

強制地盤変形を受ける平面埋設管路の弾塑性解析[†]

ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF PLANE BURIED PIPELINES UNDER FORCED GROUND DEFORMATION

佐藤 紘志*・香月 智**・石川 信隆***

By Hiroshi SATO, Satoshi KATSUKI and Nobutaka ISHIKAWA

This study presents a quasi-static approach using a matrix method based on the linear programming (LP) for the elastic-plastic analysis of a plane curved buried pipeline subjected to forced ground deformation. The actual buried pipeline is initially modelled as a discrete pipeline-ground system, in which pipe and ground spring elements are supposed to have elastic-plastic behaviors, respectively. The incremental deformation analysis is formulated as a LP problem. Herein, the objective is to maximize ground deformation increment during the successive yielding of ground spring or pipe element, while simultaneously satisfying the conditions of compatibility, equilibrium, yield and plastic flow as constraints. From the results of numerical examples, it is found that this method is very useful to evaluate the plastic strain and plastic rotation which are necessary for the seismic design of buried pipeline.

1. 緒 言

近年、埋設管の耐震性評価に関する研究が理論および実験の両面から精力的に進められ、それらの研究の一部は各種設計基準¹⁾にも反映されている。その中で注目すべき点は、設計基準の考え方が許容応力度に関する規定から許容ひずみへ、さらに管体の弾性範囲を越えたひずみまで許すようになってきたことである。その理由としていくつか考えられるが、その1つは管体材料の高品質化とともに、耐用期間中に1、2度の大地震に対しては管体の塑性域での応答を有効に利用しようという考え方によるものと思われる。このような観点から、著者らは先に強制的な地盤変形を受ける直線鋼管路の弾塑性解析法を提案した²⁾が、その手法をそのまま一般的な曲り部を有する平面埋設管路（たとえば、同一深さに埋設された曲線管路など）に適用することは不可能であった。

従来の平面埋設管路に関する研究としては、まず桜井ら³⁾の論文があり、そこでは曲り部や固定部などに応力集中が起こることを指摘している。また北出ら⁴⁾は曲り

部などに集中する応力が継手の適切な使用によって緩和できることを数値計算例を通して明らかにしている。一方、小池⁵⁾は地震波動伝播による分岐管や曲管などの異形管に累積するひずみの計算式を提案しており、さらに高田ら⁶⁾は伝達マトリックス法を用いて、非線形地震応答解析のための実用プログラムを開発している。しかしながら、これらの研究は、いずれも管体の応力を弾性範囲内に限定しているため、本来管路の途中に継手を設けることを好まないガス導管などの管路系に対しては、その地震時挙動を塑性域まで正しく追跡することは困難である。

本研究は、以上のような観点から、先の直線鋼管路の研究²⁾をさらに拡張して、曲り部などを有する平面埋設管路の弾塑性解析法を開発することを試み、この手法を用いて任意の地盤変形を受ける埋設管路の弾塑性挙動を解明することにより、耐震性評価のための基礎的資料を提供しようとするものである。

本論文では、まず実際の埋設管路系を地盤ばね付き管要素に分割した構造モデルに置換したうえで、マトリックス法を用いて、弾塑性解析に必要な基本条件、すなわちつり合い条件、適合条件、降伏条件および塑性流れ条件を求め、それらを変形法による基本式に変換したうえで制約条件とし、要素に降伏が起こるまでの各段階の地

[†] 第38回土木学会年次学術講演会で一部発表

* 正会員 工修 防衛大学校助教授 土木工学教室
(〒239 横須賀市走水1-10-20)

** 学生会員 防衛大学校理工学研究科学生(同上)

*** 正会員 工博 防衛大学校教授 土木工学教室(同上)

盤変位増分を目的関数に選び、これを最大にするような線形計画法 (LP) の問題として定式化した。また、実際の数値計算にあたっては、大規模な地上構造物の弾塑性増分解析に用いられている効率的な α_{min} 法⁷⁾ を応用した。さらに、本解析法の適用性を検討するため、数値計算例により、①標準的な管路の弾塑性挙動、②管種および管径の違いが管路系の弾塑性挙動に与える影響、などについて考察した。

なお、解析にあたっては、慣用の応答変位法と単純塑性理論の仮定に従うほか、次の仮定を用いた。

① 埋設管路は、Fig. 1 のような地盤ばね付き管要素モデルの集合体に置換できるものとする。

② 管体の曲げ (M) と軸力 (N) による降伏条件は Fig. 2 に示すように鋼管断面に対する $M-N$ 降伏曲線⁸⁾ を線形近似して用いる。

③ 地盤ばねの管軸方向および管軸直角方向の挙動は Fig. 3 (a) および (b) に示されるような弾塑性型の特性をもつものとする。なお、具体的な数値は計算例で述べる。

④ 地盤変位は擬似静的に比例増加するものとする。

2. 弾塑性解析の基本条件

(1) 変形適合条件

いま、平面埋設管路の一部を取り出して Fig. 4 のように考えると、管路系における管の節点変位 u_A 、節点における地盤変位 u_S (以下 u を外変形という) は、Fig. 1 に示す地盤ばね付き管要素モデルの管の変形 q_A 、地盤の変形 q_S (以下 q を内変形という) と幾何学的に結合するという条件より、管路全体の変形適合条件式が増分形式で次のようにマトリックス表示される。

$$\begin{bmatrix} \Delta q_A \\ \Delta q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_A & 0 \\ C_{SA} & C_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_A \\ \Delta u_S \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 Δ =各量の増分を表す記号、 $\Delta\alpha$ =強制的な地盤変位係数増分、また、添字 A, S はそれぞれの記号が管および地盤ばねに関する記号であることを示す、 C_A =管要素の内変形 q_A と管路系における管の外変形 u_A を結びつける適合マトリックス、 C_{SA} =地盤ばねの内変形 q_S と管路系における管の外変形 u_A を結びつける適合マトリックス、 C_S =地盤ばねの内変形 q_S と管路系における地盤の外変形 u_S を結びつける適合マトリックス。

たとえば、Fig. 4 の要素 i についての C_{Ai} 、 C_{SAi} 、 C_{Si} は次のような内容となる。

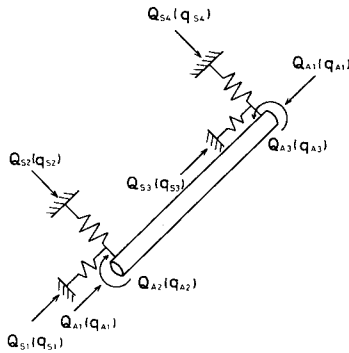


Fig. 1 Force and deformation acting on the pipe element with ground spring.

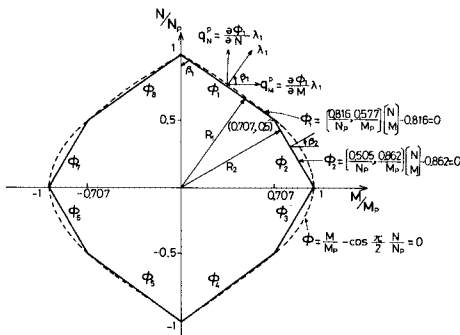


Fig. 2 $M-N$ yield locus for the pipe element.

