

双対理論および部材の Suboptimization による トラス構造物の最適設計法

OPTIMUM DESIGN OF TRUSS BY DUAL APPROACH AND ELEMENT SUBOPTIMIZATION

大久保 禎二*・谷 脇 一 弘**

By Sadaji OHKUBO and Kazuhiro TANIWAKI

An optimum design method of truss based on dual theory, linear approximation and suboptimization of member element is presented. In the practical design problems of truss, several original design variables and constraints related to a member element are condensed into one primal variable and single artificial constraint respectively by suboptimization of member element. Then the design problem is transformed into a sequence of approximate primal problems of convex and separable form by linear approximation concepts. The convex problems are solved by dual method, in which dual function is maximized by using quasi-Newton algorithm on the dual variables and the primal variables are decided directly by explicit expressions of the dual variables. Due to the sharp nonlinear constraints imposed on member elements, move limit restrictions on the design variables are required to converge successive solutions to the optimum. Application of the envelope method based on optimality criteria and linear set of equations are also discussed to estimate appropriate initial values of the primal and dual variables respectively. The efficiency and reliability of the design method presented are demonstrated by giving numerical results for large scale trusses.

1. 緒 言

弾性理論に基づく構造物の最適化理論の発展過程を概観すると、まず 1960 年代初頭に急速に発展した SUMT、SLP 法、勾配法など、非線形計画法の各解法にあわせて構造物の設計問題を定式化し、これと有限要素法などの構造解析理論を結合した最適設計法が提案された。これらの方法は、その汎用性および局所的な最適性に対する理論的な厳密性において優れた方法であったが、設計変数および制約条件の数の増加に従い、最適解を決定するための反復改良回数が指数関数的に増加し、さらに、各最適化アルゴリズムにおいて最適解へ収束させるための摂動パラメーターを適切に選択する必要があること、得られる結果の信頼性が低下することなどが明らかとなり、大規模な構造物の最適化に対して大きな障害となった。このような問題点を克服するため、最適設計問題のモデル化に関して、構造要素の Suboptimization^{6)~8)} や設計変数の Linking^{たとえば 2)} などにより、構造物の最適化過程において同時に考慮すべき設計変数および制約条件の数を論理的に減少させる方法などが提案されている。

また、1960 年代末より 1970 年代始めにかけて Gellatly, Berke, Venkayya, Khot などにより、最適性規準に基づく構造最適化の考え方が提案された^{4), 9), 11)}。この設計法は、まず各制約条件を独立に考慮して、Kuhn-Tucker 条件などの数学的に厳密な条件、および全応力設計法など経験的な判断をも加えて、最適解が満足すべき必要条件、すなわち最適性規準を理論的、経験的あるいは直観的に導入し、これらの最適性規準より設計変数の反復改良式を求め、すべての制約条件を満足するように各設計変数の最大値を包括するように反復改良を繰り返す方法であり、その最適解を決定するアルゴリズムがきわめて単純で、最適設計問題の変数の次元に関係なくわずかの反復計算で能率的に最適解の近似値を決定することができる。しかし、得られた解の最適性は理論的に明確でなく、かつ、設計変数や制約条件の内容によっては、最適性規準および設計変数の反復改良式の導入が不可能となるなど、汎用性に欠ける点が大きな問題点であった。その後、多重制約条件を有する設計問題を、最適性規準の考え方に基づき厳密に解くための方法論的研究が活発に行われ、現在種々の設計アルゴリズムが提案されている^{4), 11)}。これらの設計法においては、最適設計問題のラグランジュ関数を導入し、Kuhn-Tucker 条件より原設計変数とラグランジュ乗数（双対変数）との関係式を導入

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部土木工学科
(〒790 松山市文京町 3)

** 正会員 工修 川田工業(株)

し、まず双対変数空間においてラグランジュ乗数を改良し active な制約条件を決定するとともに、この双対変数を用いて原設計変数を改良する操作を繰り返すことにより最適解を決定する方法であり、一般化最適性規準法あるいは双対理論による最適設計法と呼ばれている。この設計法における最適化のための主要な過程は active な制約条件の双対変数の値を決定することであり、この方法として現在ニュートン法、線形連立方程式による方法、指数関数法などが提案されている。

ところで、このような双対理論に基づく設計法は、その問題の定式化、すなわち設計問題のモデル化の特性から、著者の一人が提案しているような構造要素の Suboptimization の結果を利用することにより、初めて実際の設計問題に適用することが可能となり、また解を効率よく決定するには、包絡法により初期値を決定する方法が有利となることも考えられる。

本研究は、このような点に着目して、トラス構造物の部材要素の Suboptimization および双対理論に基づく最適設計法を提案し、その計算アルゴリズムについて種々検討した結果について述べるものである。

2. 双対理論による構造最適化の概要

(1) 部材要素の Suboptimization による原設計問題の設定

構造物の最適化問題には、構造要素の断面寸法の最適化、構造物の幾何形状の最適化、使用材料の最適選択の問題など種々の最適化問題があるが、ここでは、構造物の幾何形状および使用材料を固定し、部材の最適配置をも含めた部材断面寸法の最適化問題を対象とする。

一般に構造物を構成する部材断面の最適化を行う場合の設計変数は断面寸法であり、考慮すべき制約条件には、材料の応力制限、部材の最大細長比や、局部座屈に対する板厚制限など部材の安定性に関する制限、製作上の最小板厚や寸法制限、また構造物全体の剛性に関して、全体座屈、固有振動数、節点のたわみ制限など種々の制約条件がある。一方、構造物の節点変位や、構造要素に作用する部材力など構造物の挙動は、各部材要素の断面積あるいは断面二次モーメントの関数として表わされる。

このような構造物の最適化問題に対して、著者の一人は構造要素の Suboptimization を行い、その結果を構造物の挙動の解析に用いる変数で表現することにより、各部材の断面寸法に関する設計変数を部材の断面積あるいは断面二次モーメントなど、断面の性状を代表する変数 (X) 1 個のみに、また、各部材の断面の設計において考慮すべき制約条件を、作用応力あるいは作用部材力に関する制約条件一式のみに集約させることができ、構造物の設計問題を非常に単純化できることを示した^{6),7)}。

いま、構造物の設計問題をこのような部材要素の Suboptimization の結果を利用して表現するものとする、設計上考慮すべき制約条件として次のようなものがある。

各部材の Suboptimization より導入される作用応力あるいは作用部材力に関する制約条件

$$\left. \begin{aligned} g_j(X) &\geq 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad n: \text{部材要素数} \\ &\text{全体座屈, 固有振動数, あるいは節点変位} \\ &\text{など, 構造物全体の挙動に関する制約条件} \quad \dots (1) \\ g_k(X) &\geq 0 \quad (k=n+1, \dots, m) \\ &\text{設計変数の上, 下限値に関する条件} \\ X_i^{(l)} &\leq X_i \leq X_i^{(u)} \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \right\}$$

ここに、 $X=[X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ は各部材要素の断面性状に関する変数であり、各部材要素について断面積あるいは断面二次モーメントなどを 1 個のみ考慮すればよい。また、 $X_i^{(l)}, X_i^{(u)}$ はそれぞれ X_i の上、下限値を表わす。

また、目的関数として構造物の製作費や重量などを考慮すると、目的関数 $W(X)$ は各構造要素の目的関数への寄与の和として次式のように設計変数の一次形式で表わすことができる。

$$W(X) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i X_i \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 ρ_i は構造要素 i の $l_i X_i$ の単位量当たりの目的関数の値、 l_i は要素長である。

