

# 分解原理による街路網のオフセット最適化に関する研究

## OPTIMIZATION OF THE OFFSET PATTERNS OF ROAD NETWORKS THROUGH THE DECOMPOSITION PRINCIPLE

久井 守\*

By Mamoru HISAI

In this study, applying the Varaiya's decomposition principle to the grid networks made up of many closed loops, the offset patterns of the traffic signals are optimized. The total delays of the networks are minimized subject to the closure constraints. It is supposed that the delays of links are the functions of only the relative offsets, and that the delays are approximated by two parabolic curves. The networks are decomposed into the many subareas of single loops. At the lower level, these single loops are optimized independently each other, and the coordination between the subareas is performed at the upper level. The offset patterns are obtained by repeating the two level computations. From some examples, it is found that the convergences to the solutions are achieved within reasonable CPU time.

### 1. ま え が き

本研究は、閉ループを多数含んだ道路網の信号群を対象として、ループ閉合条件を満足し、道路網全体の総遅れ時間を最小にするような相対オフセットを、分解原理に基づく解法によって求めたものである。

本研究では、道路網全体をいくつかの小さなサブエリア（サブシステム）に分解し、各サブシステムは互いに独立にオフセットの最適化を行い、サブシステム間の調整については、上位システムがその協調を図るという基本的な考え方に立脚している。

道路網のオフセット最適化問題は、典型的な、条件つき最適化問題であるから、これまで DP<sup>1)</sup>、ラグランジュの未定乗数法<sup>2)</sup>、勾配法およびこれに類する逐次近似法<sup>2),3)</sup>、その他<sup>4)</sup>のあらゆる最適化手法の適用が試みられてきた。これらの手法のいくつかは、本研究におけるサブシステム最適化の手法として適用可能であり、また実際に本研究ではラグランジュの未定乗数法を用いている。しかしながらこれらの手法の中には、計算時間の点で、大きな道路網に適用することが実際上困難なものが多い。

これに対し、分解原理の利点の1つは比較的短い計算時間で大規模な問題を解くことができる点にある。したがって本研究では、計算時間にも注意を払った。

ところで越はマイクロプロセッサを分散配置して、感知器情報の処理と局地制御を分担させる考え方を示しているが<sup>5)</sup>、マイクロプロセッサがサブエリアの制御を行い、中央装置がこれらのマイクロプロセッサ群の協調を図るような形式の多レベル制御システムにおいてオフセットのオンライン制御を行う場合には、分解原理が制御論理として適用できる可能性がある。これが分解原理のもう1つの利点であり、興味のある点である。

本研究は Varaiya の分解原理を応用したものであるが、これまでに著者はこの原理によってオフセット最適化を行い、主に解への収束性について検討したが<sup>6)</sup>、ここではオフセットの探索範囲を限定して最適化を行うという大きな欠点があった。本研究ではこの欠点を除き、他の改良も加え、計算例を行い、その成果についてまとめたものである。

### 2. Varaiya の分解原理<sup>7)</sup>

分解原理というのは、大規模な最適化問題をいくつかの部分問題に分解し、その部分問題を繰り返し解けば、もとの問題の最適解が得られるという原理であり、通常

\* 正会員 工修 山口大学工学部土木工学科  
(〒755 宇部市常盤台 2557)

最適化アルゴリズムとセットになっている。問題の形式に応じて多くの分解原理が提案されている。

ところでオフセットのループ閉合条件は線形である。このような線形の制約条件のもとで、非線形の目的関数を最小にする分解原理のうち、計算が比較的簡単なものとして、Varaiyaの分解原理がある。本研究では、この分解原理をオフセット最適化問題に適用する。目的関数としては遅れ時間を用いる。

(1) 数式モデル

田村<sup>81,91</sup>および児玉ら<sup>101</sup>によると、Varaiyaの分解原理が適用できる問題は次のような構造のものである。

$$\min z = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) \quad \dots (1)$$

subject to

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_nx_n = b \quad \dots (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \in T_1 \\ x_2 \in T_2 \\ \dots \\ x_n \in T_n \end{array} \right\} \dots (3)$$

ここに  $f_i(x_i)$  は真に凸である (strictly convex) 関数、 $A_i$  は行列、 $x_i$  および  $b$  は列ベクトル、 $T_i$  は有界な凸閉集合である。 $T_i$  はここでは次のような集合と考える。

$$T_i = \{x_i; h_i(x_i) = c_i\} \dots (4)$$

ここに  $c_i$  は定数である。

以上のように、最適化問題は  $n$  個のサブシステムから構成されており、各サブシステムは  $x_i \in T_i$  なる制約条件と  $f_i(x_i)$  なる目的関数を持ち、サブシステム間は式(2)の線形結合条件で規定されているのが特徴である。

