

平島 健一 共著 “内部点源による2次元半無限弾性体表面の動的応答”  
 J. D. Achenbach への討議

(土木学会論文報告集 341号・1984年1月掲載)

▶ 討議者 (Discussion)

大津 政康 (熊本大学)

By Masayasu OHTSU

本論文は理論解析的な題目となっておりますが、内容的には著者らも述べられているように、アコースティック・エミッション (Acoustic Emission, 以後 AE と略す) の波形解析および理論的研究に基礎となる知見をもたらしたものと考えられます。

われわれも、これまで AE 波動の理論的な取扱いに関しまして、いくつかの研究成果を発表してまいりましたので、考え方の整理および方法と目的の明確化を意図して、AE の波形解析における本論文の位置づけを行った後、不明確と思われる箇所について討議をまとめてみました。

図一に示しましたように、AE とは微小破壊に伴って発生する弾性波の放出現象と定義されます。その理論的な研究には、いくつかのアプローチが考えられますが、地震学などでの研究により最も妥当と考えられているのが Dislocation model です。これを直訳しますと転位モデルとなり、結晶学での議論と誤解されそうですが、数学的には弾性体内において、ある領域で応力あるいは変位が不連続となっていることを意味しているにすぎません。したがって、金属での転位では粒子レベルでの不連続量を論じるのに対して、ここでは、クラックという数 mm 程度の領域での不連続 (食い違い) を対象としています。図のように、AE 現象はそのような転位が動的に生じることによって、弾性体内に発生し伝播する弾性波動です。それゆえ、図中 (a), (b) で表示しましたよ

うな分野における理論的研究が必要となると考えられます。

(a) における弾性体内を伝播する波動の変位成分  $u_k(x, t)$  は、一般的には、以下のような表分表示が可能である<sup>1)</sup>。

$$u_k(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_S |G_{ki}(x, t-t'; x') \sigma_{ij}(x', t') n_j - T_{ki}(x, t-t'; x') u_i(x', t')| dS \dots \dots (1)$$

ここで、考えている物体は、境界  $S$  で囲まれており、 $n_j$  は外向き法線、 $\sigma_{ij}(x')$ 、 $u_i(x')$  はそれぞれ境界上の応力と変位を表わしている。

$G_{ki}$  は  $S$  で囲まれた領域におけるグリーン関数であり、 $T_{ki}$  はそれに対応する traction で、材料定数テンソルを  $C_{pqkl}$  とすれば、次のようである。

$$T_{ik} = C_{pqkl} G_{ip,q} n_j \dots \dots \dots (2)$$

グリーン関数は、個々の物体によって異なるが、無限体、自由表面を1つ有する半無限体、平行な2つの自由表面を有する無限板などでは、解析的あるいは数値的に求めることは、そう困難ではない。

式 (1) を AE 波動あるいは地震波動に結びつけるには、この式を同次境界条件をもつ  $S$  とクラック面  $F$  ( $F^+ + F^-$ ) で囲まれた物体に適用すればよい。

クラック面上での応力および変位の不連続量、 $[\sigma_{ij}]$ 、 $[u_i]$  を次のように定義する。

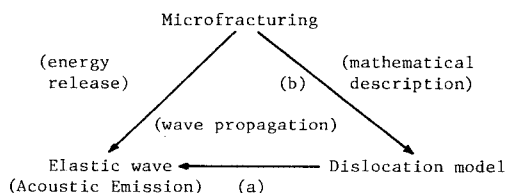
$$[\sigma_{ij}] = \sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-, [u_i] = u_i^+ - u_i^-$$

$$[\sigma_{ij}] n_j = \sigma_{ij}^+ n_j^+ - \sigma_{ij}^- n_j^- = -\sigma_{ij}^+ n_j - \sigma_{ij}^- n_j = -t_i$$

これより式 (1) は、以下のように書き直される。

$$u_k(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_F |G_{ki}(x, t-t'; x') t_i(x', t') + T_{ki}(x, t-t'; x') [u_i(x', t')]| dF \dots \dots (3)$$

コンクリート材料では、クラックの規模 (数 mm) に対して AE 波動の波長はかなり長い (数 cm, これは検出される周波数に依存するので、300 kHz の low pass



