鋼道路橋設計活荷重に関する考察

正　員　西　村　昭*

要　旨　道路橋の安全度を定量的につかんでおくためには，自動車の交通状態並びに重量頻度分布等の実情に則した設計荷重に基づいて設計を行うことが必要である。本文は有限区間内に自動車が存在する確率は二項分布によるとの仮定に基づいて，超過確率を合わせ考えて等分布荷重，線荷重等を合理的に決定する方法について述べ，示方書による設計活荷重との比較を試みたものである。

1. 緒　　言

今回鋼道路橋設計示方書の時勢に適合した大幅の改正が企図され，その成案を見るのも近いものと思われる。第3次改正原案について活荷重を見ると，自動車荷重の約50% の増加，主ゲタ設計に対する線荷重の採用，それの車線数増加に伴う逓減，等分布荷重の実情に則した変更等，時代の要請も入れて従来の示方書に比してかなりの合理性が与えられたものと言うことができる。これらの改正条項は，わが国の実情を反映した実用的設計のために設けられたものであると考えるが，これらの条項中には確率論的に明確な根拠を与える必要のあるものがある。例えば線荷重について考えると，その決定には支間方向のある区間内に同時に自動車が存在する確率を考慮する必要があり，また自動車重量がある頻度分布を示すことより，規定の自動車重量に対する超過確率をも同時に考えなければならない。すなわち設計活荷重の決定は確率論的方法によらなければならない。

本文はこの見地に立つて設計活荷重に関する私案を述べんとするもので，次の仮定によつている。

（1）　任意の瞬間に道路上の有限長 L の任意区間内 l に含まれる自動車数存在確率は，各車線について l/L および交通量 Q をパラメーターとする二項分布に従う.** たゞし L は後述の分布長である。

（2）　橋梁上ではすべての自動車は定速を保つ。

さて次に本文で用いる 2,3 の記号について説明する。

(i)　分布長 L：単位時間に n 車線道路橋の第 i 車線を通過する自動車数を Q_i，自動車間隔を ξ，その確率密度を $\psi_i(\xi)$ とすると，第 i 車線に対する分布長 L_i は

$$L_i = Q_i \int_{\xi_{li}}^{\xi_{ui}} \xi \psi_i(\xi) d\xi, \quad \xi_{li} \leqq \xi \leqq \xi_{ui}$$

で与えられる。すなわち L_i なる長さの中に Q_i なる数の自動車が含まれることになる。なお仮定(2)によれば，各車線についての分布長はすべて等しくなる。

(ii)　存在確率 $B_i(m)$：分布長 L 内の部分長 l 内における m 台（$m \leqq Q_i$）の自動車の存在確率は仮定 (1) によつて次式で与えられる。

$$B_i(m) = {}_{Q_i}C_m \left(\frac{l}{L}\right)^m \left(1 - \frac{l}{L}\right)^{Q_i - m} \cdots\cdots (1)$$

なお取扱いを簡単にするために自動車は1つの点として扱い，また衝撃は考慮しないものとする。

2. 床および床組設計時の T 荷重について

改正案に示されている通り，車道部分に対しては T 荷重を1橋については縦方向には1台，橋軸に直角方向には台数に制限なく負載する方法がとられている。しかるに車線数が増大するに伴い，T 荷重に相当する重量きわめて大なる自動車が同時に横方向に並ぶ確率は，著しく減少することが予想され，車線数の多少によつて安全度に著しい相違が生じてくる。このような不合理を解決するためには，車線数の増加に伴う荷重逓減方式が有効である。

そこで先ず従来の方法を確率論的に検討してみる。

a)　存在確率1の場合　考えている部材に最大の応力を生ずる位置に T 荷重を負載する従来の方法では，その位置に自動車の存在する確率を常に 1 と考えている訳で，この場合の設計荷重に対する超過確率は次の如く求められる。いま，n 車線道路橋において第 i 車線を通過する自動車を w，その確率密度を $\phi_i(w)$ とすると，n 車線の場合の T 荷重を w_{on} とすれば，第 i 車線について w_{on} に対する超過確率 $P_i(w_{on} \leqq w)$ は

$$P_i(w_{on} \leqq w) = \int_{w_{on}}^{w_{ui}} \phi_i(w) dw, \quad w_{li} \leqq w_{on} \leqq w \leqq w_{ui}$$