(2) アルゴリズム

田村<sup>91</sup>、および児玉ら<sup>101</sup>によると、最適解を得るためのアルゴリズムは次のとおりである。

ステップ1：補助パラメーター  $p_i (i=1, 2, \dots, n)$  の初期値を任意に設定する (ここでは0ベクトルとする)。

ステップ2 (サブシステムレベル)：各サブシステムごとの最適化問題

$$\min_{x_i} \{f_i(x_i) + p_i^T x_i\} \dots (5)$$

subject to

$$h_i(x_i) = c_i \dots (6)$$

を  $i=1, 2, \dots, n$  に関して解く。 $T$  は転置を意味する。

ステップ3 (センターレベル)：ステップ2で求めた  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$  を用いて誤差ベクトル

$$e(p) = \sum_{i=1}^n A_i x_i - b \dots (7)$$

を計算する。許容誤差を  $\epsilon$  とし、もし  $\|e(p)\| \leq \epsilon$  ならば、最適解に収束したと判断して計算を終了する。

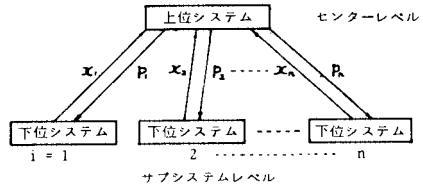


図-1 オフセットの最適化システム

もし  $\|e(p)\| > \epsilon$  ならば

$$p_i^{k+1} = p_i^k + A_i^T e(p) \Delta t \dots (8)$$

( $i=1, 2, \dots, n$ )

に従って補助パラメーター  $p_i$  の値を変更して (すなわち、サブシステム間の協調を図って)、ステップ2に戻る。 $K$  は繰り返し計算の繰り返し回数であり、 $\Delta t$  は補助パラメーター  $p_i$  を変更するときのステップ幅を示す。

以上の最適化プロセスは、図-1に示すように、下位システム (サブシステム) は上位システムから与えられた  $p_i$  に応じてサブシステムごとの最適解  $x_i$  を求めて上位システム (センターレベル) に送る。上位システムは、送られてきた  $x_i$  に応じて  $p_i$  を調整し、下位システム間の協調を図る。このような作業を繰り返して、解をシステム全体の最適解に近づけるわけである。結局上位システムと下位システムは低頻度の情報交換を行うだけでよく、それによってシステム全体の最適化を達成することができるのである。

3. オフセット最適化問題の定式化

対象道路網の形状と大きさは任意でよいが、まず図-2に示すように、4つのループからなる単純な格子型の道路網について考える。ループの番号を1~4とし、 $i$  番目ループにおける  $j$  番目目リングの相対オフセットを  $x_{ij}$  とする。相対オフセットは青信号開始時点の時間差であり、上り方向 (図-2の矢印の方向) に測り、周期に対する比率で表わす。

(1) サブシステムの分割とオフセットの定義

サブシステムへの分割方法としては、いろいろ考えら

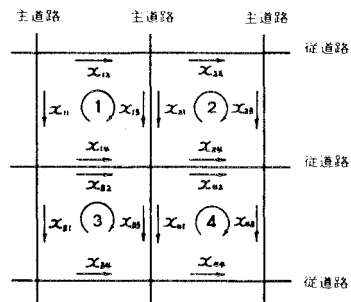


図-2 サブシステムの分割とオフセットの定義

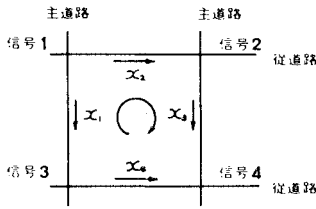


図-3 閉ループのオフセットと信号

れるが、ここでは1つのループを1つのサブシステムと考える。したがって図-2の場合、システム全体は4つのサブシステムに分割される。したがって \$n=4\$ となる。オフセット \$x\_i\$ と補助パラメーター \$p\_i\$ は次のようになる。

$$x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \\ x_{i4} \end{bmatrix} \quad p_i = \begin{bmatrix} p_{i1} \\ p_{i2} \\ p_{i3} \\ p_{i4} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

(\$i=1, 2, \dots, n\$)

隣接する2つのループに共通するリンクのオフセットはたとえば、\$x\_{13}\$ と \$x\_{21}\$ のように、2つのサブシステムで別個に2通り求められることになる。

(2) 制約条件と目的関数

図-3に示すように1つのループに含まれるオフセットの間には、信号の損失時間を無視すると次のような関係が成立する。

$$x_1 + g_3 + x_4 + g'_4 = g_1 + x_2 + g'_2 + x_3 + N \dots\dots\dots (10)$$

ここに \$N\$ は整数、\$g\_i, g'\_i\$ はそれぞれ信号 \$i\$ の主道路方向および従道路方向の現示率を表わし、\$g\_i + g'\_i = 1\$ である。式 (10) を整理すると次式が得られる。

$$x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = (g_1 - g_2 - g_3 + g_4) = c_0 + N = c \text{ (一定)} \dots\dots\dots (11)$$

これがオフセットのループ閉合条件である。図-2の道路網についてループ閉合条件を書くと次のようになる。

$$h_i(x_i) = x_{i1} - x_{i2} - x_{i3} + x_{i4} = c_i \dots\dots\dots (12)$$

(\$i=1, 2, \dots, n\$)