いま、原設計変数 X の逆数 Z を新たな設計変数とし、

$$Z_i = \frac{1}{X_i} \quad (i=1, \dots, n) \dots \dots \dots (3)$$

原設計問題のすべての制約条件 $g_j(X)$, $(j=1, \dots, m)$ を Z について Taylor 展開し、一次の項までで近似すると、次のような Z に関する近似設計問題を導入することができる。

$$\left. \begin{aligned} W(Z) &= \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{Z_i} \rightarrow \min. \\ \text{subject to} \\ g_j(Z) &\doteq \bar{u}_j - \sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i \geq 0 \quad (j=1, \dots, m) \\ \text{ここに, } W_i &= \rho_i l_i, \quad C_{ij} = -\frac{\partial g_j(Z^{(0)})}{\partial Z_i} \\ \bar{u}_j &= g_j(Z^{(0)}) - \sum_{i=1}^n Z_i^{(0)} \frac{\partial g_j(Z^{(0)})}{\partial Z_i} \\ Z_i^{(l)} &\leq Z_i \leq Z_i^{(u)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

(2) 双対問題の導入¹⁾

式(4)で定義した近似の原設計問題のラグランジュ関数を導入すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} L(Z, \lambda) &= \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{Z_i} - \sum_{j=1}^m \lambda_j (\bar{u}_j - \sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i) \\ \text{ここに, } \lambda &: \text{双対変数 (ラグランジュ乗数)} \\ \lambda_j &\geq 0 \quad (j=1, \dots, m) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

一般に、構造物の設計問題では W_i は正であり、かつすべての制約条件が線形化されているので、式 (4) で定義される設計空間は凸空間となり、式 (5) のラグランジュ関数は唯一つの鞍点 $(\mathbf{Z}^*, \lambda^*)$ を有し、それが近似設計問題 (4) の解となる。また式 (5) のラグランジュ関数の鞍点 $(\mathbf{Z}^*, \lambda^*)$ は、 $L(\mathbf{Z}, \lambda)$ を λ について最大化、 \mathbf{Z} について最小化することにより得られる。すなわち、

$$L(\mathbf{Z}^*, \lambda^*) = \max_{\lambda} \min_{\mathbf{Z}} L(\mathbf{Z}, \lambda) \dots \dots \dots (6)$$

いま、式 (5) を \mathbf{Z} について最小化した関数を双対関数 $l(\lambda)$ と表わすものとする。すなわち、

$$l(\lambda) = \min_{\mathbf{Z}} L(\mathbf{Z}, \lambda) \\ = \min_{\mathbf{Z}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{W_i}{Z_i} + Z_i \sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ij} \right] - \sum_{j=1}^m \lambda_j \bar{u}_j \right\} \dots \dots (7)$$

上式の最後の項は変数 \mathbf{Z} に対して定数であり、かつ、第 1 項は各 Z_i に関する項の和であるので、上式の右辺の \mathbf{Z} に関する最小化は、各 [] の項をそれぞれ Z_i について独立に最小化することにより達成される。そこで、式 (7) の [] 内の内容を $f(Z_i)$ とし、 $\partial f(Z_i) / \partial Z_i = 0$ とすることにより、 $f(Z_i)$ を最小化する Z_i を次式より求めることができる。

$$Z_i = \left[\frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ij}} \right]^{1/2} \dots \dots \dots (8)$$

設計問題 (4) において active でない制約条件に対する λ_j は 0 となるので、上式の分母の計算は実質的には active な制約条件に関する C_{ij} のみを加え合わせればよいことになる。ところで Z_i は式 (4) の上、下限値に関する条件をも満足しなければならないので、式 (8) より得られる Z_i が Z_i^L より小さい場合には $Z_i = Z_i^L$ 、 Z_i^U より大きい場合には $Z_i = Z_i^U$ とする。

このようにして、式 (6) の鞍点を決定する双対問題は、 λ の非負の条件のもとで次式の大関数 $l(\lambda)$

$$l(\lambda) = \min_{\mathbf{Z}} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{Z_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[\sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i - \bar{u}_j \right] \right\} \rightarrow \max. \dots (9)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j=1, \dots, m)$$

を最大にする λ^* を決定すれば解けることとなり、 λ^* が求められれば \mathbf{Z}^* の値は次式より計算される。

$$Z_i = \left[\frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ij}} \right]^{1/2}, \text{ if } [Z_i^L]^2 < \frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ij}} < [Z_i^U]^2$$

$$Z_i = Z_i^L, \text{ if } \frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ij}} \leq [Z_i^L]^2$$

$$Z_i = Z_i^U, \text{ if } \frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ij}} \geq [Z_i^U]^2 \dots \dots (10)$$

(3) 双対関数の最大化問題の解法

式 (9) の大関数 $l(\lambda)$ を最大にする λ^* を決定する

方法として、これまでにニュートン法、線形連立方程式による方法、指数関数法などが提案されている。各方法にはそれぞれ特徴があり、これまでに種々検討されている^{3),4)}。著者らもこの問題について詳細な検討を行ってきたが、その結果をまとめると次のようになる¹²⁾。

すなわち、ニュートン法では \mathbf{X} および λ の初期値を仮定する必要があるが、計算アルゴリズムも 3 つの方法の中では最も複雑となるが、解の収束のために設定すべきパラメーターがなく、アルゴリズムの信頼性および能率性で最も優れた方法である。線形連立方程式による方法では、初期値として \mathbf{X}^0 のみを仮定すればよいが、解の収束のために設定すべきパラメーターが 2 個あり、信頼性および能率性の点で最も劣っている。また、指数関数法でも \mathbf{X} および λ の初期値を仮定する必要があるが、さらに収束のためのパラメーターも 1 個必要となるが、計算アルゴリズムは最も単純となり、適切なパラメーターを選定することにより、ニュートン法とほぼ同程度の計算量で最適解を得ることができる。このような検討の結果、本研究では、計算アルゴリズムは多少複雑となるが、信頼性および能率性で最も優れているニュートン法により、 $l(\lambda)$ を最大にする双対変数 λ を決定することとした。

ニュートン法では active な制約条件群 M のみに着目し、

$$M = \{j | \lambda_j > 0; j \in m\} \dots \dots \dots (11)$$

その制約条件に対する λ の改良を次式により行う。

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \alpha^{(k)} \mathbf{s}^{(k)} \dots \dots \dots (12)$$

$\mathbf{s}^{(k)}$ は λ の改良方向であり、次式より求める。

$$\mathbf{s}^{(k)} = -[H(\lambda^{(k)})]^{-1} \nabla l(\lambda^{(k)}) \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 $\nabla l(\lambda^{(k)})$ は active な制約条件に対するラグランジュ乗数 $\lambda_j (j \in M)$ に関する $l(\lambda)$ の一次の偏微係数ベクトルであり、その各要素は式 (9) を λ_j について偏微分することにより、次式で単純に計算することができる。

$$\frac{\partial l(\lambda)}{\partial \lambda_j} = \sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i - \bar{u}_j \dots \dots \dots (14)$$