図一 微小破壊と AE 波動

filter を用いているわれわれの計測システムの場合である) ことから、式 (3) で面積分を 1 点で評価した場合 (point dislocation) の解析例は、実験結果とともにすでに報告済み<sup>2)</sup>である。

以上の議論によれば、AE 波動の理論的な研究の急務は、図の (a) に対応して、式 (3) の表示で重要なグリーン関数を対象となる物体に応じて決定すること、(b) での個々の AE 発生源に対応した dislocation model を決定すること、の 2 つであることがわかる。その場合、式 (3) を  $[u_i]$  に関する積分方程式として、検出波動から決定しようとする解析法は原波形解析と呼ばれている。

著者らの研究は、この (a) の部分での根幹をなすグリーン関数が、2 次元平面ひずみ状態ならば、解析的に求め得ることを示し、解析例を示したものであると考えられます。そこで、いくつかの不明確な箇所について質問事項をまとめてみました。

(1) 本論文では、すべて平面ひずみ状態での議論を展開されています。地震波動のような短い波長の波が、トンネルとか堤体などの奥行き方向に特性の変形しない物体に入射する場合には意義があると思いますが、AE のような波長の短い弾性波動に平面ひずみ状態での波動伝播が存在すると考えられているのでしょうか。AE への適用を考えるのなら、既報のように<sup>2)</sup>、3 次元でのグリーン関数を考えるべきでしょう。静的問題では、平面ひずみ状態から平面応力状態への変換は、弾性係数の置換でことが足りませんが、動弾性の場合には平面応力の場合には板厚方向の Lamb 波も考慮しなければならなくなると考えられます。したがって、著者らは板状の試験片での実験なども提唱されていますが、ここでの解析結果を AE 波動へ適用するには、多くの困難があるのではないのでしょうか。

(2) グリーン関数  $G_{ik}$  および対応する traction  $T_{ik}$  の具体例を挙げて解析結果を示されていますが、そこで著者らは、本論文により一般化した定式化を示すといわれています。しかし、ここでは平面ひずみ状態ならば解析的にグリーン関数が得られることを示しているだけで

あり、一般的というのであれば式 (3) に基づいて転位モデルに対する変位場を議論する方<sup>3)</sup>が的を得ていると思われま。また、それぞれの  $G_{ki}$ 、 $T_{ki}$  あるいは解  $u_k$  そのものが、個々の転位面の境界条件を与えることによって得られるという考え方は、述べられているとおり移動荷重の問題なども統一的に議論ができ、考え方としては感服いたします。しかし実際に適用する側からいえば、式 (3) のような一般形があり、個々の対象物における  $G_{ki}$  およびその一階微分  $G_{ki,j}$  が与えられている方が、考え方としては導入しやすいのではないのでしょうか。

(3) 手法につきましては、従来の Lamb 解を求める方法と全く同じであり、それが平面ひずみ問題の場合で、転位がステップ関数で与えられた場合には、逆変換の積分が解析的に評価し得て、explicit に表現できることを示したものであると思われま。したがって、同じ手法により数値計算に適した形で 3 次元の場合を検討している Johnson<sup>4)</sup> の論文の結果に、奥行き方向への積分を実行して 2 次元へと変換しても全く同じ解が得られると思いますが、いかがでしょうか。そうならば、非常な労力が必要かとは思いますが、Johnson のようにすべての組合せに対して解を列挙して下さいれば、AE に限らず地震波動の解析<sup>5)</sup>などへの適用に非常に有益な業績となると思われま。

#### 参 考 文 献

- 1) Eringen, A.C. and Suhubi, E.S.: *Elastodynamics*, Vol. II, Linear Theory, Academic Press, 1975.
- 2) 丹羽義次・小林昭一・大津政康: アコースティック・エミッションの発生機構に関する考察, 土木学会論文報告集, No. 314, pp.125~136, 1981年10月.
- 3) Mura, T.: *Micromechanics of defects in Solids*, Martinus Nijhoff Publishers, 1982.
- 4) Johnson, L.R.: Green's function for Lamb's Problem, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol. 37, pp.99~131, 1974.
- 5) Hartzell, S.H. et al.: Earthquake Modelling in a Homogeneous Half-Space, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 68, No. 2, pp.301~316, 1978.

