

剛体-ばねモデルを用いた 高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動解析

ANALYSIS WITH RIGID BODY-SPRING MODEL ON SLIPPING BEHAVIOR IN FRICTION-TYPE BOLTED JOINTS

長嶋文雄*・伊藤文人**

By Fumio NAGASHIMA and Fumihito ITOH

A new discrete model, RBSM, for the slipping problem of the joints up to the state of major slip is developed. A joint element separated by imaginary vertical plane, which includes bolt axis, is assumed to be consisted of four half rigid bodies connected by two elongation springs k_e and a shear spring k_s . The spring k_e has the same quantity as the elongation stiffness of the plate with bolt holes, and k_s has nonlinear properties that the shear force, when it reaches critical shear force against local slip, holds the same value of critical one. The initial shear-spring constant k_{s0} is determined by setting the total shear strain energy in the spring equally to the one in the plates with two compensation factors ϕ and ψ . The theoretical solution of load-displacement relation and major slip load was verified by comparing the theoretical results with the results of tests carried by Honshu-Shikoku Bridge Authority.

1. 序

最近、高力ボルト摩擦接合継手に関するクリープ、引張、疲労試験等、一連の実験的研究が各方面において集中的に行われている^{1)~6)}。これは、構造物の長大化に伴って新たに生じてきた問題（太径高力ボルトの開発等）を解決するための実証的資料が必要となったこと、リベット時代の規程を準用した従来の設計法に対して摩擦接合本来の特性を活かした、より合理的な設計方法の確立を目的とするための実験的裏付けが必要になったこと等の理由によるものであろう。これらの問題をも含めた総合的な摩擦接合継手の耐荷力に対する検討を行うには、いわゆる主すべりの状態以前において発生する局所的な微小すべり挙動の解明が不可欠である。

この種の継手に関する解析的研究では、継手全体を連続体とみなして応力関数を用いて解析した F. Bleich, K. Dörnen らの研究^{7),8)}があるが、これらはいずれも微小すべり発生以後の現象には触れられていない。また、J. W. Fisher らは弾性から非弾性領域までの荷重-変形関

係を表現し得る数学モデルを用い、主すべり以後の挙動に関する研究^{9),10)}を行っているが、主すべり発生以前の挙動については必ずしも十分でない。また、従来の有限要素法を用いた解析も考えられるが、すべり面の処理方法の困難さや自由度が多くなる等の問題がある。

これらの問題に対して、剛体-ばねモデル¹¹⁾ (Rigid Body-Spring Model, 以下 RBSM と略称) または有限剛体要素モデル¹²⁾ (Finite Rigid Body Element Model) と呼ばれる新離散化モデルは、すべりのような不連続に発生する現象の挙動を容易に、しかも低自由度で表現できるという優れた性質を有する。RBSM を用いた解析の意図するものは、解析すべき系のすべての部分について詳細に解くのではなく、工学的興味のある代表的な点の平均的挙動を求めようとするものであり、この意味で RBSM による解法は平均法であって問題をいたづらに複雑化することなく、工学的に必要な精度を有する解析を行うことをねらいとしている。ただし、必要とする精度を維持しつつ自由度を低減することは、ばね特性に精度上の負担をかけることになるため、解くべき系の特性を抽出し、これをいかに具象化して RBSM 内に組み込むかが最も重要な課題となる。

本論文は RBSM を用いた摩擦接合継手の主すべりまでの新しい解析手法を提示したものである。ここで提案

* 正会員 工修 東京都立大学助手 工学部土木工学科
(〒158 世田谷区深沢2-1-1)

** 正会員 工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科
(同上)

する新手法は従来から弾性状態の簡略な解析に利用されていた、継手を節点-ばね系に置換する手法と本質的に変わるものではないが、弾性状態であってもばね特性としてどのようなものを用いたらよいかという点については必ずしも十分な情報が得られていなかったように思われる。そこで、

- a) 伸びばねにボルト孔による断面欠損の影響を加味する。
- b) 初期せん断ばね定数にせん断ひずみエネルギーに基づいて2つの補正係数を導入する。
- c) さらにポアソン比による継手板厚の減少に起因するボルト軸力抜けの効果を考慮した非線形特性をせん断ばね特性にもたせる。

等の工夫を加えた。またこれらの結果は図または簡略式によって容易に利用できるように配慮した。

この方法によれば、繰返し荷重下の継手の挙動や、継手の形状が継手特性に及ぼす効果等についても検討することが可能である。

2. すべりを考慮した継手のRBSM^{(3),(14)}

引張応力場における両面添接板付きの突合せ型 (Butt type) で、1ゲージ幅 (One gage strip) の高力ボルト摩擦接合継手を解析対象とし、主すべり発生時点までのシミュレーションを行うよう解析範囲を限定した。

このような継手はしばしば実験の供試体として用いられており、Fig.1に示されるような複数のゲージラインを有する継手であっても、すべてのゲージ幅における挙動が近似的に同一であると仮定できるようなボルト配置をしている場合や荷重条件下では任意の1ゲージ幅を取り出したものと考えることができる。

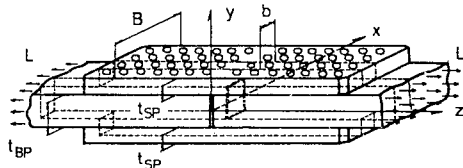


Fig.1 Butt joint with plural gage strips.

(1) 変位変数とばね定数

解析対象継手はx-y, x-zの2面に対して力学的に対称と考えられるので、これを利用し、Fig.2 (a)の二点鎖線部分をFig.2 (b)のように母材 (Base Plate, 以下添字としてBP)の板厚の1/2および添接板 (Splice Plate, 以下添字としてSP)のそれぞれの中央面とボルト軸との交点に重心をもつ剛体と、それを連結する伸びばね k_e 、またせん断ばね k_s で構成されるRBSMに置換する。

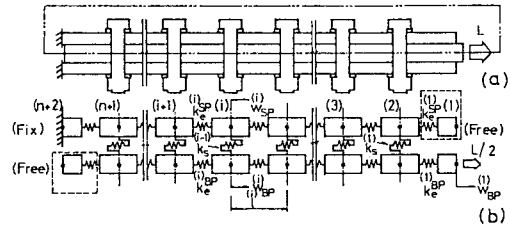


Fig.2 Rigid body-spring model for slipping problem.