また $H(\lambda)$ は、 $\lambda_j (j \in M)$ に関する $l(\lambda)$ のヘッセ行列であり、 $H(\lambda)$ の jk 要素は式 (14) をさらにもう一度 λ_k について偏微分することにより次式より計算される。

$$H_{jk} = \frac{\partial^2 l(\lambda)}{\partial \lambda_j \partial \lambda_k} = -\frac{1}{2} \sum_{i \in \bar{n}} \frac{C_{ij} C_{ik}}{W_i} Z_i^3$$

$$\text{ここに、} \bar{n} = \{i | Z_i^L < Z_i < Z_i^U\} \dots \dots \dots (15)$$

また、式 (12) の $\alpha^{(k)}$ は改良方向 $\mathbf{s}^{(k)}$ に沿っての λ の改良幅を表わし、 $\lambda_j (j \in M)$ の非負の条件のもとで式 (9) の $l(\lambda)$ を最大にするように決定する。本研究では、各 λ に対する \mathbf{s} の要素 s の値がすべて正の場合は $\alpha^{(k)} = 1.0$ とし、 s_j に負の値がある場合には、 λ_j の非負の条件より、 $\alpha^{(k)}$ の許容最大値を次式より決定した。

$$\alpha_{\max}^{(k)} = \min_{S_j^{(k)} < 0} \left| \frac{\lambda_j^{(k)}}{S_j^{(k)}} \right| \quad (j \in M) \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 $\alpha_{\max}^{(k)} \leq 1.0$

ただし、この $\alpha_{\max}^{(k)}$ の値は、 $\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \alpha_{\max}^{(k)} s^{(k)}$ により $l(\lambda^{(k+1)})$ が最大値を越えない場合、すなわち次式より計算される $\partial l / \partial \alpha^{(k)}$ の値が正となる場合のみ使用することができる。

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha^{(k)}} = \sum_{i \in M} S_i^{(k)} \frac{\partial l}{\partial \lambda_i} (\lambda^{(k+1)}) \dots\dots\dots(17)$$

上式の $\partial l / \partial \alpha^{(k)}$ が負となる場合は、 $l(\lambda^{(k+1)})$ が $\alpha^{(k)}$ に関して最大値を越えていることを意味し、 $\alpha^{(k)}$ に関して大きく改良しすぎているので、 $\alpha^{(k)} = \alpha_{\max}^{(k)} / 2$ として再び式(12)により λ の改良を行う。また、この $\lambda^{(k+1)}$ の改良により 0 となる λ に対応する制約条件は active でなくなり集合 M より取り除く。このようにして改良された $\lambda^{(k+1)}$ を用いて式(10)により Z を改良し、これを式(14)、(15)に代入して $\partial l / \partial \lambda_j$ および H_{jk} を改良し、再び式(12)により λ を改良する。このような λ の改良を繰り返すことにより $l(\lambda)$ は逐次最大化され、その最大点では $s = [0]$ となり、 $l(\lambda)$ を最大にする λ^* を決定することができる。

また、上記の λ の改良過程で新たに active となる制約条件は集合 M に加える必要があるが、この λ の初期値として任意の正の値を仮定すると、これまでの改良により得られた Z の値が再び最適解と無関係な値となり、最適解へ収束させるために要する反復回数が多くなる。そこで本研究では、active な制約条件群 M が変化する場合には、それまでに得られている C_{ij} 、 Z_i 、 \bar{u}_j の値を利用して、 λ の決定法の一つである線形連立方程式による方法で用いられている次の λ に関する連立方程式を作成し、これを解いて得られた λ を新しい active な制約条件の集合 M に対する λ の初期値とすることにより、能率的に最適解を得ることができた。

$$\sum_{k \in M} \lambda_k^{(k+1)} \left(\sum_{i=1}^n \frac{C_{ij} C_{ik} Z_i^2}{W_i} \right)^{(k)} = \eta \left(\sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i - \bar{u}_j \right)^{(k)} + \sum_{i=1}^n (C_{ij} Z_i)^{(k)} \quad (j \in M) \quad \dots\dots\dots(18)$$

上式で、 η は収束パラメータであり、一般にトラス構造物では 2.0 ~ 3.0 が適当である¹²⁾。なお、 Z の値が最適解から大きく離れている場合には、式(18)から決定される λ の一部が負となることがあり、active な制約条件の λ が正でなければならぬことと矛盾する。しかし、このような場合でも本

研究では式(18)より得られた λ の初期値をそのまま使用し、ニュートン法により改良することにより、2~3回の反復改良で active な制約条件に対する λ の値をすべて正の妥当な値に改良することができた。

3. 双対理論によるトラス構造物の最適設計法

(1) 部材の Suboptimization による設計問題の設定

著者の一人が文献6)で提案しているトラス部材の Suboptimization による最適設計法では、各部材の設計において独立に考慮できる制約条件群と応力度に関する制約条件とを考慮して、種々の軸力に対して目的関数の性質に合わせた断面寸法の最適化を行い、部材の断面積 A とその最大許容応力度 σ_a に関して次のような関係曲線を導入する。

すなわち、最大圧縮許容応力度 σ_{ca} に対して Fig.1 に示すように、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ca} &= |a(A-b)|^n + C \quad (A_{li} \leq A \leq A_{ui}) \\ \text{または、} \quad \sigma_{ca} &= dA + e \quad (A > A_{ui}) \\ \text{また、最大引張許容応力度 } \sigma_{ta} \text{ に対して、} \\ \sigma_{ta} &= \text{一定値} \quad (A \geq A_{li}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

の関係式を導入する。上式において、 A_{li} および A_{ui} は、それぞれ Fig.1 に示す $A-\sigma_{ca}$ 曲線を部材の断面積 A に関して7区間に分割した場合の第 i 番目の区間の下限値および上限値であり、 A_{li} 、 A_{ui} 、 a 、 b 、 n 、 d 、 e の値は各部材長の A の各区間によって異なった値をとる。また、図に示していない中間の部材長を有する部材断面の最大許容応力度は補間法により決定することができる。

このようなトラス部材の Suboptimization により決定した各部材長の断面の最大許容応力度 σ_a は、許容応力度に関する制約条件のみならず、部材断面の設計において独立して考慮できるすべての制約条件を満足する応力度の上限を示すものであり、外力により部材に作用する応力度がこの最大許容応力度よりも小さければ、その部材は部材寸法に関するすべての制約条件を満足していることになる。したがって、この $A-\sigma_a$ 関係曲線を利用することにより、トラス部材の断面寸法に関する設計変数

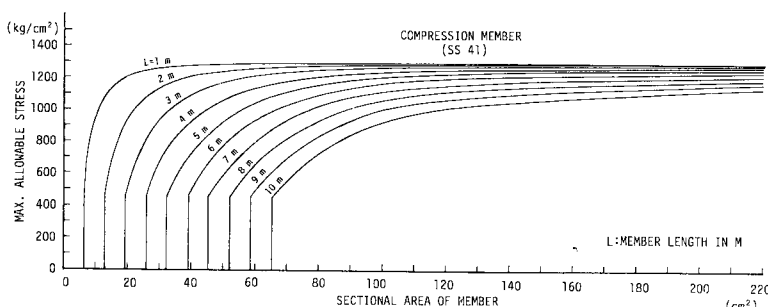


Fig.1 Sectional Area - Max. Allowable Stress Relations for Compression Member⁶⁾.

