

鉄筋コンクリート部材における鉄筋の平均ひずみの一算定法

CALCULATION OF MEAN STEEL STRAIN IN REINFORCED CONCRETE MEMBERS

堺 孝司*・角田与史雄**・能町純雄***

By Koji SAKAI, Yoshio KAKUTA and Sumio NOMACHI

For calculating the deformation of reinforced concrete members under working load, it is important to estimate the tensile resistance of concrete after cracking. The authors has previously demonstrated the method for generally applying the Branson's approach to reinforced concrete members subjected to combined bending and axial force. However, it has been impossible to calculate strain by using the method.

In this paper, based on the extension of the Branson's approach, method for calculating mean steel strain in reinforced concrete members is studied, and it is found that an expression of the same type as the transition of centroidal axis location can be used also for the transition of neutral axis location in the effective section. By comparing test results with calculated results, it is concluded that the method is satisfactory.

1. ま え が き

現在、世界の主なコンクリート構造物の設計基準は、終局強度設計法あるいは限界状態設計法となってきたおり、日本においても許容応力度設計法から限界状態設計法への移行のための準備が進められている。

鉄筋コンクリート(RC)部材のたわみおよびひびわれに対する安全性の検討は、限界状態設計法でいうところの使用限界状態の観点から行われるものであり、設計上その占める位置は明瞭かつ重要なものとなってきた。

使用状態におけるRC部材のたわみやひびわれなどの変形挙動の把握には、コンクリートの引張抵抗の評価が大きな問題となる。しかし、それらを厳密に扱うことは困難である。したがって、一般的には、実用的な評価が必要となる。

これまで、この問題について多くの研究が行われてきたが、コンクリート引張抵抗の実用的な評価の方法論上の分類をすれば、以下に述べる3つに大別することができる。

(1) RC部材のひびわれ位置およびひびわれ間の場合によって異なるコンクリート引張応力分布の形状および大きさの平均化を行い、それを荷重レベルに応じて変化させる方法^{1),2)}。

(2) RC部材のひびわれ位置およびひびわれ間の場合によって異なる引張鉄筋ひずみの平均化を図ることによって、コンクリート引張抵抗を間接的に評価する方法^{3)~6)}。

(3) コンクリートの引張抵抗を独立して考慮せず、その他の曲げ抵抗をも含めた状態で、曲げ剛性あるいはモーメント・曲率関係を直接与える方法^{7)~9)}。

方法(2)は、鉄筋の平均ひずみの直接的な算定が可能であるが、方法(1)および(3)では、力のつり合いが必要となる。

たわみとひびわれの安全性に対する検討を互いに無関係に行う方法は、設計法としての一つの考え方であり、それによって設計上の目的が達せられるのであれば、問題はないといえる。しかしながら、RC部材の実際の変形挙動と設計法との対応ということを考慮すれば、両者の間に整合性をもたせるのが合理的であるように思われる。この意味において、CEB-FIPの方法は、この問題に対する一つの方向を示しているといえよう。

本研究の目的は、上述のことを背景にして、RC部材

* 正会員 工修 北海道大学助手 工学部土木工学科
(〒060 札幌市北区北13条西8)

** 正会員 工博 北海道大学助教授 工学部土木工学科
(同上)

*** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科(同上)

の変形挙動を予測するための共通因子の一つと考えることのできる RC 部材引張部鉄筋の平均ひずみの一算定法を示すことである。

2. モーメント・曲率関係

曲げモーメント M 、曲率 ϕ 、および曲げ剛性 EI の間には、一般に次の関係が存在する。

$$\phi = \frac{M}{EI} \dots\dots\dots (1)$$

Branson は、1963 年、全断面の断面二次モーメント I_g およびひびわれ断面の断面二次モーメント I_{cr} を用いて、有効断面二次モーメントを次の形で表わした⁹⁾。

$$I_{eff} = \left(\frac{M_{cr}}{N}\right)^m \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^m\right] \cdot I_{cr} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 M_{cr} はひびわれ発生曲げモーメントを表わし、 m は定数である。