したがって、変位変数は剛体重心の数だけ存在し、変位強制による解析における自由度 m はボルト列数 n の場合、境界条件 (添接板の一端は固定、また Fig.2 (b)の破線内の継手端部の変位は隣接する剛体の変位に従属である。) を考慮すると次式で示され、きわめて低自由度な系を扱えばよいことになる。

$$m = 2(n+2) - 4 = 2n \dots\dots\dots (1)$$

載荷端から i 番目の母材および添接板に対応する剛体重心の z 方向変位をそれぞれ $w_{BP}^{(i)}$, $w_{SP}^{(i)}$ で示す。これらは母材あるいは添接板の板厚および板幅方向の平均的変位を示すものである。また便宜上、式 (2) で示される剛体重心の相対変位量を表わす2つの変数を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_j &= w_j^{(i)} - w_{j+1}^{(i+1)}, (j = BP, SP) \\ \beta &= w_{BP}^{(i)} - w_{SP}^{(i)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 α は伸び変形量を示し、 β は母材と添接板の剛体重心間の相対変位 (せん断変形に基づく変位+すべり変位) を示す。

継手は主すべり発生時と部材の純断面降伏時を一致させるか、あるいは主すべりが先行するように設計するのが一般的であるので、主すべりまでの解析で伸びばねは線形ばねであると考えればよい。

総断面積 $A_j^{(i)}$ ($j = BP, SP$)、要素長 l の継手要素内に直径 d_H の半円形の断面欠損部分 (領域I) が r 個と充実断面部分 (領域II) が混在する場合 (Fig.3参照) の伸びばね定数 $k_e^{(i)}$ は以下のような方法で求められる。

まず、要素全体の伸びばねは両領域におけるばねが直列に結合されたものと考え、領域IIのばね定数は棒部材の剛性に等しい、領域Iのばね定数は変断面の棒部材に単位の荷重が作用したときの変形量を積分計算で求めると、その逆数で与えられる。また、領域Iの等価断面積はこのばね定数に領域Iの長さ $rd_H/2$ を乗じ、弾性係数 E で除すことにより簡単に求められる。

結局、伸びばね定数は下式となる。

$$k_e^{(i)} = EA_j^{(i)} / \left\{ l + \frac{rd_H}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) \right\}, (r=1,2) \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ν は断面欠損部分における等価断面積の総断面積に対する比 (等価断面係数) で、次式で示される。

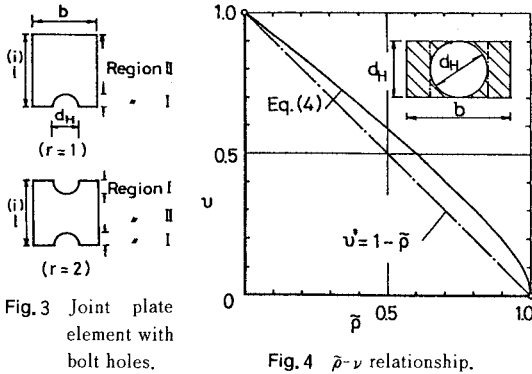


Fig. 3 Joint plate element with bolt holes.

Fig. 4 \bar{p} - ν relationship.

$$\nu = \frac{\bar{p}}{\frac{2}{\sqrt{1-\bar{p}^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{1+\bar{p}}{1-\bar{p}} - \frac{\pi}{2}}} \quad (4)$$

またここで、 \bar{p} は板幅 b に対する円孔の直径の比である。
 $\bar{p} = d_H/b$, ($0 < \bar{p} < 1$).....(5)

Fig. 4 は \bar{p} の値に対する ν の変化を示したもので、図中の一点鎖線は一辺長が d_H の正方形の断面欠損部分がある場合の等価断面係数を示すものである。

初期せん断ばね定数 k_{s0} は継手部材内ボルト孔周縁に生ずるせん断ひずみエネルギー V_s と RBSM のせん断ばねによるひずみエネルギー V_s^* を等置することにより得られる。ただし、ボルト孔周縁部のせん断力分布は純せん断の場合とは異なり、複雑である。それゆえ、実際のせん断エネルギーは当価な単純せん断が加わった場合 (Fig. 5) の純せん断エネルギー \bar{V}_s の φ 倍であるとする。この補正係数 φ については後述することにし、まず、せん断ばね定数を求める。せん断ひずみエネルギーは G をせん断弾性係数、 γ をせん断ひずみ、 A_s をせん断面積とすると、2面せん断の場合、

$$\begin{aligned} V_s &= \bar{V}_s \varphi = \int_v \frac{1}{2} G \gamma^2 d(\text{vol}) \cdot \varphi \\ &= GA_s \int_0^i (\beta/\bar{i})^2 dy \cdot \varphi \\ &= GA_s \varphi \bar{\beta}^2 / \bar{i} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。ここで、 \bar{i} は全板厚の 1/2、 $\bar{\beta}$ はせん断変形に基づく変位である。

一方、RBSM のせん断ばねによるひずみエネルギーは次式で示される。

$$V_s^* = 2 \cdot \frac{1}{2} k_{s0} \beta^2 = k_{s0} \beta^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

t を RBSM の重心間距離とすると、 β と $\bar{\beta}$ との間には $\beta = t\bar{\beta}/\bar{i}$(8)

の関係があるので、これを式(7)に代入し、さらに式(6)と等置し、 k_{s0} についてまとめると次式となる。

$$k_{s0} = GA_s \bar{i} \varphi / \bar{i}^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

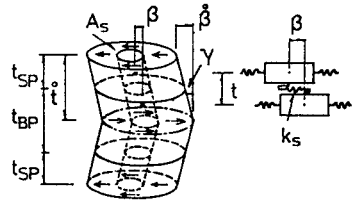


Fig. 5 Deformations of the plates under simple shear.

剛体重心間距離 t がせん断高さ \bar{i} の 1/2 の場合は添接板の板厚を t_{SP} 、母材の板厚を t_{BP} とすると、

$$k_{s0} = 8 GA_s \varphi / (t_{BP} + 2 t_{SP}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。

(2) せん断ひずみの補正係数 φ

継手内部、ボルト孔付近のせん断応力度は母材中央面と添接板外側2面、計3面で零となるような複雑な分布を示す。補正係数 φ はこのような応力状態におけるせん断ひずみエネルギー V_s の単純せん断応力状態ひずみエネルギー \bar{V}_s に対する比である。この問題を Fig. 6 (a), (b) に示すような微小な板幅 Δb をもつ厚さ $2\bar{i}$ 、長さ $2\bar{l}$ の平面問題に対して考えてみることにする。ここで、 q_1 、 q_2 はそれぞれ母材に作用する分布荷重と添接板端部に生ずる分布反力を示す。当価せん断力 $Q = q_1 t_{BP} \Delta b$ が作用する単純せん断応力状態 (a) のひずみエネルギー $\Delta \bar{V}_s$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V}_s &= \int \frac{1}{2} G \gamma^2 d(\text{vol}) \\ &= \frac{1}{2} \frac{q_1^2 \bar{i}^2 \Delta b}{G} \frac{1}{(1+\eta)^2 \lambda} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで、 λ は形状比 ($\lambda = \bar{l}/\bar{i}$)、また、 η は板厚比 ($\eta = 2 t_{SP}/t_{BP}$) である。

