

## 並列計算機 PAX-128 の不定流解析への応用

APPLICATION OF A PARALLEL COMPUTER, PAX-128,  
TO UNSTEADY FLOW ANALYSES

椎 貝 博 美\*・星 野 力\*\*・三 宅 敏 之\*\*\*

By Hiro Yoshi SHI-IGAI, Tsutomu HOSHINO

and Toshiyuki MIYAKE

The parallel array processor, or the supercomputer, will be a strong measure to handle many engineering, scientific and other problems in the near future.

PAX-128 is a computer of this category at the prototype stage with 128 microprocessors operating simultaneously which was designed and developed by the Institute of Engineering Mechanics, University of Tsukuba.

A new type of unsteady flow analysis procedure was tested by using PAX-128 and other computers. PAX-128 consumed calculation time three times more, with slightly less accurate results, than those by the present large scale computer, M-200. The performance-cost ratio of PAX-128 is about 17 times better than that of M-200.

## 1. 緒 言

現在の汎用大型計算機は高速かつ大容量のものとなった。それにもかかわらず、非定常の流体運動を多次元の偏微分方程式を用いて数値的に表現するには、莫大な計算時間を必要とする。

たとえば、 $x$ 方向に100格子点をとれば、三次元ならば $10^3$ 格子点をとらなければならない。各格子点あたり $10^3$ 回の四則演算を行い、さらに時間的な発展問題を解くものとすれば、 $10^4$ 時間ステップにわたって計算を繰り返すことが必要となる。このとき、総演算回数は $10^{13}$ 回となる。これを10 MFLOPS (mega floating points operations per second; 100万回浮動小数点演算/秒)の演算速度を持つ汎用大型計算機で計算するとしても、計算時間におよそ12日、計算費用は約1000万円かかってしまう<sup>1)</sup>。これは、一般のユーザーにとっては、非現実的な値である。

一方、原子力工学の分野においても、現実的な計算を行い、正確な数値モデルを導入するには、現在の汎用機

の1000~10000倍の能力が必要になる<sup>2)</sup>という。

このような背景から、偏微分方程式によって記述される連続体あるいは場のシミュレーション専用の並列計算機の製作が開始された。

まず1979年に9台のマイクロプロセッサを直角格子状に結んだPACS-9 (PACS: Processor Array for Continuum Simulation)<sup>3)</sup>が完成し、ついで1980年には32台並列のPACS-32<sup>4), 5), 6)</sup>が、1983年には128台並列のPAX-128 (PAX: Processor Array experiment)<sup>9)</sup>が稼働し始めた。

これまでに、これらのPACS (PAX) を用いて

- ① BWR炉心計算<sup>9)</sup>
- ② 二次元弾性体問題の有限要素解析<sup>9)</sup>
- ③ アモルファス物質のシミュレーション<sup>10)</sup>
- ④ プラズマ粒子モデルのシミュレーション<sup>11)</sup>

などが行われてきた。

処理速度はPACS-32では0.5 MFLOPS, PAX-128では4 MFLOPSであり、ポアソン方程式の求解においては、大型計算機FACOM M-200とほぼ同じ計算速度が得られている<sup>12)</sup>。

しかし、並列計算機PAX (あるいはPACS) が生まれて日が浅いため、水理学をはじめとして、土木工学の分野における計算応用例は皆無に等しい。

そこで筆者らはその最初の試みとして、PAX-128を

\* 正会員 工博 筑波大学教授 構造工学系  
(〒305/茨城県新治郡桜村天王台1-1)

\*\* 工博 筑波大学教授 構造工学系 (同上)

\*\*\* 学生員 工修 筑波大学工学研究科 (同上)

用いて、河川における不定流計算を行った。

開水路の不定流計算については現在までに非常に多くの試みがある。筆者らに関係したものだけでも木下<sup>13),14)</sup>による新高瀬川をを対象とした計算例をはじめとして、かねてから様々な方法で行われてきた。

たとえば吉川・稚貝<sup>15)</sup>は陽的解法により洪水と高潮による河口付近の水位変動を求め、I. Stepién<sup>16)</sup>は陰的解法により4点公式を用いて計算を行った。同じ陰的解法により最近行われたものとしては、建設省土木研究所が利根川水系を対象として行った一連の計算例<sup>17),18),19)</sup>があげられる。このほか、伊藤ら<sup>20)</sup>の貢献も多大である。