を断面積 A のみに、また各部材の断面に関する制約条件を、次式の最大許容応力度に関する制約条件一式のみに集約することができる。

$$g_j(A) = \left| \sigma_a(A_j) \right| - \left| \frac{N_j(A)}{A_j} \right| \geq 0 \quad (j=1, \dots, n) \dots (20)$$

ここに、 $\sigma_a(A_j)$ は式 (19) より求められる部材 j の最大許容応力度、 N_j は部材 j の軸力、 n は部材数。

また、トラスの節点のたわみも各部材の剛度の関数であるので、その制約条件は部材断面積 A の関数として次式で表わされる。

$$g_{\sigma k}(A) = |\delta_{\sigma k}| - |\delta_k(A)| \geq 0 \quad (k=1, \dots, J) \dots (21)$$

ここに、 $\delta_k(A)$ 、 $\delta_{\sigma k}$ は、それぞれ着目点 k の実たわみ量および許容たわみ量、 J はたわみの着目点の数。

トラス構造物の目的関数としてトラスの重量あるいは製作費など、各部材断面積 A_i の線形な関数を考慮すると、最小化すべき目的関数 $W(A)$ は次式で表わされる。

$$W(A) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i l_i \rightarrow \min. \dots (22)$$

ここに、 ρ_i は部材 i の単位容積当たりの重量あるいは製作費など、目的関数を評価する係数である。

なお目的関数として、式 (22) のような A の一次形式で表わされないトラス構造物の設計問題の場合でも、目的関数を A について Taylor 展開し、一次の項までで近似することにより、式 (22) のような A に関する一次形式の目的関数を導入することができる。ただし、このような最適化問題における解の収束性については、今後さらに検討する必要がある。

いま、設計変数として $Z=1/A$ を用い、式 (20) の制約条件を Z の一次の項までで線形近似すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} g_{\sigma j}(Z) &= \bar{u}_{\sigma j} - \sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i \\ \text{ここに、} C_{ij} &= -\frac{\partial g_{\sigma j}(Z^{(0)})}{\partial Z_i} \dots (23) \\ \bar{u}_{\sigma j} &= g_{\sigma j}(Z^{(0)}) + \sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i^{(0)} \end{aligned} \right\}$$

上式の C_{ij} は、圧縮部材に対して式 (20) より次式により計算される。

$$\left. \begin{aligned} C_{ij} &= \left| N_j \right| \left[-\frac{\partial |N_j|}{\partial A_i} \cdot A_j^{(0)} + \frac{\partial \sigma_{tai}}{\partial A_i} \cdot (A_i^{(0)})^2 \quad (i=j) \right] \\ C_{ij} &= -\frac{\partial |N_j|}{\partial A_i} \cdot \frac{(A_i^{(0)})^2}{A_j^{(0)}} \quad (i \neq j) \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

また、引張部材では $A \geq A_u$ で $\sigma_{ta} = \text{一定}$ であるので、 $\partial \sigma_{tai} / \partial A_i = 0$ となり、 C_{ij} は次式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} C_{ij} &= \left| N_j \right| \left[-\frac{\partial |N_j|}{\partial A_i} \cdot A_j^{(0)} \quad (i=j) \right] \\ C_{ij} &= -\frac{\partial |N_j|}{\partial A_i} \cdot \frac{(A_i^{(0)})^2}{A_j^{(0)}} \quad (i \neq j) \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

次に、式(21)のたわみに関する制約条件の Z に関する線形近似式は次式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} g_{\sigma k}(Z) &= \bar{u}_{\sigma k} - \sum_{i=1}^n C_{ik} Z_i \\ \text{ここに、} C_{ik} &= -\frac{\partial g_{\sigma k}(Z^{(0)})}{\partial Z_i} = -\frac{\partial \delta_k(A^{(0)})}{\partial A_i} \cdot (A_i^{(0)})^2 \dots (26) \\ \bar{u}_{\sigma k} &= g_{\sigma k}(Z^{(0)}) - \sum_{i=1}^n Z_i^{(0)} \cdot \frac{\partial g_{\sigma k}(Z^{(0)})}{\partial Z_i} \end{aligned} \right\}$$

式(24)~(26)の N_j および δ_k の各偏微係数は、マトリックス法による解析理論式あるいは差分法などにより計算することができる。また、上式の C_{ij} 、 C_{ik} 、 $\bar{u}_{\sigma j}$ 、 $\bar{u}_{\sigma k}$ は、式(10)、(14)、(15)、(18)などで利用されるが、このような場合、各制約条件の係数の大きさができるだけ同じオーダーである方が望ましい。このような観点から、本研究では式(26)のたわみに関する制約条件を1000倍し、式(23)の応力度に関する制約条件の係数と大きさのオーダーがほぼ等しくなるように調整している。

さらに、式(22)の目的関数を逆変数 Z に関して表わすと

$$W(Z) = \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i l_i}{Z_i} \rightarrow \min. \dots (27)$$

となる。本研究では、 $W(Z)$ としてトラスの全容積を考慮し、式(27)の ρ の値を1.0と仮定した。

以上の展開により、実際のトラス構造物の設計問題を式(4)のような Z に関する近似の設計問題に定式化することができ、この設計問題に対して式(5)のラグランジュ関数を導入し、2.で述べたアルゴリズムにより最適解を決定することができる。

(2) 最適設計アルゴリズムおよびその検討

これまで述べてきた双対理論および部材の Suboptimization に基づき、トラス構造物の最適設計を行う設計プログラムの概略図を Fig. 2 に示す。

式(24)、(25)、(26)より明らかのように、各制約条件の C_{ij} および定数項 \bar{u}_j はいずれも Z あるいは A の関数であり、 Z の改良に伴いこれらの値は変化する。したがって、式(4)あるいは(9)の設計問題の近似性をよくするためには、 A が変化するたびにトラスの解析を行い、 N 、 δ および C_{ij} を逐次計算する必要がある。この場合の設計アルゴリズムは、Fig. 2 の step 4 ~ 16 の反復改良により最適解を求めるアルゴリズムとなり、step 6 ~ 12 のニュートン法による λ の改良は、各反復ごとに1回改良されるのみとなる。しかし、この方法を採用すると、最適解における active な制約条件群を決定するために必要とする step 4 ~ 16 の反復回数が多くなり、さらに、トラスの部材数が多くなるに従い C_{ij} の計算に多くの労力が必要となる。一方、step 6 ~ 12 において A が変化しても N 、 σ_a 、 δ および C_{ij} を一定とし、

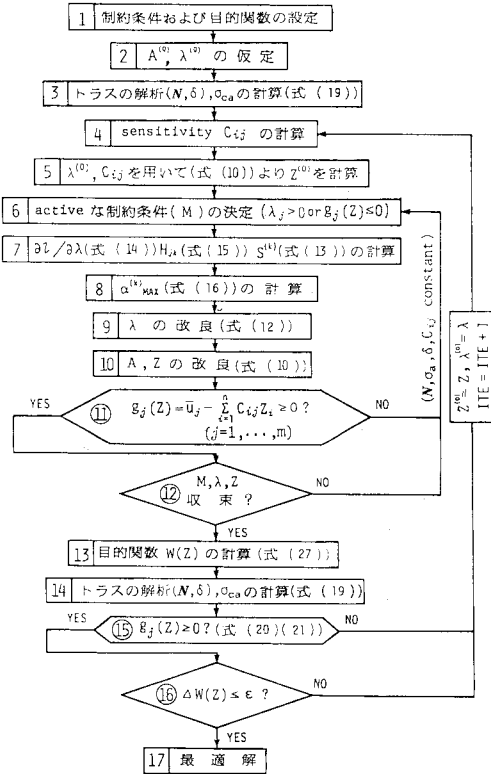


Fig.2 Flow Chart of Optimum Design of Truss by Dual Approach and Element Suboptimization.