一方、 ΔV_s は Airy の応力関数および Fourier 級数を用いて以下のように求められる¹⁵⁾。

(b) の場合のせん断応力度 τ_{zy} は次式で示される。

$$\begin{aligned} \tau_{zy} &= q_1 \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ f_1^{(r)}(z)(a_r + a_r') \sin \omega_r y \right. \\ &\quad \left. + f_2^{(r)}(z)(a_r - a_r') \sin \omega_r y \right\} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

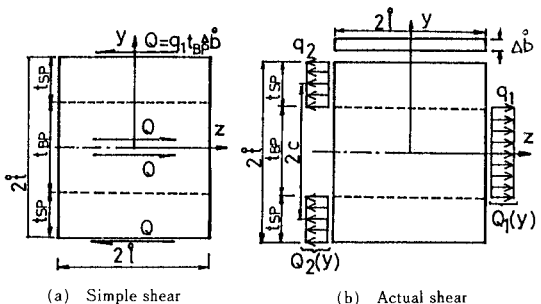


Fig. 6

ここで,

$$\left. \begin{aligned} a_r &= \frac{2}{r\pi} \sin \frac{r\pi}{\eta+1} \\ a'_r &= -\frac{2}{\eta r\pi} \sin \frac{r\pi}{\eta+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

$$\begin{aligned} f_1(z) &= \frac{\omega_r l \cosh \omega_r l \sinh \omega_r z - \omega_r z \cosh \omega_r z \sinh \omega_r l}{\sinh 2\omega_r l + 2\omega_r l} \\ f_2(z) &= \frac{\omega_r l \sinh \omega_r l \cosh \omega_r z - \omega_r z \sinh \omega_r z \cosh \omega_r l}{\sinh 2\omega_r l - 2\omega_r l} \end{aligned} \dots\dots\dots(14)$$

またここで,

$$\omega_r = r\pi/l \dots\dots\dots(15)$$

3種類の形状比 ($\lambda=0.5, 1.0, 3.0$) について, 式(12)を用いてせん断応力分布を求めた結果(平均的せん断力 $\bar{\tau}_{zy} = q_1 t_{BP}/(4\Delta b)$ で無次元化したもの)を Fig. 7 に示す.

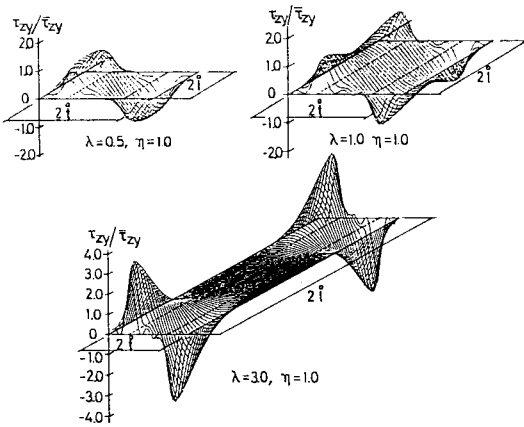


Fig. 7 Typical distribution of shear stress in the joint plate.

形状比 λ が大きい場合には荷重作用面から内側に向かってせん断応力が急激に減少する傾向がみられる. 式(12)は継手の各ボルト周縁の摩擦面が負担する応力の分布(応力集中)の概略的な傾向を知る場合にも用いられる.

せん断ひずみエネルギー ΔV_s は y 軸と z 軸に対してそれぞれ逆対称, 対称であることを考慮すると, 平面問題の場合は次式で示される.

$$\Delta V_s = \frac{2\Delta b}{G} \int_0^i \int_0^i \tau_{zy}^2 dz dy \dots\dots\dots(16)$$

式(16)に式(12)を代入し, 積分を行うと, 次の形の式が得られる.

$$\Delta V_s = \frac{q_1^2 l^2 \Delta b \lambda}{G} \sum_{r=1}^{\infty} (I_{r1} + I_{r2} + I_{r3}) \dots\dots\dots(17)$$

式(17)において, I_{r1} と I_{r2} は $(a_r + a'_r)$ を含む式であり, I_{r3} に比べて微小である. 母材と2枚の添接板の断面積が等しいとき, I_{r1} と I_{r2} は零となり, 次式で示される項だけが残ることになる.

$$\begin{aligned} I_{r3} &= \frac{(a_r - a'_r)^2}{[\sinh(2r\pi\lambda) - (2r\pi\lambda)]^2} \left[\frac{(r\pi\lambda)^2}{6} \right. \\ &\quad \cdot [\cosh(2r\pi\lambda) - 2] + \frac{1}{4(r\pi\lambda)} \sinh(r\pi\lambda) \\ &\quad \left. \cdot \cosh^3(r\pi\lambda) - \frac{1}{4} \cosh^2(r\pi\lambda) \right] \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

結局, 補正係数 ϕ は λ と η の関数となり次式で示される.

$$\phi = \Delta V_s / \Delta \tilde{V}_s \approx 2(\eta+1)^2 \lambda^2 \sum_{r=1}^{\infty} I_{r3} \dots\dots\dots(19)$$

Fig. 8 は $\eta=1.0$, すなわち, $q=q_1=q_2$ ($2t_{SP}=t_{BP}$) の場合について形状比 λ をパラメータとして ΔV_s , $\Delta \tilde{V}_s$ の値を示したものである. せん断領域の形状比 λ が大きくなると $\Delta \tilde{V}_s$ は ΔV_s に漸近する傾向にある.

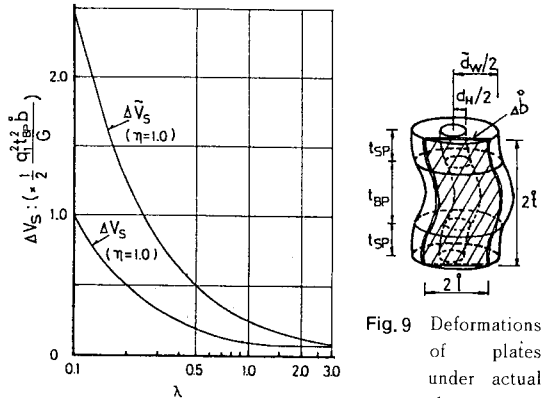


Fig. 8 Shear strain energy.

Fig. 9 に示すように, 継手部材内ボルト孔周縁に生ずるせん断変形領域を直径 d_w のボルト孔を有する直径 \tilde{d}_w , 高さ $2l$ の円柱体とし, これを応力と平行な垂直面で切り出される微小幅 Δb をもつ直方体の集合であると考えると全せん断ひずみエネルギーは個々の直方体の ΔV_s の総和で与えられる. これは個々の直方体について求められた ϕ を, $2l$ を重みとして全断面積について平均すれば全体的な補正係数 ϕ が得られることに相当する. 個々の $2l$ の値は, ボルト孔をどう扱うかによって違いが生ずるがおおよそ $0 < 2l < \tilde{d}_w$ の範囲にあるとみてよいであろう. \tilde{d}_w が座金外径程度の値であれば, 通常の設計では $\lambda=l/l$ の値はほぼ, 1.5 以下と考えられる.

