

壁面に初期不整を有する円筒タンクの地震応答解析

SEISMIC RESPONSE ANALYSIS OF CYLINDRICAL TANKS WITH INITIAL IMPERFECTIONS

頭井 洋*・新家 徹**

By Hiroshi ZUI and Tohru SHINKE

The objective of this paper is to assess the effects of initial irregularities on the seismic response of cylindrical tanks. Such out-of-roundness induces hydrodynamic pressure components which are circumferential high order modes and neglected in current design assumptions. Seismic response formulas are derived for cylindrical tanks having arbitrary initial irregularities from Lagrange's kinematic equation using natural frequencies, vibration modes and the hydrodynamic pressure. The hydrodynamic pressure in an irregular tank is evaluated by using velocity potential function. Natural frequency analysis is done by means of the transfer matrix method taking into consideration the initial hoop stress.

The effect of ratio H/D (H : liquid height and D : tank diameter) and shape of initial irregularities are examined by numerical calculations.

1. ま え が き

石油やLNG, LPG等の可燃性液体の貯蔵用タンクの耐震安全性については近年非常に重要視されており, その大半を占める平底円筒タンクの耐震設計法に関する研究も数多く発表されている. それらの解析的研究のほとんどは円筒部が真円であると仮定している. この場合, 微小変位の仮定のもとでは断面変形を考慮しても理論上モードの直交性から水平地震動により断面がほぼ円形を保ったまま片持ばり的な振動をする周方向1次モードの振動のみが励起されることになる. このことから現状では耐震設計でも水平地震に対し周方向1次モードの動液圧のみを対象とした検討がなされている.

ところが, 模型タンクの振動台加振実験^{1)~5)}, あるいは実タンクの常時微小振動や加振機による強制振動の計測⁶⁾によれば, 円周方向高次モードいわゆる花びら型の振動が励起することが知られており, 上述の点からこれらは主としてタンク壁面の初期不整によって励起されるものと考えられている. 特にCloughらは直径2~4m

の大型の模型タンクの地震波加振実験を行い, 花びら型の振動が大きく励起すること, それに伴い側板座屈に関係する側板の軸方向膜力が増大することを明らかにし, 耐震設計の上からも花びら振動が重要な意味をもつと報告している^{1), 2)}.

壁面初期不整を考慮し, 花びら型振動の応答を論じた研究として, 剛体タンクを仮定して求めた動液圧を柔なタンクに作用させたVeletsosらの研究⁷⁾, FEMにより連成振動を取り扱ったHarounの研究⁸⁾がある. Veletsosらの研究ではタンクを剛体として動液圧を求めていること, Harounの研究は花びら振動の応答性状のうち変位について若干の検討をしているだけで応力についてはふれていないこと, またともに高さ方向に一樣な初期不整を仮定していることなど, 花びら振動の応答性状を明らかにするにはなお多くの研究を必要とするところと思われる. 初期不整により生じる花びら型の応答を厳密に取り扱おうとすると解析が非常に複雑になること, また初期不整形状や地震波の不確定性を考えるとできるだけ簡略な手法が望ましいと思われる.

本文では, 水平地震動により励起される円筒タンクの振動は初期不整がない場合に生じる周方向1次モードの振動が主体で初期不整により生じる花びら型の振動は付加的なものであるとの立場から以下のような解析を行

* 正会員 (株)神戸製鋼所構造研究所主任研究員
(〒660 尼崎市道意町6-32)

** 正会員 工博 (株)神戸製鋼所構造研究所次席研究員
(同上)

う。壁面に初期不整を有する場合の動液圧を速度ポテンシャルで表示し、これと初期不整がない場合の固有振動解析より得られる固有振動数、振動モードとを用いて壁面に任意の初期不整を有する円筒タンクの地震応答の計算式を導く。以上の基本的な考え方は Haroun⁶⁾と同様であるが、本文では高さ方向にも任意に変化する初期不整を取り扱い、周方向高次の応力の応答値も正確に求まるよう伝達マトリックス法を用いて固有振動解析を行っている。したがってそれぞれの境界条件を厳密に満足する変位と応力の振動モードを同時に求めることができ、応答計算でもモーダル解析を適用して任意位置の変位と応力を容易に計算することができる。また Haroun は仮想変位の原理を適用して地震応答式を導いているのに対し、本文では Lagrange の運動方程式により地震応答の基礎式を導いている。数値計算では、壁面の初期不整形状やタンク形状 (H/D) をパラメーターとして計算を行い、花びら型振動の応答性状を論じた。

2. 理論解析

(1) 仮定

本解析は、微小変位シェル弾性理論¹⁵⁾と液体の速度ポテンシャルを用いて、壁面に初期不整を有する平底円筒タンクの水平地震動に対する応答解析を行うもので、用いた主な仮定は以下のとおりである。

- a) 材料の応力とひずみは弾性関係にある。
- b) 側板下部は基礎に完全固定されている。
- c) 液体は非圧縮、非粘性で渦は生じない。
- d) 液体の自由表面に生じる波高は十分に小さく、液面はほぼ水平を保つ。
- e) 地震動は水平一方向のみに作用する。
- f) 生じる変形は微小である。
- g) 壁面初期不整はタンク直径に比ベ十分小さい。

(2) 壁面に初期不整を有する場合の動液圧

Fig.1 に解析に用いた座標系とタンク形状を表わす記号を示す。初期不整を含むタンク半径は、平均半径を a_0 として次のように表わされる。ただし、地震作用方向の軸に関し対称な成分のみを考える。

$$a = a_0 \left(1 + \sum_{n=1} \epsilon_n \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta \right) \dots\dots\dots (1)$$

第2項が初期不整を表わし、 $\epsilon_n \ll 1$ 、 $|f_{an}(x)| \leq 1$ である。 ϵ_n 、 $f_{an}(x)$ はそれぞれ初期不整の $\cos n\theta$ 成分の最大値を表わす無次元値および高さ方向の分布形状を表わす関数である。速度ポテンシャルを導くにあたり (4) に示すように応答解析を円周方向各次振動モードの重ね合わせで行うため、式 (1) の右辺第2項のうち n 次成分のみを取り出し、半径 a を次のように表わす。

$$a = a_0 (1 + \epsilon_n \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta) \dots\dots\dots (2)$$

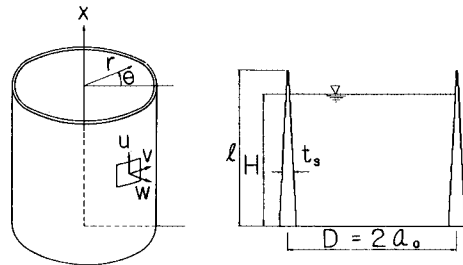


Fig.1 Cylindrical Tank and Coordinate System.