著者らは、先に、RC 部材が曲げと軸力の組合せ作用を受ける場合には、横断面の中立軸位置が図心軸位置と異なり、一般的なモーメント・曲率関係式 (1) を成立させるためには、断面図心軸位置に関する曲げモーメントおよび断面二次モーメントを用いる必要のあることを明確にした¹¹⁾。

全断面の図心軸位置 $a_g d$ およびひびわれ断面の図心軸位置 $a_{cr} d$ は理論的に求めることができるが、有効断面の図心軸位置 $a_{eff} d$ を直接算定することはできない。そこで、著者らは、図心軸位置と有効断面二次モーメントとの間の関係について種々の検討を行い、有効断面の図心位置が、式 (2) と同じ形で表わせることを明らかにした。最終的な I_{eff} および a_{eff} を次式で表わした¹¹⁾。

$$I_{eff} = \left(\frac{T_{s,cr}}{T_s}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{T_{s,cr}}{T_s}\right)^3\right] \cdot I_{cr} \dots\dots\dots (3)$$

$$a_{eff} = \left(\frac{T_{s,cr}}{T_s}\right)^3 \cdot a_g + \left[1 - \left(\frac{T_{s,cr}}{T_s}\right)^3\right] \cdot a_{cr} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $T_{s,cr}$ および T_s は、それぞれ、ひびわれ時および任意の荷重レベルのひびわれ断面における引張鉄筋力を表わす。

3. 引張鉄筋の平均ひずみの算定

式 (1)、(3)、および (4) を考慮することによって、曲げと軸力の組合せ作用を受ける場合の任意の荷重レベルにおける曲率の計算が可能になった。しかしながら、これらの関係からだけでは鉄筋の平均ひずみを得ることはできない。ひびわれ発生後の過渡状態における鉄筋の平均ひずみを得るためには、上述の関係式に加えて、中立軸位置あるいは有効横断面積のいずれかに関する過渡曲線が必要となる。この過渡曲線を得るために、図-2 に示すように、RC 部材断面引張領域におけるコンク

リートの応力分布を、ひびわれ発生前のコンクリート引張応力分布から任意に減少変化させ、過渡状態における中立軸位置、図心軸位置、有効横断面積、および断面二次モーメントの間の関係を、力のつり合いおよび平面保持の条件などを考慮して導いた次式を用いて計算した。

$$\begin{aligned} & (1-n_c)k_{eff}^2 + 3e_0(1-n_c)k_{eff} \\ & + 6[n_c h'(e_0 + 0.5 h') + np(e_0 + 1)]k_{eff} \\ & - 6[n_c h'^2(0.5 e_0 + h'/3) \\ & + np(e_0 + 1)] = 0 \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$a_{eff} = \frac{0.5(1-n_c)k_{eff} + 0.5n_c h'^2 + np}{(1-n_c)k_{eff} + n_c h' + np} \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} A_{eff} &= b k_{eff} d + n_c b(h - k_{eff} d) \\ &+ n A_s = A'_{eff} \cdot b d \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{eff} &= [a_{eff}^3 + (k_{eff} - a_{eff})^3] / 3 \\ &+ n_c [(h' - a_{eff})^3 - (k_{eff} - a_{eff})^3] / 3 \\ &+ np(1 - a_{eff})^2 \{bd\}^3 = \beta_{eff} \cdot b d^3 \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

図-3 は、このような計算の一例を示す。これらの結果から、断面の中立軸位置と図心軸位置の過渡状態がほぼ直線関係で表わすことのできる事が明らかになった。この直線関係は、過渡状態における中立軸位置係数 k_{eff} も、図心軸位置に関する過渡曲線と同じ形で表わすことができることを意味する。すなわち、

$$k_{eff} = \left(\frac{T_{s,cr}}{T_s}\right)^3 \cdot k_g + \left[1 - \left(\frac{T_{s,cr}}{T_s}\right)^3\right] \cdot k_{cr} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $k_g d$ は全断面の中立軸位置を表わす。