サブシステムレベルの最適化は互いに独立に行われるので、隣接ループに共通するリンクのオフセット、たとえば、\$x\_{13}\$ と \$x\_{21}\$ は一般に等しくない。したがって、図-2の例では、\$x\_{13} = x\_{21}, x\_{14} = x\_{32}, x\_{33} = x\_{41}, x\_{24} = x\_{42}\$ という条件が必要である。これを書きかえると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x_{13} - x_{21} &= 0 \\ x_{14} - x_{32} &= 0 \\ x_{33} - x_{41} &= 0 \\ x_{24} - x_{42} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) はサブシステム間の結合条件である。いま

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

とおくと、式 (13) は

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 = 0 \dots\dots\dots (14)$$

となり、式 (2) の形に帰着する (ただし \$b=0\$)。\$A\_i\$ の行数はサブシステム間の結合条件式の数に等しく、列数は \$i\$ 番目ループに含まれるリンク数に等しい。

リンクの遅れ時間 \$f\_{ij}\$ はそのリンクのオフセット \$x\_{ij}\$ のみの関数を考える。このようにすると、\$i\$ 番目ループの遅れ時間 \$f\_i(x\_i)\$ は、

$$f_i(x_i) = \sum_{j=1}^4 f_{ij}(x_{ij}) \dots\dots\dots (15)$$

となる。

以上をまとめると、図-2の道路網のオフセット最適化問題は次のように定式化することができる。

$$\min z = f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3) + f_4(x_4) \dots\dots\dots (16)$$

subject to

$$\left. \begin{aligned} A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 &= 0 \dots\dots\dots (17) \\ h_1(x_1) &= c_1 \\ h_2(x_2) &= c_2 \\ h_3(x_3) &= c_3 \\ h_4(x_4) &= c_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

式 (16)~(18) で定式化された問題は、式 (1)~(3) に示した数学モデルと全く同じ構造をしているので、Varaiya の分解原理の適用が可能である。

4. 最適化計算の方法

(1) 遅れ時間

Varaiya の分解原理では、解が最適解に収束するためには、目的関数が真に凸であるという条件が必要である。したがって遅れ時間とオフセットの関数関係が重要であ

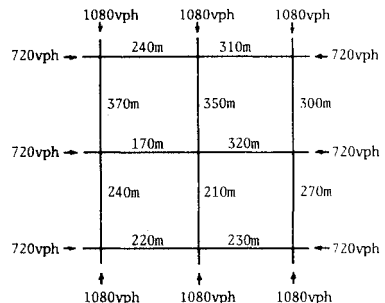


図-4 計算対象の道路網 (その1)

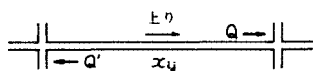


図-5 リンクの交通量とオフセット

る。そこで TRANSYT 交通流モデル<sup>11)</sup>を用いて、図-4に示す道路および交通条件について、リンクごとの遅れ時間を求めた。リンク両端交差点の発進交通パターンは定形波であり、この発進交通がリンク間を走行する間に拡散変形して他端交差点に到着するものと仮定する。図-5に示す上り到着交通量  $Q$  (台/h) および下り到着交通量  $Q'$  (台/h) について遅れ時間を計算し、オフセット  $x_{ij}$  との関数関係を求める。ここで速度  $V$  (km/h) については次のような  $Q-V$  関係を考慮する<sup>12)</sup>。

$$V = 53.51 - 0.006 Q \dots\dots\dots (19)$$

また、交差点の右左折率は 0% とし、沿道から主道路への流出率は 0%，沿道から従道路への流出率は従道路の交通量の 10% とする。また現示方式は全信号とも 2 現示、現示率  $g$  は 0.5 とする。求めた遅れ時間 (単位は台・h/h) の中から、代表的な例を図-6に示す。遅れ時間は周期 1 の周期関数である。この例では、上り下りの交通量と現示率が相等しいので、 $x=0.5$  を軸に左右対称となっている。極小点は 0.0, 0.5, 1.0 あるいはそれらの近傍にある。遅れ時間の関数形と極小点に特に大きな影響を与えるのは、信号周期  $T$  (s)、リンク長  $D$  (m)、速度  $v$  (m/s) である。交差点間の走行所要時間を周期で規準化したものを次のように  $\tau$  で表わす。

$$\tau = D/vT \dots\dots\dots (20)$$

通過帯法によれば、最適オフセット  $x^*$  は  $\tau \leq 0.25$  } のとき  $x^* = 0$  あるいは 1 (同時式)  
 $\tau \geq 0.75$  }  
 $0.25 \leq \tau \leq 0.75$  のとき  $x^* = 0.5$  (交互式)