初期不整が式 (2) の右辺第2項で表わされるとき速度ポテンシャル $\phi(r, \theta, x, t)$ は以下の境界条件を満足する。 t は時間を表わす。

$$x=0 \text{ で } \phi(r, \theta, x, t)_{,x} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$x=H \text{ で } \phi(r, \theta, x, t)_{,t} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$r=a \text{ で } \phi(r, \theta, x, t)_{,r} = \dot{Y}_s(\theta, x, t) \dots\dots\dots (5)$$

ここに、コンマは微分演算を表わす。 ζ は壁面初期表面の外向き法線ベクトルで、 \dot{Y}_s は側板の ζ 方向の速度成分を表わす。以下速度ポテンシャルの誘導は Haroun が誘導した高さ方向一様の壁面初期不整に対するものを⁶⁾初期不整が高さ方向にも変化する場合に発展させたものである。 $\epsilon_n \ll 1$ より1次のパータベーション法を適用し、 ϵ_n の2次以上の高次項はすべて省略する。速度ポテンシャル ϕ は、初期不整がない場合の速度ポテンシャル ϕ_0 と初期不整による付加的な速度ポテンシャル ϕ_c との和として次のように表わす。

$$\phi(r, \theta, x, t) = \phi_0(r, \theta, x, t) + \epsilon_n \phi_c(r, \theta, x, t) \dots\dots (6)$$

ζ 方向の側板速度 \dot{Y}_s を地動により生じる成分 \dot{Y}_{s0} と側板の弾性変形により生じる成分 \dot{Y}_{cs} の和として表わし、 \dot{Y}_{cs} は初期不整がない場合の周方向1次モードの応答値で表わされるとすると、式 (5)、(6) より次式が得られる。

$$\phi_0(a_0, \theta, x, t)_{,r} = (\dot{u}_g + \dot{w}_{pc}) \cdot \cos \theta \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} &\phi_c(a_0, \theta, x, t)_{,r} + a_0 \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta \\ &\cdot \phi_0(a_0, \theta, x, t)_{,rr} + (n/a_0) \cdot f_{an}(x) \cdot \sin n\theta \\ &\cdot \phi_0(a_0, \theta, x, t)_{,s} = n(\dot{v}_{pc} - \dot{u}_g) \\ &\cdot f_{an}(x) \cdot \sin \theta \cdot \sin n\theta \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

式 (7)、(8) で \dot{u}_g は地動速度、 \dot{w}_{pc} 、 \dot{v}_{pc} はそれぞれ初期不整がない場合の周方向1次モードの $\theta=0$ における法線方向速度、 $\theta=\pi/2$ における接線方向速度を表わしている。

ϕ_0 は Laplace の方程式と式 (3)、(4) の境界条件を満足するので式 (7) より次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_0(r, \theta, x, t) = &\sum_{i=0} A_i(t) \cdot I_1 \left(\lambda_i \frac{r}{H} \right) \\ &\cdot \cos \left(\lambda_i \frac{x}{H} \right) \cdot \cos \theta \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに、 $\lambda_i = (i+1/2)\pi$

$$A_i(t) = \left[2 \int_0^H (\dot{u}_g + \dot{w}_{pc}) \cos\left(\lambda_i \frac{x}{H}\right) dx \right] / \left\{ H I_1\left(\lambda_i \frac{a_0}{H}\right), r \right\} \dots\dots\dots (10)$$

である。また ϕ_c も Laplace の方程式と式 (3), (4) の境界条件を満足するので式 (7), (9) より次のように得られる。

$$\begin{aligned} \phi_c(r, \theta, x, t) = & \sum_{i=0}^{\infty} B_i(t) \cdot I_{n-1}\left(\lambda_i \frac{r}{H}\right) \cdot \cos\left(\lambda_i \frac{x}{H}\right) \cos(n-1)\theta \\ & + \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{B}_i(t) \cdot I_{n+1}\left(\lambda_i \frac{r}{H}\right) \cdot \cos\left(\lambda_i \frac{x}{H}\right) \cos(n+1)\theta \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} B_i(t) = & 2 l \left[\sum_{j=0}^{\infty} A_j(t) \left\{ -\left(\frac{a_0}{2}\right) I_1\left(\lambda_j \frac{a_0}{H}\right), r r \right. \right. \\ & \left. \left. + (n/2 a_0) \cdot I_1(\lambda_j a_0/H) \right\} g_{ij} \right] / \\ & \left\{ H I_{n-1}(\lambda_i a_0/H), r \right\} \\ & + n l h_i / H \cdot I_{n-1}(\lambda_i a_0/H), r \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}_i(t) = & 2 l \left[\sum_{j=0}^{\infty} A_j(t) \left\{ -\left(\frac{a_0}{2}\right) I_1\left(\lambda_j \frac{a_0}{H}\right), r r \right. \right. \\ & \left. \left. - (n/2 a_0) \cdot I_1(\lambda_j a_0/H) \right\} g_{ij} \right] / \\ & \left\{ H \cdot I_{n+1}(\lambda_i a_0/H), r \right\} \\ & - n l h_i / H \cdot I_{n+1}(\lambda_i a_0/H), r \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$g_{ij} = \int_0^{\delta} f_{an}(\bar{x}) \cdot \cos(\lambda_j \bar{x} / \delta) \cdot \cos(\lambda_i \bar{x} / \delta) d\bar{x} \dots\dots\dots (14)$$

$$h_i = \int_0^{\delta} (\dot{v}_{pc} - \dot{u}_g) \cdot f_{an}(\bar{x}) \cdot \cos(\lambda_i \bar{x} / \delta) d\bar{x} \dots\dots\dots (15)$$

$\bar{x} = x/l$, $\delta = H/l$ である。式 (8) ~ (13) で $I_k(\lambda_i r/H)$ は k 次の第 1 種変形 Bessel 関数を表わしている。式 (12) は特別な場合として $f_{an}(x) = 1$ とおくと Haroun が導いたもの⁹⁾と一致する。

動液圧 $P(r, \theta, x, t)$ は液体の単位質量を γ_L として次式より得られる。

$$P(r, \theta, x, t) = -\gamma_L \phi(r, \theta, x, t), t \dots\dots\dots (16)$$

式 (14), (19) より初期不整 $\varepsilon_n \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta$ により励起される動液圧は $\cos(n-1)\theta$ 成分と $\cos(n+1)\theta$ 成分とを有することがわかる。また式 (13) ~ (19) より地動加速度 \dot{u}_g に比例する成分と初期不整のない場合の応答加速度 \dot{w}_{pc} , \dot{v}_{pc} に比例する成分よりなることがわかる。このことは、速度ポテンシャル ϕ を導く際、 ζ 方向の側板速度 \dot{Y}_ζ を地動速度により生じる成分と初期不整がない場合の応答速度より生じる成分の和として表わしたことによる当然の帰結であるが、このような形