PAX を用いた計算を行うにあたり、筆者らが配慮した点は次のとおりである。

現在の空間に関して一次元的な差分方程式による陰的あるいは陽的な解法はかなり高い水準に達している。しかし、近い将来に河道内において二次元あるいは三次元的な計算を行う必然性が存在する以上、現況のままでは計算機の計算速度が不足することは確かである。これは特に陰的な計算においてそうであるが、また、陽的な差分における計算の不安定性も無視することはできない。

これらの点を考慮して、本研究においては風上差分を用いた陽的な差分法を基にした計算法を用いた。

その結果、比較的安定した解を得ることができた。

また、384 km の河川における 5 時間にわたる洪水追

跡に要する時間を測定したところ、M-200 で 51.7 秒、PAX-128 で 160.7 秒であり、PAX の計算速度は大型計算機の約 1/3 との結果が得られた。

この結果に価格を考慮し性能対価格比を計算すると、PAX-128 の性能価格比は、M-200 の約 17 倍であった。したがって、この観点からは大型計算機を超える能力を PAX-128 が持つものと判断することができる。

## 2. 並列計算機 PAX-128<sup>7),12)</sup>

### (1) PAX-128 のハードウェア

Fig. 1 に PAX-128 のシステム構成を示す。PAX-128 は 8×16 の二次元直角格子状に配置された 128 台の Processing Unit (PU)、PU 群を制御する Control Unit (CU) および Host Computer (HOST) から構成されている。

PU は並列に処理される個々のタスクを実行するマイクロコンピュータである。各 PU は前後左右の隣接する PU との間に通信用メモリー (CM) を持っており、この CM を介して各 PU が互いにデータ交換することができる。さらに各 PU はそれぞれ固存のメモリー (LM) を持っており、独自に自分のプログラムを実行することも可能である。

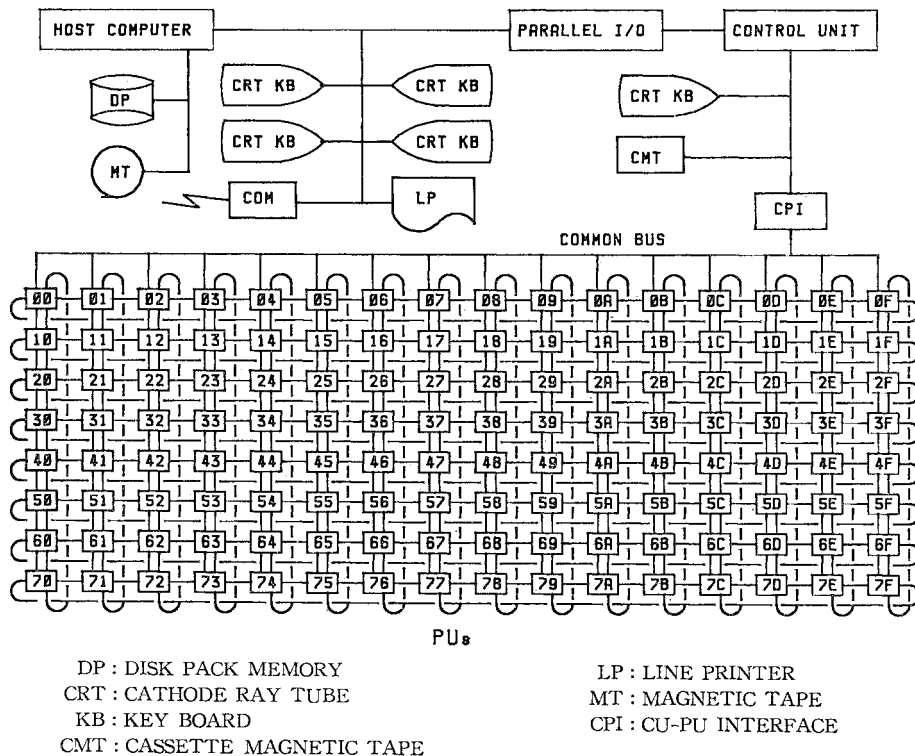


Fig. 1 System Configuration of PAX-128

CUは8ビットのマイクロコンピュータで、HOST-PU間のデータ転送およびPU群の制御を行う。CUはHOSTとは8ビットパラレルインターフェイスを通じて、またPUとは共通バスでCU-PUインターフェイスを介して結ばれている。CUはすべての、あるいは任意のPUへ同時に同一データ、プログラムを転送することが可能である。

