

【土木学会論文集 第345号／II-1 1984年5月】

## 掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析

### STOCHASTIC ANALYSIS OF SALTATION DYNAMICS OF BED LOAD PARTICLES

辻 本 哲 郎 \*・中 川 博 次 \*\*

By Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroji NAKAGAWA

A stochastic study on saltation may be useful in order to unify the theories of bed load motion and sediment suspension, because saltation can be regarded as an intermediate state of sediment motion. Generally, several or a few dozen times of saltations are continued by repulsions with a sand bed to constitute the so-called successive saltation. The irregularity of this phenomenon is caused by repulsions of a particle with a bed, and respective paths of individual saltations may be analyzed by a deterministic equation of motion. Such a system of sediment motion is analyzed by combining a stochastic approach with a deterministic one in this paper. By a simulation based on the derived model, the characteristics of individual saltation and successive saltation have been clarified.

#### 1. 序 論

掃流砂れきの運動については古くから多くの研究が行われてきたが、最近も粒子レベルでの流砂力学の確立の必要性および実験水路での詳細な観察の蓄積に基づいた研究が継続されている。その一つの方法は流砂挙動の確率的性質に着目した stochastic modeling であり、他の一つは主として saltation の運動方程式を中心に据えた確定論的方法である。これまで両アプローチは対峙するものとみられていたようだが、流砂運動のより深い理解と流砂力学の健全な発展のためには両者の融合・結合が必須である。本論文はこうした立場から、saltation の力学がどう stochastic modeling されるか、それがどういう意義があるかを論じるものである。

元来、stochastic modeling は個々の流砂挙動に関する情報の欠如から、あるいは流砂の個々の運動が複雑で、全体としてのモデル化のためにはむしろ得られている情報すら縮約し、比較的少ない情報から逆に多くの事柄(流砂の平均的挙動や、流砂運動に伴う移動床過程の平均的

挙動)を推定しようとする立場がとられている。掃流砂の stochastic model の代表例である Einstein<sup>[1]</sup> らによつて始められたモデルでも、個々の流砂の挙動は rest period と step length の 2 つ(の確率変数)に縮約され、これらは比較的少量の資料から(トレーサーテスト)、あるいは比較的短い時間、狭い場所での観測(着目粒子の原点残留確率の測定など)によって推定されるとしている。すなわち、これらは、またはこれらこそ本来力学的に決定されるべきであるにもかかわらず、stochastic model の枠外であるとの理由で、また不規則性のゆえに力学になじまないとの理由からか、その検討は長らく置き去りにされてきた。このような異なる立場の離反が流砂現象の理解の進展を妨げる一つの大きな原因であったように思われる。

一方、saltation に着目した多くの確定論的立場の研究でも、平均水理量に規定される一つの saltation 軌跡の厳密な取り扱いができたとしても、その集合が流砂現象の平均的特徴を表わすものでは決してないという行き詰りがある。すなわち、確定論的見方をすると、saltation は一つで存在するか、あるいは定常跳躍になってしまい、前者では実際現象との隔たりが大きすぎるし、後者では bed material load の特徴である運動砂粒と河床構成砂粒の交換事象が説明できない。その結果、たと

\* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部建設工学科  
(〒920 金沢市小立野2-40-20)

\*\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科  
(〒606 京都市左京区吉田本町)

えば非平衡要因である遅れ距離は説明できることになる。

流砂現象の素過程は、説明の対象となる移動床現象のスケールに比べ無限には小さくないスケールの不規則な砂粒運動であり、この素過程である個々の粒子運動にこそ、力学的法則が適用される。素過程を平均化してみてしまうと、かえって力学法則中の定数などの意味の曖昧さにより近似表現にすぎなかつたり、不規則素過程から構成される現象の平均的挙動と全く異なったものしか表わし得ないことが結構ある。

stochastic modeling にあたって最も大切なのは素過程のモデル化で、その累積やそのアンサンブル集合の平均として全体の現象が説明される。素過程の現象への貢献という立場から素過程の本質的特徴をうまくモデル化することが重要で、その本質の重要なものの一つが力学的法則、流砂の挙動といえば粒子の運動方程式である。