このように、一般に曲げと軸力を受ける RC 部材のモーメント・曲率関係および平面保持の仮定から鉄筋の平均ひずみを直接算定することができる。たとえば、図-1 の断面および荷重作用の場合の鉄筋の平均ひずみ $\epsilon_{s,m}$ は、断面中央での曲げモーメント M_c との関係で、次式によって表わすことができる。

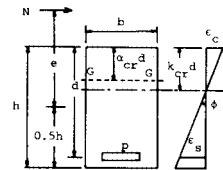


図-1 ひびわれ断面におけるひずみ分布

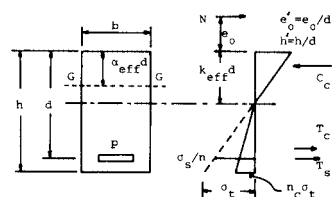


図-2 有効断面における応力分布

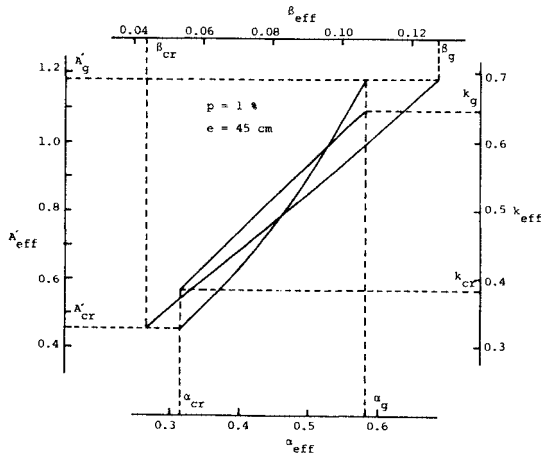
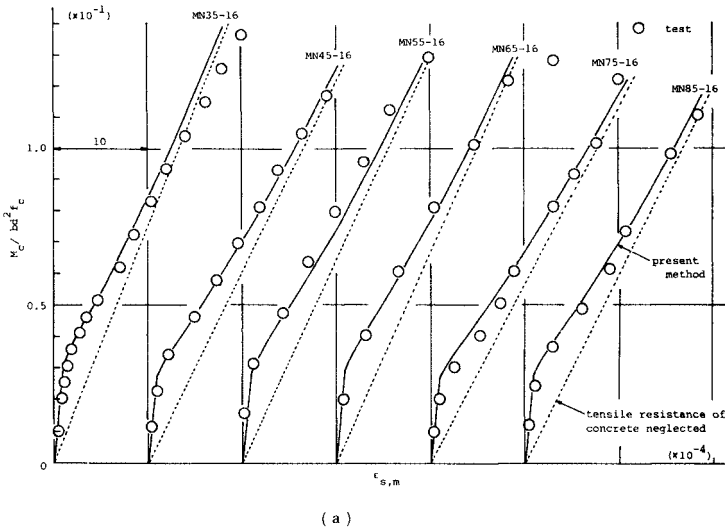
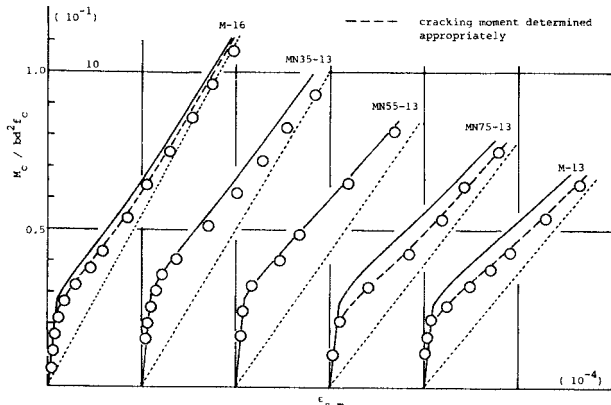