Fig. 10 は λ と ϕ の関係を示したものであるが, η が 1 前後であれば, 上記の λ の範囲では, ϕ はほぼ一定値

Fig. 9 Deformations of plates under actual shear stress.

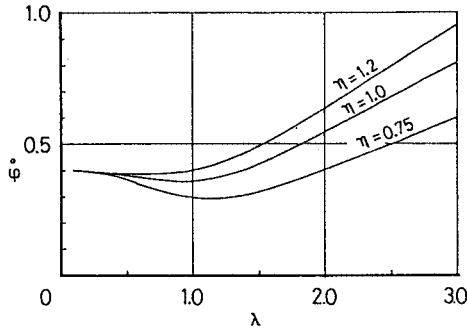


Fig. 10 Compensation factor ϕ .

$$\phi_{\eta=1.0} \approx 0.4, (0 < \lambda \leq 1.5) \dots \dots \dots (20)$$

を保ち、したがって寸法の違いによる補正係数の変動は無視して差し支えない。この場合には式(9)の補正係数 ϕ として 0.4 を用いればよいことになる。

(3) セン断面積 A_s について

せん断ばね定数を与える式(9)に含まれる A_s は高力ボルトから座金を介して継手部材の摩擦面に伝達される垂直応力が作り出すドーナツ形状をした面せん断部分の有効面積であると考えられ、次式で表わすことができる。

$$A_s = \pi(\tilde{d}_w^2 - d_H^2)/4$$

$$= \pi(\phi d_w)^2 - d_H^2/4 \dots \dots \dots (21)$$

ここで、 ϕ は有効せん断面積に関する補正係数である。

垂直圧縮応力度 σ_c の継手摩擦面に伝達される分布の様子を Fig. 11 に示すような軸対称回転体モデル^{[6], [7]} に対して調べた結果を Fig. 12 に示す。Butt type 継手の全板厚 ($2\tilde{t} = t_{BP} + 2t_{SP}$; $t_{BP} = 2t_{SP}$) を座金有効幅 a_w の 1.6 倍から最大 9.6 倍までの 7 通りに変化させたときの摩擦面に生ずる σ_c の分布を示したのが (a) であり、(b) は全板厚が a_w の 7.2 倍のときの継手部材内部に生ずる σ_c の等応力線を、導入分布荷重 q_B の 1/10 刻みごとに描いたものである。 σ_c は継手外表面と座金外径の接触部付近から、ほぼ 45° の角度の広がりをもって分布しているが、高い応力を示す部分はボルト孔内壁または座金の

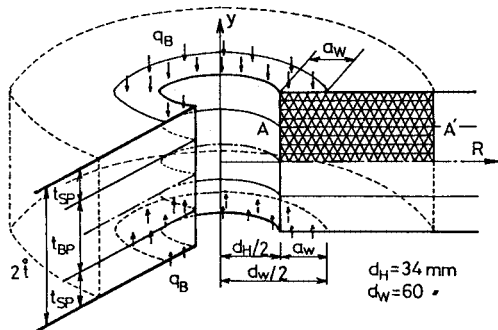


Fig. 11 Axis-symmetric FEM model.

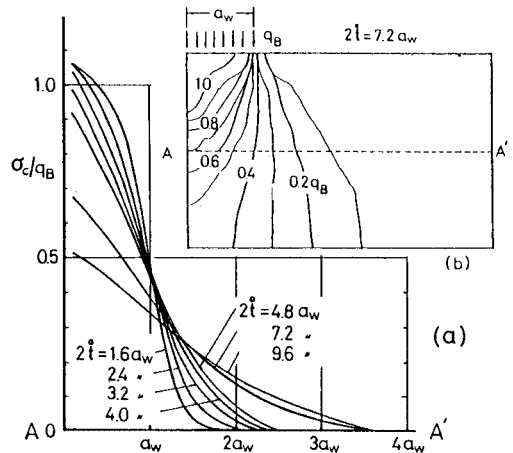


Fig. 12 Distribution of σ_c in the joint plates.

接触部に近いところに現われている。摩擦面 $A-A'$ に生ずる σ_c はボルト孔内壁に近い部分が最も高く、内壁から遠ざかるにつれて減少する。減少傾向は板厚が厚いほど緩慢であり、 σ_c の作用領域が広がるために最大値が低くなっている。それに対して板厚が薄い場合は、 σ_c の作用領域も a_w の近傍にとどまり、その最大値も導入応力値と同程度となっている。したがって、全板厚が座金有効幅の 3 倍程度以下の薄板であれば、 $\tilde{d}_w \approx d_w$ (座金外径)、($\phi = 1.0$) であると考えられる。また、厚板の場合は摩擦面上の応力度 σ_c の裾野部分をボルト孔内壁方向に移動させ、すべての応力度をそのときの最大応力度 $\sigma_{c,max}$ に等しくしたときの外径を \tilde{d}_w と考えた場合には ($q_B A_{s0} = \sigma_{c,max} A_s$; $A_{s0} = \pi(d_w^2 - d_H^2)/4$ の条件により)、 ϕ は次式で与えられる。

$$\phi = \sqrt{1/x - (1/x - 1)(d_H/d_w)^2} \dots \dots \dots (22)$$

ここで、

$$x = \sigma_{c,max}/q_B \dots \dots \dots (23)$$

である。せん断面の形状は摩擦面の凹凸による接触の具合や加工方法、さらに鋼種により異なり、必ずしも仮定のようなドーナツ形状をなしてはいない。同一実験による結果の差の中に、この影響も含まれることが考えられるので、より正確には実験結果と比較検討しながら、これらの効果を補正係数 ϕ に含ませるようにすればよい。

(4) ボルト軸力の変化とすべり限界せん断力

継手を構成する各部材は継手長手方向荷重 L が加わることにより、ポアソン比 ν による板厚変化 Δt が生じ、それによりボルト軸力 N が変化する。初期ボルト軸力を N_0 、無応力状態における全板厚を t_0 、ボルト軸の断面積を A_B 、弾性係数を E_B とすると、 i 番目のボルト軸力は次式で示される。

$$N = N_0 + A_B E_B \Delta t / t_0 \dots \dots \dots (24)$$

したがって、摩擦面におけるすべり限界せん断力

$$S^* = \mu N, \quad (\mu: \text{摩擦係数}) \dots\dots\dots (25)$$

も変動する。

一樣断面の継手であれば、任意の荷重状態における継手断面の平均応力は一定であって、板厚変化も等しくなるので、式(24)の右辺第2項の添字(i)は省略できる。

さらに詳細にみれば、座金と継手部材との接触部には断面が欠損している部分があるために板厚変化量は異なると思われるが、ここではその影響はわずかであるとして考慮せず、総断面について板厚の変化を計算している。