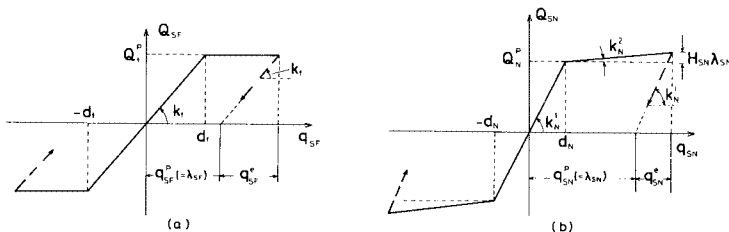


Fig. 3 Elastic-plastic behavior of the ground spring : (a) axial direction and (b) perpendicular direction to pipe axis.

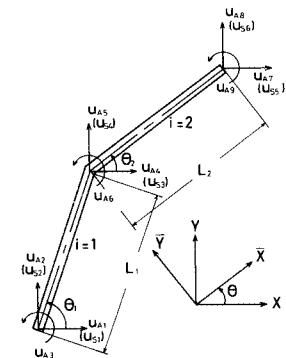


Fig. 4 Nodal displacement (u_A) and ground displacement (u_S).

$$C_{Ai} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 \\ \frac{\sin \theta_i}{L_i} & -\frac{\cos \theta_i}{L_i} & -1 \\ -\frac{\sin \theta_i}{L_i} & \frac{\cos \theta_i}{L_i} & 0 \\ -\cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ -\frac{\sin \theta_i}{L_i} & \frac{\cos \theta_i}{L_i} & 0 \\ \frac{\sin \theta_i}{L_i} & -\frac{\cos \theta_i}{L_i} & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 6}$$

$$C_{SAi} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 6}$$

$$C_{Si} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & -\cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ 0 & 0 & \sin \theta_i & -\cos \theta_i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

ただし、 θ_i =全体座標系の X 軸と管要素 i の \bar{X} 軸 (軸方向) とのなす角、 L_i =管要素 i の要素長。また、 Δq_A 、 Δq_S 、 Δu_A および u_S の具体的な内容は、Fig.1 および Fig.4 を参照して次のようになる。

$$\begin{aligned} (\Delta q_A^T)_i &= \{\Delta q_{A1}, \Delta q_{A2}, \Delta q_{A3}\}_i, (\Delta q_S^T)_i = \{\Delta q_{S1}, \Delta q_{S2}, \\ \Delta q_{S3}, \Delta q_{S4}\}_i, (\Delta u_A^T)_i &= \{\Delta u_{A1}, \Delta u_{A2}, \Delta u_{A3}, \Delta u_{A4}, \Delta u_{A5}, \\ \Delta u_{A6}\}_i, (u_S^T)_i &= \{u_{S1}, u_{S2}, u_{S3}, u_{S4}\}_i. \end{aligned}$$

式(1)の変形適合条件は、弾性および塑性範囲のいかんを問わず成立している。ここで、式(1)の左辺の内変形増分 Δq は、ひずみ増分理論⁷⁾に基づき、弾性内変形増分 Δq^e と塑性内変形増分 Δq^p との和で表わされ、次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta q_A \\ \Delta q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta q_A^e \\ \Delta q_S^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta q_A^p \\ \Delta q_S^p \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、肩字 e, p はそれぞれ弾性および塑性成分を表わし、このうち弾性内変形増分 $\Delta q_A^e, \Delta q_S^e$ は、地盤ばね付き管要素に働く内力 $\Delta Q_A, \Delta Q_S$ とフックの法則に従い、次の関係にある。

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_A \\ \Delta Q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_A & 0 \\ 0 & k_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_A^e \\ \Delta q_S^e \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 k_A =管要素の弾性集合剛性マトリックス、 k_S =地盤ばね要素の弾性集合剛性マトリックス。

たとえば、要素 i の k_{Ai}, k_{Si} の内容は、次のようになる。

$$k_{Ai} = \begin{bmatrix} \frac{EA_i}{L_i} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI_i}{L_i} & -\frac{2EI_i}{L_i} \\ 0 & -\frac{2EI_i}{L_i} & \frac{4EI_i}{L_i} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4 \cdot a)$$

$$k_{Si} = \begin{bmatrix} k_{r_i} & & & \\ & k_{N_i}^1 & & \\ & & k_{r_i} & \\ & & & k_{N_i}^1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4 \cdot b)$$

ただし、 E =管要素のヤング係数、 A_i, I_i =管要素 i の断面積および断面 2 次モーメント、 k_r =管軸方向の地盤ばね定数、 k_N^1 =管軸直角方向の地盤ばね定数。

一方、式(2)の塑性内変形増分 $\Delta q_A^p, \Delta q_S^p$ は塑性流れ法則⁷⁾により、それぞれ次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} \Delta q_A^p \\ \Delta q_S^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_A & 0 \\ 0 & N_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda_A \\ \Delta \lambda_S \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 N_A, N_S =管および地盤ばねの線形化降伏線の単位外向き法線マトリックス、 $\Delta \lambda_A, \Delta \lambda_S$ =管および地盤ばねの塑性乗数増分ベクトル。

たとえば、要素 i について N_{Ai}, N_{Si} の内容は、Fig.2 および Fig.3 を参照してそれぞれ次のようになる。

$$N_{Ai} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_1 & C_2 & -C_1 & -C_2 & -C_1 & -C_2 \\ S_1 & S_2 & -S_1 & -S_2 & -S_1 & -S_2 & S_1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 & C_2 & C_1 & C_2 & -C_1 & -C_2 & -C_1 & -C_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & S_2 & -S_1 & -S_2 & -S_1 & -S_2 & S_1 & S_2 \end{bmatrix}_{3 \times 16} \dots\dots\dots (6 \cdot a)$$

$$N_{Si} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & & & & & \\ & 1 & -1 & & & & & & \\ & & 1 & -1 & & & & & \\ & & & 1 & -1 & & & & \\ & & & & 1 & -1 & & & \end{bmatrix}_{4 \times 8} \dots\dots (6 \cdot b)$$

ただし、 $C_1 = \cos \beta_1 = 0.816, C_2 = \cos \beta_2 = 0.505, S_1 = \sin \beta_1 = 0.577, S_2 = \sin \beta_2 = 0.862$ 。

よって、式(1)の変形適合条件式は、式(2)、(3)、(5)を用いて次式のように書き表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_A \\ \Delta Q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_A & 0 \\ 0 & k_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_A & 0 \\ C_{SA} & C_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_A \\ \Delta a u_S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_A & 0 \\ 0 & k_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_A & 0 \\ 0 & N_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda_A \\ \Delta \lambda_S \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

