからで、粒子の移動速度は流速（流水のみの速度）と密接な関係があると考えられる。流速については z 方向に対数分布則が成立することが知られており、水路床上の位置に応じて速さの異なる流れが存在する。したがって、粒子の流れ方向の移動速度はどの流れに乗るかにより、それゆえ、粒子の移動速度も z 方向に分布をもつと考えられる。

粒子の移動速度を考えるにあたって、流速と密接な関係にある相当粗度 k_s について考える。掃流砂のある流れの実測値について k_s/d やカルマン定数 χ を τ_* で整理すると Fig. 8 のようになる。同図より、本研究の範囲では χ はほとんど変化しないと考えられるのに

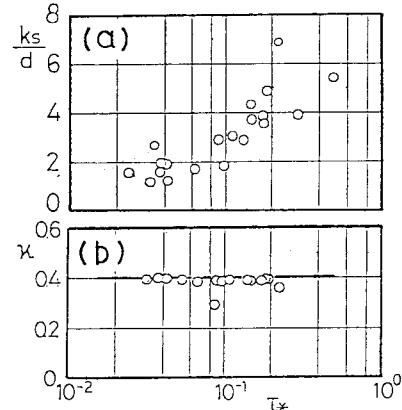


Fig. 8 k_s and χ vs. τ_* .

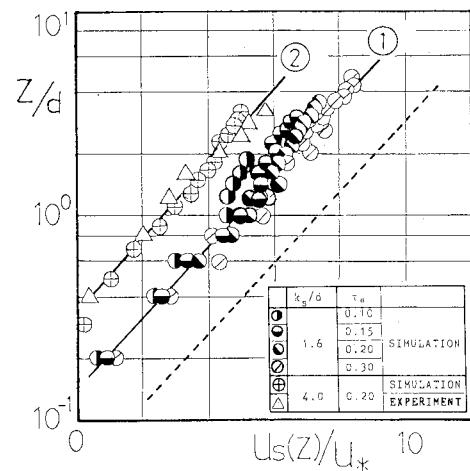


Fig. 9 Velocity distribution of particles $u_s(z)$.

対し, k_s/d は τ_* が大きくなるにつれて増大する傾向がある。しかし、まず k_s が変化しないとして τ_* の変化による速度分布の変化をみると、 $k_s/d = 1.6$ としたシミュレーションの結果は Fig. 9 の①のようになり、それぞれのケースにより跳躍高さに差があり、また全体とは多少異なる傾向を示すものの、全体としては近似的に一本の直線で表わし得ると考えられる。なお、 $u_s(z)$ の算出の際には、濃度分布として静止粒子を含めた「粒子の存在濃度」を考えたことを考慮する必要がある。すなわち、各高さで、静止粒子を含めた全粒子が移動するとして見積られた輸送量が、移動粒子のみから算定される輸送量に等しくなるように、代表速度 $u_s(z)$ を決めるものとする。このように $k_s = \text{一定}$ のもとでは、粒子の移動速度 $u_s(z)$ も対数分布をしており、これを流速分布 $u(z)$ (図中の破線) と比較すると、図のように両者はほぼ平行な関係にあることがわかる。すなわち、図中の実

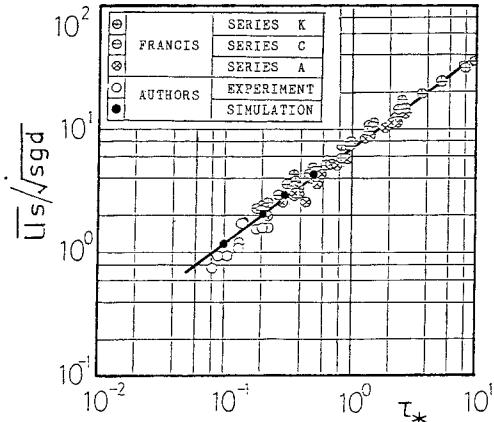


Fig. 10 Average velocity \bar{u}_s .