(5) せん断ばね特性

せん断ばね力の履歴曲線モデルを剛体要素重心のずれ相対変位に対して図示したのが Fig. 13 (a) である。

β_{rev1}^* と β_{rev2}^* で作用方向が変わるような繰返し荷重が加わる場合は図中、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$ のような径路をとる。このときの母材と添接板の変形および、すべり挙動を略図で示したのが Fig. 13 (b) である。摩擦面に生ずるせん断力 S は β の増加とともに初期せん断ばね定数 k_{s0} を勾配として限界すべりせん断力 S^* (図中、一点鎖線) に到達するまで線形に増加する。ポアソン比に起因する板厚の減少を考慮しない場合は初期導入軸力に対するすべり限界せん断力 S^* に至ってすべりが生じ、せん断力 S は一定になるが、板厚変化の影響を考慮するとせん断力 S は各荷重段階に応じて変化する限界せん断力 S^* を越えることができず、すべりながらその線上を移動することになるのである。

除荷時 ($C \rightarrow D$)、 S は再び勾配 k_{s0} で減少し、履歴曲線が β 軸と交わるときせん断変形は零となる。以後、逆方向のせん断変形が生じ、 D 点で再びすべり限界に達する。 $D \rightarrow E$ 間は $B \rightarrow C$ 間に対して逆方向のすべりとなるが、この間のすべりを“逆すべり”と以後呼ぶことにする。逆すべりを発生させないための条件は、荷重

を零まで除荷するような繰返し荷重下では、正のすべり量 ($B-C$ 間) を限界せん断変形量 β_{lm} ($A-B$ 間) 以下にすればよいことになる。再加荷 (E 点) 後は再び勾配 k_{s0} でせん断力が増加することになる。

Fig. 13 に示される繰返し荷重下におけるせん断力 S はそれぞれ次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} A \sim B \quad \text{区間} &: S = k_{s0} \beta \\ B \sim C \quad \text{〃} &: S = S^* \\ C \sim D \quad \text{〃} &: S = S_{rev1}^* - k_{s0} (\beta_{rev1}^* - \beta) \\ D \sim E \quad \text{〃} &: S = -S^* \\ E \sim F \quad \text{〃} &: S = S_{rev2}^* - k_{s0} (\beta_{rev2}^* - \beta) \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

式(26)における S^* は式(24)、(25)で示され、継手内部の応力状態によって値が異なる。一方、継手内部の応力状態を求める平衡方程式は S^* を含むため、一度局部すべりが発生すると解析系は非線形系となる。

3. 解析手法

摩擦接合継手のすべり挙動解析用 RBSM の伸びばね定数 $k_j^e (j=BP, SP)$ は2.の式(3)、(4)、(5)により与えられる。また、Fig. 4 による等価断面係数 ν の検証も可能である。初期せん断ばね定数 k_{s0} は2種の補正係数 ϕ と ψ により定義され、式(9)、(21)により求められる。補正係数 ϕ は形状比 λ と断面積比 η をパラメーターとして Fig. 10 から概略的な値を読み取ることができる。ただし、 ϕ の値は一般的な継手断面に対して0.4を用いて差し支えないであろう。式(21)中の補正係数 ψ は式(22)、(23)によって与えられ、さらに式(23)で示される x は継手の全板厚 $2t$ と座金有効半径 a_w との関係から Fig. 12 を用いて近似的に求められる。平衡方程式は全ポテンシャルエネルギーの停留の原理等により容易に導かれ、次に示すような手法を用いて数値計算が行われる。

解析系は主すべりの近傍で非線形性が非常に強くなる。このために載荷側変位、 $w_{BP}^{(1)}$ の変位制御によるステップ・バイ・ステップの計算を行い、解が不定とならないように配慮する。Fig. 14 に除荷過程を含む数値解析の流れ図を示す。ISTAGE, IPATH, MSLIP, ITERAT はそれぞれ荷重段階番号、線形 ↔ 非線形 (局部すべり発生後、非線形系となる)、主すべりが発生したか否か、繰返し計算回数等の指標または制御変数である。

系が線形範囲内の場合は図中の太線の閉回路を、また初めて局部すべりが生じた場合は一度一点鎖線を通過後、細線の閉回路に入り、収束計算を行う。収束が完了した場合は次の荷重段階に移行する。さらに、主すべりが生じた場合はその直後の平衡方程式を解き、計算が終了する。非線形系の平衡方程式の平衡解は直接繰返し法

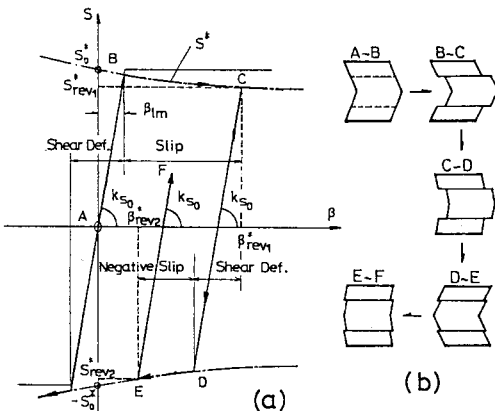


Fig. 13 Hysteresis curve model of the shear spring.

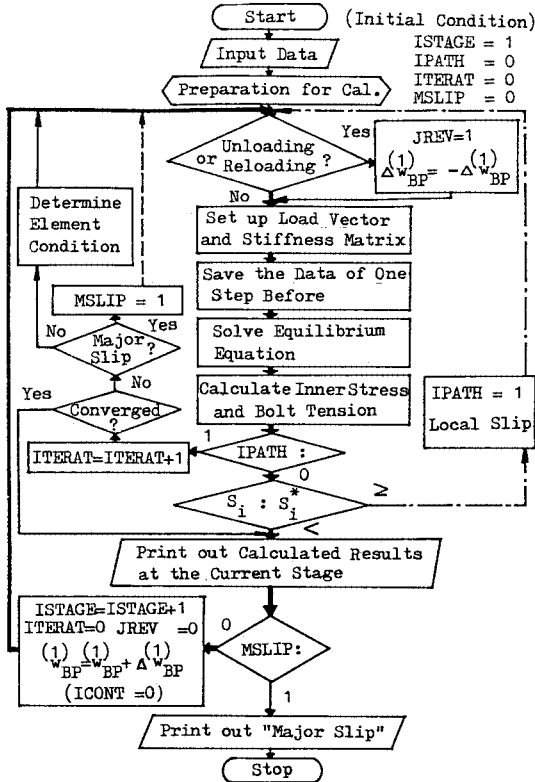


Fig. 14 Flow chart for bolted plate problems.