HOSTは汎用ミニコンピュータ、TI 990/20でPAXのためのプログラムの開発、PAXへオブジェクトプログラムのローディング、およびデータの入出力等を行う。

(2) PAX-128のソフトウェア

PUのプログラムは、PAXの並列処理のために開発されたPASCAL的なSPLM言語<sup>2)</sup>で作成する。

一方、HOSTではFORTRAN言語でプログラムを記述し、プログラムの開始、データの入出力、PAXへのデータの転送およびPUの駆動などの仕事を担当する。

ジョブの流れをFig. 2に示す。すなわち、HOSTコンピュータで、ソースプログラムを作成しコンパイルおよびリンクする。HOST用プログラムを実行すると各PUにSPLMのオブジェクトプログラムがロードされ、並列処理が開始される。並列処理の終了後HOSTにより、PU上から必要な変数を呼びだして出力を行う。

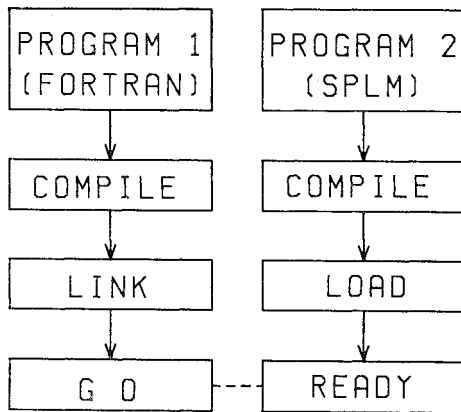


Fig. 2 Job Process

3. 不定流計算

(1) 基礎方程式<sup>21)</sup>

不定流計算で用いる基礎式は、連続の式

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

および運動方程式

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \left[ \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{n^2}{R} |V| |V| \right] + V \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

である。

ここに、

Z: 基準面からの水位

t: 時間

x: 上流から下流へ向けての距離

B: 水路幅

Q: 流量

V: x方向の平均流速

n: Kutterの定数、いわゆるマニング係数

g: 重力加速度

R: 動水半径

を表す。

(2) 差分化

河村<sup>22)</sup>は円柱まわりの高レイノルズ流れを解析するに際し、計算全体として安定が保たれるように次のような風上差分を変形した差分スキームをとった。

$$\left( f \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \begin{cases} f_i(u_{i+2} - 2u_{i+1} + 9u_i - 10u_{i-1} + 2u_{i-2})/6 \Delta x, & (f_i \geq 0) \\ f_i(-2u_{i+2} + 10u_{i+1} - 9u_i + 2u_{i-1} - u_{i-2})/6 \Delta x, & (f_i < 0) \end{cases} \dots\dots\dots(3)$$

本研究ではこの差分スキームを(2)式第4項を差分化する際に適用した。

その理由は、一般にこの項がVに関して非線形であるために、計算の不安定などを生じることが多いためである。式(2)第3項もVに関して非線形であるが、開水路においては摩擦の影響が小さいためこの項が問題を起こすことは比較的少ない。もちろん、この項を無視しても良いという意味ではない。

計算iが点まで進んだときには、 $u_{i-2}, u_{i-1}$ は前の時刻の計算から求まっている既知の値であり、 $u_{i+1}, u_{i+2}$ はこれから求めようとする値である。

差分方程式を陰的に解く方法は、これら一連の $u_i$ の値を連立方程式によって解くものであり、陽的に解く方法は一度 $u_{i+1}, u_{i+2}$ に関する推定値を設定して逐次近似法によって順次解くといった方法が用いられることが多い。

本研究においては、できるだけ繰り返しのない簡単な差分形で、かつ安定な方法を追及するという見地から、この $u_{i+1}, u_{i+2}$ の値には時刻 $\Delta T$ 秒前の値を用いた。このようにしても計算不安定は生じなかった。式(2)第4項以外については、同様の方針ですべて単純な後退差分

を用いた。したがって式 (1) および式 (4) は、それぞれ式 (4) および式 (5) のように書き直すことができる。

$$(Z_{i,j} - Z_{i,j-1})/\Delta T + (Q_{i,j} - Q_{i-1,j})/B\Delta X = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(V_{i,j} - V_{i,j-1})/\Delta T + g[(Z_{i,j} - Z_{i-1,j})/\Delta X + n^2 V_{i,j}^2/R] + V_{i,j}(V_{i+2,j-1} - 2V_{i+1,j-1} + 9V_{i,j} - 10V_{i-1,j} + 2V_{i-2,j})/6\Delta X = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