$\partial\sigma_{ca}/\partial A=0$ と仮定することにより、設計問題の近似度は悪くなるが、step 6~12を数回反復することにより active な制約条件群 M を一定値に収束させ、かつ $I(\lambda)$ を最大化する λ を決定することができる。さらに、その計算過程においてはトラスの解析も不要となる。この場合の設計アルゴリズムは、step 6~12の反復で λ および Z を改良した後、step 10で改良された Z あるいは A に対して Step 14 および 4 で $N, \sigma_a, \delta, C_{ij}$ を計算し、再びこれらを一定として step 6~12 で λ および Z を改良することを繰り返すアルゴリズムとなる。これらの設計アルゴリズムのいずれが能率的であるかを検討することは、最終的な最適解を決定するために必要とするトラス構造物の解析量、すなわち N, δ, C_{ij} の計算回数に大きく影響を与えるのできわめて重要な問題となる。

この問題について種々検討したが、Fig. 3 に示す 6 部材トラスの結果の一例を Table 1 に示す。 N, σ_a, δ および C_{ij} を一定とする方法では、step 6~12の改良を 3~10 回程度繰り返すことにより

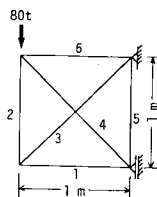


Fig.3 6 Bar Truss.

Table 1 Successive Improvement of A and λ for the Case of C_{ij} Modified and Constant (6 Bar Truss Problem ($\delta_a=10.0$ cm)).

NO. of ITE*		1	2	3	4	8
C_{ij}	A_1, λ_1	10.0 10.0	61.9 4.70	34.7 0.01	30.0 0.50	28.9 0.46
	A_2, λ_2	10.0 10.0	61.9 4.70	34.7 0.00	26.3 0.00	28.9 0.46
	A_3, λ_3	10.0 10.0	62.7 0.00	49.1 0.00	37.3 0.00	36.3 0.00
	A_4, λ_4	10.0 10.0	66.6 20.2	57.1 13.7	42.5 7.57	49.0 8.69
	A_5, λ_5	10.0 10.0	63.7 15.0	33.0 5.75	28.8 3.80	31.3 4.05
	A_6, λ_6	10.0 10.0	63.7 15.0	33.0 5.75	28.8 3.80	31.3 4.05
in step 4	λ_8	10.0 0.00	0.00 0.00	0.00 0.00	0.00 0.00	0.00 0.00
-step 16	TVOL (cm ³)	6828	43413	28579	22670	24100
C_{ij}	A_1, λ_1	10.0 10.0	31.1 0.33	31.8 0.48	31.6 0.47	—
	A_2, λ_2	10.0 10.0	31.1 0.33	31.8 0.48	31.6 0.47	—
	A_3, λ_3	10.0 10.0	40.9 0.00	40.4 0.00	40.3 0.00	—
	A_4, λ_4	10.0 10.0	44.1 9.04	45.0 9.16	45.1 9.14	—
	A_5, λ_5	10.0 10.0	28.5 4.12	28.6 4.08	28.7 4.08	—
	A_6, λ_6	10.0 10.0	28.5 4.12	28.6 4.08	28.7 4.08	—
in step 6	λ_8	10.0 0.00	0.00 0.00	0.00 0.00	0.00 0.00	—
-step 12	TVOL (cm ³)	6828	23935	24154	24139	—

* Number of Iteration TVOL-TOTAL VOLUME OF TRUSS

$I(\lambda)$ を最大化する M, λ, Z を決定することができ、最終的な最適解も step 4~16の過程を 4 回反復することにより、すなわち、トラスの解析および C_{ij} の計算を 4 回行うことにより決定している。

一方、 A の改良ごとに C_{ij} を計算する方法では、step 6~12のニュートン法により M, λ, Z を能率的に改良することができず、step 4~16の各反復改良における active な制約条件群 M は改良ごとに変化し、これに伴い最終的な最適解を得るまでに必要とするトラスの解析および C_{ij} の計算回数も 8 回と増加し、step 6~12において $N, \sigma_a, \delta, C_{ij}$ を一定とする方法に比べて約 2 倍の計算量を必要としている。同様の結果が多くの計算例において得られたので、本研究では step 6~12のニュートン法による λ の改良においては、 $N, \sigma_a, \delta, C_{ij}$ を一定として、 $I(\lambda)$ を最大化する λ を決定することとした。

ところで、Fig. 1 および式 (19) で示したごとく、部材の Suboptimization により決定した圧縮部材の最大許容応力度 σ_{ca} は、部材断面積 A が小さい部分では A の変化に対して大きく変化し、 A が大きくなるに従い変化の割合は小さくなる。このことより、トラスのいくつかの部材の最適断面積が σ_{ca} の変化の急激な比較的小さい断面で決定される場合には、step 4~16の反復改良過程でこれらの部材の断面積が振動し、解が一定値に収束しないことが生ずる。

たとえば、Fig. 4 は 6 部材トラスの荷重 P を 10 t, 20 t および 80 t と変化させた場合の step 4~16の反復改良ごとのトラスの目的関数値 (Total Volume) の収束過程、および荷重 P を 10 t とした場合の部材 4 の断面積の改良過程を示したものである。荷重 P を 10 t とした場合の部材 4 では、Fig. 4 の $A-\sigma_{ca}$ 曲線の d 点および e 点で改良断面積の値が振動し一定値に収束しない。そこで、Fig. 5 に示すように step 13 と 14 の間に断面積の変化量 ΔA の大きさを規制する move limit の条件

$$|\Delta A| \leq \xi A \dots\dots\dots (28)$$

ξ : ΔA の変域を規定する係数

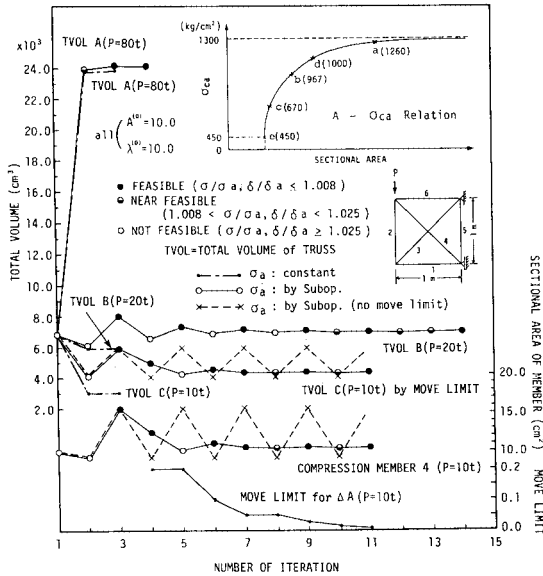


Fig. 4 Convergence History of 6 Bar Truss ($P=10\text{ t}, 20\text{ t}, 80\text{ t}$) ($\delta_a=10.0\text{ cm}, E=2\ 100\ 000\text{ kg/cm}^2$).