で動液圧を表示することにより 4. で述べる地震応答解析において、モーダル解析の手法を用いることが可能になる。

(3) 固有振動解析

Fig. 2 に円筒シェルの微小要素の断面力および断面モーメントを示す。Fig. 2 の断面力に関するつり合い条件式、各断面力と変位の関係式¹⁵⁾より、容器・液体の連成系が円振動数 ω , 周方向波数 k で調和振動している場合の変位、断面力の軸方向座標 x に関する 1 階の連立常微分方程式は、次のように得られる¹⁴⁾。

$$\frac{d}{dx} \mathbf{Z} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Z} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 \mathbf{Z} は状態量ベクトルで

$$\mathbf{Z} = \{f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*, f_5^*, f_6^*, f_7^*, f_8^*\}^T \dots\dots\dots (18)$$

$$f_1^* = f_1(x)/l, f_2^* = f_2(x)/l, f_3^* = f_3(x)/l$$

$$f_4^* = t_{s0} \cdot f_4(x)/l, f_5^* = f_5(x)/E t_{s0} l$$

$$f_6^* = f_6(x)/E t_{s0}, f_7^* = f_7(x)/E t_{s0}$$

$$f_8^* = f_8(x)/E t_{s0}$$

である。 $f_1(x) \sim f_8(x)$ は $u, v, w, dw/dx, M_x V_x, S_{\theta x}, N_x$ の高さ方向の調和振動モードを表わす未知関数、 t_{s0} は側板の基準板厚、 E は弾性係数である。また、

$$\begin{aligned} V_x = Q_x + M_{\theta x, \theta} / a \\ S_{\theta x} = N_{\theta x} - M_{\theta x} / a \end{aligned} \left| \dots\dots\dots (19)$$

\mathbf{A} は 8 行 8 列の係数マトリックスで非 0 要素のみ示すと次のようである。

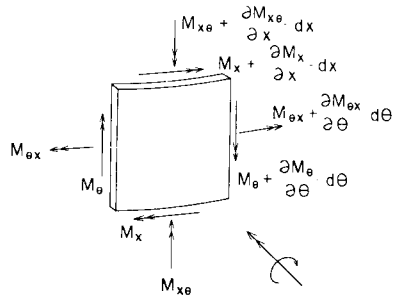
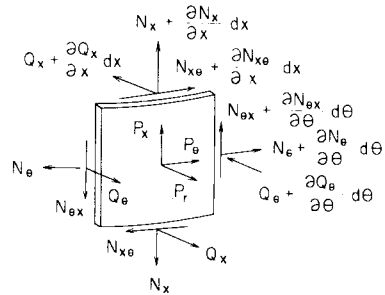


Fig. 2 Notation and Positive Directions of Force and Moment Resultants.

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= -\nu ak, & a_{13} &= -\nu\alpha, & a_{18} &= (1-\nu^2)/R_t \\
 a_{21} &= 6ak/(6+\eta^2), & a_{24} &= -a\eta k R_t/(6+\eta^2) \\
 a_{27} &= 12(1+\nu)/R_t(6+\eta^2), & a_{34} &= aR_t/\eta \\
 a_{42} &= \nu a\eta k/R_t, & a_{43} &= \nu a\eta k^2/R_t \\
 a_{45} &= 12(1-\nu^2)\alpha/\eta R_t^2 \\
 a_{51} &= a\eta^2 R_t k^2/(1+\nu)(6+\eta^2) \\
 a_{54} &= a\eta k^2 R_t^2(6+2\eta^2)/6(1+\nu)(6+\eta^2) \\
 a_{56} &= 1, & a_{57} &= 2k\eta^2/(6+\eta^2) \\
 a_{62} &= -a^2 k R_t - ak N_0^*(\delta-\bar{x}) - a^2 \eta^2 k^3 R_t/12 \\
 a_{63} &= R_t(-a^2 - a^2 \eta^2 k^4/12 + \Omega^2) - ak^2 N_0^*(\delta-\bar{x}) + m_t \\
 a_{65} &= \nu a^2 k^2, & a_{68} &= -\nu\alpha \\
 a_{72} &= R_t \frac{1}{2} a^2 k^2 (1 + \eta^2/12) - \Omega^2 \} \\
 a_{73} &= R_t \cdot a^2 (k + \eta^2 k^3/12), & a_{75} &= -\nu a^2 k \\
 a_{78} &= \nu ak \\
 a_{81} &= -\Omega^2 R_t + ak^2 N_0^*(\delta-\bar{x}) + a^2 \eta^2 k^2 R_t/ \\
 & \quad \{2(1+\nu)(6+\eta^2)\} \\
 a_{84} &= a^2 \eta k^2 R_t/2(1+\nu)(6+\eta^2) \\
 & \quad + (aR_t/\eta - a\eta R_t k^2/6) N_0^*(\delta-\bar{x}) \\
 a_{87} &= -ak + 2(1+\nu)k N_0^*(\delta-\bar{x})/R_t + a\eta^2/(6+\eta^2)
 \end{aligned}$$

ここで、 γ_s は容器の単位質量、 ν はポアソン比、
 $\alpha = l/a_0$, $\eta = t_s/a_0$, $\Omega = \omega l/\sqrt{\gamma_s E}$, $R_t = t_s/t_{s0}$,
 $N_0^* = aN_{00}/Et_{s0}$ である。 N_{00} は静液圧により側板に生じている初期周方向膜力で次式により与えられる¹⁵⁾。

$$N_{00} = a_0 \gamma_t H \{ [1 - x/H] - e^{-\beta x} [\cos \beta x + (1 - 1/\beta\delta) \sin \beta x] \} \dots\dots\dots(20)$$

ただし式(20)は一様板厚を仮定した場合の解で側板最下端の板厚を t_{s0} として $\beta = \sqrt{3(1-\nu^2)}/t_{s0} a_0^2$ である。また m_t は動液圧による付加慣性質量で次式より与えられる。

$$m_t = (2R_t \Omega^2 / f_s^*) \cdot R_t (\alpha/\eta) L_k(a_0, x) \dots\dots\dots(21)$$

$$\begin{aligned}
 L_k(r, x) &= 2 \sum_{i=0}^{\infty} F_k \left(\lambda_i \frac{r}{H} \right) \cos \left(\lambda_i \frac{x}{H} \right) \\
 & \quad \cdot \int_0^H \{ f_s(x) \}_k \cdot \cos \left(\lambda_i \frac{x}{H} \right) dx \dots\dots\dots(22)
 \end{aligned}$$

$$F_k \left(\lambda_i \frac{r}{H} \right) = \frac{I_k(\lambda_i r/H)}{\lambda_i \{ I_{k-1}(\lambda_i a/H) - (kH/\lambda_i a) I_k(\lambda_i a/H) \}} \dots\dots\dots(23)$$

ここで、 $R_t = \gamma_t/\gamma_s$, $\{f_s(x)\}_k$ は法線方向変位 w の周方向 k 次の振動モードを表わしている。液体がない場合 $m_t = 0$ となる。式(17)の数値解法は種々あるが文献(10), (11)と同様数値計算に改良を加えた伝達マトリックス法を用いた。得られた変位および応力の振動モードはそれぞれの境界条件を厳密に満足しており応力についても精度のよい解を得ることができる。