(3) 初期条件・境界条件

河川モデルとして矩形断面をもつ水路を考え、 $t=0$  のとき水路全体にわたって等流状態を仮定し、これを初期条件とする。

流速はマンニングの公式より、

$$V = R^{2/3} \cdot I^{1/2} / n \quad \dots\dots\dots (6)$$

で与えられるものとする。ここに  $I$  は河床勾配である。

ここで動水半径  $R$  は水深を  $h$  とすると、 $h/B \ll 1$  の場合にはよく知られているように

$$R = h \quad \dots\dots\dots (7)$$

である。したがって流速  $V$  および流量  $Q$  はそれぞれ

$$V = h^{2/3} \cdot I^{1/2} / n \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$Q = A \cdot V = B \cdot h^{5/3} \cdot I^{1/2} / n \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表される。水深  $h$  に対して、 $n, B, I$  を与えておき式 (8) および式 (9) より、初期条件としての流速および流量をまず定める。

境界条件として上流端では、式(10)に示すように二次関数的に洪水位を与えるものとする。

$$Z = S_0 + t(3000 - t)/1500^2 \quad (\text{単位は m, s}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに

$S_0$ : 上流端における水路底の高さ

である。もちろん、任意の水位流量曲線も与えることは可能である。

(4) PAX による計算方法

本研究では Fig. 3 に示すように 128 台の PU を一次元に配列し、各に PU 距離方向の格子点 3 点ずつを担当させ計算を行った。

移流項に式 (5) に示す差分法をとったため、計算はパイプライン型として進行する。進行順序を具体的に、Fig. 4 に示す。

Fig. 4 から明らかのように計算機時間ステップが 1 のとき、計算を行う PU は 1 台だけであるが、その後計算機時間が 1 ステップ進むたびに計算を行う PU も 1 台ずつ増加し、計算機時間ステップ数が PU 台数を越えると、すべての PU が同時に計算を行う状態となる。しかし、残り計算機時間ステップ数が PU 台数より少なくなると、計算を行う PU は 1 台ずつ減少して、計算を終了

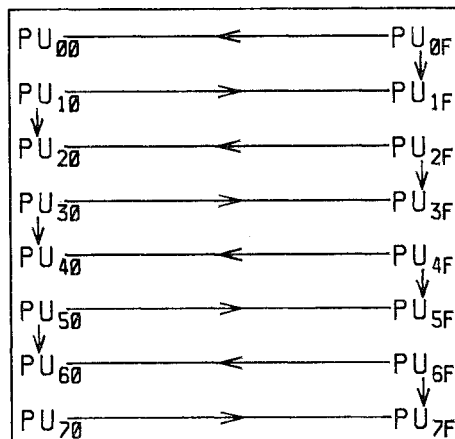


Fig. 3 Arrangement of PUs

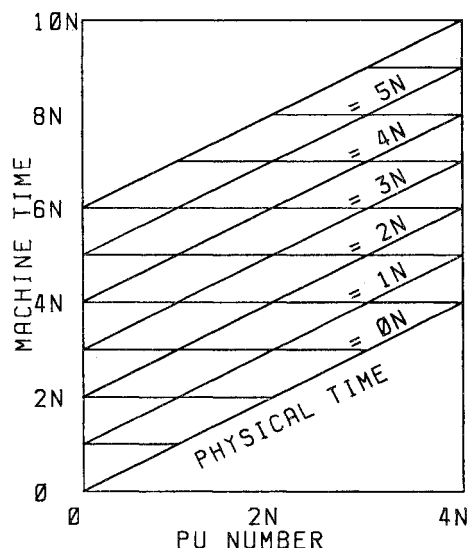


Fig. 4 Computational Sequence

する。

また、図から PU ごとに異なった物理時間を計算していることが読み取れる。

PAX による具体的な計算手順の概要は次のとおりである。

- ① 1 PU に距離方向の格子点 3 点ずつを担当させる。
- ② 全 PU に初期値を与える。
- ③ PU の位置に応じたデータ転送を行う。——Fig. 3 に示したように PU を一次元的に連結したために、両端あるいは奇数行、偶数行によってデータ転送の向きが異なる——
- ④ ・上流端で水位の上昇を時間に対して二次関数として与える。  
・上流端、下流端以外の格子点で、連続式、運動