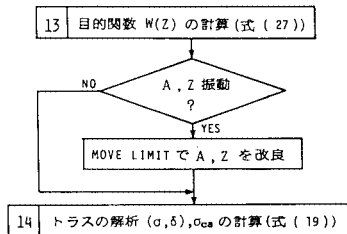


Fig. 5 Move Limit Step.

を付加することにより、Fig. 4の実線のように11回の反復改良で一定値(c点)に収束させることができた。しかし、荷重を20tに増加させると、最適解において最小の圧縮許容応力度を有する部材の σ_{ca} は図のA- σ_{ca} 曲線のb点、すなわち $\sigma_{ca}=967\text{ kg/cm}^2$ となり、断面の変化に対する σ_{ca} の変化率が減少し、断面の改良過程において多少の振動はあるが、move limitの制限なしに13~14回の改良で最適解に収束している。さらに荷重を増加させ $P=80\text{ t}$ とすると、全部材における最小の σ_{ca} はA- σ_{ca} 曲線のa点、すなわち $\sigma_{ca}=1\ 260\text{ kg/cm}^2$ まで増加し、断面の変化に対して σ_{ca} がほとんど変化せずわずか3~4回の改良で最適解を決定している。

上記の例は、応力の制約条件のみが active となる場合であるが、たわみ制限のみが active な制約条件となる場合には、双対変数空間の active な λ の次元は active なたわみ制限の数と一致し、一般に1~2次元ときわめて小さくなる。またstep 4~16において active な制約条件の集合Mも変化せず、step 6~12において $l(\lambda)$ を最大にする λ もトラスの部材数に関係なく、わず

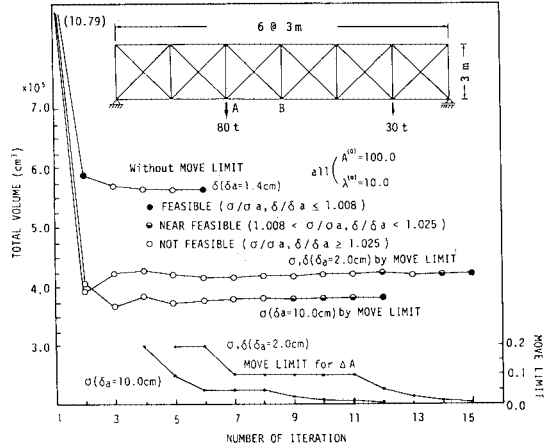


Fig. 6 Convergence History of 31 Bar Truss ($\delta_a=1.4\text{ cm}, 2.0\text{ cm}, 10.0\text{ cm}, E=2\ 100\ 000\text{ kg/cm}^2$).

か数回の反復改良によって決定され、さらに最終的な最適解もstep 4~16の過程を3~6回程度反復することにより決定することができる。またこの場合には解の振動は生ぜず move limitの制限は不要となる。

Fig. 6は31部材トラスにおいて、トラスの最大たわみの許容値を種々変化させた場合の、目的関数値の Total Volume が最適解へ収束していく過程を示したものである。この図において、各 δ_a の Total Volume の線に、 $\delta, \sigma \cdot \delta, \sigma$ とあるのは、それぞれ、たわみ制限のみ、いくつかの部材応力の制限とたわみ制限、部材応力制限のみが active な制約条件となっていることを示している。 $\delta_a=1.4\text{ cm}$ の場合には、たわみ制限のみが active となり、トラス部材の多少に関係なくわずか6回の反復計算で最適解を得ている。このことは、従来の非線形計画法により原設計変数を直接取り扱って最適解を決定する方法と全く逆の傾向であり、双対理論による最適設計法の大きな長所の一つである。 δ_a が大きくなり、部材応力度に関する制約条件で active となるものが増加するに従い双対空間の次元数は大きくなり、active な制約条件群Mの収束および λ, Z, A の収束に多少多くの反復回数が必要となる。さらに、Fig. 6の $\delta_a=2.0\text{ cm}$ および 10.0 cm のように、最適解における部材断面積が小さく、Suboptimizationによる最大圧縮許容応力度 σ_{ca} が小さくなるような部材を含む場合には、前述のように σ_{ca} が小さい部材の断面積が振動し、解を一定値に収束させるためには、式(28)の move limitによる制約条件が必要となる。しかしこのような場合でも、11~16回程度の反復改良で最適解を決定することができ、従来のSUMTやSLP、勾配法などの非線形計画法による最適設計法に比べ、きわめて能率的な設計法であることが明らかとなった。

(3) 包絡法による A, λ の初期値の決定に関する検討

これまで述べてきた計算例においては、部材断面積 A および双対変数 λ の初期値 A⁰, λ⁰ をすべて任意の値に仮定して最適化を行ったが、A⁰ および λ⁰ が最適解に比較的近い場合には、active な制約条件群 M の変化が少なくなり、Fig. 2 で示した設計アルゴリズムによる最適解への収束がより容易となることが考えられる。そこで本研究では、部材断面の Suboptimization の結果を利用して包絡法により A⁰ および λ⁰ を決定する方法について検討を行った。

部材の応力度制限および節点のたわみ制限を考慮したトラス構造物の部材断面積 A を、包絡法により改良する場合の反復改良式は次のようになる¹⁰⁾。

部材断面積が応力度制限により決定される部材 i に対して

$$A_i^{(k+1)} = \frac{|N_i^{(k)}|}{\sigma_a(A_i^{(k+1)})} \quad (i \in s_a) \dots\dots\dots(29)$$

ここに、s_a：断面積が応力度制限により決定される部材番号の集合、N_i：実荷重による部材 i の部材力、σ_a(A_i^(k+1))：k+1 回目の改良断面積 A_i^(k+1) に対する最大許容応力度 (σ_{ta}(A_i^(k+1)) または σ_{ca}(A_i^(k+1)))

部材断面がたわみ制限により決定される部材 j に対し、

$$A_j^{(k+1)} = \frac{1}{\delta_a - \delta_\sigma} \cdot \frac{\sqrt{e_j \cdot A_j^{(k)}}}{\rho_j l_j} \cdot \sum_{i \in S_\sigma} \sqrt{e_i A_i^{(k)} \rho_i l_i} \quad (j \in S_\sigma)$$

ここに、S_σ：断面積がたわみ制限により決定される部材番号の集合、

$$\delta_\sigma = \sum_{i \in S_\sigma} \frac{N_i^{(k)} \bar{N}_i^{(k)}}{E_i A_i^{(k)}} \cdot l_i, \quad e_i = \frac{N_i^{(k)} \bar{N}_i^{(k)}}{E_i A_i^{(k)}} \cdot l_i$$

N_i^(k)：実荷重による部材 i の部材力、 $\bar{N}_i^{(k)}$ ：たわみの着目点に作用する仮想荷重 P=1 による部材 i の部材力、E_i：部材 i の材料の弾性係数

上式の δ_σ は式 (29) により断面積が決定される部材が負担するたわみ量を表わしている。

式 (29) により圧縮部材の部材力 N_i^(k) に対する断面積 A_i^(k+1) を決定する場合において、A_i が比較的小さく、部材断面の Suboptimization により求められる最大圧縮

許容応力度 σ_{ca} が A_i の変化に対して大きく変化する領域で決定される場合には、式 (29) のみでは A_i^(k+1) が振動し一定値に収束しない。このような場合には、A_i^(k+1) と A_i^(k) の変化量 ΔA_i^(k) を式 (28) の move limit により制限し、ξ の値をしだいに小さくしていくことにより、N_i^(k) に対する A_i^(k+1) を一定値に収束させることができる。