(4) 地震応答解析

式(2)で与えられる初期不整を有する円筒タンクに水平地震動 u_g が作用する場合の側板変位の応答値を、前節に示した初期不整がない場合の連成系振動モードを用いて次式で表示する。

$$\left. \begin{aligned}
 u &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (f_1^*)_{ks} \cdot q_{ks} \cdot \cos k\theta \\
 v &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (f_2^*)_{ks} \cdot q_{ks} \cdot \sin k\theta \\
 w &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (f_3^*)_{ks} \cdot q_{ks} \cdot \cos k\theta
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 q_{ks} は周方向 k 次、高さ方向 s 次の一般座標である。式(24)より周方向1次モードの応答加速度 \ddot{w}_{pc} , \ddot{v}_{pc} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{v}_{pc} &= \sum_{s=1}^{\infty} (f_2^*)_{1s} \cdot \ddot{q}_{1s} \cdot \sin \theta \\
 \ddot{w}_{pc} &= \sum_{s=1}^{\infty} (f_3^*)_{1s} \cdot \ddot{q}_{1s} \cdot \cos \theta
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

式(25)を式(9)~(13)に代入し、式(16)より動液圧を求めると次のようになる。

初期不整がない場合に生じる周方向1次モードの動液圧 $P_1(\bar{r}, \theta, \bar{x}, t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 P_1(\bar{r}, \theta, \bar{x}, t) &= \gamma_t l \{ P_{10}^*(\bar{r}, \bar{x}) \dot{u}_g \\
 & \quad + \sum_{s=1}^{\infty} P_{1s}^*(\bar{r}, \bar{x}) \ddot{q}_{1s} \} \cdot \cos \theta \dots\dots\dots(26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{10}^*(\bar{r}, \bar{x}) &= 2 \sum_{i=0}^{\infty} F_1 \left(\lambda_i \bar{r} a/H \right) \\
 & \quad \cdot \cos \left(\lambda_i \frac{\bar{x}}{\delta} \right) \left\{ \delta \frac{(-1)^{i+1}}{\lambda_i} \right\} \dots\dots\dots(27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{1s}^*(\bar{r}, \bar{x}) &= 2 \sum_{i=0}^{\infty} F_1 \left(\lambda_i \bar{r} \frac{a}{H} \right) \cos \left(\lambda_i \frac{\bar{x}}{\delta} \right) \\
 & \quad \int_0^{\delta} (f_2^*)_{1s} \cdot \cos(\lambda_i \bar{x}/\delta) d\bar{x} \dots\dots\dots(28)
 \end{aligned}$$

また初期不整 $\{ \epsilon_n \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta \}$ に起因する周方向高次モードの動液圧 $P_{aa}(\bar{r}, \theta, \bar{x}, t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 P_{aa}(\bar{r}, \theta, \bar{x}, t) &= \epsilon_n \gamma_t H \left[\left\{ P_{n-1,0}^*(\bar{r}, \bar{x}) \dot{u}_g \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sum_{s=1}^{\infty} P_{n-1,s}^*(\bar{r}, \bar{x}) \cdot \ddot{q}_{1s} \right\} \cos(n-1)\theta \right. \\
 & \quad \left. + \left\{ P_{n+1,0}^*(\bar{r}, \bar{x}) \cdot \dot{u}_g \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sum_{s=1}^{\infty} P_{n+1,s}^*(\bar{r}, \bar{x}) \cdot \ddot{q}_{1s} \right\} \cos(n+1)\theta \right] \dots\dots\dots(29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{n-1,0}^*(\bar{r}, \bar{x}) &= \sum_{i=0}^{\infty} C_i \cdot F_{n-1} \left(\lambda_i \bar{r} \frac{a}{H} \right) \cdot \cos(\lambda_i \bar{x}/\delta) \\
 & \quad \dots\dots\dots(30)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{n+1,0}^*(\bar{r}, \bar{x}) &= \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{C}_i \cdot F_{n+1} \left(\lambda_i \bar{r} \frac{a}{H} \right) \cdot \cos(\lambda_i \bar{x}/\delta) \\
 & \quad \dots\dots\dots(31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{n-1,s}^*(\bar{r}, \bar{x}) &= \sum_{i=0}^{\infty} d_{si} \cdot F_{n-1} \left(\lambda_i \bar{r} \frac{a}{H} \right) \cdot \cos(\lambda_i \bar{x}/\delta) \\
 & \quad \dots\dots\dots(32)
 \end{aligned}$$

$$P_{n+1,s}^*(\bar{r}, \bar{x}) = \sum_{i=0}^{\sigma} \tilde{d}_{si} \cdot F_{n+1} \left(\lambda_i \bar{r} \frac{a}{H} \right) \cdot \cos(\lambda_i \bar{x} / \delta) \dots \dots \dots (33)$$

ここで、 C_i , \tilde{C}_i は、初期不整の高さ方向分布関数 $f_{an}(x)$ と周方向波数 n およびタンク形状 (α , δ) より定まる係数、 d_{si} , \tilde{d}_{si} は $f_{an}(x)$, n および初期不整がない場合の周方向1次の振動モード、タンク形状より定まる係数である。

式 (24)~(33) を用いて容器・液体連成系の運動エネルギー K 、ひずみエネルギー V 、一般座標 q_{ks} に対する一般力 Q_{ks} を求め、Lagrange の運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_{ks}} \right) - \frac{\partial V}{\partial q_{ks}} + \frac{\partial V}{\partial q_{ks}} = Q_{ks} \dots \dots \dots (34)$$

に代入し整理すると地震応答の基礎式が、各次モードごとに次のように得られる。

$$\ddot{q}_{1s} + 2\zeta_{1s} \omega_{1s} \dot{q}_{1s} + \omega_{1s}^2 q_{1s} = -(\beta_{\rho})_{1s} \ddot{u}_g \dots \dots \dots (35)$$

$$\begin{aligned} &\ddot{q}_{n-1,s} + 2\zeta_{n-1,s} \omega_{n-1,s} \dot{q}_{n-1,s} + \omega_{n-1,s}^2 q_{n-1,s} \\ &= -(\beta_{\rho})_{n-1,s} \ddot{u}_g - \sum_{j=1}^j (\beta_{\rho})_{n-1,s} \ddot{q}_{1,j} \dots \dots \dots (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\ddot{q}_{n+1,s} + 2\zeta_{n+1,s} \omega_{n+1,s} \dot{q}_{n+1,s} + \omega_{n+1,s}^2 q_{n+1,s} \\ &= -(\beta_{\rho})_{n+1,s} \ddot{u}_g - \sum_{j=1}^j (\beta_{\rho})_{n+1,s} \ddot{q}_{1,j} \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

運動エネルギー K を求める際、液の付加質量は初期不整がない場合と同じとみなした。その理由は、各次モードごとに分解して応答計算式を導くためにモードの直交性を利用する必要があるという解析上の要求と巨視的には付加質量は初期不整のない場合の式 (21) とほぼ同じとみなせることによる。このことは、3. で示すように式 (21) を用いて得られる固有振動数が実験値とよく一致していることから許されると考えられる。また一般力 Q_{ks} は、初期不整のない場合には地動加速度に比例する慣性力を外力とみなし、初期不整がある場合には地動加速度に比例する慣性力と初期不整がない場合に生じる周方向1次モードの加速度に比例する慣性力とを外力とみなして求めている。式 (34) から式 (35)~(37) を導く際、減衰定数 ζ_{ks} を導入して減衰項を加えている。