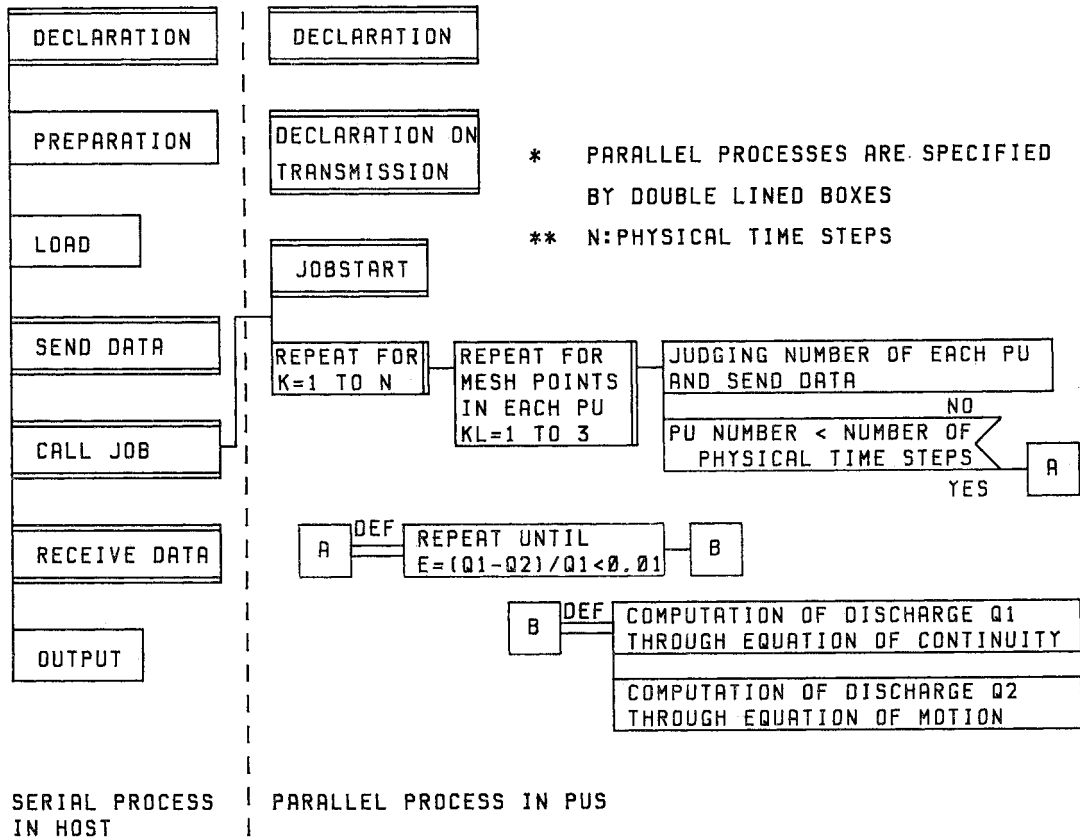


Fig. 5 PAD for Computation of Unsteady Flow by PAX-128

方程式よりそれぞれ流量  $Q_1$  および  $Q_2$  を計算する。

・下流端では前の2つの格子点における値の平均値を与える。

- ⑤ 流量が  $Q_1, Q_2$  の誤差が 0.01 以下になるまで計算を繰り返す。
- ⑥ 物理時間を更新し、③のステップに戻る。

以上のプロセスを HOST 側のタスクも含めて Fig. 5 に、PAD (PROGRAM ANALYSIS DIAGRAM)<sup>(23), (24), (25)</sup> を用いて表わす。

#### 4. 結果および考察

まず最初に、計算に用いた差分スキームの安定性をみるために、PC-8001 mk II を用いて計算した結果を示す。Fig. 6 には 0, 5, 10 および 15 km の各地点における 5000 秒までの水位の変動の様子を、Fig. 7 には 5 km 地点における、 $\Delta T$  の違いによる水位変動高、Fig. 8 には  $\Delta T=380$  秒、 $\Delta X=1000$  m として、距離 20 km, 時間 5320 秒まで計算した結果を示す。以上の