であることがわかっている。図-6には  $\tau$  の値も示しているが、この図からみるかぎり遅れ時間を評価基準とし

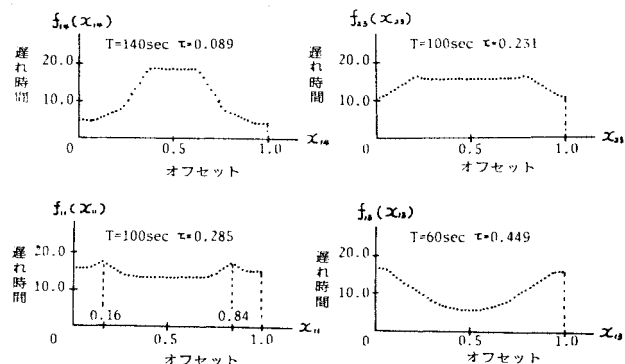


図-6 遅れ時間の代表例

た場合の最適オフセットは通過帯法による最適オフセットにはほぼ一致することがわかる。ただし厳密に言えば、 $f_{i1}(x_{i1})$  は  $x_{i1} = 0.060$  および  $0.940$  で極小、 $f_{i1}(x_{i1})$  は  $x_{i1} = 0.440 \sim 0.560$  の範囲で一定 (極小)、などとなっていて、同時式あるいは交互式以外にも最適オフセットが存在することを示しているが、少なくとも上下両方向の交通量が等しく、信号現示率が等しい場合は、同時式あるいは交互式が最適オフセットの 1 つ、あるいはその近似値であると考えて差し支えないであろう。ただし上下両方向の交通量が異なる場合は図-7に示すように遅れ時間の関数は左右対称ではなく、同時式あるいは交互式以外のオフセットが最適オフセットとなる。

(2) 遅れ時間の放物線近似

Varaiya の分解原理を適用するためには、遅れ時間関数は真に凸でなければならないが、図-6からもわかるように遅れ時間は極小点が 2 つある場合があり、したがって、常に真に凸ではない。そこで本研究では、遅れ時間関数には 2 つの極小点があるものと考え、極小点を含む 2 つの範囲をそれぞれ放物線で近似することとする。ただし図-6の  $f_{i3}(x_{i3})$  のような場合は 1 つの放物線のみで近似する。放物線が 2 つの場合はこれを  $f'_{ij}(x_{ij})$  および  $f''_{ij}(x_{ij})$  で表わす。放物線で近似したものの例を図-8に示す。近似の方法は 0.02 刻みのオフセットの値とこれに対応する遅れ時間の値を用いて、最小自乗法によって行う。図-7のような非対称の場合も同様にして放物線近似できる。このようにして放物線関数を求めたあと、 $i$  番目ループ  $j$  番目リンクの遅れ時間  $f_{ij}(x_{ij})$  を

$$f_{ij}(x_{ij}) = \alpha_{ij} f'_{ij}(x_{ij}) + (1 - \alpha_{ij}) f''_{ij}(x_{ij}) \dots\dots\dots (21)$$

のように 2 つの放物線の 1 次結合、すなわち 2 つの放物線の交点を通る放物線で表わす。サブシステムの計算では  $x_{ij}$  と  $\alpha_{ij}$  の同時最適化を行う。

なお 2 つ以上の車群を仮定した交通流の場合などで

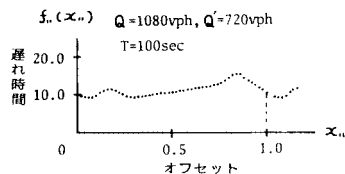


図-7 遅れ時間 (非対称の例)

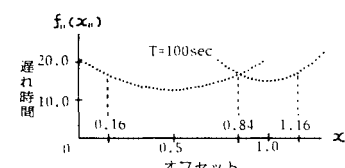


図-8 遅れ時間の放物線近似

は、遅れ時間関数は3つ以上の極小点をもつ可能性があるが、このような場合は3つ以上の放物線で近似すれば原理的には最適化計算が可能である。

サブシステムの最初の最適オフセット（初期オフセット）を求めるときの探索範囲は、図-8の  $x_{11}$  の例でいえば

$$0.16 \leq x_{11} \leq 1.16$$

のようにオフセットの全範囲としている。これは、オフセットの探索範囲を最小点付近に限定したこれまでの研究<sup>6)</sup>を大きく改善した点である。

パラメーター  $\alpha_{ij}$  の値は、最終的には0または1でなければならない。 $f_{ij}(x_{ij})$  を  $\alpha_{ij}$  について整理すると

$$f_{ij}(x_{ij}) = \{f_{ij}^1(x_{ij}) - f_{ij}^2(x_{ij})\} \alpha_{ij} + f_{ij}^2(x_{ij})$$

となるから、 $f_{ij}^1(x_{ij})$  と  $f_{ij}^2(x_{ij})$  の大小に応じて、 $\alpha_{ij}$  は0または1の値をとると考えられる。問題は反復計算の過程で  $\alpha_{ij}$  が0と1の間を振動しないかどうかという点である。この  $\alpha_{ij}$  の収束性については現在のところ数学的には保証できないが、多くの計算例による経験から  $\alpha_{ij}$  はかなりタフに0または1に収束することがわかった。