を用いて求められる。このときの収束判定は誤差ベクトルの2乗平均が解ベクトルの平均の1/10 000以内に収まったとき収束したと判断することにした。

各ボルト位置における局部すべり荷重は平衡解が Δw_{BP} 刻みの強制変位によるものであるため、せん断力と限界すべりせん断力との交点 (Fig. 13 (a) の B 点) の位置関係に基づき、線形補間により求められる。

4. 静的引張試験結果との比較

参考文献1)における高力ボルト摩擦接合継手の繰返し荷重を含む静的引張試験結果 (M 30 または M 24 の高力ボルトで接合された合計 21 の試験体を用いた実物大寸法による実験結果) と当 RBSM を用いた解析結果との比較および検討を行った結果、非常によい一致がみられた。以下に比較検討したものを 2, 3 例示する。ただし、試験体は SM 58 鋼板の摩擦面に無機ジンクリッチペイントを塗布した突合せ継手で、設計すべり応力度の継手純断面降伏応力度に対する比 (以後すべり応力比と称する) $\alpha = \sigma_{ms} / \sigma_y$ を 0.86 ~ 0.90 に設定 (実際には主すべり荷重が仮定値より高かったため σ_{ms} が大きくなり α の値は 1.0 前後であった。) したものである。

(1) すべり荷重とボルト軸力の減少

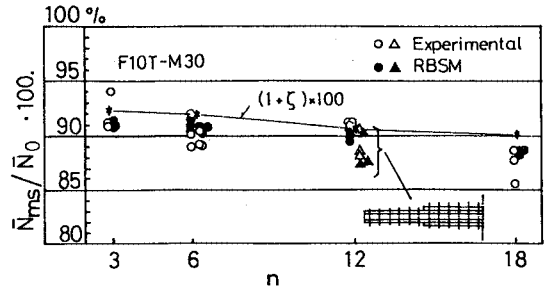


Fig. 15 Decrement of bolt tension (Average).

すべり荷重 L_{ms} について、ボルト列数 n や添接板の数を変化させた、合計 18 の供試体における実験値と RBSM を用いた数値解析値を比較したところ、両者の差の実験に対する割合は最大 3.0%、ほとんどが 2.0% 以下であった。ただし、RBSM における摩擦係数 μ の値は主すべりの瞬間における平均ボルト軸力から実験的に得られたものを用いた。

Fig. 15 は主すべり直前のボルト軸力 N_{ms} が導入軸力 N_0 (実験開始直前に計測された軸力) に対してどの程度減少するかを上記の各場合についてパーセント表示 (全ボルト軸力の平均値) し、実験値と解析値を比較したものである。図中、 Δ 印は 2 枚添接板の結果である。実験値、解析値とも 10% 前後の減少を示しており、非常によく合致している。これは前記 2. (3) で論じたポアソン比に起因する板厚の変化がボルト軸力の変動に対する主要な原因であることを示している。また、 L_{ms} の値に対するせん断ばね剛性 (補正係数 φ, ψ) の影響はわずかなものであった。

このことにより、摩擦係数 μ と真のすべり係数 $\bar{\mu}$ (実験開始直前に計測された軸力 N_0 に基づくすべり係数) とを関係づける式を導くことができる。1 割程度割増して導入された軸力がリラクゼーションや施工誤差を伴って、ちょうど設計ボルト軸力と等しくなるとすると、 \bar{N}_0 ($\bar{\cdot}$ は平均値を意味する。) は次式で示される。

$$\bar{N}_0 = \alpha \sigma_{By} A_{Be} \dots \dots \dots (27)$$

ここで、 α はボルト材料の降伏点に対する比率 (F 10 T : 0.75)、 σ_{By} はボルトの降伏応力度 (F 10 T : 90 kg·f/mm²)、 A_{Be} はボルトの有効断面積である。ボルト軸力の変化は式 (24) の右辺第 2 項で表わされ、主すべり時は次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta \bar{N}_{ms} &= A_B E_B \bar{\Delta} t_{ms} / t_0 \\ &= -\nu A_B E_B \bar{\sigma}_{z,ms} / E \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{\sigma}_{z,ms}$ は主すべり発生時の継手断面の平均応力度であり、すべり応力比 α 、純断面積の総断面積に対する比 ($\rho = A_n / A_g$) を用いて近似的に次式で示される。

$$\bar{\sigma}_{z,ms} \approx \kappa \rho A_{BP} \sigma_{ZY} / (A_{BP} + 2 A_{SP}) \dots (29)$$

またここで、 A_{BP} 、 A_{SP} はそれぞれ母材と添接板の総断面積、 σ_{ZY} は部材の引張降伏応力度である。 $E = E_B$ とすると、式 (27)~(29) より、ボルト軸力減少率 ζ が次式のように求まる。

$$\zeta = \frac{\Delta \bar{N}_{ms}}{\bar{N}_0} = - \frac{\nu \kappa \rho A_B}{\alpha A_{Be}} \frac{A_{BP}}{A_{BP} + 2 A_{SP}} \frac{\sigma_{ZY}}{\sigma_{BY}} \dots (30)$$

すなわち、ボルト軸力の減少率は継手の断面形状、鋼種および応力比によって定まることがわかる。 $\nu = 0.3$ 、 $A_{BP} \approx 2 A_{SP}$ のとき、F 10 T ボルトでは、式 (30) は次式となる。

$$\zeta = - \chi \rho A_B \sigma_{ZY} / (450 A_{Be}) \dots (31)$$

初期ボルト軸力 \bar{N}_0 に対する主すべり発生時のボルト軸力 \bar{N}_{ms} の比 $\theta = \bar{N}_{ms} / \bar{N}_0$ が真のすべり係数 μ' と摩擦係数 μ を関係づけ、次式で示される。

$$\mu' \approx (1 + \zeta) \mu = \theta \mu \dots (32)$$

Fig. 15 における * は応力比の仮定値 $\chi = 0.9$ を用いて、式 (30) により計算した値である。実験結果との差は仮定した応力比 χ と実際の χ の差であり、実際の χ を用いると両者は非常によく合致する。図ではボルトが多列になるに従ってボルト軸力の低下率が大きくなるように見受けられるが、ボルト本数が関与しない式 (30) による計算でもボルト列数につれて ρ が大きくなるために同様の傾向を示している。したがって、すべり係数とボルト列数の直接的な相関はないものと判断される。また式(30)は従来より指摘されている継手の大型(多列化)による耐力の低下現象^{7),18)}に対する一部の説明づけを可能にするものと思われる。

なお、摩擦係数と一般のすべり係数 μ' との関係は式

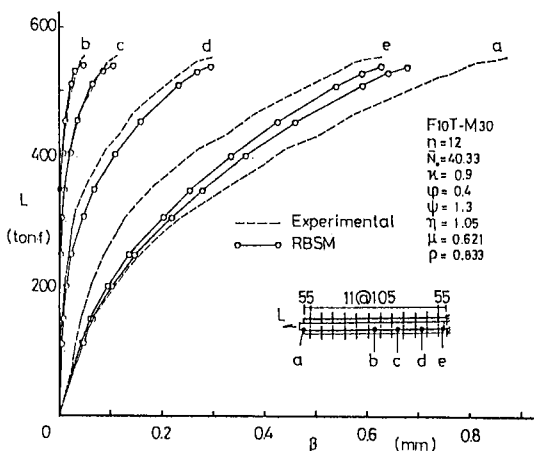


Fig. 16 Load-displacement relation of the butt joint fastened with M 30 (F 10 T) bolts.