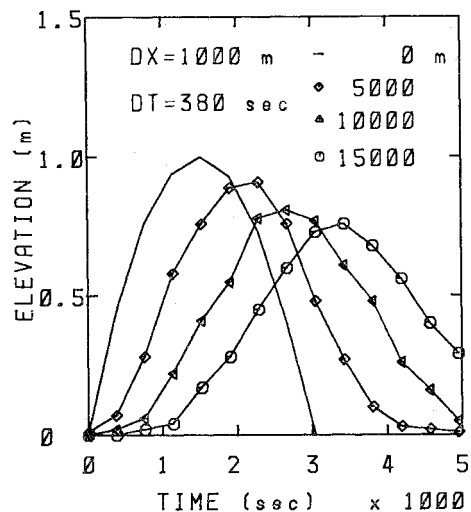


Fig. 6 Flood Wave at Each Point

結果から、本研究で用いた差分スキームは、比較的安定な解を与えることがわかる。

また、Fig. 9 には PAX-128 による 0.10 および 20 km の各地点における水位変動高の変化を三次元的に示した。

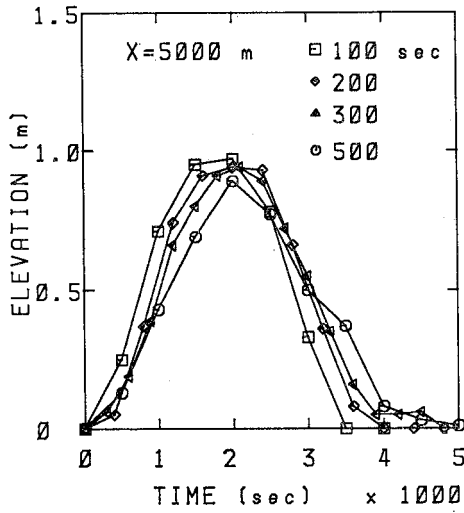


Fig. 7 Influence of Time Step

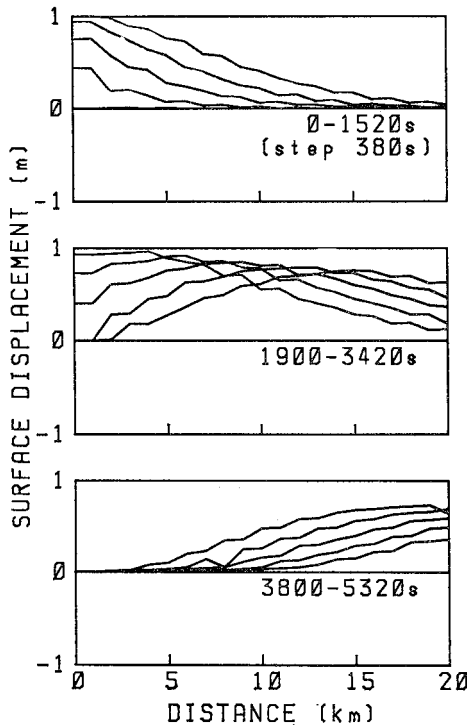


Fig. 8 Flood Wave at Each Time

次に、PAX-128、汎用大型計算機 FACOM M-200 および汎用ミニコンピューター T 1990/20 用いて計算機ごとの計算時間の比較を行った。

なお、PAX-128 と M-200 とでは浮動小数点演算の精度に違いがあるために、連続式と運動方程式からそれぞれ得られる、流量 Q1 と Q2 の誤差の収束を行うループ内における繰り返し数が異なってくる。そこであらかじめ M-200 の繰り返し数を求めておき、それらの値

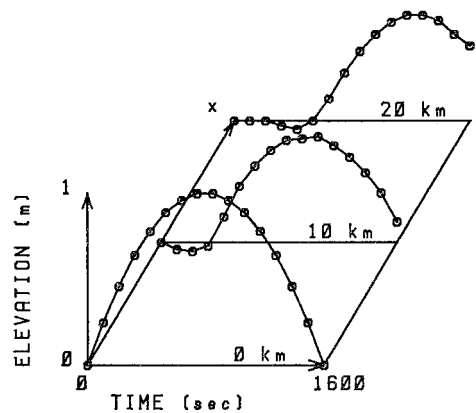


Fig. 9 Flood Wave at Each Point (By PAX-128)