素過程が不規則で、stochastic modeling によって現象の平均的挙動が表わされる場合、素過程の記述の精粗は stochastic modeling という総合化の中で希薄になる場合が多いが、本質的な特徴は十分素過程のモデル中に含ませることが必要である。

流砂挙動の場合の本質的特徴は、運動方程式を満足しているということと、それ以上に河床という境界の存在である。特に後者の果たす役割は大きく、後述するように吉川・山田<sup>2)</sup>はこれのみから、本論文が運動方程式に基づいて得た掃流砂の鉛直方向存在確率密度分布とよく似た形を導いている。もっとも、運動方程式に何ら言及していないため、モデル中のパラメーターの決定は一般的の stochastic model と同様、別途実験に頼らざるを得ない。

本論文では以上の議論のもと、運動方程式に基づいてどのように stochastic modeling するかを saltation を例にとって説明するとともに、得られたモデルに基づいたシミュレーションによって掃流運動についての知見を深める。

## 2. Saltation の基礎式と掃流砂れきの鉛直方向存在確率密度<sup>注1)</sup>

saltation 粒子に作用する重力と抗力（抗力係数を一定とする）のみとすると、粒子の鉛直方向の運動方程式の解は、無次元化して次式で与えられる(Fig. 1 参照)<sup>1),2)</sup>。

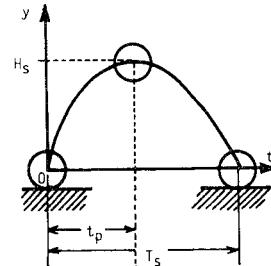


Fig. 1 Definition sketch.

$$\hat{v} = \begin{cases} (\hat{v}_0 - \tan \hat{t}) / (1 + \hat{v}_0 \tan \hat{t}) \\ -\tanh(\hat{t} - \hat{t}_p) \end{cases} \quad (1)$$

$$\hat{y} = \begin{cases} \hat{H}_s + \ln |\cos(\hat{t} - \hat{t}_p)| \\ \hat{H}_s - \ln |\cosh(\hat{t} - \hat{t}_p)| \end{cases} \quad (2)$$

ここで、粒子速度  $v_g$ 、時間  $t$ 、粒子の鉛直方向の存在高さ  $y$  (Fig. 1 参照) はそれぞれ次のように無次元表示されている。

$$\left. \begin{aligned} \hat{v} &\equiv \sqrt{C_D A_2 / 2A_3} \cdot v_g / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd} \\ \hat{t} &\equiv \sqrt{C_D A_2 / 2A_3} / (\sigma/\rho + C_M) \cdot t \sqrt{(\sigma/\rho - 1)g/d} \\ \hat{y} &\equiv (C_D A_2 / 2A_3) / (\sigma/\rho + C_M) \cdot (y/d) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $\sigma/\rho$ ：砂の比重、 $d$ ：粒径、 $C_D$ ：抗力係数、 $C_M$ ：付加質量係数、 $A_2$ 、 $A_3$ ：砂粒子の 2 次元、3 次元形状係数、 $g$ ：重力加速度であり、また式 (1)、(2) に含まれる saltation の特性量 (Fig. 1 参照) は以下のように求められる。

$$\hat{t}_p = \arctan \hat{v}_0 \quad (4)$$

$$\hat{H}_s = -\ln |\cos \hat{t}_p| \quad (5)$$

$$\hat{T}_s = \hat{t}_p + \ln |\sec \hat{t}_p + \tan \hat{t}_p| \quad (6)$$

$$\hat{v}_s = -\tanh \ln |\sec \hat{t}_p + \tan \hat{t}_p| \quad (7)$$

なお、 $\hat{v}_0$  は saltation 粒子の鉛直方向初速度、 $\hat{v}_s$  は河床に落下する直前の速度のそれぞれ無次元量である。

ところで、各 saltation は主として初速度の不規則性に起因して不規則なものとなっており、上式はむしろ次に示すように種々の saltation 特性量の分布間の相互関係を与えるものとして意義がある。いま、 $\hat{v}_0$  の規準化された確率密度関数を  $g_0(\xi)$  ( $\xi \equiv \hat{v}_0 / E[\hat{v}_0]$ ;  $E[\cdot]$  : 期待値) とすると、saltation 特性量  $\P$  ( $\equiv \hat{t}_p, \hat{H}_s, \hat{T}_s, \hat{v}_s$ ) は式 (4)～(7) のように  $\hat{v}_0$  の関数であるから、その基準化された確率密度関数  $h\P(\xi)$  ( $\xi \equiv \P / E[\P]$ ) は次のようになる。