(2) 平衡条件

管路系全体の平衡条件は、Fig.1 に示す地盤ばね付き管要素モデルに作用する力 (内力 Q) と Fig.4 の管路系の各節点に作用する荷重 (外力 F) とがつり合うという条件であり、式(1)に反傾定理⁹⁾を適用すれば、次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} C_A^T & C_{SA}^T \\ 0 & C_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_A \\ \Delta Q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta F_A \\ \Delta F_S \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 ΔQ_A , $\Delta Q_S = \text{Fig. 1}$ の地盤ばね付き管要素モデルにおける管および地盤ばねに作用する内力増分ベクトル、 ΔF_A , $\Delta F_S = \text{管路系}$ における管および地盤ばねの節点に働く外力増分ベクトル、また、肩字 T は転置マトリックスを示す。

なお、本研究では入力として地盤の強制変位 $\Delta \mathbf{au}_s$ のみを考慮しているので、 $\Delta F_A = \Delta F_S = \mathbf{0}$ としている。

(3) 降伏条件

管体の曲げ(M)と軸力(N)による降伏条件は、Fig. 2に示すように鋼管断面に対する点線の $M-N$ 降伏曲線⁹⁾を実線のように線形近似して用いる。この近似方法は、曲線の内側にあること、軸力の大きい部分の精度を良くすることに留意している。よって、内力 $Q_A (= \bar{Q}_A + \Delta Q_A)$ が常に線形上または内側にあるという条件より、線形化降伏条件式は次のように表わすことができる⁷⁾。

$$\phi_A = N_A^T (\bar{Q}_A + \Delta Q_A) - R_A \leq 0 \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

ここに、 $\phi_A = \text{管要素の降伏関数ベクトル}$, $\bar{Q}_A = Q_A$ の前段階での値、 $\Delta Q_A = Q_A$ の増分量、 $R_A = \text{管体の線形化降伏線における原点から降伏線までの距離を示すベクトル}$ 。

たとえば、Fig. 2の実線に示す線形化降伏線を用いると、要素 i について R_{Ai} の内容は次のようになる。

$$R_{Ai} = | a_0, b_0, b_0, a_0, a_0, b_0, b_0, b_0, a_0, a_0, b_0, b_0, a_0 |_{1 \times 13}$$

ただし、 $a_0 = 0.816$, $b_0 = 0.862$ 。

次に、地盤ばねの降伏条件は、従来の研究や指針^{10), 11)}を参考にして、管軸方向地盤ばね特性には、Fig. 3(a)に示すような完全弾塑性モデルを、また管軸直角方向地盤ばね特性には、実験的研究¹⁰⁾を参考に Fig. 3(b)に示すような硬化型弾塑性モデルを用いた。よって、Fig. 3のような地盤ばね特性に対する硬化型の降伏条件式は、次式のように表わすことができる¹²⁾。

$$\phi_S = N_S^T (\bar{Q}_S + \Delta Q_S) - R_S - H_S (\bar{\lambda}_S + \Delta \lambda_S) \leq 0 \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

ここに、 $\phi_S = \text{地盤ばね要素の降伏関数ベクトル}$, $R_S = \text{降伏地盤ばね力}$, $H_S = \text{地盤ばね特性の硬化係数ベクトル}$, $\lambda_S (= \bar{\lambda}_S + \Delta \lambda_S) = \text{地盤ばねの塑性乗数ベクトル}$ 。

たとえば、Fig. 3の地盤ばね特性について要素 i の R_{Si} , H_{Si} の内容は次のようになる。

$$R_{Si}^T = | Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T, Q_N^T |_{1 \times 8}$$

$$H_{Si}^T = | 0, 0, H_{SN}, H_{SN}, 0, 0, H_{SN}, H_{SN} |_{1 \times 8}$$

ただし、 $H_{SN} = \frac{k_{N1} \cdot k_{N2}}{k_{N1} - k_{N2}}$

(4) 塑性流れ条件

管要素 i の線形化降伏線のうちの j 番目の降伏関数 ϕ_{Aij} が前段階で降伏したとき ($\bar{\phi}_{Aij} = 0$)、次の段階に対

して降伏線の法線方向に塑性変形が生じる ($\Delta \lambda_{Aij} > 0$) が、まだ降伏しないとき ($\bar{\phi}_{Aij} < 0$)、塑性変形は生じない ($\Delta \lambda_{Aij} = 0$)。すなわち、管要素 i では常に次式が成立する必要がある。

$$\bar{\phi}_{Aij} \cdot \Delta \lambda_{Aij} = 0 \begin{cases} i=1,2,\dots,m \\ j=1,2,\dots,8 \end{cases} \dots\dots\dots (10 \cdot a)$$

ただし、 $m = \text{管要素の全数}$ 。

また、いままで降伏している要素が次の段階でそのまま降伏線にあるとき ($\Delta \phi_{Aij} = 0$)、引き続き塑性変形が発生する ($\Delta \lambda_{Aij} > 0$)。しかし、降伏線以下になるとき ($\Delta \phi_{Aij} < 0$)、塑性変形は生じない ($\Delta \lambda_{Aij} = 0$)。したがって、管要素 i では常に次式が成立することになる。

$$\Delta \phi_{Aij} \cdot \Delta \lambda_{Aij} = 0 \begin{cases} i=1,2,\dots,m \\ j=1,2,\dots,8 \end{cases} \dots\dots\dots (10 \cdot b)$$

これは、一度降伏した要素が再び弾性状態に戻るといわれる除荷(たとえば、地盤ばねでは Fig. 3(a), (b)の破線のような)も考慮できることを示している。

式(10)に示した関係は、地盤ばねに対しても同様に成り立つので、管路系全体に対する塑性流れ条件式が次のようにマトリックス表示される。

$$\bar{\phi}_A^T \cdot \Delta \lambda_A = 0, \Delta \phi_A^T \cdot \Delta \lambda_A = 0 \dots\dots\dots (11 \cdot a, b)$$

$$\bar{\phi}_S^T \cdot \Delta \lambda_S = 0, \Delta \phi_S^T \cdot \Delta \lambda_S = 0 \dots\dots\dots (12 \cdot a, b)$$

$$\Delta \lambda_A \geq 0, \Delta \lambda_S \geq 0 \dots\dots\dots (13 \cdot a, b)$$

3. 平面埋設管路の弾塑性解析のLP基本式

上記の基本条件、すなわち式(7), (8), (9), (11), (12), (13)は、ある地盤変位増分 $\Delta \mathbf{au}_s$ に対して成立するので、 $\Delta \alpha$ を最大化させることによって各要素間の降伏を追跡することができ²⁾、以下のようなLP問題として定式化される。

まず、式(7)と式(8)を用いると、変形のみを未知数とした次式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} C_A^T & C_{SA}^T \\ 0 & C_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_A & 0 \\ 0 & k_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_A & 0 \\ C_{SA} & C_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_A \\ \Delta \mathbf{au}_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_A^T & C_{SA}^T \\ 0 & C_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_A & 0 \\ 0 & k_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_A & 0 \\ 0 & N_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda_A \\ \Delta \lambda_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