---

* 神戸大学講師，工学部土木工学教室

** A. Nishimura : Probabilities of vehicle-existence in finite length of lane and its application to highway bridge design, 神大工研報告，No. 3, 1956

となる。従つて n 車線にて自動車が各車線に1台同時に所定位置に存在し，それらがいずれも w_{on} 以上となる確率 P_n は

$$P_n=\prod_{i=1}^{n}P_i(w_{on}\leqq w)=\prod_{i=1}^{n}\int_{w_{on}}^{w_{ui}}\phi_i(w)\,dw \quad\cdots\cdots(2)$$

となる。

またすべての自動車が同一母集団に属すると考えると，

$$P_n=\prod_{i=1}^{n}P_i(w_{on}\leqq w)=\left[\int_{w_{on}}^{w_u}\phi\,(w)\,dw\right]^n \quad\cdots\cdots(3)$$

となり，$P_i(w_{on}\leqq w)\leqq 1$ であるから，現行あるいは改正案の如く w_{on} を n にかゝわらず一定値とする場合は，P_n は n に対して指数関数的に減少する。従つて P_n を車線数にかゝわらず一定値を保持せしめるために，$P_n=P_1=\text{const.}$ とするような w_{on} を用いるものとすれば，w_{on} は次式で決定される。

$$\int_{w_{on}}^{w_u}\phi(w)\,dw=P_1^{1/n} \quad\cdots\cdots(4)$$

こゝに P_1 は1車線の場合の設計荷重 w_{01} に対する超過確率で，

$$P_1=\int_{w_{01}}^{w_u}\phi(w)\,dw \quad\cdots\cdots(5)$$

によつて与えられる。

b) 存在確率が1でない場合　a) に述べた場合は交通の実情を考えると甚だしく安全側に偏した設計荷重を与えることは明らかで，重量に関する超過確率と同時に，考えている位置に自動車の存在する確率をも考えなければならない。さてある範囲 l 内に自動車が乗る場合に最も大きい部材応力を生ずるものとすると，第 i 車線について1台の自動車の存在する確率は，式 (1) より

$$B_i(1)=Q_i\frac{l}{L}\left(1-\frac{l}{L}\right)^{Q_i-1} \quad\cdots\cdots(1)'$$

となる。従つて n 車線同時に考える場合は，式 (2) に対応する超過確率は次の通りである。

$$P_n=\prod_{i=1}^{n}B_i(1)P_i(w_{on}\leqq w)=\prod_{i=1}^{n}\frac{Q_il}{L}\left(1-\frac{l}{L}\right)^{Q_i-1}\int_{w_{on}}^{w_{ui}}\phi_i(w)\,dw \quad\cdots\cdots(6)$$

また式 (3) に対応して

$$P_n=\left[Q\frac{l}{L}\left(1-\frac{l}{L}\right)^{Q-1}\int_{w_{on}}^{w_u}\phi(w)\,dw\right]^n \quad\cdots\cdots(7)$$

a) と同様に $P_n=P_1=\text{const.}$ とするような w_{on} は，式 (7) を用いて次式で求めうる。

$$\int_{w_{on}}^{w_u}\phi(w)\,dw=P_1^{1/n}\Big/Q\frac{l}{L}\left(1-\frac{l}{L}\right)^{Q-1} \quad\cdots\cdots(8)$$

たゞし P_1 は式 (5) で与えられる。しかるに式 (8) において一般に $l\ll L$ であるから，Q が小なる場合は式 (8) の右辺 >1 となり，式 (8) を満足せしめる w_{on} が存在しない場合が起りうるわけで，このような場合には考えている部材に最大応力を生ぜしめる車線位置 w_{01} にのみを載荷せしめることになる。