$$h\P(\xi) = g_0(\xi) \cdot E[\P] / E[\hat{v}_0] / |d\P/d\hat{v}_0| \quad (8)$$

式 (2) から一つの saltation の軌跡、すなわち粒子の存在高さの時間的変化  $y(t)$  がわかると、各高さの時間占有率を考えることによって条件付存在確率密度が次のように求められる。一つの saltation を規定するのは  $\hat{v}_0$  で、 $\hat{v}_0$  の条件付での存在確率密度関数を  $f(y|\hat{v}_0)$  と

注1) 本章の基本的考え方はすでに第 27 回水理講演会論文集に発表済み<sup>3)</sup>で、本章では論文の構成上必要最小限の記述にとどめている。

注2) ここでは乱れの効果は無視している。軌跡が乱れによってほとんど揺らぎを受けないものをここでは saltation として suspension と区別している。

書くと、

$$f(\hat{y} | \hat{v}_0) = (1/\hat{T}_s) \cdot |\hat{d}t/d\hat{y}|_{\hat{y}} \dots \dots \dots \quad (9)$$

である。式(2)および(4)～(8)を用いて式(9)が計算され、 $\eta \equiv y/H_s$ と規準化すると、Fig.2のようにほとんど普遍的に表わされる。式(9)の条件開放は、存在確率が時間占有率で定義されることを考慮して

$$f(\hat{y}) = \frac{\int_0^\infty \hat{T}_s f(g | \hat{v}_0) f(\hat{v}_0) d\hat{v}_0}{\int_0^\infty \int_0^\infty \hat{T}_s f(\hat{y} | \hat{v}_0) f(\hat{v}_0) d\hat{v}_0 d\hat{y}} \dots \dots \dots \quad (10)$$

で行える。すなわち、 $\hat{v}_0$ の分布の密度関数  $f(\hat{v}_0)$  がわかれば saltation 粒子の鉛直方向の存在確率密度分布  $f(\hat{y})$  が計算される。

一方、1. で述べた吉川・山田のモデル<sup>2)</sup>で得られる存在確率密度分布は、若干変形、規準化すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} f_*(\xi) &= K_0(\xi) / \int_0^\infty K_0(\xi) d\xi \\ K_0(\xi) &\equiv \exp[-(\xi-1)^2/2\alpha_y^2] + \exp[-(\xi+1)^2/2\alpha_y^2] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (11)$$

ただし、 $f_*(\xi)$  は規準化された密度関数で、 $\xi \equiv y/E[y]$ 、 $\alpha_y \equiv \sqrt{Var[y]/E[y]}$ 、 $E[y]$  : saltation 粒子の平均存在高さ、 $Var[y]$  : 存在高さの分散である。この場合、 $E[y]$ 、 $Var[y]$  が決定されないと  $f(y)$  は確定されない。吉川・山田モデル<sup>2)</sup>では床面の存在という掃流粒子の運動の一つの大きな特徴はモデルに含まれているが、粒子軌跡が流体力学や  $d$ 、 $\sigma/\rho$ 、 $g$  に支配されているにもかかわらずこれについて何ら考慮しなかった（あらゆる可能な曲線群をすべて含めた扱いとなっている）ための結果で

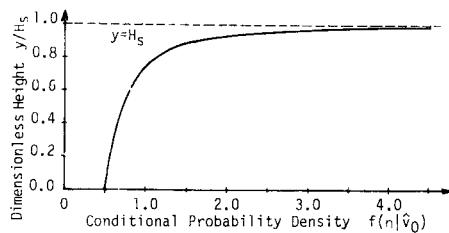


Fig. 2 Conditional existence probability.