上式を $\Delta \mathbf{u}_A$ について解くと、変形形式による基本式が次のように得られる。

$$\Delta \mathbf{u}_A = K_e^{-1} C_{SA}^T k_S C_S \Delta \mathbf{au}_s + K_e^{-1} C_A^T k_A N_A \Delta \lambda_A + K_e^{-1} C_{SA}^T k_S N_S \Delta \lambda_S \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $K_e (= C_A^T k_A C_A + C_{SA}^T k_S C_{SA}) = \text{管路系全体の弾性集合剛性マトリックス}$ 。

上式で $\Delta \lambda_A = \Delta \lambda_S = \mathbf{0}$, $\Delta \alpha = 1$ とおくと応答変位法による弾性解析の基本式に一致する。また、右辺第2, 3項は降伏に伴う塑性変形による $\Delta \mathbf{u}_A$ の増加量を表わしている。

次に、式(15)を式(7)および式(9)に代入すると、降伏条件、適合条件およびつり合い条件の3条件を包含した式(16・b)が導かれ、これと式(11)、(12)、(13)を制約条件とし、目的関数を地盤変位係数増分 $\Delta\alpha$ に選べば、次のようなLP問題として定式化される。

既知数： $N_A, N_S, k_A, k_S, C_A, C_{SA}, C_S, u_S, \bar{\phi}_A, \bar{\phi}_S$

未知数： $\Delta\alpha, \Delta\lambda_A, \Delta\lambda_S, \Delta\phi_A, \Delta\phi_S$

目的関数： $\Delta\alpha \longrightarrow \max \dots\dots\dots (16\cdot a)$

$$\begin{aligned} \text{制約条件：} \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_S \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{\phi}_A \\ \bar{\phi}_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_A \\ B_S \end{bmatrix} \Delta\alpha + \\ &\begin{bmatrix} D_{AA} & D_{AS} \\ D_{SA} & D_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\lambda_A \\ \Delta\lambda_S \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots (16\cdot b) \end{aligned}$$

$$\bar{\phi}_A^T \cdot \Delta\lambda_A = 0, \Delta\phi_A^T \cdot \Delta\lambda_A = 0, \Delta\lambda_A \geq 0 \dots\dots (16\cdot c, d, e)$$

$$\bar{\phi}_S^T \cdot \Delta\lambda_S = 0, \Delta\phi_S^T \cdot \Delta\lambda_S = 0, \Delta\lambda_S \geq 0 \dots\dots (16\cdot f, g, h)$$

ただし、 $\bar{\phi}_A = N_A^T \bar{Q}_A - R_A, \bar{\phi}_S = N_S^T \bar{Q}_S - R_S - H_S \bar{\lambda}_S,$

$$B_A = -N_A^T k_A C_A K_e^{-1} C_{SA}^T k_S C_S u_S,$$

$$B_S = (N_S^T k_S C_S - N_S^T k_S C_{SA} K_e^{-1} C_{SA}^T k_S C_S) u_S,$$

$$D_{AA} = (N_A^T k_A C_A K_e^{-1} C_{SA}^T - N_A^T) k_A N_A,$$

$$D_{AS} = N_A^T k_A C_A K_e^{-1} C_{SA}^T k_S N_S,$$

$$D_{SA} = N_S^T k_S C_{SA} K_e^{-1} C_{SA}^T k_A N_A,$$

$$D_{SS} = N_S^T k_S C_{SA} K_e^{-1} C_{SA}^T k_S N_S - N_S^T k_S N_S - H_S,$$

$$\bar{Q}_A, \bar{Q}_S, \bar{\lambda}_S = \text{前段階での } Q_A, Q_S, \lambda_S \text{ の値.}$$

4. 解法の手順

上記のLP基本式を用いた弾塑性解析の特徴は、理論構成の明快さと計算の効率性にある²⁾。すなわち、式(16)は弾塑性解析に必要なすべての条件を満足するように、各要素間の降伏までの増分を求める問題となっているので、1回のLP演算により各要素の塑性変形および地盤変位係数増分が同時に求まり、さらに式(15)より塑性変形の発生に伴う外変形の増加量を容易に算定できるなど、各要素間の降伏を明瞭かつ効率よく追跡できる利点がある。しかし一方では、式(16・b)をそのまま制約条件とすると大きな計算容量を必要とする難点がある。よって、ここでは式(16)のLP基本式の特徴を生かしたうえで、計算容量の縮小化を図るため、以下に述べる α_{\min} 法⁷⁾による解法手順を用いることにする。

① インプットデータとして、管の諸元を示す k_A, R_A および地盤ばねの特性を示す k_S, R_S, H_S 、地盤変位モード u_S 、適合マトリックス C_A, C_S, C_{SA} を与える。

② まず、式(16・b)で $\Delta\lambda_A = \Delta\lambda_S = 0$ 、前段階の値を $\bar{Q}_A = \bar{Q}_S = \bar{\lambda}_S = 0$ とおいて、 $\phi_A = 0, \phi_S = 0$ と仮定すれば、最初にいずれかの要素が降伏線に達するときの、いわゆる弾性限界時における地盤変位係数 α_1 が次式のように求められる。

$$\alpha_1 = \Delta\alpha = \min \left\{ \frac{R_A}{B_A}, \frac{R_S}{B_S} \right\}_i \geq 0 \dots\dots\dots (17)$$

③ この α_1 を改めて式(15)の $\Delta\alpha$ に代入すれば Δu_A が得られ、これを $\Delta\alpha = \alpha_1, \Delta\lambda_A = \Delta\lambda_S = 0$ として式(7)に代入すれば $\Delta Q_A, \Delta Q_S$ が算定される。

④ 次に要素の降伏が生じた後の計算では、まず式(16・b)の各項を、前段階で降伏に達しているもの(等号に達した active な項 $\bar{\phi}_n = 0$) とまだ降伏に達していないもの (nonactive な項 $\bar{\phi}_n < 0$) とに分離する。この段階では塑性流れ条件の式(11)、(12)より $\Delta\lambda_n > 0, \Delta\lambda_n = 0$ であるので、式(16・b)で ϕ_n に対応する係数マトリックスを B_n, D_n 、また ϕ_n に対応するものを B_n, D_n とすると、式(16・b)の降伏条件式は次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_A \\ \dots \\ \phi_n \\ \dots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \phi_A = 0 \\ \dots \\ \bar{\phi}_n < 0 \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_A \\ \dots \\ B_n \\ \dots \end{bmatrix} \Delta\alpha \\ &+ \begin{bmatrix} D_A \\ \dots \\ D_n \\ \dots \end{bmatrix} \Delta\lambda_n \leq \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここで、式(18)の D_n は正方マトリックスであり、これの行列式の値によって次の段階の状態が規定される。

⑤ いま、もし

$$\det |D_n| > 0 \dots\dots\dots (19)$$

ならば、次の段階での安定な解が保証され、 $\Delta\alpha = 1$ のときの $\Delta\lambda_n$ を $\Delta\tilde{\lambda}_n$ で表わすと、式(18)より次のようになる。

$$\Delta\tilde{\lambda}_n = -D_n^{-1} B_n \dots\dots\dots (20)$$

式(20)で $\Delta\tilde{\lambda}_n \geq 0$ のときは、すべての active な要素で塑性変形が生じ、除荷は起こらないことを意味する。したがって、次にある要素が降伏するまでの $\Delta\alpha$ は、式(18)より $\phi_n = 0$ と仮定したうえで、次のように決定される。

$$\Delta\alpha = \min \left\{ \frac{-\bar{\phi}_n}{B_n + D_n \Delta\tilde{\lambda}_n} \right\}_i \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,p) \dots\dots (21)$$