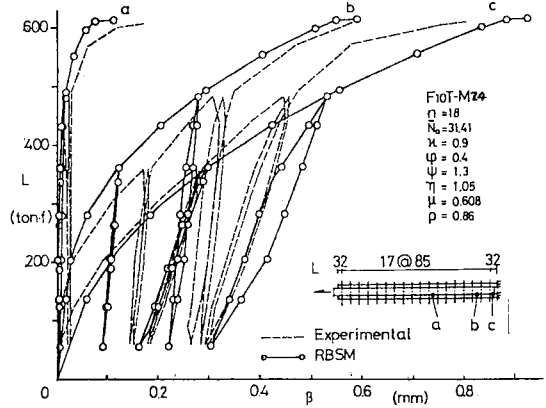


Fig. 17 Load-displacement relation of the joint fastened with M 24 bolts under cyclic loading.

(32) の θ に初期導入軸力 N_m と初期軸力 N_0 の比、約 1.1 の逆数である 0.9 を乗じて次式で示すことができる。

$$\mu' \approx 0.9 \theta \mu \dots (33)$$

(2) 荷重-相対すべり関係

Fig. 16, 17 は図中に示す継手摩擦面の数か所における荷重 (L)-相対すべり (β) 関係を示す曲線の比較をしたもので、破線が実験、実線が RBSM によるものである。

繰返し荷重下 (Fig. 17) におけるすべり挙動も非常によく似ており、2. のせん断ばね特性を含む仮定は現実的な摩擦接合継手の特性を十分抽出し、精度よく具体化し得たものと判断される。なお、解析で用いた補正係数の値はそれぞれ、 $\phi = 0.4$ 、 $\psi = 1.3$ であるが、これは 2. (2), (3) で述べた方法に基づいた数値である。補正係数はせん断ばねの剛性に直接的に結びつくものであるが、その値が大きくなるに従って局部すべり荷重が低下し、また Fig. 17 に示す繰返し荷重下における荷重-相対変位曲線のループの面積が大きくなる傾向がある。

5. 荷重方向の限界最大ボルト列数

道路橋示方書¹⁹⁾の解説によれば、最大ボルト列数に関して、「8 本程度以下とするのがよい。」とされている。また、国鉄建造物設計標準解説²⁰⁾では継手の接合方式別にそれぞれ支圧接合継手は 6 列程度、摩擦接合継手は 10 列を最大とするのがよいとしており、摩擦接合継手に対して幾分緩和している。

摩擦接合継手は単一方向の引張応力に対しては応力の大きさに応じて端ボルトから漸次局部すべりを起こすことによって応力集中を緩和し、内部ボルトに余剰応力を伝達、分配を繰り返す、ついには主すべりに至るといって、有機的ともいえる非常に合理的な耐荷機構を有する。ま

た設計荷重は主すべり荷重に対して安全率等により、 $1/2 (0.8 \times 1/1.6 = 0.5)^{20}$ 程度低く抑えられているので、局部すべりにより継手片が有害な変位（たとえば、ボルトが支圧状態になるような大変位）を生じない限り上記の耐荷性能は有効であるから、ボルト列数の限界はかなり多くなるものと思われる。

一方、設計死荷重に対して活荷重の変動幅が大きい場合は疲労強度に対する検討が不可欠である。文献5)によれば、高い接触面圧の作用下で微小すべりが繰り返し起こることによって生ずる摩擦面の劣化が疲労寿命に影響を及ぼす可能性がある。もしそうであるならば、微小すべりを繰り返し起こさせないために除荷過程において“逆すべり”が発生しないようにすればよい。作用応力範囲を零からすべりに対する許容力 P_a までとした場合、逆すべりを発生させないための条件は2.(5)で述べたが、これはおおそ端ボルトの局部すべり荷重 L_{1s} が、すべりに対する許容力 P_a の $1/2$ 以上であればよいことと同じである。Fig. 18は主すべり荷重 L_{ms} と継手部材純断面降伏荷重が一致するような断面を有する継手のRBSMによる数値実験結果 (L_{ms} , L_{1s}) と P_a または $1/2 P_a$ を3種類の摩擦係数 μ と6~22列までの9通りのボルト列数に対して示したもので、M30ボルトの場合である。 L_{1s} と $1/2 P_a$ の交点の横座標が限界最大ボルト列数である。摩擦係数によって差があるが、おおそ14~18列が限界であると読み取ることができる。M22ボルトについても同様の検討を行ったが、結果はM30の場合とほとんど変わりがなかった。

ただし、上記の限界最大ボルト列数は作用応力範囲を

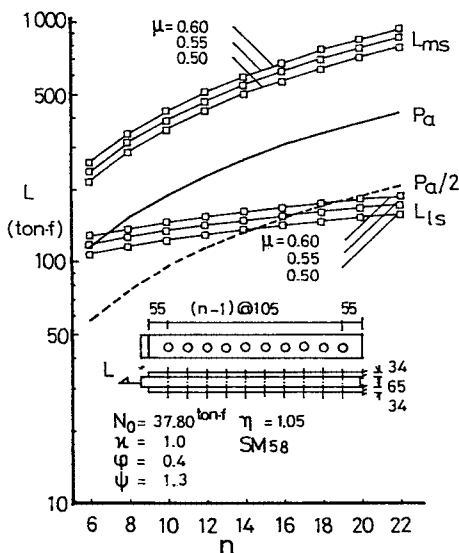


Fig. 18 L_{ms} , L_{1s} and P_a of the joint fastened with M30 high strength bolts (RBSM).