### (3) サブシステムの最適化

$i$  番目サブシステムの最適化問題は次のような問題である。

$$\min |f_i(x_i) + p_i^T x_i|$$

subject to

$$x_{i1} - x_{i2} - x_{i3} + x_{i4} = c_{i0} + N_i$$

この問題を解く方法としてはDP、勾配法など、いくつかの方法が考えられる。これまでの研究では、勾配法によって解いたが<sup>6)</sup>、本研究では、目的関数が2次式、制約条件が1次式でかつ等式であることから、ラグランジュの未定乗数法が適当であると考え、この方法によることとした。そのために、

$$F(x_i, \lambda) = f_i(x_i) + p_i x_i + \lambda(x_{i1} - x_{i2} - x_{i3} + x_{i4} - c_{i0} - N_i)$$

のようなラグランジュ関数をつくり、

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0$$

を求め、これを連立して解けばよい。目的関数は2次式であるから、結局これは5元連立1次方程式となる。一般に、連立方程式の元数はループに含まれるリンク数に1をプラスしたものになる。

#### a) 初期オフセットの決定

サブシステムの初期オフセット  $x_i$  は  $p_i^1 = 0$  とおいて求める。初期オフセットはパラメーター  $\alpha_{i1}$ 、 $\alpha_{i2}$ 、 $\alpha_{i3}$ 、 $\alpha_{i4}$  および整数値  $N_i$  と同時に求める。すなわち、 $\alpha_{ij}$  の値として0および1を与え、 $N_i$  の値として-1, 0, 1を与え、最大48通り ( $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ) の連立方程式を

解き、これらの解の中から、各リンクのオフセット  $x_{ij}$  が定義域（探索範囲）の範囲内にあり、かつ目的関数  $f_i(x_i)$  が最小になるような  $\alpha_{ij}$  および  $N_i$  を求め、そしてこのとき得られる  $x_i$  がサブシステムごとの初期オフセットである。ここでサブシステム内のリンクの中に遅れ時間が単一の放物線で近似されるリンクがあれば、 $\alpha_{ij}$  は0あるいは1に固定するので、解かなければならない連立方程式の数は半減し、計算時間も短縮される。

#### b) オフセットの反復修正計算

上述のようにして求めた初期オフセットが結合条件を満足すれば、それが全体システムの最適解である。しかしながら初期オフセットは結合条件を満足しない場合が多い。このときは、上位システムから与えられた補助パラメーター  $p_i^k$  を用いて、各サブシステムごとに連立方程式を解きなおして、再びオフセットパターン  $x_i$  を求める。この場合、本研究では、 $N_i$  の値は初期オフセット決定のときに得られた値をそのまま用いる。 $\alpha_{i1}$ 、 $\alpha_{i2}$ 、 $\alpha_{i3}$ 、 $\alpha_{i4}$  については列挙的解法によって最適化を行う。すなわち  $\alpha_{ij}$  の値として0と1の2つを与え、合計16通り ( $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ) の連立方程式を解いて遅れ時間  $f_i(x_i)$  を求め、遅れ時間を最小にするときの  $\alpha_{ij}$  をもって  $\alpha_{ij}$  の最適値とする。そしてこれに対応して得られる  $x_i$  が  $i$  番目のサブシステムの新しいオフセットパターンである。この場合の計算において、サブシステム内のリンクの中に遅れ時間が単一の放物線で近似されるリンクがあれば計算時間はそれに依じて短縮される。

#### (4) センターレベルの調整

サブシステム間の調整はセンターレベルで行われる。これは補助パラメーター  $p_i^k$  の値を修正することによって行われる。たとえば、いまサブシステム  $i$  および  $k$  の間に

$$x_{ij} - x_{ki} = 0$$

という結合条件があり、一方2つのサブシステムにおける解が  $x_{ij} > x_{ki}$  となったとすると、補助パラメーターは

$$p_{ij}^{k+1} = p_{ij}^k + (x_{ij} - x_{ki}) \Delta t$$

$$p_{ki}^{i+1} = p_{ki}^i - (x_{ij} - x_{ki}) \Delta t$$

によって修正される。すなわち  $p_{ij}^{k+1}$  は大きくなり、 $p_{ki}^{i+1}$  は小さくなるように修正される。サブシステム  $i$  および  $k$  において、目的関数はそれぞれ

$$f_{ij}(x_{ij}) + p_{ij} x_{ij}$$

$$f_{ki}(x_{ki}) + p_{ki} x_{ki}$$

なる項を含むので、目的関数最小化基準のもとでは、 $p_{ij}$  が大きくなれば  $x_{ij}$  は小さくなり、 $p_{ki}$  が小さくなると  $x_{ki}$  が大きくなり、結局  $x_{ij} - x_{ki}$  は0に近づくことになる。

### 5. 計算例

#### (1) 道路網(その1)の場合

まず図-4の道路および交通量条件について計算する。交差点の右左折率、沿道への流出入率、各信号の現示率、および遅れ時間決定の計算条件などは4.(1)において示したとおりである。次の4ケースについて計算した。ケースごとに主な計算条件と計算結果を示す。