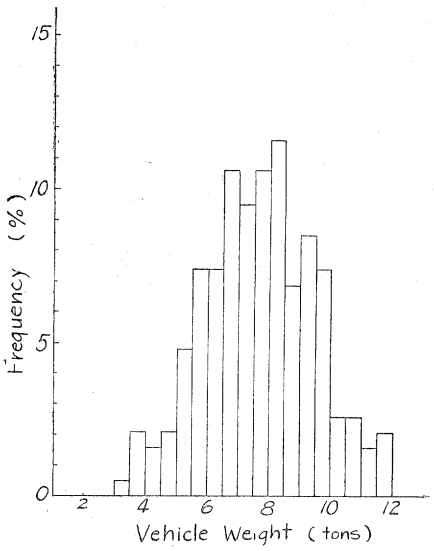
c) 計算例　重量頻度曲線としては，最近の実測結果がない故，昭和 12 年千葉県にて行われた実測結果[1] に基づいたものを用いることにする。**図—1** は実測結果のヒストグラムである。いまこれに上下限有限の Pearson 系第I型曲線を当てはめてみると，確率密度 $\phi(w)$ は近似的に次のようになる。

$$\phi(w)=A[(w-1.8)(14.8-w)]^6$$

$$A=3.966\times10^{-11};\ 1.8\leqq w\leqq 14.8;\ \text{単位 ton}$$

そこで当時としては年代的に近い昭和 15 年改正の現行示方書案1等橋に対する設計自動車荷重 13 t に対する超過確率 P_1 を求めると 8.0×10^{-4} となる。従つてこゝに用いる確率密度としては改正案1等橋に対する T 荷重 20 t の超過確率がほ

図—1　自動車重量頻度分布



$\approx 8.0\times10^{-4}$ になるように修正した次式を用いるものとする。

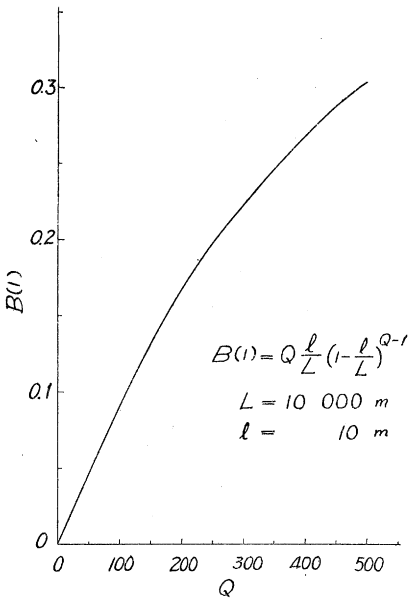
$$\left.\begin{aligned}&\phi(w)=A'[(w-2.8)(22.8-w)]^6\\&A=1.466\times10^{-13};\ 2.8\leqq w\leqq 22.8\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(9)$$