図-3 有効断面積，断面二次モーメント，図心軸位置および中立軸位置の関係



(a)



(b)

図-4 モーメント・鉄筋の平均ひずみ関係(実験結果との比較)

$$\epsilon_{s,m} = \frac{1}{E'_c e'} \cdot \frac{(1 - k_{eff})(e' - 0.5h' + a_{eff})}{\beta_{eff}} \cdot \frac{M_c}{bd^2 f_c} \dots (10)$$

ここで、 f_c はコンクリート圧縮強度を表わし、 E'_c はコンクリートの弾性係数 E_c を f_c で除した値を表わす。

したがって、たとえば平均ひびわれ間隔に関する情報が与えられれば、 $\epsilon_{s,m}$ を用いて平均ひびわれ幅の計算も可能となる。

Branson および Trost は、最近、図心軸位置を決定するための統一手法と称して、著者らが先に提案した式と同形の式を提示した¹²⁾。しかし、これは、実質的には中立軸位置に関するものであり、両者が異なる場合についての検討はなされていない。

4. 実験的検討

上述した方法の妥当性を検証するために、RC 部材が曲げのみを受ける場合および偏心軸力を受ける場合の実験結果との比較を行った。供試体は、 $b=15\text{ cm}$ および $h=30\text{ cm}$ の矩形であり、引張鉄筋を $d=27\text{ cm}$ の位置に 2 本配置した。供試体形状、載荷方法、および測定に関する詳細は、文献 11) に与えられている。表-1 に供試体諸元を示す。なお、ここでは、供試体側面の引張鉄筋位置において測定したひずみをもって、鉄筋の平均ひずみとする。

図-4 は、実験結果とそれに対応する本方法による数値計算結果との比較を示すものである。数値計算に用いたひびわれ発生モーメントは、ACI Building Code¹⁰⁾ で与えられているコンクリートの引張強度 $f_r=7.5 f_c^{1/2}$ (psi) を用いて決定した。しかし、それによる結果と実験による結果とが明らかに

表-1 供試体諸元

Specimen	Eccentricity of load e (cm)	Steel percentage p	Compressive strength of concrete f_c (MPa)	Modulus of elasticity of concrete E_c ($\times 10^4$ MPa)
MN 35-16	35	0.932	30.7	0.270
MN 45-16	45	0.932	35.2	0.293
MN 55-16	55	0.932	31.3	0.278
MN 65-16	65	0.932	29.2	0.285
MN 75-16	75	0.932	33.3	0.283
MN 85-16	85	0.932	31.3	0.303
M-16	—	0.932	31.4	0.289
MN 35-13	35	0.596	31.0	0.294
MN 55-13	55	0.596	30.7	0.288
MN 75-13	75	0.596	31.7	0.291
M-13	—	0.596	29.0	0.285

異なる場合には、実験結果から直接ひびわれ発生モーメントを推定した。この計算結果を破線で示してある。

実験結果とそれに対応する計算結果とは、実験的ばらつきを考慮すれば、十分一致しているといえる。

5. CEB-FIP 式との比較のための数値計算

CEB-FIP 式と著者らの提示した方法との比較のために、偏心軸力を受ける場合のモーメント・鉄筋の平均ひずみ関係についての数値計算を行った。

図一5 は数値計算結果を示す。横断面は 4. で述べたものと同じである。この図から、鉄筋比が小さい場合には、CEB-FIP によるものが著者らの方法より若干大きなひずみを与え、鉄筋比が比較的大きい場合には、著者らによるものが少し大きくなる傾向のあることがわかる。しかし、全体的にみて、これら 2 つの方法による結果には、それほど大きな差がないといえる。

CEB-FIP Model Code では、たわみおよびひびわれに対する安全性の検討のために、共通因子として鉄筋の平均ひずみを与えている。この方法は、ひびわれ幅に関しては直接的な検討ができるが、たわみについてはまず曲率の計算を行わなければならない。このためには力のつり合いを考慮しなければならず、実際には、かなり面倒な計算を必要とする。これに対して、著者らがここで示した方法は、曲率はもちろん、平均ひびわれ間隔が与えられればひびわれ幅をも直接算定することができる。