ケース1： $T=60\text{ s}$ ,  $\Delta t=20.0$

$$E=0.000 (K=1), z=94.60 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース2： $T=80\text{ s}$ ,  $\Delta t=20.0$ , CPU タイム=90 s

$$E=0.125 \rightarrow 0.001 (K=26), z=117.44 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース3： $T=100\text{ s}$ ,  $\Delta t=20.0$ , CPU タイム=171 s

$$E=0.125 \rightarrow 0.001 (K=36), z=119.96 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース4： $T=120\text{ s}$ ,  $\Delta t=20.0$

$$E=0.000 (K=1), z=108.14 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

道路網(その1)の場合、結合条件式の数は4個である。したがって誤差ベクトル  $e(p)$  は4成分からなるベクトルである。 $E$  は誤差ベクトル  $e(p)$  の各成分の絶対値の平均であり、1リンク当たりの平均誤差を表わす。この値が0.001以下になれば収束したもとして計算を終了する。ケース1は、初期オフセットが結合条件をすべて満足したもので、最小遅れ時間は94.60台・h/hである。ケース2は、0.125あった初期オフセットによる誤差が26回の反復で許容誤差内に収束し、CPU タイムは90 sであった。このCPU タイムはランのみに要した時間である(計算はNEAC システム400 (acos-4) によった)。ケース3はケース2よりCPU タイムが大きい。これは反復回数が多いことのほか、ケース2では遅れ時間が1つの放物線で近似できるようなリンクが多いのに対して、ケース3では遅れ時間が2つの放物線で近似されるリンクが多いという理由のためである。

$\Delta t$  の値は試行錯誤で定めたが、一般的傾向として  $\Delta t$  が大きすぎると  $E$  が単調減少せず、解へ収束しないようである。ただ  $\Delta t$  は大きいほど収束が速いので、オフセットが収束する範囲で  $\Delta t$  はできるだけ大きい値を用いた。

ケース2の初期オフセットと最適オフセットを図-9に示す。図中( )内の値は初期オフセットである。誤差の収束性を図-10、計算過程の一部を表-1に示す。

ケース3も誤差は単調減少する。初期オフセットが結合条件を満たさないリンクは1リンクのみである。このリンクのオフセットの収束状況を図-11に示す。オフセットが不連続に大きく変化しているのは、 $\alpha$  が0.0から1.0に変化したことに呼応した動きである。

(1.000)0.997	(1.000)0.997
(0.503) 0.507	(0.503) 0.505
(0.503) 0.505	(0.501) 0.485
(1.000)0.996	(1.000)0.977
(1.000)0.995	(0.500)0.979
(1.000) 1.010	(1.000) 1.027
(1.000) 1.028	(0.500) 0.125
(1.000)1.012	(1.000)1.076

T=80sec

図-9 初期オフセットと最適オフセット

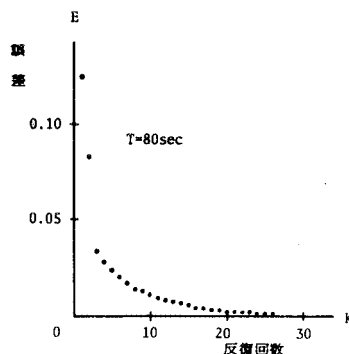


図-10 誤差の収束性—道路網(その1)

表-1 計算過程(道路網(その1), T=80 s)

反復回数 K	補助パラメーター		オフセット		パラメーター	
	$P_{24}$	$P_{42}$	$x_{24}$	$x_{42}$	$\alpha_{24}$	$\alpha_{42}$
1	0.000	0.000	1.000	0.500	0.0	1.0
2	9.995	-9.995	0.968	0.669	0.0	1.0
3	15.963	-15.963	0.949	1.009	0.0	0.0
4	14.752	-14.752	0.953	1.005	0.0	0.0
5	13.714	-13.714	0.957	1.001	0.0	0.0
10	10.329	-10.329	0.968	0.989	0.0	0.0
15	8.698	-8.698	0.973	0.983	0.0	0.0
20	7.900	-7.900	0.975	0.980	0.0	0.0
25	7.508	-7.508	0.976	0.979	0.0	0.0
26	7.458	-7.458	0.977	0.979	0.0	0.0

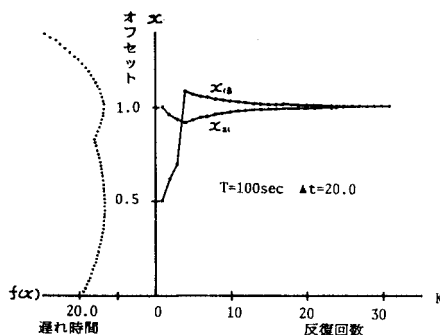


図-11 オフセットの収束—道路網(その1)

(2) 道路網(その2)の場合

次に図-12の道路条件について計算する。結合条件式の数 $n$ は17個である。主道路・従道路の交通量, 交差点の右左折率, 沿道への流出入率, 信号の現示率および遅れ時間の計算条件は道路網(その1)と同じである。