式 (35)~(37) で $(\beta_{\rho})_{1s}$, $(\beta_{\rho})_{n-1,s}$, $(\beta_{\rho})_{n+1,s}$ 等は刺激係数で、それぞれ次のように与えられる。

$$\begin{aligned} (\beta_{\rho})_{1s} &= \frac{(t_{s0}/l) \int_0^1 R_l(f_1^*)_{1s} - (f_1^*)_{1s} d\bar{x}}{(t_{s0}/l) \int_0^1 R_l(f_1^*)_{1s} + (f_1^*)_{1s}^2 d\bar{x}} \\ &+ R_{\gamma} \int_0^{\sigma} P_{1s}^*(1, \bar{x})(f_1^*)_{1s} d\bar{x} \\ &+ R_{\gamma} \int_0^{\sigma} L_{1s}(a, x)(f_1^*)_{1s} d\bar{x} \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\beta_{\rho})_{n-1,s} &= \frac{\varepsilon_n \left[(t_{s0}/l) \int_0^1 R_l \cdot f_{an}(x)(f_{n-1,s}^*)_{n-1,s} \right. \\ &\left. + (f_{n-1,s}^*)_{n-1,s}^2 d\bar{x} + R_{\gamma} \cdot \delta \cdot \int_0^{\sigma} P_{n-1,s}^*(1, \bar{x})(f_{n-1,s}^*)_{n-1,s} d\bar{x} \right]}{(t_{s0}/l) \int_0^1 R_l(f_{n-1,s}^*)_{n-1,s}^2 + (f_{n-1,s}^*)_{n-1,s}^2 d\bar{x}} \\ &+ (f_{n-1,s}^*)_{n-1,s}^2 d\bar{x} + R_{\gamma} \int_0^{\sigma} L_{n-1,s}(a, x)(f_{n-1,s}^*)_{n-1,s} d\bar{x} \dots \dots \dots (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\beta_{\rho})_{n+1,s} &= \frac{\varepsilon_n R_{\gamma} \delta \int_0^{\sigma} P_{n+1,s}^*(1, \bar{x})(f_{n+1,s}^*)_{n+1,s} d\bar{x}}{(t_{s0}/l) \int_0^1 R_l(f_{n+1,s}^*)_{n+1,s}^2 + (f_{n+1,s}^*)_{n+1,s}^2 d\bar{x}} \\ &+ (f_{n+1,s}^*)_{n+1,s}^2 d\bar{x} + R_{\gamma} \int_0^{\sigma} L_{n+1,s}(a, x)(f_{n+1,s}^*)_{n+1,s} d\bar{x} \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

$(\beta_{\rho})_{n+1,s}$, $(\beta_{\rho})_{n-1,s}$ もほぼ同様であるので省略する。式 (35)~(37) を与えられた地動加速度に対して解けば、式 (24) より変位の応答値が求まる。応力の応答値は

$$\begin{aligned} M_x &= E t_{s0} l \sum_{k=1}^k \sum_{s=1}^s (f_s^*)_{ks} \cdot q_{ks} \cdot \cos k\theta \\ S_{x\theta} &= E t_{s0} \sum_{k=1}^k \sum_{s=1}^s (f_s^*)_{ks} \cdot q_{ks} \cdot \sin k\theta \\ N_x &= E t_{s0} \sum_{k=1}^k \sum_{s=1}^s (f_s^*)_{ks} \cdot q_{ks} \cdot \cos k\theta \end{aligned} \dots \dots \dots (41)$$

等より得られる。

式 (29), (31), (37), (39), (40)等より、初期不整により励起される花びら型振動の応答値は、初期不整の大きさを表わす無次元値 ε_n に比例することがわかる。

3. 数値計算

(1) 固有振動数と振動モード

最初に Haroun の行った FEM による固有振動解析⁶⁾ との比較を行う。Table 1 に Broad Tank と Tall Tank の固有振動数の計算値を示す。Broad Tank, Tall Tank とともに本文の計算値は Haroun の計算値とよく一致しているといえる。また本文の手法により求めた振動モードを Fig. 3, 4 に示す。Fig. 3, 4 では変位 u , v , w , 膜力 N_x , N_{θ} , S_x のそれぞれにつき最大値を1として正規化したものを示している。Haroun は変位の振動モードについてのみ示しているがそれらと Fig. 3, 4 とはよく一致している。Fig. 3 の Broad Tank の振動モードについて次のようなことがいえる。 $k=1$ のモードでは N_{θ} の値が大きく N_x の値は相対的に小さくなっているのに対し、 $k=5$ のモードでは N_x の値が相対的に大きくなっている。これは、次節の応答解析で示すように Broad Tank では花びら型振動の応答値として N_x の値が相対的に大きくなることと関係している。一方、

Table 1 Natural Frequencies of the $\cos \theta$ -type and $\cos k\theta$ -type.

Natural Frequencies of Haroun Model Tank (cps)				
Tank	circumferential wave number	vertical mode number	This paper	Haroun
Broad Tank $a = 18.3$ m $\ell = H = 12.2$ m $t_s = 2.5$ cm	1	1	6.17	6.18
		2	11.13	11.28
	5	1	2.79	2.76
		2	8.14	8.37
Tall Tank $a = 7.32$ m $\ell = H = 21.9$ m $t_s = 2.5$ cm	1	1	5.36	5.31
		2	15.71	15.64
	5	1	2.05	—
		2	4.37	—

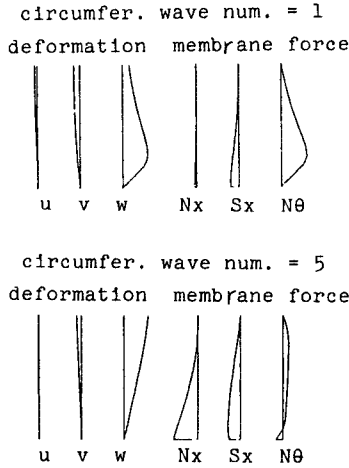


Fig. 3 Vibrational Modes of a Broad Tank.

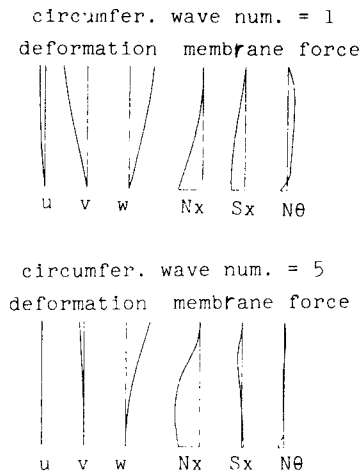


Fig. 4 Vibrational Modes of a Tall Tank.