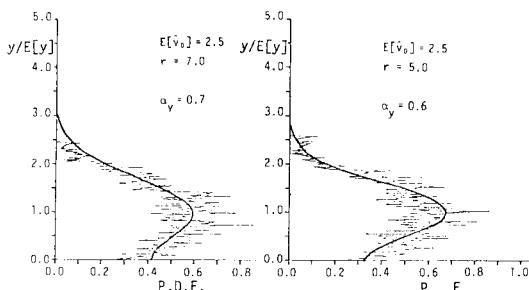


Fig. 3 Existence probability density distribution.

あるが、2つのパラメーターさえ決めてやれば本論文の結果(式(10))と大差ない分布形が得られる。たとえば式(10)において  $\hat{v}_0$  の分布を shape parameter が  $r$  の gamma 分布として計算したものと、それによって求められる  $E[y]$ 、 $Var[y]$  を用いて式(11)を計算したものを比較すると、Fig.3(図中の滑らかな曲線が式(11)で、折線は式(10)をシミュレーション法で計算したもの)のように良好な対応がみられる。式(10)は解析的に関数表示するのが難しいので、式(10)によって  $E[y]$ 、 $Var[y]$  を求め、近似分布として式(11)を用いるのが一つの有効な方法と思われる。

以上簡単な saltation の運動方程式に基づいて掃流砂れきの主として鉛直方向の不規則運動を確率論的に解析したが、こうした議論の検証のため、粒径  $d=0.395$  cm の石炭粒子 ( $\sigma/\rho=1.29$ ) を用いた実験<sup>4)</sup>を行い、16 mm フィルム解析を行った。典型的な saltation のみを抽出した標本から、基礎式そのものの妥当性のほか、特性量分布の変換式(式(8))、粒子の鉛直方向存在確率密度分布(式(10))の妥当性の検討を行った<sup>4, 5)</sup>。Fig.4 は式(10)を検証したもので、フィルム解析で抽出された典型的な saltation について初速度の分布を実測して式(10)により計算したものを、同じ標本から実測された存在確率分布と比較したものである。両者はおおむね良好な一致を呈しており、式(10)により saltation 粒子の存在確率密度分布が運動方程式に基づいて表現されることがわかる。

なお、saltation の流下方向特性については、作用流体力が粒子の鉛直方向位置の関数ともなって、解析的に運動方程式を解くのは難しいが、統計的な successive saltation の場合、そのモデル化においては 1 saltation 間の平均速度  $\bar{u}_g$  と、次の saltation にかかる床面への衝突直前の速度  $u_{gr}$  さえわかればよいので、これらについて次のような簡単な式を仮定し、そのパラメーターは実験的に決めるここととする。

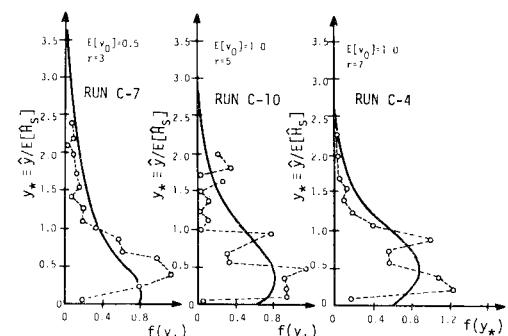


Fig. 4 Experimental Verification of Eq. (10).

注3) これらの実験的検討については文献5)に詳述している。

$$\frac{\bar{u}_g}{u_*} = \frac{1}{x} \ln [15.05(1 + 2p_0 \cdot H_s/d)] \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{u_{gr}}{u_*} = \frac{1}{x} \left[ p_1 \ln 15.05 + p_2 \ln \left[ 15.05 \left( 1 + \frac{2H_s}{d} \right) \right] \right] \dots\dots(13)$$