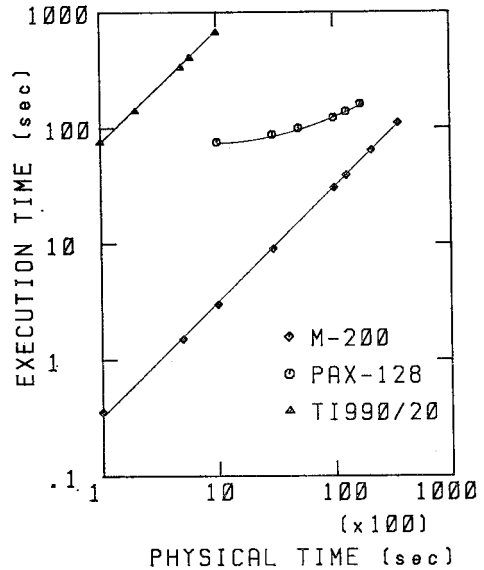


Fig. 10 Comparison of Execution Time

を用いて PAX-128 で計算を行った。

ここで、計算時間とは PAX-128 では並列計算が開始してから終了するまでとし、HOST からのデータ転送の時間は含まないものとする。一方、他の計算機で PAX-128 で並列計算を行っている部分に相当する CPU 時間を計算時間と定義する。

物理時間ステップ数を変化させて、不定流計算を行うのに要した各計算機の計算時間を Fig. 10 に示した。

パイプライン型の計算であるために、物理時間ステップ数が増加するに従い、PAX-128 の並列度が上がり PAX-128 と M-200 の計算時間の差が縮小してくる。

たとえば、物理時間が 5000 秒のときの計算時間は PAX-128 で 99.51 秒、M-200 で 15.12 秒と 6.58 倍の差があるが、物理時間が 17000 秒になると計算時間はそれぞれ 160.71 秒、51.74 秒と PAX-128 の計算時間は M-200 の 3.11 倍まで接近してくる。

このように計算速度は、本研究で行ったパイプライン型の計算の場合、計算機の並列度、すなわち、計算効率に大きく影響される。

なお、計算効率 $\alpha$ は有効に並列動作しているPUの比率を表すもので、この問題において理論的には次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{i}{i+p-1} \dots\dots\dots (11)$$

ここで  $i$ : 物理時間ステップ数

$p$ : PU 台数

である。

単純にハードウェア性能のみに注目すれば、PAX-128は効率 $\alpha=1$ のとき、M-200と同程度の計算速度を持つと考えられる。したがって式(11)より、物理時間ステップ数を増加させれば $\alpha$ が1に近づくためPAX-128の計算時間はM-200の値に漸近していくことが予想される。

しかし、 $\alpha=0.9$ の効率を得るためには、 $i=1143$ すなわちおよそ32時間に及ぶ計算を実施しなければならない。

## 5. 結 論

並列計算機PAX-128の水工分野への初めての応用として、風上差分に工夫をこらした差分スキームを用いて不定流計算を行った。

その結果、この差分スキームによる比較的安定な解の得られることが明らかとなった。

またコーディングや言語が計算機により異なるため、PAX-128と他の計算機の計算速度を単純に比較することはできないが、本研究で得られた結果ではPAX-128の計算速度は、汎用大型計算機FACOM M-200の約1/3であった。

この結果を、計算機のコストも考慮して性能対価格比の観点からみると以下のようなになる。

計算機の価格はシステム構成の仕方により異なってくるが、概算でPAX-128、M-200の価格をそれぞれ4000万円、22億円とし、計算機の性能を計算速度(計算時間の逆数)で評価すると、その値はPAX-128で1/160.7=0.006、M-200で1/51.7=0.19となる。これらの値を用いて、性能対価格比を計算比較すると、PAX-128の値はM-200の17倍となる。

したがって、この値からもPAX-128がいかに経済的であるかが理解される。また、性能対価格比の観点からPAX-128は、汎用大型計算機を大きく越える能力を持つものと判断できる。

今後、この特徴を活かし、PAXを計算対象毎の専用

シミュレーターとして利用していくことも考えられる。

## 謝 辞

本研究に対して貴重な助言および討議をいただいた筑波大学講師白川友紀博士、ならびにPAX-128のプログラムの修正改良にご協力いただいた筑波大学技官真島澄子氏に深甚なる謝意を表す。