ただし、 p は前段階における $\bar{\phi}_n$ の全数、すなわち降伏線に達していない要素の数である。なお、式(21)は $\Delta\alpha$ の正の値の中から最小値を見つけ出すことを意味している。ここで、 $\Delta\alpha$ の値が0もしくは0に近くなったときは、管路系が崩壊に達したものとみなして計算を終了する。

⑥ 式(21)より $\Delta\alpha$ が求めれば、現段階における地盤変位係数 α および各要素の塑性乗数ベクトル λ は次のように計算できる。

$$\alpha = \bar{\alpha} + \Delta\alpha \dots\dots\dots (22\cdot a)$$

$$\lambda = \bar{\lambda} + \Delta\alpha \cdot \Delta\tilde{\lambda}_n \dots\dots\dots (22\cdot b)$$

さらに、節点変位 u_A および各要素の内力 Q_A, Q_S はそれぞれ式(15)および式(7)を用いて次のように求められる。

$$u_A = \bar{u}_A + \Delta u_A \dots (22 \cdot c)$$

$$Q_A = \bar{Q}_A + \Delta Q_A \dots (22 \cdot d)$$

$$Q_S = \bar{Q}_S + \Delta Q_S \dots (22 \cdot e)$$

⑦ 次に、式(20)においてもし $\Delta \bar{\lambda}_a$ のうち $\Delta \lambda_{a1} < 0$ のときは、前段階でいずれかの要素が除荷を起こしているものとして次のような線形補助問題⁷⁾を解くことになる。

$$\Delta \bar{\phi}_a = \bar{B}_a - \bar{D}_a \Delta \bar{\lambda}_a \dots (23 \cdot a)$$

$$\Delta \bar{\phi}_a \cdot \Delta \bar{\lambda}_a = 0, \Delta \bar{\phi}_a \leq 0, \Delta \bar{\lambda}_a \geq 0 \dots (23 \cdot b, c, d)$$

$$\text{⑧ また、もし } \det |\bar{D}_a| \leq 0 \dots (24)$$

のときは、管路系が崩壊メカニズムに達したものとみな

して計算を終了する。

以上の解析手順を Fig. 5 のフローチャートに示す。

5. 数値計算例

4. で提案した平面埋設管路の弾塑性解析手法を用いて、標準的な埋設管路の弾塑性挙動を検討した。本解析で用いた管路系のモデルは、Fig. 6 に示すような両端を構造物（たとえば、マンホールなど）に固定した3か所に曲り部を有する全長約186 mの平面埋設管路⁴⁾であり、地盤変位入力としては、波長100 mのS波（基準振幅1 cmとする）が管路系のX軸に対して45°で入射するものとした。また、管径と管種の相違による影響を調べるため、Table 1 に示すような配管用アーク溶接炭素鋼鋼管¹³⁾ (STPY 41) の呼び径400 (モデルA) と呼び径800 (モデルB) および配管用炭素鋼鋼管¹⁴⁾ (SGP) の呼び径400 (モデルC) と呼び径200 (モデルD) の合計4種類の鋼管の諸元を用いた。

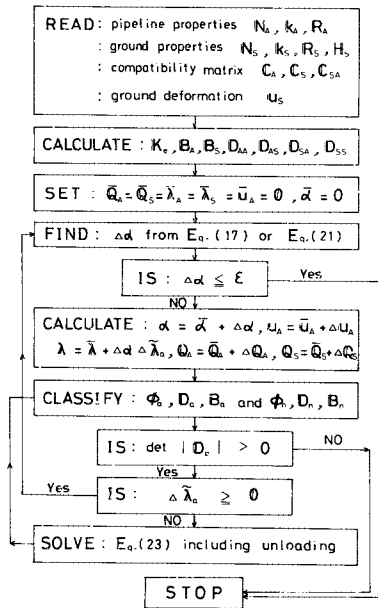


Fig. 5 Flow chart of the analysis procedure.

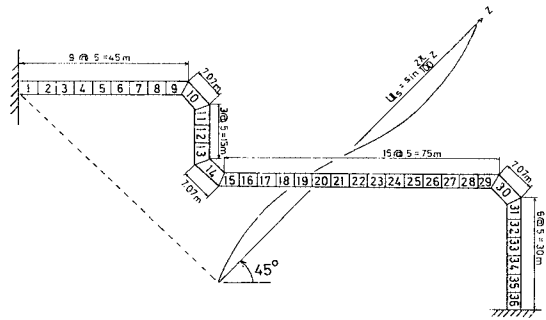


Fig. 6 Layout of the plane buried pipeline.

なお、管路の境界条件としては、管路両端に設けた仮の要素（これをダミーエレメントと呼ぶ）の剛性とその部分の地盤ばねの剛性を他の要素に比しきわめて大きく（ここでは1000倍）することにより地盤の動きに固定

Table 1 Dimensions of model pipes.

Model	A	B	C	D
	Type of steel pipe	STPY 41		SGP
	400 A	800 A	400 A	200 A
Outer diameter D (cm)	40.64	81.28	40.64	21.63
Thickness t (cm)	0.69	0.69	0.69	0.48
Sectional area A (cm ²)	86.60	174.7	86.60	31.89
Moment of inertia I ($\times 10^4$ cm ⁴)	1.728	14.18	1.728	0.178
Young's modulus E (kgf/cm ²)(GN/m ²)	2.1 $\times 10^6$ (206)			
Yield stress σ_y (kgf/cm ²)(MN/m ²)	2300 (226)		2000 (196)	
Axial plastic capacity N_p ($\times 10^3$ kgf)(kN)	1.992 (1954)	4.018 (3940)	1.732 (1699)	0.638 (625)
Plastic moment M_p ($\times 10^3$ kgf·cm)(kN·m)	2.533 (248)	10.31 (1011)	2.203 (216)	0.430 (42)

(管厚はそれぞれの規格値より腐食代として内面に1 mmを控除した.)