式 (9) により 0.2t 刻みに超過確率 P_1 を計算すると表—1 が得られる。

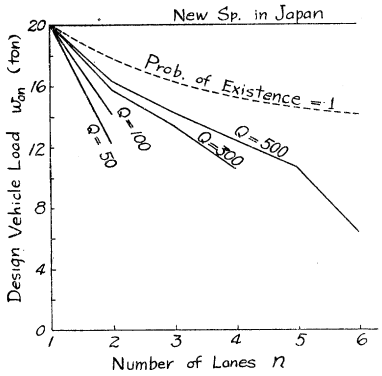
表—1 超過確率

w	P_1	w	P_1	w	P_1
2.8	100.000 0				
3.0		10.0	85.323 4	17.0	5.265 4
3.2		10.2	83.461 3	17.2	4.405 1
3.4		10.4	81.470 3	17.4	3.650 3
3.6		10.6	79.353 9	17.6	2.994 1
3.8	99.999 9	10.8	77.116 7	17.8	2.429 1
4.0	.999 7	11.0	74.764 8	18.0	1.947 6
4.2	.999 0	11.2	72.305 6	18.2	1.541 8
4.4	.997 7	11.4	69.747 6	18.4	1.203 7
4.6	.995 0	11.6	67.100 4	18.6	0.925 8
4.8	.990 1	11.8	64.374 8	18.8	.700 4
5.0	.981 7	12.0	61.582 2	19.0	.520 4
5.2	.968 3	12.2	58.735 2	19.2	.379 0
5.4	.947 6	12.4	55.846 7	19.4	.270 0
5.6	.917 0	12.6	52.930 4	19.6	.187 6
5.8	.873 2	12.8	50.000 0	19.8	.126 8
6.0	.812 4	13.0	47.069 6	20.0	.083 0
6.2	.730 0	13.2	44.153 3	20.2	.052 4
6.4	.621 0	13.4	41.264 8	20.4	.031 7
6.6	.479 6	13.6	38.417 8	20.6	.018 3
6.8	.299 6	13.8	35.625 2	20.8	.009 9
7.0	.074 2	14.0	32.899 6	21.0	.005 0
7.2	98.796 3	14.2	30.252 4	21.2	.002 3
7.4	.458 2	14.4	27.694 4	21.4	9.68×10^{-4}
7.6	.052 4	14.6	25.235 2	21.6	$3.48\times$
7.8	97.570 9	14.8	22.883 3	21.8	$1.03\times$
8.0	.005 9	15.0	20.646 1	22.0	2.28×10^{-5}
8.2	96.349 7	15.2	18.529 7	22.2	3.25×10^{-6}
8.4	95.594 9	15.4	16.538 7	22.4	2.40×10^{-7}
8.6	94.734 6	15.6	14.676 6	22.6	2.01×10^{-9}
8.8	93.762 2	15.8	12.945 3	22.8	0
9.0	92.672 2	16.0	11.345 8		
9.2	91.459 7	16.2	9.877 3		Notes: P_1 in %, w in tons
9.4	90.122 7	16.4	8.540 3		
9.6	88.654 2	16.6	7.327 8		
9.8	87.054 7	16.8	6.237 8		
10.0	85.323 4	17.0	5.265 4		

図—3 2 項分布 B (1)



図—2 床及び床組設計荷重



式 (4) を用い，P_1 として 20t に対する超過確率 8.3×10^{-4} を採り，各 n に対する w_{on} を 表—1 を用いて計算した結果を図示すれば 図—2 点線のようになる。

次に各車線当り単位時間の交通量を $Q\,\mathrm{hr}^{-1}$; $L=10\,\mathrm{km}$; $l=10\,\mathrm{m}$ とした場合，式 (1)′ を Q に関して示せば 図—3 の通りである。また式 (8) を用いて w_{on} を求めると，Q の各値に対して図—2が得られる。

d) 考 察 図—2 より明らかなように存在確率を 1 とする場合においても 2 車線以上の場合には荷重逓減が必要で，存在確率が 1 でない場合はますますその傾向は著しくなる。しかもこゝに用いた $l=10\,\mathrm{m}$ は過大のきらいがあり，実際には更に短い l を採るべきであるから，上記の傾向はますます激しくなる。従つて現行あるいは改正案の方法による場合は，安全度が n の増加に伴い甚だしく増加すると考えらる。また本例では存在確率が 1 でない場合は $Q=50$; 100 の場合は 2 車線以上，$Q=300$ および 500 の場合はそれぞれ 4 および 6 車線以上の範囲では式 (8) を満足せしめる w_{on} は存在せず，1 車線の場合の 20t のみを単独に載荷することになる。なお逓減を考える場合でも 20t の T 荷重単独について安全でなければならない。

3. 主ゲタ設計活荷重について——線荷重 P

改正案によれば主ゲタを設計する場合は等分布荷重と共に，考えている点または部材に最大応力を生ずるように線荷重を載荷する方法を規定している。設計々算の便を考慮して採られたかゝる方法は，時代の要求に適したものであると云い得よう。そこでいまこれらの確率論的決定法について考察してみる。

a) 線荷重 橋梁支間内の長さ l の区間を考え，この範囲内に自動車がある場合に考えている点あるいは部材に最大応力を生ずるものとすると，前述の 2. の場合と全く同様にして，車線数 n にかゝわらず超過確率が定値となる線荷重強度を決定することができる。

さて式 (8) によつて n 車線に対する設計荷重 w_{on} が定まると，1 車線幅 d なるときの線荷重 P は次式によつて求められる。

$$P=w_{on}/d \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

2.c) の例に従つて式 (10) で $d=2.75$ m として P を計算図示すれば図—4 の通りである。但し同図中太実線は 2.d) で述べたように2台以上の横方向並列が確率論的に無意味な場合で，第1車線に $w_{01}(=20\,\text{t})$ をおいて，簡単に横方向に考えた単純バリとしての支点反力に対する換算線荷重である。また1車線の場合の P に対する比を以て逓減率 α を表わし図示すれば図—5 の通りである。