この包絡法の計算アルゴリズムにおける主要な計算は、部材断面の反復改良回数と等しい回数のトラスの解析による N および \bar{N} の計算のみであり、断面の改良は式 (29) および (30) によりきわめて単純に行うことができる。また上記の方法により、一般にトラスの部材数に関係なく、通常 4~5 回の反復改良ですべての部材の断面積を一定値に収束させることができ、かつ、得られる解は最適解の近傍の解であることが多い。しかし、設計条件によっては解が一定値に収束しなかったり、得られる解の最適性が不明確である場合も生ずる (Table 2 参照)。

包絡法で得られた A を初期値 A⁰ として利用し、双対理論により最適解を決定する場合には、Fig. 2 の step 6~12 のニュートン法において A⁰ に対する双対変数の初期値 λ⁰ が必要となるが、この λ⁰ は、A⁰ から求められる Z⁰ を利用して式 (18) の λ に関する線形連立方程式を導入し、これを解くことにより求めなければならない。

Table 2 は、Fig. 7 に示す 16 および 31 部材トラスを、包絡法のみ (E)、包絡法で得た断面積を初期値として

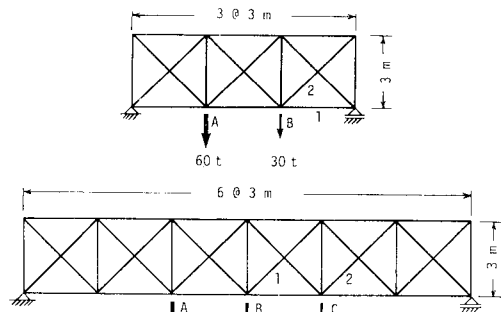


Fig. 7 16 and 31 Bar Truss.

Table 2 Comparison of the Results for 16 and 31 Bar Trusses shown in Fig. 7.

TYPE OF TRUSS	16 BAR TRUSS						31 BAR TRUSS				
	σ _a , δ _{A,B} (δ _{AA} , δ _{BA} = 0.7cm)			δ _{A,B} (δ _{AA} , δ _{BA} = 0.5cm)			σ _a , δ _{A,B,C} (δ _{AA} = 2.2cm, δ _{BA} = 2.5cm, δ _{CA} = 2.0cm)				
PROCEDURE	E	E+D	D	E	E+D	E+D	D	E	E+D	D	
INITIAL	A ₁ (cm ²)	100.0	21.2	100.0	100.0	29.1	26.9	100.0	100.0	59.7	100.0
	A ₂	100.0	29.9	100.0	100.0	16.9	42.4	100.0	100.0	24.3	100.0
	TVOL (cm ³) (E, ITE*)	554558.3	156752.1 (5)	554558.3	554558.3	175715.3 (2)	211381.1 (5)	554558.3	1079116.0	541909.0 (5)	1079116.0
OPTIMUM	A ₁ (cm ²)	21.6	25.0	24.4	not opt. sol.	33.0	30.6	30.9	not opt. sol.	61.7	61.7
	A ₂	29.6	28.1	23.5	—	37.6	38.4	39.8	—	42.4	40.1
	TVOL (cm ³)	156667.4	156808.7	156967.9	—	210736.1	210560.8	210477.8	—	548099.4	546150.1
	NO. of. ITE**	(7)	(5)+8	12	—	(2)+7	(5)+2	5	—	(5)+8	10
CPU(sec)***	0.91	4.16	5.66	—	3.21	1.51	2.66	—	22.02	28.69	

TVOL=TOTAL VOLUME OF TRUSS, E=ENVELOPE PROCEDURE, D=DUAL APPROACH
 *Iteration Number of ENVELOPE PROCEDURE required to determine initial values of A
 **Number of Iteration required to obtain optimum solution by Dual Approach
 ***by FACOM M-180 II AD

双対法で最終の最適解を求める方法 (E+D)、双対法のみ (D) の 3 種類の方法により最適解を決定した過程および最終解を比較したものである。これらの計算例より、一般に、包絡法により最適解の近傍の解を求め、それを初期値として双対法により最適解を決定する方法が、断面の改良過程において active な制約条件式群の変動が少なく、より少ない反復回数で最適解を決定することができ有利な方法となる。しかし、16 部材トラスの $\delta_a=0.5 \text{ cm}$ 、および 31 部材トラスの計算例のように、包絡法において断面の改良ごとに active となるたわみ制限を与える点が 16 部材トラスにおいて A 点および B 点、31 部材トラスにおいて A 点、B 点、C 点と交互に変化することにより改良解が大きく振動し一定値に収束しないような場合には、任意の初期値を用いて双対法のみにより解を決定する方法が、より少ない反復回数で最適解を決定できることもあり得る。したがって、包絡法において改良解が振動する場合には、適当な反復回数(本研究では 5 回)で計算を打ち切り、振動解のいずれかを双対法の初期値とすることが望ましい。

(4) 最適部材配置の決定

(1) で述べたトラス構造物の部材断面の Suboptimization は、部材の最大細長比や最小板厚など、部材の最小断面に関する制約条件をも考慮して行っているため、その結果をそのまま利用するかぎりにおいては、各部材の断面積の改良過程で不要となる部材でも、その断面積は Suboptimization により決定された最小断面積に収束し、断面積を 0 とすることができない。また、断面の改良過程で、断面積の減少に伴い最大許容応力度を小さくしていくと、その応力制限により断面積がある値以下に減少せず、最適な部材配置では不要となる部材の断面積を 0 とすることができないことが生ずる。したがってトラス構造物の最適な部材配置を決定するためには、各部材の最小断面積の制約条件を取り除き、かつ、部材の許容応力度を断面積の大小に関係なく、ある程度の大きさに保って断面の改良を行う必要がある。

Fig. 8 は Fig. 6 に示す 31 部材トラスにおいて、 σ_{ta} を 1400 kg/cm^2 、 σ_{ca} を 1300 kg/cm^2 に固定し、かつ、最小断面積の制約条件を取り除いた場合(A)、および Suboptimization の結果の利用に際して最小断面積に関する制約を除き、さらに、 $\sigma_{ta}=1400 \text{ kg/cm}^2$ 、 σ_{ca} の最小値を 450 kg/cm^2 とした場合(B)における各部材の最適な断面積を示したものであり、不要となる部材は点線で示してある。(A)の場合には不要となる部材でも、(B)の場合にはかなり大きな断面積となっている部材もある。

この(A)、(B)で得られた部材配置のうち、(A)において、上下弦材の安定のため太い点線で示した垂直材を加え、(A)、(B)について最小断面積の条件をも考慮し

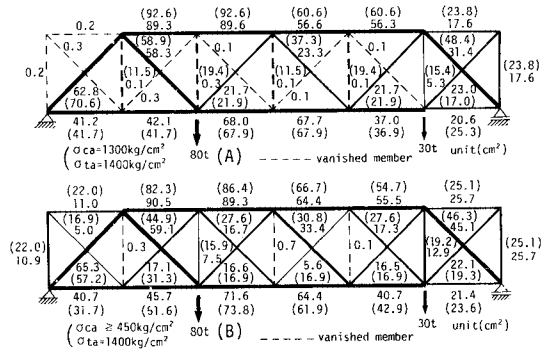


Fig. 8 Optimum Member Arrangement of 31 Bar Truss ($\delta_a=10.0 \text{ cm}$).