ケース5:  $T=60$  s,  $\Delta t=20.0$ , CPU タイム=72 s

$$E = 0.059 \rightarrow 0.001 \quad (K=14), \quad z = 290.96 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース6:  $T=80$  s,  $\Delta t=20.0$ , CPU タイム=293 s

$$E = 0.112 \rightarrow 0.001 \quad (K=42), \quad z = 349.32 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース7:  $T=80$  s,  $\Delta t=15.0$ , CPU タイム=344 s

$$E = 0.112 \rightarrow 0.001 \quad (K=51), \quad z = 349.31 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース8:  $T=80$  s,  $\Delta t=10.0$ , CPU タイム=500 s

$$E = 0.112 \rightarrow 0.001 \quad (K=75), \quad z = 349.31 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース9:  $T=80$  s,  $\Delta t=5.0$ , CPU タイム=806 s

$$E = 0.112 \rightarrow 0.004 \quad (K=100), \quad z = 349.47 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース10:  $T=100$  s,  $\Delta t=20.0$ , CPU タイム=771 s

$$E = 0.074 \rightarrow 0.001 \quad (K=56), \quad z = 386.54 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

ケース11:  $T=120$  s,  $\Delta t=20.0$ , CPU タイム=38 s

$$E = 0.001 \rightarrow 0.001 \quad (K=2), \quad z = 352.86 \text{ 台} \cdot \text{h/h}$$

$T=60$  sの場合, 誤差  $E$  は単調減少である。

$T=80$  s,  $\Delta t=20.0$  の場合の初期オフセットと最適オフセットを図-13に示す。このケースでは誤差  $E$  は単調減少しない。 $\Delta t$  を小さくしても, 図-14に示すように, 誤差の変化は安定するが, 単調減少するまでには至らない。ただし, オフセットの収束は強力であり, ケース6~9のいずれのケースも最終的には同じ解に収束している。図-15にオフセットの収束状況を示す。この図では, オフセットの値が2か所で不連続に大きく変化

(1.000)0.998	(1.000)0.388	(0.500)0.446
(0.503) 0.507	(0.503) 0.523	(0.502) 0.522
(0.501) 0.496	(0.501) 0.497	(0.500) 0.496
(1.000)1.014	(1.000)0.363	(1.000)0.934
(1.000)1.015	(0.500)0.364	(1.000)0.935
(1.000) 0.977	(1.000) 1.041	(1.000) 1.039
(0.500) 0.675	(0.500) 0.675	(1.000) 0.674
(1.000)1.079	(1.000)1.000	(0.501)0.507
(1.000)1.081	(1.000)1.002	(0.558)0.508
(0.501) 0.236	(1.000) 1.092	(1.000) 1.090
(0.502) 0.638	(0.502) 0.638	(0.696) 0.637
(0.501) 0.192	(0.501) 0.192	(0.501) 0.192
(0.499)0.936	(0.501)0.550	(1.053)1.062
(1.000)0.937	(0.499)0.551	(1.001)1.065
(0.502) 0.483	(1.000) 1.019	(1.000) 1.019
(0.502) 0.488	(0.502) 0.488	(0.501) 0.488
(1.000)0.985	(1.000)0.985	(1.000)0.985
(0.498)0.473	(1.000)1.019	(0.499)0.560

T=80sec

図-13 初期オフセットと最適オフセット

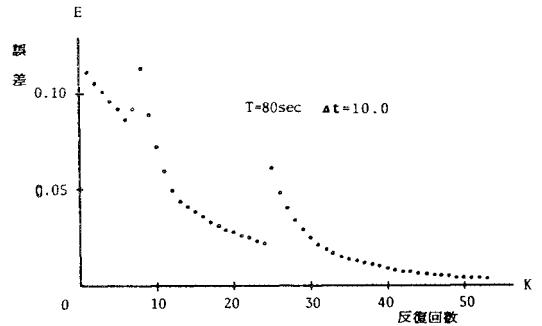


図-14 誤差の収束性—道路網(その2)

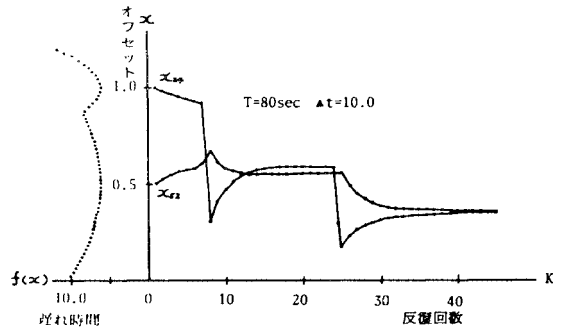


図-15 オフセットの収束—道路網(その2)

240m	310m	450m	
370m	350m	300m	250m
170m	320m	180m	
240m	210m	270m	380m
220m	230m	470m	
420m	190m	310m	350m
270m	440m	200m	
350m	210m	380m	170m
400m	330m	490m	