した。

地盤ばねに関するデータとして、ガス導管耐震設計指針¹⁵⁾および他の文献を参考にして、管軸方向地盤ばねには $\bar{k}_r=0.6 \text{ kgf/cm}^3$ (5.9 MN/m^3)、 $d_r=0.3 \text{ cm}$ を、管軸直角方向地盤ばねについては

$$\bar{k}_N^1=0.6 \pi \text{ kgf/cm}^3 \text{ (} 18.5 \text{ MN/m}^3\text{)}$$

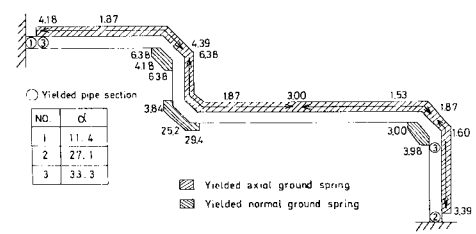
$$\bar{k}_N^2=0.25 \text{ kgf/cm}^3 \text{ (} 2.5 \text{ MN/m}^3\text{)}$$

$d_N=0.65 \text{ cm}$ を用いた。これより各要素に対する値は次のように計算できる。

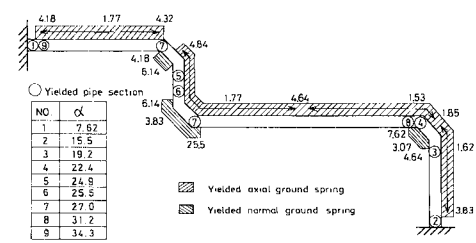
$$\left. \begin{aligned} k_r &= \frac{1}{2} \bar{k}_r \cdot \pi \cdot D \cdot L, \quad Q_r^0 = k_r \cdot d_r \\ k_N^1 &= \frac{1}{2} \bar{k}_N^1 \cdot D \cdot L, \quad Q_N^0 = k_N^1 \cdot d_N \\ k_N^2 &= \frac{1}{2} \bar{k}_N^2 \cdot D \cdot L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

(1) 計算例1：標準的な平面埋設管路の弾塑性挙動
まず管路系の一般的な弾塑性挙動を調べるため、STPY 41 の呼び径 400 の管 (モデル A) と呼び径 800 の管 (モデル B) を用いて Fig. 6 に示す管路系の解析を行い比較検討した。なお、以下に用いるパラメーター α は基準の入力地盤変位 (ここでは振幅 1 cm の正弦波) に対する倍率であり、たとえば $\alpha=10$ は振幅 10 cm の入力変位を意味する。

Fig. 7 は、管路-地盤系の降伏状態 (なお、図中の数字は地盤ばねが降伏するときの α の値を示す) を示したもので、まずモデル A の Fig. 7 (a) では、管軸方向の地盤ばねが $\alpha=1.53$ で降伏し始め、 $\alpha=5$ 程度で管路のほぼ全域にわたって降伏する。一方、管軸直角方向地盤ばねは、 $\alpha=3.0$ で曲り部付近で降伏し始め、また管



(a) STPY 41-400 A (model A)



(b) STPY 41-800 A (model B)

Fig. 7 Yielding process of the pipeline-ground system.

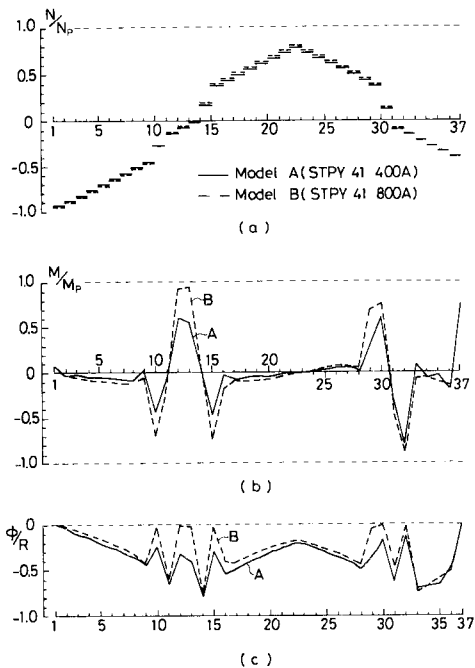


Fig. 8 Influence of the internal force on the yielding of pipe element (model A and B) : (a) normal force ratio (N/N_p), (b) bending moment ratio (M/M_p) and (c) yield function ratio (ϕ/R) ($\alpha=30$).

路は $\alpha=11.4$ で左側固定部、続いて $\alpha=27.1$ で右側固定部、最終的に $\alpha=33.3$ で管路右側の曲り部の順に降伏する。次に、モデル B の Fig. 7 (b) では、管路の降伏が左側固定部、右側固定部に続き右側曲り部、左側曲り部に生じていることがわかる。これらの結果は、(i)地盤ばねの降伏は管軸方向のものから始まり、(ii)モデル A では $\alpha < 10$ 、モデル B では $\alpha < 7$ の範囲で管体は弾性状態にある、(iii)管体の降伏は固定部、曲り部に生ずる、(iv)管径が大きくなると曲り部付近で多くの要素が降伏する、など従来の弾性解析結果⁴⁾より予想されることとほぼ一致している。(v)モデル B では $\alpha=34.3$ 、すなわち入力地盤変位振幅が 34.3 cm ときわめて大きくなると、管路系のかかなり多くの箇所にも管体の降伏がみられ、管路系全体として一種の崩壊メカニズム状態になっている。

Fig. 8 は、 $\alpha=30$ において管路の降伏過程に及ぼす内力分布 (M, N) の影響を調べたものである。Fig. 8 (a) は管路の軸力比分布 (N/N_p) を示したもので、全体としては正弦波状の滑らかな曲線となっており、固定端部 (節点番号 1~3, 35~37) と直線部 (22~24) で大きく、曲り部 (10~15, 29~31) では小さい。Fig. 8 (b) は管路の曲げモーメント比分布 (M/M_p) を示したものであり、固定端部と曲り部で大きく、直線部では小さくなっ

ている。Fig. 8 (c)は降伏関数比 (ϕ/R) を示しており、モデル A では固定端部 (1, 37) と曲り部 (32) で、モデル B では固定端部 (1, 37) と曲り部 (10, 12, 13, 15, 30, 32) で降伏および降伏に近づいていることがわかる。以上のことから、固定端部の降伏には曲げと軸力が同時に関与 ($M+N$) し、曲り部では曲げ (M) の影響が卓越していることが明らかである。また、管径が大きくなると降伏に対して曲げの影響が大きくなり、このことはモデル A に比しモデル B の方が曲り部付近で多くの要素が降伏していることにも現われている。

Fig. 9 (a), (b)は、モデル A について横軸に管路の節点番号を、縦軸に管路の節点変位 u_{AX} , u_{AY} をそれぞれ地盤変位係数 $\alpha=10, 20, 30$ をパラメーターとして展開図示したものである。なお、地盤の節点変位 u_{SX} , u_{SY} も同時に併記し、管の変位と比較した。

まず、Fig. 9 (a)では、節点番号 10~15, 30~37 の u_{AX} が管軸直角方向の曲げ変形を、また節点番号 1~10, 15~30 の u_{AX} が管軸方向の軸変形を示しており、当然ながら曲げ変形の方が軸方向変形に比し一般に大きな変形になっている。Fig. 9 (b)でも同様の傾向がみられ、節点番号 1~10, 15~30 の部分の曲げ変形が、10~15, 30~37 の軸変形に比しかなり大きくなっている。また、 α の増大に伴い、曲げ変形の方はほぼ比例的に増大していることが認められる。さらに、地盤変位との比較から、i) 管の管軸直角方向変位は曲り部を除いて地盤変位とほぼ等しくなっている、ii) 管軸方向では、管と地盤との間に大きな相対変位が生じていること、などが明らかである。これらのことは Fig. 7 において、管軸直角方向

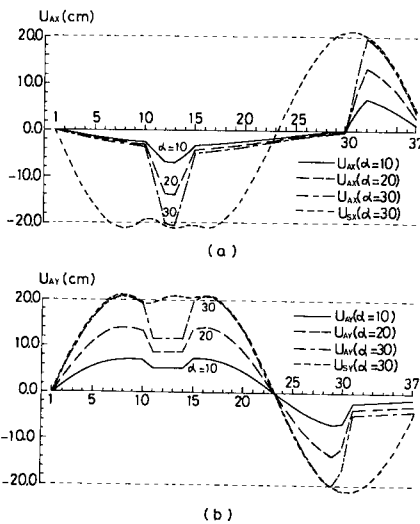


Fig. 9 Nodal displacement (unfolding)-model A-(a) u_{AX} in X direction (reference system) and (b) u_{AY} in Y direction.