6. あとがき

一般に、曲げを受ける RC 部材の挙動において、ひびわれとたわみは互いに密接な関連性を有している。したがって、実際の挙動と設計法との対応という観点から

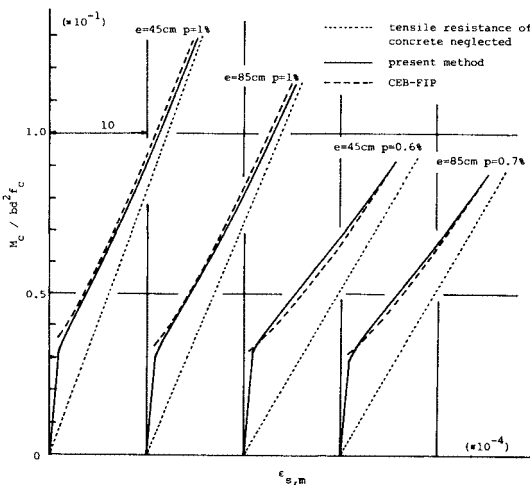
すれば、ひびわれとたわみの安全性に対する設計上の検討は、一貫した考え方に基づいて行うのが合理的と思われる。

本研究では、Branson によって提案され、ACI Building Code に採用された有効断面二次モーメントを基礎にして、先に示した図心軸位置に関する過渡曲線に加えて、新たにそれらと同形の中立軸位置に関する過渡曲線を提案し、上述の意味における一つの可能性について検討した。

本研究が、ひびわれおよびたわみの設計上の取り扱いに関する考え方の議論惹起に、多少なりとも寄与するところがあれば幸いである。

参 考 文 献

- 1) Grelat, A. : Comportement Non Linéaire et Stabilité des Ossatures en Béton Armé, Annales, ITBTP (Paris), No. 366, pp.105~126, Nov., 1978.
- 2) 角田与史雄・佐伯 昇・堺 孝司：RC 引張部における付着の共同作用に関するモデル化の研究，土木学会北海道支部論文報告集，36号，pp.283~288，1980.
- 3) Rao, P.S. : Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, No. 177, 99 pp, 1966.
- 4) CEB-FIP Model Code for Concrete Structures, pp. 151~170, 1978.
- 5) British Standard Code of Practice for the Structural Use of Concrete, CP 110, Part I, pp. 134~136, 1972.
- 6) Ganesh, K.B. : Mean Steel Strain in Reinforced Concrete Flexural Members, Materiaux et Constructions, Vol. 12, No. 69, pp. 207~214, May/June, 1979.
- 7) Yu, W.W. and Winter, G. : Instantaneous and Long-Time Deflections of Reinforced Concrete Beams under Working Loads, ACI Journal, pp.29~50, July, 1960.
- 8) Beeby, A. W. and Miles J.R. : Proposals for the Control of Deflection in the New Unified Code, Concrete (London), Vol. 3, No. 3, pp. 101~110, Mar., 1969.
- 9) Branson, D.E. : Instantaneous and Time-Dependent Deflections on Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams, Report No.7, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, 78 pp., Aug., 1963.
- 10) ACI 318-77, Building Code Requirements for Reinforced Concrete, 1977.
- 11) Sakai, K. and Kakuta, Y. : Moment-Curvature Relationships of Reinforced Concrete Members Subjected to Combined Bending and Axial Force, ACI Journal, pp.189~194, May-June, 1980.
- 12) Branson, D.E. and Trost, H. : Unified Procedures for Predicting the Deflection and Centroidal Axis Location of Partially Cracked Nonprestressed and Prestressed Concrete Members, ACI Journal, pp. 119~130, March-April, 1982.



図一5 モーメント・鉄筋の平均ひずみ関係 (CEB-FIP との比較)