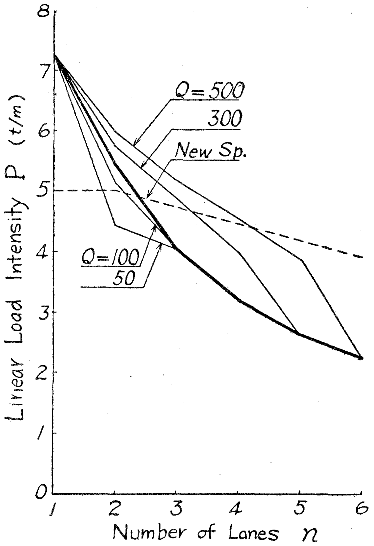
b) 考　察　図—5 には改正案に示されている逓減率 α を並記してある。改正案においては2車線までは $\alpha=1$ としているが，実用性を考えずに確率論見地のみよりすればこの点は明らかに不合理である。すなわち Q の大小にもよるが，2車線にてすでに相当の逓減が必要となる。また傾斜のみを比較すると，車線数が増加するにつれて改正案の傾斜に近づいて行く傾向がみられ，改正案による逓減の割合はかなり合理的であると云える。

また図—5 には2車線の場合の P を基準にした逓減率を点線にて併記してあるが，これによると改正案の傾斜は緩であると考えられる。

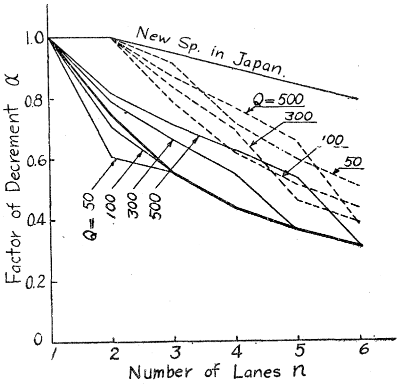
一方図—4 のように車線数が少い場合においては，P は過小のきらいがある。ただしこれは床および床組に対する安全度と，主ゲタに対する安全度を等しくするように 20 t に対する超過確率を基準にして導かれたもので，両者の安全度に構造物の部分的重要度を加味して差を与えうる場合は自ら異つた傾向を示すことになることは当然である。

なお図—4 および図—5 におけるように太実線以下の値が出てくる場合があるが，この場合は明らかに太実線でおき換えられるべきもので，本計算例の場合では $Q=100$ 以下の場合は横方向並列を考えずに，20 t を単独に載せて線荷重を決定することになる。

図—4　線荷重 P



図—5　線荷重の逓減率 α



4. 主ゲタ設計活荷重について——等分布荷重 p

この点に関しては小西，篠塚両氏による確率論的研究[2] が注目される。こゝでは単に橋梁支間の増大に伴う等分布荷重強度 p の逓減について，主ゲタ応力希望値に基づいて考察する。

a) 等分布荷重の決定法　さて設計等分布荷重を確率論的に決定するには次の方法による。すなわち支間 l が与えられると，一車線内で橋軸方向に乗り得る自動車台数 m が定まるから，l 内に m 台以下の自動車の存在する確率が求められ，従つてその場合の主ゲタ応力希望値がわかるから，それと等値の満載等分布荷重が定まることになる。

いま支間 l でそれに対する制限自動車台数 m の場合，m 台以下の自動車が橋梁上にある確率は，第 i 車線について式 (1) より，

$$B_i(1)+B_i(2)+\cdots+B_i(r)+\cdots+B_i(m)=\sum_{r=1}^{m}B_i(r)$$

となる。

r 台の自動車が存在する場合の主ゲタ応力希望値を $E_i(\sigma_r)$ とすると，m 台以下の自動車による主ゲタ応力希望値 $E_i(\sigma)$ は次の通りである。

$$E_i(\sigma)=B_i'(1)E_i(\sigma_1)+B_i'(2)E_i(\sigma_2)+\cdots+B_i'(r)E_i(\sigma_r)+\cdots+B_i'(m)E_i(\sigma_m)=\sum_{r=1}^{m}B_i'(r)E_i(\sigma_r)\cdots(11)$$