た Suboptimization の結果を利用して再度最適化を行い、最適な断面積を求めた結果を Fig. 8 の () 内に示す。この(A)と(B)のトラスの全容積比 V_A/V_B は 0.917 となり、(A)の方法により全域的な最適部材配置を決定することができた。他の多くのトラスの計算例においても同様の結果が得られ、(A)の方法により全域的な最適部材配置を決定できることが明らかとなった。

4. 結 論

本論文において、双対理論および部材要素の Suboptimization に基づくトラス構造物の最適設計法を提案し、その計算アルゴリズムについて種々の検討を行い、実際のトラス構造物の最適設計法としてきわめて有効な設計法であることを明らかにした。本研究で得られた結論をまとめると次のとおりである。

(1) 著者の一人が提案しているトラス部材の Suboptimization の結果を利用することにより、設計上考慮すべきすべての制約条件を考慮した、静荷重を受けるトラス構造物の最適設計問題を、双対理論に基づく最適設計法の設計問題として定式化(モデル化)することができ、大規模なトラス構造物の最適部材断面寸法を、きわめてわずかの反復改良回数で決定することができる。

(2) 本研究で提案している最適設計法の主要な最適化過程は、双対変数空間において、双対変数の非負の条件のみを考慮して凸関数の双対関数を最大にする双対変数を決定することであり、双対変数空間の次元数は、設計変数の各改良過程における active な制約条件の数と一致し、原設計問題の変数の次元数には関係しない。したがって、構造物の最適解における active な制約条件の数が原設計変数の数に比べて少ない場合には、原設計変数を直接取り扱って最適化する方法と比較して最適化過程における独立変数の次元数が減少し効率的な設計法となる。この有効性は大規模構造物の最適解が数個の支配的な制約条件で決定される問題において特に顕著となる。

(3) ニュートン法により双対関数を最大化する双対変数を決定する場合、双対変数あるいは原設計変数が変化することに構造物の正確な挙動変数やその偏微係数を計算するよりも、これらを一定値と仮定することにより、近似設計問題の active な制約条件群および双対変数の値をより容易に一定値に収束させることができ、さらに、より少ないトラスの解析量および反復改良回数で最終的な最適解を決定することができる。

また変数の改良過程で active な制約条件群が変化する場合には、線形連立方程式による方法により、新しい制約条件群に対する双対変数の初期値を決定することにより、効率的に最適な双対変数を決定することができる。

(4) たわみに関する制約条件のみにより全部材の最適断面積が決定される場合には、一般に active となる制約条件の数が1~2個と少なく、これに伴い双対空間の次元数も1~2次元と小さくなり、本研究の方法により、トラスの部材数の多少に関係なく、わずか3~6回程程度の反復改良で最適解を決定することができる。このことは従来の非線形計画法による最適設計法と全く逆の傾向であり、本研究の設計法の大きな長所の一つである。

(5) 最適解において応力制限が active となる場合、各部材の最大許容応力度が比較的大きく、断面の変化に対して最大許容応力度があまり変化しない場合には、トラスの部材数により反復改良回数は多少影響されるが、31部材トラスのような大規模なトラスでも10回程程度の反復改良により最適解を決定することができる。

また、部材の最適な断面積が比較的小さく、Suboptimization より得られる最大許容応力度の値が小さな部材では、断面の変化に伴い最大許容応力度の変化が大きくなり、本研究の方法によっても断面の改良過程で解が振動し、解を一定値に収束させるためには、断面の一改良当たりの変化量のある範囲内に制限する move limit の制約条件を付加する必要がある。しかし、このような場合でも、31部材トラスで約15回程程度の反復改良により最適解を決定することができ、本研究の方法がきわめて能率的な設計法であることが明らかとなった。

(6) 一般に、包絡法により最適解の近傍の部材断面積を求め、それを初期値として双対法により最適解を決定する方法が、任意の断面積および双対変数を用いて双対法のみにより最適解を決定する方法よりも、少ない計算量および反復回数で最適解を決定することができる。しかし、設計条件によっては包絡法において解が振動し、一定値に収束しないことがある。このような場合には、包絡法による改良を適当な反復回数(5回程程度)で打ち切り、振動解のいずれかを双対法の初期値とすることが望ましい。また、この初期断面積に対する双対変数の初期値は、線形連立方程式による方法により決定しなければ

ならない。

(7) トラス構造物の最適な部材配置およびその最適断面積は、まず各部材の最大許容応力度をその上限値の大きさで一定とし、さらに最小断面積に関する制約条件を取り除いて断面の改良を行い、不要な部材の断面積を0とした後、得られた最適部材配置のトラスを、最小断面積の条件をも考慮した Suboptimization の結果を利用して再度最適化することにより決定することができる。

最後に、本研究において計算結果の整理や図表の作成などに協力いただいた愛媛大学工学部土木工学科 谷端良次技官に謝意を表す。また、本研究の一部は昭和57、58年度文部省科学研究費(試験研究1)の補助を受けて行ったものであり、計算は九州大学大型計算機センターの FACOM M-380 および愛媛大学情報処理センターの FACOM M-180-II AD により行ったことを付記する。

参考文献

- 1) Fleury, C. and Schmit, L. A. : Dual Methods and Approximation Concepts in Structural Synthesis, NASA CR-3226, Dec. 1980.
- 2) Schmit, L. A. and Fleury, C. : Structural Synthesis by Combining Approximation Concepts and Dual Methods, AIAA J., Vol. 18, No. 10, pp. 1252~1260, Oct. 1980.
- 3) Khot, N. S. : Algorithms Based on Optimality Criteria to Design Minimum Weight Structures, Engineering Optimization, Vol. 5 (2), pp. 73~90, 1981.
- 4) Morris, A. J. ed. : Foundations of Structural Optimization-A Unified Approach, John Wiley, ch. 5&10, 1982.
- 5) 大久保禎二・谷脇一弘 : 双対理論による構造最適化に関する研究, 愛媛大学工学部紀要, 第10巻, 第2号, pp. 135~150, 昭和58年2月.
- 6) 大久保禎二 : トラス構造物の最適設計法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第177号, pp. 9~19, 1970年5月.
- 7) 奥村敏恵・大久保禎二 : Suboptimization による鋼連続桁の最適設計, 土木学会論文報告集, 第215号, pp. 1~14, 1973年7月.
- 8) 杉本博之 : トラス構造物の実用的最適設計に関する研究, 土木学会論文報告集, 第208号, pp. 23~31, 1972年12月.
- 9) Berke, L. and Khot, N. S. : Use of Optimality Criteria Methods for Large Scale Systems, AGARD-LS-70, Structural Optimization, pp. 1~29, Oct. 1974.
- 10) 大久保禎二・稲木 進・石原正人 : 最適規準の構造最適化への応用, 愛媛大学紀要第三部工学, 第9巻, 第3号, pp. 87~109, 昭和55年3月.
- 11) Kirsch U. : Optimum Structural Design, McGraw-Hill, 1981 (山田善一・大久保禎二 監訳 : 最適構造設計, 丸善, pp. 77~110, 昭和58年).
- 12) 大久保禎二・谷脇一弘・上野盛勝 : Dual Approach における双対変数の決定法に関する検討, 愛媛大学工学部紀要, 第10巻, 第4号 (昭和60年2月刊行予定)

(1984. 3. 27・受付)