地盤ばねに比し管軸方向地盤ばねが多く降伏していることも対応している。

Fig. 10 は、モデル A に対する上記の u_{AX} , u_{AY} を $\alpha=30$ において地盤変位 αu_s とともに平面的に図示したもので、いわゆる管路系の弾塑性変形図を示したものである。これより直線部では比較的滑らかな変形をしているが、曲り部ではきわめて複雑な変形を強いられていることがわかる。

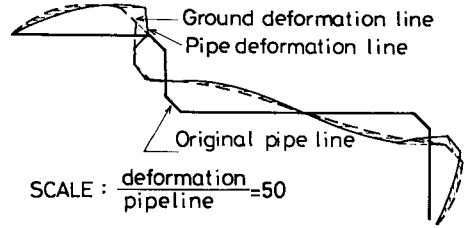
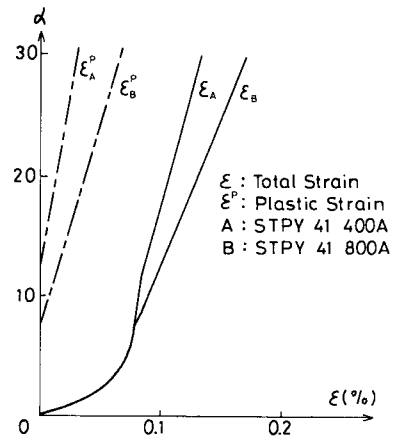
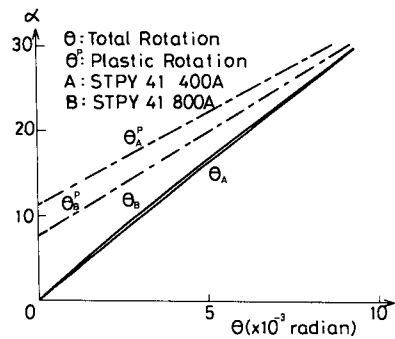


Fig. 10 Elastic-plastic deformation pattern of plane buried pipeline ($\alpha=30$).



(a) ground displacement factor (α)-axial strain (ϵ)



(b) ground displacement factor (α)-end rotation (θ)

Fig. 11 Total and plastic deformation at the left fixed end of pipeline.

Fig. 11 (a), (b)は、モデル A と B に対しそれぞれ地盤変位係数 (α) と管路の左固定端部の軸方向ひずみ (ϵ) および端部回転角 (θ) との関係を示したものである。

Fig. 11 (a) からモデル B の方がモデル A よりも大きな軸方向ひずみを生じており、この傾向は弾性域よりも塑性域で顕著に現われている。また、Fig. 11 (b) よりモデル B の方がモデル A に比し、一定の α に対し大きな塑性回転角を生じていることがわかる。これは、Fig. 8 (a), (b) でみられたように、管径の大きいモデル B の方がモデル A に比し曲げモーメントが大きくなっていることに起因している。

(2) 計算例 2 : SGP 400 A (モデル C) と SGP 200 A (モデル D) の比較

ここでは、SGP ($\sigma_y = 2000 \text{ kgf/cm}^2$ (196 MN/m^2)) を用いたモデルに対する比較を、同一の地盤変位入力、同一の地盤条件のもとで行う。

Fig. 12 (a), (b) は、モデル C とモデル D の降伏状態を示したものである。特に管径の小さいモデル D では $\alpha = 4.5$ で管体の降伏が始まっており、また、管路の直線部で多くの要素が降伏していることが注目される。

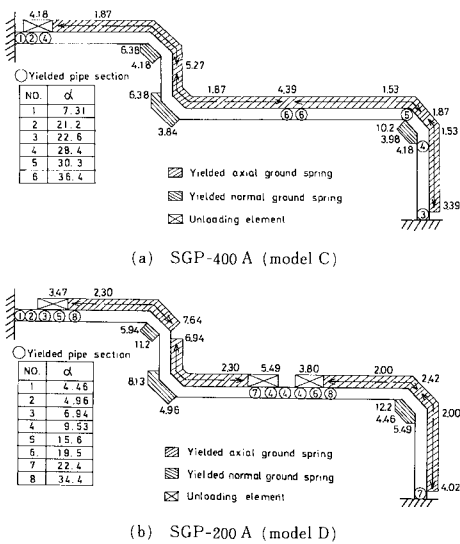


Fig. 12 Yielding process of the pipeline-ground system.

Fig. 13 (a) は、 $\alpha = 30$ における管路の軸力比分布 (N/N_p) を、同じく (b) は、曲げモーメント比分布 (M/M_p) を、さらに (c) は、降伏関数比 (ϕ/R) の値を示したものである。これらから、i) 管路全体としては曲げモーメント比が小さいこと、ii) 直線部で軸力比が大きくなっていること、iii) したがって、軸力の卓越する直線部で管体の降伏が起きていること、などがわ

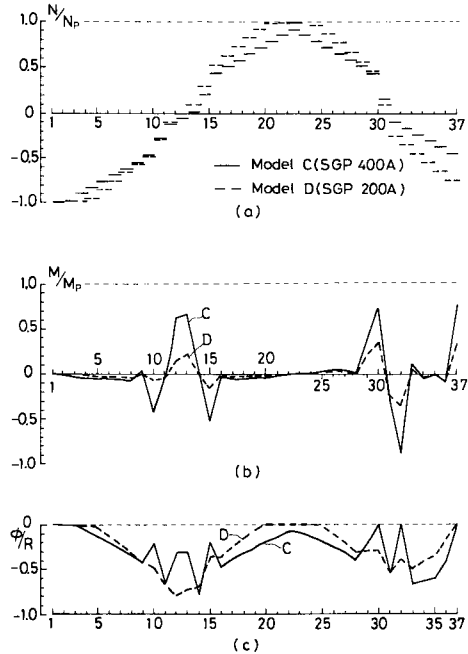


Fig. 13 Influence of the internal force on the yielding of pipe element (model C and D): (a) normal force ratio (N/N_p), (b) bending moment ratio (M/M_p) and (c) yield function ratio (ϕ/R) ($\alpha = 30$).