こゝに

$$B_i'(r)=B_i(r)\Big/\sum_{r=1}^{m}B_i(r)$$

従つて n 車線の場合の主ゲタ応力希望値 $E(\sigma)$ は

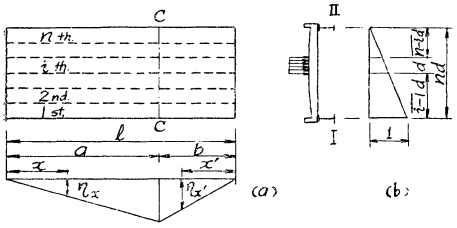
$$E(\sigma)=\sum_{i=1}^{n}E_i(\sigma)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{m}B_i'(r)E_i(\sigma_r) \quad \cdots\cdots(12)$$

となる。これに対する換算等分布荷重を p，また支間 l_0 の n 車線橋梁に対して同様に求められる等分布荷重を p_0 とすると，支間 l_0 の場合を基準とした逓減率 β は次式で求められる。

$$\beta=p/p_0 \quad \cdots\cdots(13)$$

この β の性質を明らかにするために簡単な例として単純ゲタについて計算を行つてみる。

図—6



図—6 に示す n 車線，支間 l，1車線幅 d の単純ゲタを考える。主ゲタ I の断面 c-c について断面力（曲げモーメント M を考える）の影響線は(a)図の通りで，また第 i 車線にある荷重の主ゲタ応力におよぼす影響は単純ゲタの支点反力影響線（**b**）図より求められる。従つて任意位置にある荷重による主ゲタ応力は (a)，(b) 両図を同時に考えることによつて得られる。

さて，先ず満載等分布荷重 p による主ゲタ I の C 点の応力 M は

$$M=nqdab/4 \quad \cdots\cdots(14)$$

となる。次に第 i 車線にある r 台の自動車による主ゲタ I の C 点の応力希望値 $E_i(M_r)$ は

$$E_i(M_r)=r\int_{w_{li}}^{w_{ui}}\left[\int_0^a\frac{dx}{l}\eta_x\frac{n-i+1/2}{n}w+\int_0^b\frac{dx'}{l}\eta_{x'}\frac{n-i+1/2}{n}w\right]\phi_i(w)dw$$

$$=\frac{ab}{2l}\frac{n-i+1/2}{n}r\bar{w}_i$$

ただし $\bar{w}_i=\int_{w_{li}}^{w_{ui}}w\,\phi_i(w)dw$: w の平均値

故に m 台以下の自動車によつて生ずる主ゲタ応力希望値 $E_i(M)$ は式 (11) より次の通りである。

$$E_i(M)=\sum_{r=1}^{m}B_i'(r)E_i(M_r)=\frac{ab}{2l}\frac{n-i+1/2}{n}\bar{w}_i\sum_{r=1}^{m}rB_i'(r)$$

n 車線同時に考えると，主ゲタ応力希望値 $E(M)$ は式 (12) によつて

$$E(M)=\sum_{i=1}^{n}E_i(M)=\frac{ab}{2ln}\sum_{i=1}^{n}\left[(n-i+1/2)\bar{w}_i\sum_{r=1}^{m}rB_i'(r)\right] \quad \cdots\cdots(15)$$

$\phi_i(w)$ および $B_i'(r)$ が車線位置に関係しないものとすると，

$$E(M)=\frac{nab}{4l}\bar{w}\sum_{r=1}^{m}rB'(r) \quad \cdots\cdots(15)'$$

従つて式 (14)，(15) および (15)′ より換算満載等分布荷重 p を求めると次の通りである。

$$p=\frac{2}{n^2ld}\sum_{i=1}^{n}\left[(n-i+1/2)\bar{w}_i\sum_{r=1}^{m}rB_i'(r)\right] \quad \cdots\cdots(16)$$