また、本研究には筑波大学大学院生東康夫君が協力された。ここに記して感謝する。

なお、本研究は昭和58年度科学研究費(58850117)の援助のもとに行われた。

## 参 考 文 献

- 1) 星野 力・川合敏雄：スーパーコンピュータ，科学，Vol. 51, No. 10, pp. 628~635, 1981.
- 2) 星野 力：原子力分野における超高速技術の応用と展望，情報処理，Vol. 22, No. 11, pp. 1111~1118, 1981.
- 3) 星野 力：偏微分方程式解析のためのマイクロプロセッサ複合体，情報処理，Vol. 20, No. 11, pp. 974~982, 1979.
- 4) 山岡彰他：科学技術専用並列計算PACSの開発(1)，昭和55年度電子通信学会総合全国大会，6-50.
- 5) 佐藤隆他：科学技術専用並列計算PACSの開発(2)，昭和55年度電子通信学会総合全国大会，6-51.
- 6) Hoshino, T. et al.: PACS: A parallel microprocessor array for scientific calculations, ACM Transactions on Computer Systems, Vol. 1, No. 3, pp. 195~221, 1983.
- 7) Hoshino, T. et al.: Highly parallel processing array "PAX" for wide scientific applications, International Conference on Parallel Processing, 1983.
- 8) 星野 力：並列計算機PACS-32によるBWR炉心計算，日本原子力学会誌，Vol. 23, No. 8, pp. 598~606, 1981.
- 9) 佐藤善行他：PAX-128による2次元弾性体問題の有限要素解析，情報処理学会第28回全国大会，pp. 119~120.
- 10) Hoshino, T. et al.: Processing of the molecular dynamics model by the parallel computer PAX, Computer Physics Communication, Vol. 31, pp. 287~296, 1984.
- 11) 関口智嗣他：並列計算機PAX-128によるプラズマ粒子シミュレーション，情報処理学会第28回全国大会，pp. 1309~1310, 1984.
- 12) 白川友紀他：並列計算機PAX-128，電子通信学会論文誌1984年8月号掲載予定.
- 13) Kinoshita, T.: On the motion of the floodflow running down through the river, Proceeding, JSCE, No. 63, pp. 57~65, 1959.
- 14) Kinoshita, T.: On the motion of the floodflow running down through the river, Proceeding, JSCE, No. 64, pp. 101~111, 1959.
- 15) Kikkawa, H. and Shi-igai, H.: On the characteristics of floods at estuary, International Symposium on Floods and Their Computation, 15~22, 1967.
- 16) Stepián, I.: On the numerical solution of the St Venant equations, Journal of Hydrology, Vol. 67, pp. 1~11, 1984.
- 17) 建設省土木研究所：陰形式差分法，土研資料第1569号，昭和55年3月。
- 18) 建設省土木研究所：河川における不定流計算法(II)——分合流を考慮した陰形式差分法——，土研資料1762号，昭和58年3月。

- 19) 建設省土木研究所：河川における不定流計算法(Ⅲ)——複断面を考慮した陰型式差分法——，土研資料 1 939 号，昭和 58 年 3 月。
- 20) たとえば，Itoh, T. et al. : Accuracy of the numerical solution for general unsteady river flow equation, IAHR 13th Chngress, 1969.
- 21) たとえば土木学会：水理公式集，昭和 46 年度改訂版。
- 22) 河村哲也：円柱まわりの高レイノルズ数流れの数値計算，第 15 回流体力学講演会講演集，pp. 128~131, 1983.
- 23) 二村良彦・川合敏雄：PAD によるプログラムの開発 1, bit, Vol. 12, No. 4, pp. 580~588.
- 24) 二村良彦・川合敏雄：PAD によるプログラムの開発 2, bit, Vol. 12, No. 5, pp. 722~729.
- 25) 二村良彦・川合敏雄：PAD によるプログラムの開発 3, bit, Vol. 12, No. 6, pp. 863~869.

(1984.6.14・受付)

# 建設基礎工学の総合コンサルタント

## ■営業種目

地質・土質調査・一般測量  
 室内土質・岩石試験・土木設計  
 各種物理探査・地盤改良  
 水文調査・さく井

## ■登録

地質調査業  
 建設コンサルタント  
 測量業  
 建設業



株式  
会社

# ソイルエンジニアリング

本社 大阪市浪速区桜川 4-8-6 (ガラスビル)

TEL (06) 568-3585 (代)

営業所 東京・奈良・京都・神戸・松山

試験室 堺・浦和