Fig. 4 の Tall Tank の振動モードをみてみると、 $k=1$ 、 $k=5$ のモードともに N_x の値が大きくなっている。Fig. 5 に、Kana³⁾ が模型タンクの正弦波加振実験より求めた周方向高次モードの固有振動数と本文の計算値との比較を示す。Fig. 5 で without roof として示したものは天井板がない場合、with roof として示したものは天井板により上端のシェル変位が拘束されている場合の計算値を表わしている。同じく Fig. 5 で with init. stress は静液圧による初期膜力を考慮した計算値を、no init. stress はこれを無視した計算値を示している。Fig. 5 より with roof, with init. stress とした場合の計算値と実験値とはよく一致していることがわかる。また k が小さい場合初期膜力の影響はほとんどみられないが k が大きくなるにつれその影響が大きくなること、天井板の有無による上端拘束の影響は $k=1$ についてはほとんど

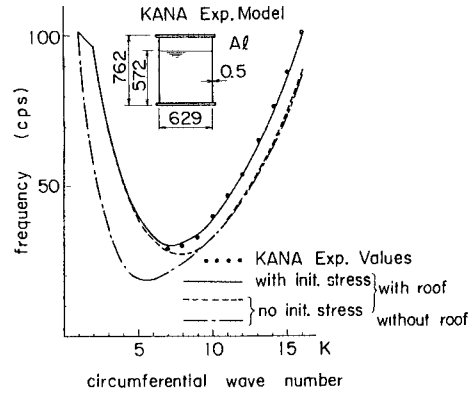


Fig. 5 Natural Frequencies of the $\cos k\theta$ -type Modes.

ないが、 $k \geq 2$ で現われてくることわかる。以上の計算例から、応答解析の基本となる固有振動に関する本文の計算法は実用上十分な精度を有するといえよう。また真円に対する固有振動数計算値と模型タンクの振動実験より求めた実測値とがよく一致していることから、固有振動数に対しては初期不整が及ぼす影響は小さいと考えられる。

(2) 地震応答性状

a) Haroun 計算値との比較

まず、本文の応答計算に関する妥当性を確認するため、Haroun の計算値との比較を Table 2 に示す。モデルは前節と同じで El Centro NS 波を入力した場合の応答最大値を示している。応答計算では高さ方向モードは 1 次モードが支配的なので、2 次以上の高次モードは無視している。減衰定数、初期不整については Haroun に合わせ、2% の減衰定数と高さ方向に一樣な $\epsilon \cdot \cos 6\theta$ ($\epsilon=0.01$) の初期不整を仮定した。周方向 1 次モードについてみると、変位、加速度、応力、ベースシャともに本文の計算結果と Haroun のそれとはよく一致している。また、Broad Tank の $\cos 5\theta$ 成分の $w(\bar{x}=1)$ の値は、Haroun と同じく $\cos \theta$ 成分の 40% となっている。一方 Tall Tank の $\cos 5\theta$ 成分は、Haroun も無視し得る程度に小さいと述べているが、本文の計算値も変位、応力ともに $\cos \theta$ 成分の数%以内となっている。以上の計算例により、本文の計算手法は初期不整を有するタンクの地震応答解析においても妥当な解を与えるものと考えられる。

b) 周方向壁面初期不整形の影響

ここでは、壁面の初期不整形形状が花びら型振動の応答特性に及ぼす影響を知るための 1 つの資料を提供する意味から、初期不整の周方向次数を種々変化させた場合の花びら型振動応答の計算値を示す。計算モデルは、実験により花びら型振動の重要性を指摘した Clough の実タ

Table 2 Impulsive Earthquake Response of a Broad Tank and a Tall Tank.

Broad Tank a = 18.3 m l = H = 22.2 m				Tall Tank a = 7.32 m l = H = 21.95 m			
	Items	This Paper	Haroun		Items	This Paper	Haroun
k=1	W $\bar{x}=1$	0.21 cm	0.22 cm	k=1	W $\bar{x}=1$	1.13 cm	1.13 cm
	\dot{W} $\bar{x}=1$	276 cm/s	---		\dot{W} $\bar{x}=1$	1204 cm/s	1294 cm/s
	W $\bar{x}=0.5$	0.59 cm	0.60 cm		W $\bar{x}=0.5$	0.69 cm	0.70 cm
	\dot{W} $\bar{x}=0.5$	776 cm/s	796 cm/s		\dot{W} $\bar{x}=0.5$	749 cm/s	879 cm/s
	N_x $\bar{x}=0.04$	1746 N/cm	1901 N/cm		N_x $\bar{x}=0.04$	5642 N/cm	4661 N/cm
	N_x $\bar{x}=0.5$	12622 N/cm	---		N_x $\bar{x}=0.5$	3862 N/cm	3812 N/cm
	Base Shear	429x10 ⁶ N	397x10 ⁶ N		Base Shear	2.38x10 ⁷ N	2.27x10 ⁷ N
k=5	W $\bar{x}=1$	0.08 cm	0.09 cm	k=5	W $\bar{x}=1$	0.04 cm	---
	\dot{W} $\bar{x}=1$	27 cm/s	---		\dot{W} $\bar{x}=1$	14 cm/s	---
	W $\bar{x}=0.5$	0.05 cm	---		W $\bar{x}=0.5$	0.01 cm	---
	\dot{W} $\bar{x}=0.5$	15 cm/s	---		\dot{W} $\bar{x}=0.5$	4 cm/s	---
	N_x $\bar{x}=0.04$	417 N/cm	---		N_x $\bar{x}=0.04$	25 N	---
	N_x $\bar{x}=0.5$	83 N/cm	---		N_x $\bar{x}=0.5$	1 N	---
Input Acc. EL Centro NS 1940 (\ddot{u}_g) _{max} = 341 cm/s ² a = a ₀ (1 + 0.01 · cos 6θ)				Input Acc. EL Centro NS 1940 (\ddot{u}_g) _{max} = 341 cm/s ² a = a ₀ (1 + 0.01 · cos 6θ)			

Table 3 Dimensions of Clough Exp. Model.

	D	a	l	H	t _s	H/D
Broad Tank	365.8	182.9	182.9	152.4	0.192 0.127	0.417
Tall Tank	236.2	118.1	457.2	396.2	0.229 0.160	1.677

ンク 1/3 縮尺モデル (アルミ合金製) を用いた。モデルの諸元を Table 3 に示す。初期不整形の高さ方向分布については後で検討することにして、 $f_{an}(x)=1$ として周方向の次数 n を 2~12 に変化させて計算を行い、結果を $\theta=0$ における上端変位 w と下端軸方向膜力 N_x で整理し、Fig. 6, 7 に示した。用いた地震波は実験に合わせ El Centro NS 波を相似則より時間軸に $\sqrt{3}$ 倍したもので最大加速度を $0.5g$ とした。ここで g は重力加速度である。初期不整を $\varepsilon \cdot \cos n\theta$ としたとき、花びら型の応答として、 $k=n-1$ 次と $k=n+1$ 次のモードが励起する。Fig. 6, 7 では各次モードの w と N_x をそれぞれ初期不整がない真円の場合に生じる周方向 1 次の応答値 w_{pc} と N_{xpc} に対する比で示している。添字の pc は完全に真円 (perfectly circular) である円筒タンクに対する応答値であることを意味している。前述したように花びら型振動の応答値は初期不整の大きさを表わす無次元値 ε に比例するので、縦軸は ε を含めた形で示した。初期不整の周方向次数 n を 6、 ε を 0.001 とすると、Fig. 6 の Broad Tank では w_{pc} の 11% の w_5 、1% の w_7 、 N_{xpc} の 4% の $N_{x,5}$ 、0.3% の $N_{x,7}$ の応答値が生じることになる。Fig. 6, 7 より次のようなことがいえる。Broad Tank, Tall Tank とも n 次の初期不整に対する応答値のうち $k=n-1$ 次の応答の方が大きく $k=n+1$ 次の応答の数倍以上となっている。Broad Tank の花びら型振動の応答値は高次 ($k=5\sim 10$) で大きくなっており、その値は上端変位で (100~200) εw_{pc} 程度、下端膜力で (30~50) εN_{xpc} 程度で、 ε の値が 0.001 を大きく