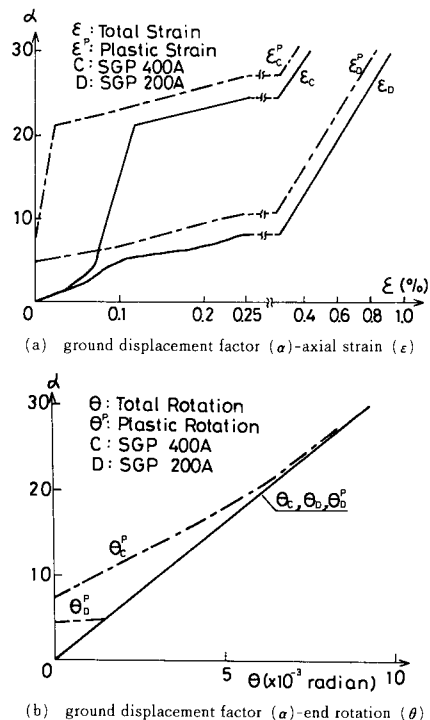


Fig. 14 Total and plastic deformation at the left fixed end of pipeline.

かる。この傾向は、管径の小さいモデル D で著しい。

さらに、Fig. 14 (a), (b) はそれぞれ地盤変位係数 (α) と左固定端部の軸方向ひずみ (ϵ) および端部回転角 (θ) との関係を示したもので、モデル D では全ひずみ (ϵ_0) が約 1% にも達している。また、全回転角 (θ_0) も $\alpha=30$ で $\theta_0=(8\sim 9)\times 10^{-3}$ ラジアンになっている。

一方、Fig. 7 (a) のモデル A ($\sigma_y=2\,300\text{ kgf/cm}^2$ (225 MN/m²)) と Fig. 12 (a) のモデル C ($\sigma_y=2\,000\text{ kgf/cm}^2$ (196 MN/m²)) とは、管径が同じで降伏応力 σ_y が異なるのみであるが、降伏過程ではモデル C の方が管路の直線部にも降伏が生じているなどの違いがみられる。これは、ほぼ一定の軸力 N に対しモデル C の方が N_p ($=\sigma_y\cdot A$) が小さく、そのため軸力比 (N/N_p) が大きくなることによるものと考えられる。

6. 結 言

本研究は、曲り部などを有する平面埋設管路の耐震性評価のための弾塑性解析手法の開発を目的とし、4 つの管路系モデルの計算例により弾塑性挙動の解明とそれらの比較検討を行ったものである。本研究の成果と問題点を列挙すれば以下ようになる。

(1) 強制的な地盤変位を受ける平面埋設管路系に対する効率的な弾塑性解析手法を確立できた。

(2) 本法は、管体に対する曲げと軸力とを同時に考慮した降伏条件と塑性流れ条件を含んでいるので、管路の軸ひずみや要素端回転角を塑性域まで正しく評価でき、将来、管路の塑性変形に基づく埋設管路系の耐震性評価に有用な資料を提供できるものと思われる。

(3) 平面埋設管路の弾塑性挙動は、一般に、i) 管軸方向の地盤ばねの降伏から始まり、ii) 管軸直角方向の地盤ばねへ、さらに iii) 管体の固定端部、曲り部または直線部の降伏へと進んでいくことが確認された。

(4) 管径の大きい管路では、固定端部のほかに、管路の曲り部付近など曲げモーメントの卓越する部分で降伏が起こり、一方管径の小さい場合には軸力の卓越する直線部での降伏が進むことが認められた。

(5) 管の種類の違いによる影響としては、SGP クラスのように σ_y の小さい管では軸力比の大きくなる部分 (管路の直線部) で降伏しやすくなり、この傾向は管径の小さいほど顕著であることがわかった。

(6) 本法によれば、従来あまり考慮されていなかった降伏断面に発生する塑性回転角の定量的評価が可能となった。

(7) 本研究では、入力として強制地盤変位のみを取り扱ったが、地盤の液化化によって管路に浮力を受ける場合¹⁶⁾などへの応用も可能と思われる。

なお、本文で用いた地盤変位分布に対して径の小さい

モデル (SGP 200 A) では、入力変位振幅 4.5 cm 程度で管体の降伏が生じており、このことは先の日本海中部地震において小口径ガス導管 (たとえば SGP 40 A など) に折損の被害がみられた¹⁷⁾ こととも対応しているように思われる。

謝 辞：本研究を行うにあたり、東北大学 佐武正雄教授から有益なご指導、ご助言を得た。また、数値計算の一部は白石英昭君の援助を受け、計算には防衛大学校共同利用電子計算機 HITAC M-200 H を使用したことを付記し、謝意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) 日本ガス協会：ガス導管耐震設計指針，昭和57年3月。
- 2) 佐藤紘志・石川信隆：管軸方向に地盤変形を受ける埋設管路の弾塑性解析に関する一考察，土木学会論文報告集，第338号，pp. 223~232，1983年10月。
- 3) 桜井彰雄・高橋 忠・栗原干鶴子・矢島 浩：地震時土の歪より見た埋設パイプラインの耐震性，電力中央研究所技術研究所報告，No. 69087，pp. 1~58，1970年4月。
- 4) 北出浩三・白木万博・福沢 清：地中埋設管の耐震強度，三菱重工技報，Vol. 11，No. 4，pp. 490~506，1974年4月。
- 5) 小池 武：埋設パイプラインの地震時ひずみ評価，土木学会論文報告集，第331号，pp. 13~24，1983年4月。
- 6) 高田至郎・高橋俊二・山部泰男：硬質塩化ビニル管の地震時挙動シミュレーション，水道協会雑誌，第547号，pp. 27~39，昭和54年4月。
- 7) Franchi, A., Grierson, D. E. and Cohn, M. Z. : A Computer System for the Elastic-Plastic Analysis of Large-Scale Structures, Journal of Structural Mechanics, Vol. 9, No. 3, pp. 295~324, 1981.
- 8) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針，昭和50年11月。
- 9) Livesley, R. K. : Matrix Method of Structural Analysis, Pergamon Press, p. 57, p. 121, 1964.
- 10) 日本ガス協会：ガス工作物設置基準調査について，昭和55年3月。
- 11) 大久保忠良：石油パイプラインの耐震技術基準，道路，昭和48年3月。
- 12) Grierson, D. E. : Deformation Analysis at Plastic Collapse, Engineering Plasticity by Mathematical Programming, edited by Cohn and Maier, Pergamon Press, pp. 351~366, 1979.
- 13) 日本工業規格：配管用アーク溶接炭素鋼管，JIS G 3457-1976，1976。
- 14) 日本工業規格：配管用炭素鋼管，JIS G 3452-1976，1976。
- 15) 前出1)，pp. 177~182。
- 16) 北浦 勝・宮島昌克・松村裕二：液化化時の地中埋設管の応答解析，第17回地震工学研究発表会講演概要，pp. 303~306，1983年7月。
- 17) 高田至郎・田辺揮司良・札木秀明：1983年日本海中部地震におけるガス・水道管の被害調査報告，神戸大学工学部耐震工学研究室，昭和58年7月。

(1983. 11. 24・受付)