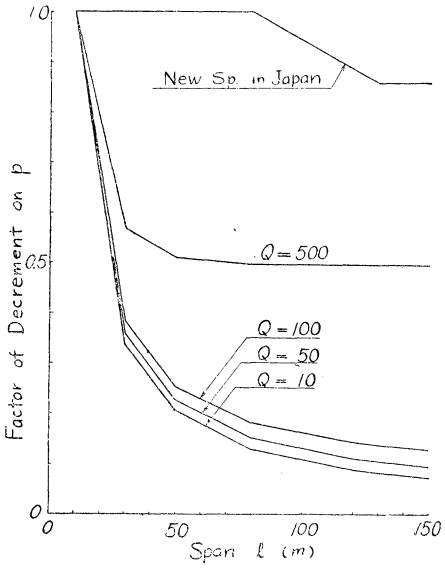
あるいは $=\dfrac{\bar{w}}{dl}\sum_{r=1}^{m}rB'(r)$ $\cdots\cdots(16)'$

b) 計算例　そこでいま重量頻度分布として **2.**c) の計算例で用いたものを採り，$\bar{w}=12.8$ t；$d=2.75$ m；$l=10$, 30, 50, 80, 120, 130 および 150 m；$L=10$ km；$Q=10$, 50, 100 および 500 hr^{-1} の各値について，式 (16)′ を用いて p を計算し，$l_0=10$ m として式 (13) によつて β を算出図示すれば図—7 が得られる。

ただしこゝに自動車占有長としては 10 m を用いた。従つて l の各値に対し制限台数 m はそれぞれ 1, 3, 5, 8, 12, 13 および 15 台となる。

c) 考察　換算等分布荷重を上述の方法によつて求める場合は，**3.**に述べた線荷重の影響も同時に考えていることになり

図—7　等分布荷重 p の逓減率



好ましくないが，これによつて支間 l に対する逓減率の傾向を知ることができる。すなわち図—7 に見られる通り，逓減率は支間 50 m 以下の範囲において急激に減少する傾向が見られ，それ以上の部分では減少は緩慢で，特に $Q=500$ の如く交通量甚だしく多い場合は 50 m 以上の支間では逓減率はほとんど一定値を保つ，これを図—7 に併記した改正案における逓減率と比較すると，それが 80 m 以下の範囲で逓減を考えていない点は，確率論的に導かれるものと根本的にその傾向を異にしており，更に検討の必要があるように思われるが，130 m 以上の範囲で定値を採つている点は十分な合理性を有するものと考えられる。

5. 結　　語

任意区間に存在する自動車数が二項分布に従うとの仮定のもとに，確率論的に設計活荷重につき考察した結果，次の結果が得られた。

1) 床および床組の設計活荷重に対しても車線数による逓減を考える必要がある。

2) 線荷重の車線数による逓減は2車線の場合も必要であり，仮に 2車線の場合を基準にとれば，改正案による逓減勾配はやゝ緩である。

3) 超過確率を床組，主ゲタ共に等しくなるようにえらばれた線荷重強度は少数車線の場合改正案に示された値以上となる。

4) 線荷重決定に当つては $Q=100$ 以下の場合は自動車の横方向並列を考える必要はなく，単独車（20 t）のみを考えれば十分である。

5) 等分布荷重の支間による逓減は，支間 50 m 以下の範囲で急激で，$Q=500$ のように交通量大なる場合は 50 m 以上の範囲で一定値となる。

また 図—2，4，5 および 7 に見られるように，交通量 Q の影響は甚だ重大であり，橋梁等級を客観的に決定するための一要素となるが，この点については今後の研究にゆだねたい。

本研究は確率論的考察に終始したが，設計活荷重決定に何等かの資料を提供しうるものであれば幸である。

本研究を行うに当り京大小西教授より懇切な御指導を仰いだ。また本研究には科学研究助成補助金を受けた。こゝに各位に深謝する次第です。

参　考　文　献

1) 東京工大統計工学研究会編，統計工学ハンドブック，p. 893，（昭和 28 年）

2) 小西一郎，篠塚正宣，鋼道路橋設計示方書案における L-荷重に関する確率論的考察，土木学会関西支部講演会，（昭和 30 年 11 月）

（昭. 30. 12. 10.）