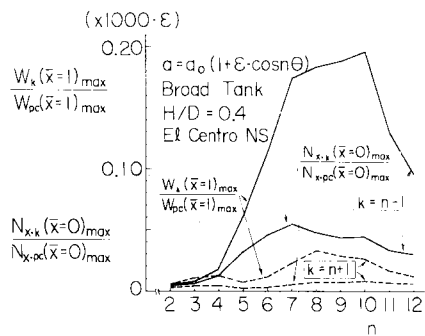


Fig. 6 Effect of Circumferential Imperfection Wave Number n Upon the Radial Shell Displacement and Axial Membrane Force (Broad Tank).

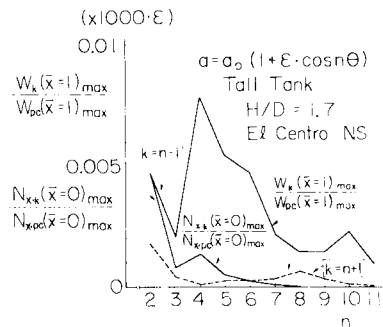


Fig. 7 Effect of Circumferential Imperfection Wave Number n Upon the Radial Shell Displacement and Axial Membrane Force (Tall Tank).

越える場合には無視し得ないものになる。Clough の実験における Broad Tank の法線方向変位、下端軸方向膜力の実測値には花びら型振動の影響が大きく現われている^{1),2)}。初期不整について詳細なデータがわからないので定量的な比較はできないが、各周方向波数について

$\epsilon=0.001\sim 0.005$ 程度の初期不整が存在していたものと考え、初期不整に起因する花びら型振動により実測値程度の変位や応力が発生することはあり得ると推定される。なお、実際のタンクでは許容し得る初期不整の大きさはある程度以下に抑えられており、花びら型振動の応答値も上述の模型タンクの振動実験で観測されたほど大きくはならないと考えられる。

一方 Tall Tank についてみてみると、花びら型振動の応答値は、 $k=2\sim 6$ で大きくなっており w で $(3\sim 6)\epsilon w_{pc}$ 程度、 N_x で $(1\sim 3)\epsilon N_{xpc}$ 程度となっている。 ϵ を同じとすると Tall Tank では Broad Tank に比べ花びら型振動の応答値は相対的に小さくなっている。

Clough の実験における N_x の最大応答値は、初期不整がない場合の計算による最大応答値に近いことから Tall Tank では耐震強度上花びら振動の影響は小さいと考えられる。

c) 高さ方向壁面初期不整形の影響

ここでは、初期不整形が高さ方向に変化する場合について若干の検討を行う。計算モデルには Table 3 の Broad Tank を用い初期不整形を $\epsilon \cdot f_{a7}(x) \cdot \cos 7\theta$ とし $f_{a7}(x)$ を種々変化させて計算を行い、結果を Fig. 8,

9 に示した。Fig. 8 には、 $k=6$ 次の応答値を、Fig. 9 には $k=1,6,8$ の合計の応答値と $k=1$ の応答値の差をそれぞれ $k=1$ の応答値に対する比で示した。Fig. 8, 9 より次のようなことがいえる。 ϵ を一定とすると初期不整形形状が高さ方向に一樣とした場合の応答値が最も大きくなる。しかし、側板下端では底板上に固定され真円に近いことから、 $f_a(x)=\sin(\pi x/2l)$ や $f_a(x)=\sin(\pi x/l)$ の高さ方向分布の方が実際に生じやすいと考えられ、この場合の応答値は、高さ方向に一樣とした場合の 80~90% 程度となっている。また高さ方向の初期不整形形状が複雑になるにつれ花びら振動の応答値は減少傾向にある。 $k=1,6,8$ の合計の応答値の $k=1$ の応答値に対する増分比は、変位 w で $(50\sim 100)\epsilon$ 程度、下端膜力 N_x で $(10\sim 30)\epsilon$ 程度となっている。

d) タンク形状 (H/D) の相違による影響

前節までは、Broad Tank ($H/D=0.4$) と Tall Tank ($H/D=1.7$) について検討したが、ここでは $H/D=0.8$ と 1.2 の中間のタンクについても計算を行い、 H/D の相違により花びら型振動の応答性状がどのように変化するか検討してみた。タンクの容量と t_s/D は Table 3 のモデルと同程度とし、入力地震波その他の

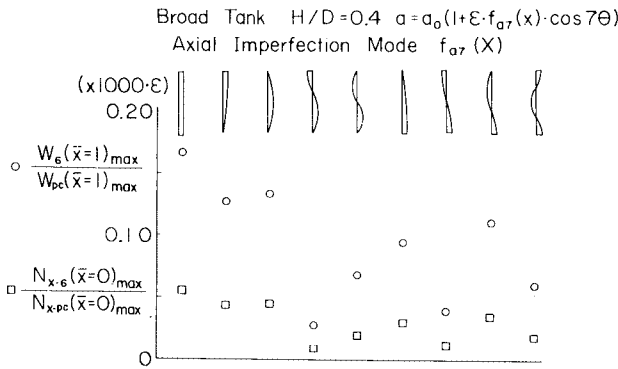


Fig. 8 Effect of the Axial Imperfection Mode Upon the Radial Shell Displacement and Axial Membrane Force (Broad Tank).

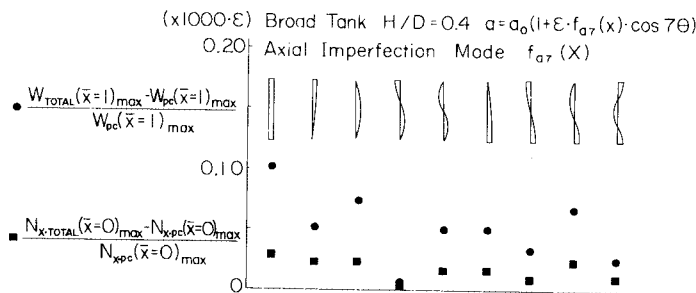


Fig. 9 Effect of the Axial Imperfection Mode Upon the Radial Shell Displacement and Axial Membrane Force (Broad Tank).