図-12 計算対象の道路網(その2)

している。最初の部分は当該リンクの  $\alpha$  の値が0.0から1.0に変化したためであり, 2つ目の部分は同一ループの他のリンクの  $\alpha$  の値が0.0から1.0に変化したことによる影響である。このように  $\alpha$  の値が変化するたびに誤差  $E$  の単調減少傾向が乱されるようである。

$T=100$  sの場合, 誤差  $E$  はほぼ単調減少をする。

これまでの研究では<sup>6)</sup>, 遅れ時間の最小点を含む近傍

を単一の放物線で近似したものを目的関数として、同じ2つの道路網についてオフセットの最適化を行ったが、このときの計算結果と今回の結果を遅れ時間について比較するといずれのケースも次に示すように解の改善がみられた(括弧内はこれまでの研究の計算結果)。

ケース1:  $T=60$  s,  $z=94.60$  台 $\cdot$ h/h (95.47 台 $\cdot$ h/h)

ケース2:  $T=80$  s,  $z=117.44$  台 $\cdot$ h/h (117.62 台 $\cdot$ h/h)

ケース3:  $T=100$  s,  $z=119.96$  台 $\cdot$ h/h (123.87 台 $\cdot$ h/h)

ケース5:  $T=60$  s,  $z=290.96$  台 $\cdot$ h/h (301.53 台 $\cdot$ h/h)

ケース6:  $T=80$  s,  $z=349.32$  台 $\cdot$ h/h (359.70 台 $\cdot$ h/h)

ケース10:  $T=100$  s,  $z=386.54$  台 $\cdot$ h/h (390.62 台 $\cdot$ h/h)

本研究では、目的関数の中にパラメーター  $\alpha$  を導入したため、 $\alpha$  の収束性、したがってオフセットパタンの最適解への収束性については、現在のところ数学的保証はないという欠点を有するものの、上述のようにこれまでの研究に比べて良好な解が得られた。またCPUタイムも比較的短くてすむことがわかった。

## 6. むすび

本研究では、閉ループを多数含む道路網に Varaiya の分解原理を適用して、オフセットの最適化を試みた。その結果次の点が明らかになった。

(1) 最適化計算は上位システムと下位システムの2レベルで行われる。

(2) 下位システムがサブエリアごとに独立にオフセットを最適化し、上位システムが調整をして全エリアの最適化が行われる。

(3) 遅れ時間を2つの放物線で近似し、オフセットの探索範囲を全域とした。

(4) そのために最適解への収束性は必ずしも数学的

に保証はされないものの、1つの放物線で近似し、オフセットの探索範囲を限定したこれまでの研究結果よりよい結果が得られる。

(5) 計算時間も比較的短く、少なくともオフライン最適化には使えそうである。

今後の課題としては、解の収束性についてさらに検討すること、ループ閉合条件の整数値  $N_i$  の最適化を行うこと、補助パラメーター変更のステップ幅  $\Delta t$  を自動調整できるようにすること、実際の多レベル制御装置を想定した計算例を計算すること、車群の実測値を用いて遅れ時間関数を検討することなどが挙げられる。

## 参考文献

- 1) 奥谷 巖：面制御に関する基礎的考察，交通工学，Vol. 4, No. 4, pp. 7~14, 1968年7月。
- 2) 奥谷 巖：街路網のオフセットパターンの決定方法に関する一考察，道路，昭和45年7月号，pp. 56~61。
- 3) 越 正毅：交通信号の系統制御オフセットパタンの一解法，土木学会論文集，第147号，pp. 40~47, 昭和42年11月。
- 4) 毛利・本多・荻野・増田：広域交通制御に関する基礎的考察，土木学会論文報告集，No. 190, pp. 89~97, 1971年6月。
- 5) 越 正毅：交通信号の今後の方向，交通工学，Vol. 15, No. 2, pp. 1~3, 1980年3月。
- 6) 久井 守：分解原理のオフセット最適化問題への適用可能性について，徳山工業高等専門学校研究紀要，No. 6, pp. 143~150, 1982年。
- 7) Varaiya, P.: Decomposition of large-scale systems, J. SIAM Control, Vol. 4, No. 1, pp. 173~178, 1966年。
- 8) 田村担之：大規模数理計画法，システムと制御，Vol. 21, No. 1, pp. 54~55, 1977年。
- 9) 田村担之：大規模システムの最適化理論，電気学会雑誌，Vol. 92, No. 11, pp. 23~27, 1972年。
- 10) 児玉慎三・馬場鎭一：Varaiya 氏の分解原理による線形系の最適制御，電気学会雑誌，Vol. 88, No. 7, pp. 209~218, 1968年。
- 11) Robertson, D.I.: TRANSYT: A Traffic Network Study Tool, RRL Report LR 253, 1969年。
- 12) 越 正毅・武田宏夫：道路交通容量資料の分析，交通工学，Vol. 4, No. 5, pp. 18~27, 1969年。

(1983. 8. 15・受付)