低く（端ボルトのすべり荷重の約2倍以下に）抑えれば理論上何列でも可能となる。国鉄建造物設計標準解説では摩擦接合継手の疲労に対する検算の規程があり、ボルト列数に応じて、A（4列以下）、A'（5~15）、C（16列以上）の3ランクの基本疲労許容応力範囲 σ_f に基づいて算定するようになっている。この σ_f と上記のRBSMによる、“逆すべり”を起こさないための条件に基づいた許容応力度： $2 L_{1s}/A_g$ 、さらに最近、本四公団で実施された継手の疲労試験結果²¹⁾を比較したのがFig. 19である。

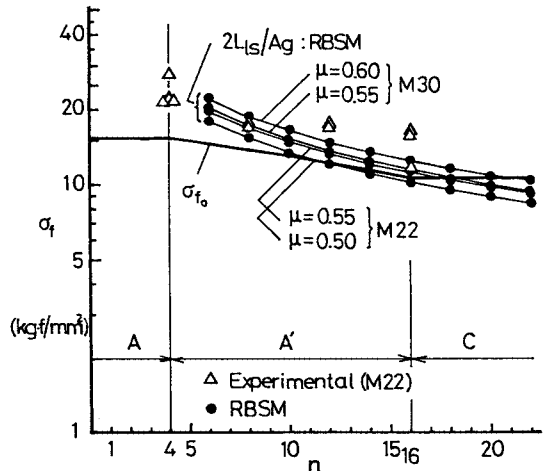


Fig. 19 Stress range per gross sectional area.

ここで、試験結果の点はすべて200万回の時間強度に換算したものである。また、図中に記入した μ は摩擦係数であり、これに相当するすべり係数 μ' は μ の8~9割程度となる（式(33)参照）。

実験点はすべて端ボルトが逆すべりを起こさないための限界線よりも上にある。これは、すべての実験において端ボルトに逆すべりが起きていたことを推定させるものであって、破断位置がすべて母材または添接板の端ボルト部であることを考え併せると、実験値がボルト数の増加につれて強度の低下する傾向を示しているのが繰返し局部すべりの影響であった可能性を示すものであろう。

6. 結 語

高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動解析のために剛体要素を用いた新離散化モデルを使用することを提案し、必要なばね要素 (k_e , k_s) の特性に継手のすべり挙動を支配する種々の要因をどのように組み込んだらよいかについて検討した。

特にせん断ばね特性については多くの紙面を費やし、ボルト孔周縁のせん断ひずみエネルギーに基づいた初期

せん断ばね剛性の決定方法として2つの補正係数 ϕ , ψ を用いる考え方を示した。ここでは繰返し荷重下のすべり挙動もシミュレートできるように、せん断ばねに履歴特性をもたせ、さらにすべり限界せん断力にはポアソン比による板厚減少に起因するボルト軸力抜けの影響を加味してある。

その結果数学モデルは非線形になり、繰返し法による収束計算が必要になったが、本モデルの自由度がボルト本数の2倍で足りるので、計算所用時間はきわめて短く、CPU time (FACOM M-180 II AD) はわずか1~3 sであった。

当モデルによる解析結果を文献1) に示されるM24, M30ボルトで接合された計21体の継手引張試験結果と比較したところ、非常によい一致がみられ、本手法の有効性が確認された。

解析に必要なデータは形状寸法ほかに摩擦係数 μ , 伸びばね定数 k_e と初期せん断ばね定数 k_{s0} があるが、これらのデータは摩擦係数を除いて図または簡略式によって求められる。摩擦係数は実験的に得られた値を用いるべきであろう。

一連の解析によって継手板のポアソン比に起因するボルト軸力の低下が摩擦係数とともに、継手の主すべり荷重にかなり大きな影響をもつことが明らかになった。これに基づいて真のすべり係数と摩擦係数の関係式(32)を得、考察した結果、ボルト列数とすべり係数との直接的相関はなく、これまで知られてきた両者の相関は主としてボルト本数の増加に伴う試験体断面寸法の変化によるものと判断される。この式(32)は継手実験供試体の断面設計に必要なすべり係数の値に関して参考になるであろう。

謝辞：本研究を進めるにあたり、埼玉大学教授田島二郎博士より暖かい励ましのお言葉を頂いた。また、文献1) は本四公団第二建設局坂出工事事務所が石川島播磨重工業(株)に依頼し完成させた報告書をご好意によって利用させて頂いたものであり、本研究の実証的資料としてまことに貴重なものであった。ここに、関係各位に対し深謝申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 本四公団第二建設局：太径高力ボルト摩擦接合継手試験報告書，昭和57年11月。
- 2) 田島・馬場・小林：太径多列高力ボルト摩擦継手の静的引張試験，土木学会第38回年次講義集（I-165）。
- 3) 建設省土木研究所：高力ボルト摩擦接合継手に関する試験調査（I），引張荷重を受ける継手のすべり耐力，土研資料第1871号，昭和57年9月。
- 4) 高木・阿部：繰返し荷重をうける高力ボルト継手の有効断面積（第2報），土木学会第37回年次講義集（I-95）。
- 5) 一条・高木：高力ボルト継手の疲労試験，国鉄構設資料No.70，1982-6。
- 6) 寺田・名取：プレートガーダーの高力ボルト摩擦接合部の力学的特性，土木学会第37回年次講義集（I-98）。
- 7) 田島：高力ボルト摩擦接合概説，技報堂。
- 8) 岡本 編：鋼構造の研究（田島分筆分），pp.251~286，技報堂。
- 9) Fisher, J. W. et al. : Analysis of bolted butt joints, Jour. of the ST div., Proc. of the ASCE, pp.181~203, 1965-10.
- 10) Fisher, J. W. : Behavior of fasteners and plates with holes, Jour. of the ST div., Proc. of the ASCE, pp.256~286, 1965-12.
- 11) 川井 編：生研セミナーテキスト・コース76（固体力学諸問題の離散化極限解析），昭和57年1月。
- 12) Nogami, K. and Itoh, F. : Analysis of ultimate strength of columns using finite rigid body element model, Memoirs of faculty of technology Tokyo Metropolitan University No.31, 1981.
- 13) 長嶋・伊藤：すべりを考慮した高力ボルト摩擦接合継手のシミュレーションモデル，土木学会第38回年次講義集（I-166）。
- 14) Nagashima, F. and Itoh, F. : Application of RBMS to slipping problem of friction-type joints, Memoirs of faculty of technology Tokyo Metropolitan University No.33, 1983.
- 15) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N. : Theory of elasticity-3rd edition, pp.53~60, McGraw-Hill.
- 16) Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K. : The finite element method in structural and continuum mechanics, Sec. 4, McGraw-Hill.
- 17) 小堀・吉田：有限要素法による構造解析プログラム，pp.89~98，丸善。
- 18) 成瀬・遠田：60 kg/mm²高張力鋼板の高力ボルト摩擦継手に関する実験的研究，石川島播磨技報，第13巻，第3号，昭和48年5月。
- 19) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（鋼橋編），昭和55年2月。
- 20) 土木学会：国鉄建造物設計標準解説（鋼鉄道橋・鋼とコンクリートとの合成鉄道橋），昭和58年5月。
- 21) 本四公団上部構研究小委員会：昭和58年度報告書，疲れに関する検討，昭和59年3月。

(1984. 4. 9・受付)