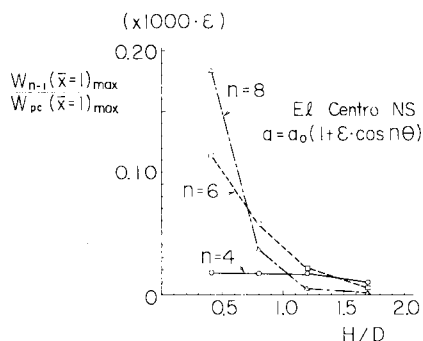


Fig. 10 Effect of the Hight-Diameter Ratio Upon the Radial Shell Displacement of the $\cos k\theta$ type Mode.

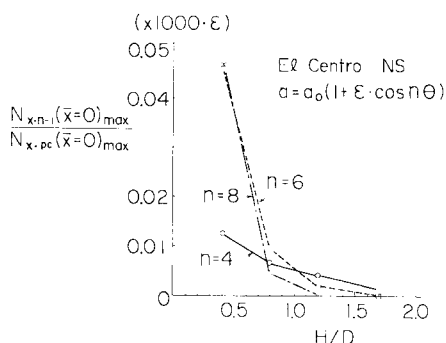


Fig. 11 Effect of the Hight-Diameter Ratio Upon the Axial Membrane Force of the $\cos k\theta$ type Mode.

条件は前節までと同じものを用いて計算を行い、結果を Fig. 10, 11 に示した。Fig. 6~9 と同じく初期不整がない場合の応答値に対する比で表示している。Fig. 10, 11 より次のようなことがわかる。ε を一定とすると H/D の小さい偏平なタンクほど花びら型振動は大きく励起される。偏平なタンクでは周方向次数の大きい高次の花びら型振動が励起されやすく、 H/D が大きくなるにつれ、低次の花びら型振動が励起されやすくなる。

4. あとがき

本文では壁面に任意の初期不整を有する円筒タンクの地震応答解析を行う方法を提示し、数値計算により花びら型振動の応答性状について基本的な検討を行った。得られた主な結論を要約すると以下のとおりである。

(1) Haroun も述べているように初期不整の大きさを表わす無次元値 ϵ (初期不整最大値の半径に対する比) を同じとすると H/D の小さいタンクほど花びら型振動が励起されやすくなる。

(2) 花びら型振動の次数については偏平なタンクは

ど高次のものが励起されやすく、 H/D が大きくなるにつれて励起されやすいモードの次数は減少する。

(3) 周方向に $\cos n\theta$ 分布する初期不整を仮定すると、 $k=n-1$ 次と $k=n+1$ 次の応答が励起するが、 $k=n-1$ 次の応答の方が大きく $k=n+1$ 次の応答はその数分の 1 以下となる。またその応答値は n 次の ϵ_n に比例する。

(4) ϵ を同じとすると高さ方向に一樣な初期不整を仮定した場合の応答値が最も大きく、実際に生じやすいと考えられる $\sin(\pi x/2l)$ や $\sin(\pi x/l)$ の初期不整を仮定した場合の応答値はその 80~90% 程度となる。

(5) 偏平なタンクでは初期不整の大きさが $\epsilon=0.001$ を大きく越えるような場合、応答値に大きな影響を与え、側板下端の軸方向圧縮力がかなり増加することから側板座屈を助長することもあり得ると予想される。しかしわが国では初期不整の大きさは施工要領等である程度以下に抑えられているので ϵ が 0.001 を越えることはそれほどないものと考えられる。

本文では、壁面の初期不整の形状を比較的簡単なものに仮定して数値計算を行ったが、実際の円筒タンクの壁面に存在している初期不整はより複雑なものと思われ。さらに耐震設計のうえからは、入力地震波や初期不整はばらつきを有するものとして確率論的な面からの検討も必要になると考えられる。本文の手法は、初期不整を周方向にフーリエ展開することを前提としたものであり、以上のような問題に適用できるよう発展させることは可能であり、これらについては今後の課題としたい。

数値計算は、神戸製鋼所コンピュータセンターの IBM 3081 K によった。

参考文献

- 1) Manos, G. C. and Clough, R.W. : The measured and predicted shaking table response of a broad tank, The PVP Conference of ASME, pp. 14~20, 1983.
- 2) Clough, R.W., Niwa, A. and Clough, D.P. : Experimental seismic study of cylindrical tanks, Proc. of ASCE, Vol. 105, No. ST 12, pp. 2565~2590, 1979.
- 3) Kana, D.D. : Seismic response of flexible cylindrical liquid storage tanks, Nuclear Engineering and Design, Vol. 52, pp. 185~199, 1979.
- 4) 越智義夫・浅井 修・内藤 潔 : 液体と円筒タンクの連成振動, 石川島播磨技報, Vol. 18, No. 1, pp. 84~90, 1978.
- 5) 佐藤鋭雄・中島政明・柳文行二 : 大型薄肉円筒貯槽模型の正弦波定常応答に関する実験的研究, 圧力技術, Vol. 21, No. 1, pp. 39~47, 1983.
- 6) Haroun, M.A. : Dynamic analysis of liquid storage tanks, Calif. Inst. Tech., EERL 80-04, 1980.
- 7) Veletsos, A.S. and Turner, J.W. : Dynamics of out-of-round liquid-storage tanks, Proc. of ASCE, Eng.

- Mech. Div. Spec. Conf. 3rd, pp.471~474, 1979.
- 8) 岡田純夫・坂井藤一・迫田治行：有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析，川崎技報，59号，pp.69~74, 1975.
 - 9) 藤田勝久：自由液面振動を考慮した液体貯蔵円筒タンクの地震応答解析，機械学会論文集 C 編，Vol.47, No.413, pp.20~29, 1981.
 - 10) 新家 徹・頭井 洋：円筒液体貯槽の耐震解析，神戸製鋼技報，Vol.35, No.1, pp.62~67, 1981.
 - 11) 頭井 洋・新家 徹：ロッキング及びスウェイを考慮した円筒タンクの耐震解析，圧力技術，Vol.20, No.3, pp.152~166, 1982.
 - 12) 清水信之・山本鎮男・河野和間：円筒タンクの耐震設計法に関する研究（第1報，有限要素法による剛基礎上の円筒タンクの基礎理論），（第2報，水平動に対する剛基礎上の円筒タンクの耐震計算法），機械学会論文集 C 編，Vol.48, No.426, pp.215~228, Vol.48, No.427, pp.328~348, 1982.
 - 13) 谷 資信・堀 直人・緑川 功：液体の入った円筒シェルのロッキング振動解析，建築学会論文報告集，No.316, 1982.
 - 14) 頭井 洋・新家 徹：初期周方向膜力を考慮した縦型円筒タンクの固有振動解析，土木学会年次学術講演会概要集，pp.604~605, 1981.
 - 15) Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S.: Theory of plates and shells, McGraw-Hill, pp.466~513, 1959.
 - 16) 中村秀治：管路，薄肉はりなどの線形常微分方程式の数値解析法，土木学会論文集，271号，pp.13~25, 1978.
 - 17) 浜本卓司・田中彌壽雄：固定式円筒シェルの動的解析その1固有振動解析，建築学会論文集，No.291, pp.129~141, 1980.

(1983.11.11・受付)