線は、

$$\frac{u_s(z)}{u_*} = 6.1 + 5.75 \log \left(\frac{z}{k_s} \right) \dots \dots \dots (16)$$

で表わされ、これより、

が成り立つことになる。一方、実測では掃流砂がある場合には、ない場合よりも k_s の値が大きくなるために、流砂のない場合の k_s を用いた図の直線①との比較はあまり意味がない。そこで、対応する流れの実測された k_s の値を用いて新たにシミュレーションを行い、両者を比較したのが同図の直線②である。これより、実測とシミュレーションの結果とが比較的よく一致すること、および実際の流れの k_s を用いた場合にも式(16)の関係が成り立つことがわかり、掃流砂のある場合の k_s を正しく見積ることができれば $u_s(z)$ を式(16)より見積ることができる。

(2) 断面平均移動速度 \bar{u}_s の評価

ここで、断面平均移動速度とは、掃流層内を移動している粒子の代表速度としての平均値であり、前章までとの関連からいえば、存在確率密度 $f(z)$ と移動速度 $u_s(z)$ とから、次式のように表わされる。

このような定義のもとで実測および流砂が存在する場合の k_s を用いたシミュレーションの結果を整理すると、Fig. 10 の実線のようになる。縦軸は \bar{u}_s を \sqrt{sgd} で無次元化したものであり、また、同図中に Francis⁶⁾ のデータおよび著者らの実測結果を示した。この図で、シミュレーションはよく実験値を説明することができ、また、 \bar{u}_s/\sqrt{sgd} と τ_* とほぼ直線関係にあり。

で表わされる。これは著者らの実験結果を追加して既発表¹⁾の関係を修正したもので、 τ_* の比較的小さい値までよく表現し得ると考える。

以上のように、このシミュレーションは、掃流砂の実態を適切に表現できているものと考えられることから、粒子の比重、粒径、反発係数の違いなどによる流送過程の解明に役立つと考える。

論 結

掃流現象は、粒子と河床との衝突により複雑となるため、粒子の運動を決定論的な力学方程式だけから説明することは十分ではない。本研究では、この衝突現象のモデル化を行い、これをもとにした三次元のシミュレーション・モデルを提案した。さらに、実測とシミュレーションの結果から、粒子の移動機構に関する諸特性についての考察を行った。シミュレーションの妥当性については諸特性を考察する際にそれぞれ検討してきたが、ほぼ実測によるものと同様の結果が得られ、現象を忠実に表現できると考えられる。

本研究により明らかになったことを以下に示す。

(1) 鉛直方向の移動粒子の存在確率密度 $f(z)$ の分布の一例を Fig. 5 に示したが、これは従来の研究結果と同様な結果である。また、濃度分布 $C(z)$ については無次元化して Fig. 6 に示し、存在粒子の濃度分布は曲線 II のようになり、これは式(14)で表わされる。

(2) 粒子の移動速度分布 $u_s(z)$ の一例を Fig. 9 に示し、流速との関係および相当粗度 k_s の変化による影響について考察するとともに、分布を表わす近似式として、式 (16) を得た。また、断面平均移動速度 \bar{u}_s については Fig. 10 のような結果が得られ、これは式 (19) により表わされる。

なお、三次元モデルと二次元モデル¹⁾を比較すると、ほぼ同様の関係が得られた。この点については別論文⁴⁾で詳細に示すが、これは、三次元モデルでの y 軸方向成分が他の二方向成分より 2 オーダー下であることによると思われる。簡便のため二次元モデルを使うことは十分意味があると考えられる。

今後は、粒径・比重が変化した場合、および河床の詰まり具合が変化する場合についても検討し、本研究で得られた関係の適合性を調べていくつもりである。

参 考 文 献

- 1) 藤堂正樹・関根正人・吉川秀夫：土砂の掃流機構に関する基礎的研究，第27回水理講演会論文集，1983.
 - 2) 土木学会：水理公式集，昭和46年改訂版。
 - 3) 土屋義人・青山俊樹：水流による砂れきの Saltation の機構（2），京大防災研究所年報第13号B，1970.
 - 4) 関根正人・吉川秀夫・片山浩志・加藤大典：掃流現象の

- エネルギー的考察, 第28回水理講演会論文集, 1984.
- 5) Willis, J.C. and Kennedy, J.F. : Sediment Transport
in Migrating Bed Forms, APPLICATION OF
STOCHASTIC PROCESSES IN SEDIMENT TRANSPORT, WRP, 1980.
- 6) Francis, J.R.C : Experiments on the motion of solitary
grains along the bed of a water-stream, Proc. Royal
Society of London, 1973. (1983.11.21・受付)
-