(1984. 4. 23・受付)

▶回答者 (Closure) ————— 平島 健 — (山梨大学) ・ J. D. Achenbach (Northwestern 大学)

By Ken-ichi HIRASHIMA and Jan, D. ACHENBACH

著者らの論文に対し丁寧な討議をいただきありがとうございます。まず質問事項 (1)~(3) に回答する前に著者らの考え方を述べておきます。

自由境界、内部境界、接合面等を有する有限ないし無限物体の内部に時間依存性の波動源が何らかの要因によって発生した場合の力学的挙動を解析的に究明することの重要性は地震現象、あるいはここで討議されている

材料の microfracturing に起因する AE 波動現象の運動学的ないし動力学的な解明に是非とも必要なものであり、1960 年代より多くの研究が始まり、現在でもその研究成果の蓄積が徐々になされ数値的 (近似的) な処理の進展も考えれば、ほぼ実用段階に入りつつある状況といえるでしょう。しかし、解析的表示 (たとえば解の積分表示) がたとえ可能であってもそれから積分等を実行

して閉じた形の解 (closed-form solution: 以下, 解析解とよぶ) が得られるか否かは必ずしも明確ではなくまた事実ごく一部の解析解が得られるに過ぎないのが現状です。その一例としては均質な3次元半無限弾性体の内部の一点に shear type および extension type の microfracture (dislocation) が発生した場合, その直上の表面の点 (epicenter) のみの解析解は得られるが, その他の境界表面では現在のところ解析解は求まらず, 数値的 (近似的) 処理によって解を求めざるを得ないのが実情です (最近発表された参考文献1) でも前者の場合の epicenter に対する種々の解析解による数値例が示されているに過ぎません)。著者らの論文は2次元の半無限弾性体の場合の同種の問題に対し境界表面上の任意の位置での解析解が得られることを提示し, それらの代表的な場合について数値例を示したのですが, これらの成果は今後のこの種の問題の研究の基礎資料の一部となり得ると考えております。

(1) もし, 本論文を AE 問題に限定したとしても, その価値は十分あると考えております。ご指摘のように2次元薄板への適用は板厚方向にも境界を有する waveguide の問題となり, Lamb 波の影響が誘起されますが, 平面ひずみ的な例としての compact tension test のような場合には, いくつかの制限条件のもとでこの解法と解析結果が直接に有効となります。Wadley & Scruby ら<sup>2)</sup>は事実この種の問題に彼らが得た3次元の解を2次元化し, epicenter のみの理論挙動と実験値の比較を行い, それらの一致性を確認しております。前述のように著者らの方法によれば epicenter の点ばかりでなくそれ以外の表面上の位置での解も定量的に把握できるものとなっております。

(2) 討議者の式(1)~(3)等については著者らの別論文<sup>3)</sup>にもすでに触れられており, そのことの議論に対する認識も著者なりに十分持ち合わせておりますが, ここでの著者らの問題は基本的に2次元問題に限定しており, その範囲内で点波動源だけでなく“一般的な”移動, 停止を含む有限長でかついくつかの時間依存性の波動源問題の解析解を提示するという意味であって, この解を用いて3次元問題へ拡張するということではありません。ただし2次元の場合の解析解が得られる範囲での代表的な  $G_{kl}$ ,  $G_{kl,j}$  等の具体例は今後著者らも整理するつもりでおります。

(3) ご指摘のとおり Johnson 論文の結果を奥行方向へ積分実行することにより著者らの結果が得られるはずですが, しかし, わざわざそのようなことをしなくてもいくつかの制限条件のもとで完全な解析解が表面上の任意位置に対して得られるというのが著者らの論文の意義でもあります。なお, ご指摘の最後の点は著者らの回答(2)でも述べたとおり, 今後の課題とし, 整理してゆくことにしております。

#### 参 考 文 献

- 1) Scruby, C. B., Wadley, H. N. G. and Hill, J. J. : Dynamic elastic displacements at the surface of an elastic half-space due to defect sources, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 16, pp. 1069~1083, 1983.
- 2) Wadley, H. N. G. and Scruby, C. B. : Elastic radiation from cleavage crack extension, *Int. J. Fracture*, Vol. 19, pp. 111~128, 1983.
- 3) Achenbach, J. D., Hirashima, K. and Ohno, K. : Acoustic emission due to nucleation of a microcrack in the proximity of a macrocrack, *J. Sound Vib.*, Vol. 89 (4), pp. 523~532, 1983.

(1984. 6. 19・受付)