ただし、 $u_*$ ：摩擦速度、 $p_0, p_1, p_2$ ：実験定数 ( $p_0 + p_1 = 1$ )、 $x$ ：Kármán 定数である ( $p_0 H_s/d$  は 1 つの saltation の平均速度を与える代表高さ ( $p_0 \approx 0.5$ ) であり、一方 1 つの saltation の終了時の速度は実験における saltation 粒子運動のフィルム解析結果<sup>5)</sup>に基づいて saltation の最高点と河床近傍との流速の平均として与えている)。また 1 saltation の長さ  $L_s$  は、

$$L_s = \bar{u}_g \cdot T_s \dots\dots\dots(14)$$

で与えられるものとする。

### 3. Saltation 粒子の床面での不規則反発事象<sup>注4)</sup>

砂れきで構成される河床は平坦といつても砂粒レベルの凹凸があり、saltation 粒子が河床に落下すると、不規則に反発し、いわゆる successive saltation を呈する。一つの saltation の初速度は流体力による初期移動または反発の力学で決定されるが、一般に saltation は数回から 10 数回を継続するので、主として反発に規定されているとみなしても十分に近似されるであろう。すなわち反発事象は saltation の統計的性質、平均的性質を知る上で大きなウェイトをもっている。saltation 運動中に平均流によって流下方向の運動量を得、床面との不規則反発によってそれのかなりの分が上向きの運動量に変換されることで、砂粒子がいわゆる掃流層を適度な密度（濃度）に保っているということができる。

河床の表面は loose な粒子で構成されしかも 3 次元的であるので、そこでの反発機構を正確に明らかにすることは困難であるが、かといって先にも述べたようにこの事象の重要性からして全くこれを無視することはできない。そこでモデル全体の齊合性を崩さない程度に簡単な次のようなモデルを考える。

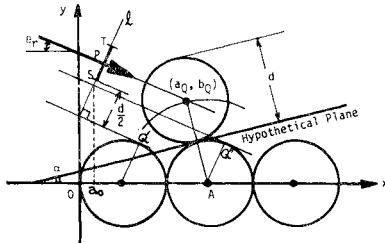


Fig. 5 Definition sketch.

注4) saltation 粒子の反発モデルの概要は第 27 回水理講演会論文集に発表済み<sup>3)</sup>であるが、ここでは実験的検討を付け加え、反発が successive saltation とその不規則性を産み出していることを浮き彫りにして説明している。

**Fig. 5** のような理想的な粒子配列面を考えると、落下してきた砂粒子の衝突のし方によって確率的に変化する仮想反発面が考えられる。この反発面の平均河床面に対する傾斜角  $\alpha$  の分布が successive saltation における個々の saltation の不規則性を引き起こしている。角度  $\alpha$  は、**Fig. 5** における点  $(a_0, b_0)$  の座標を知ると、

$$\alpha = \arctan \left( \frac{3d - 2a_0}{2b_0} \right) \dots\dots\dots(15)$$

で与えられ<sup>注5)</sup>、たとえ入射角  $\theta_r$  が既知でも、落下粒子の位置により（たとえば **Fig. 5** で  $P$  は  $T-S$  間にランダムに分布している）、 $\alpha$  は分布する。 $\theta_r$  の条件付で求められた仮想反発面の傾斜角の条件付確率密度分布をシミュレーション法で計算した結果が **Fig. 6** である。

仮想反発面が決まったとき、それに対する法線および接線方向の衝突前後の速度の比（反発係数に類似）をそれぞれ  $e, f$  とすると、次のように衝突直前の粒子速度  $v_r (u_{gr}, v_s)$  から衝突直後の粒子速度、すなわち次の saltation の初速度  $v_0 (u_{gs}, v_0)$  を求めることができる。

$$\theta_r = \arctan (v_s / u_{gr}) \dots\dots\dots(16)$$

$$|v_0| = |v_r| \sqrt{e^2 \sin^2(\theta_r + \alpha) + f^2 \cos^2(\theta_r + \alpha)} \dots\dots\dots(17)$$

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \arctan [e \sin(\theta_r + \alpha) \\ &\quad + f \cos(\theta_r + \alpha)] / |v_r| / |v_0| + \alpha \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{gs} &= |v_0| \cos(\theta_0 + \alpha) \\ v_0 &= |v_0| \sin(\theta_0 + \alpha) \end{aligned} \dots\dots\dots(19)$$

ここに  $\theta_0$  は反射角であり、次の saltation の飛び出し角に相当する。

上述のように、ここに提案したモデルで入射状況の確率的性質が反射後のそれに変換される。これを検証するため次のような簡単な実験を行った。すなわち一般的な砂れき床では床面の砂粒レベルの凹凸が 3 次元的で、モデル検証に必要な諸量のうち特に重要な仮想反発面の実測

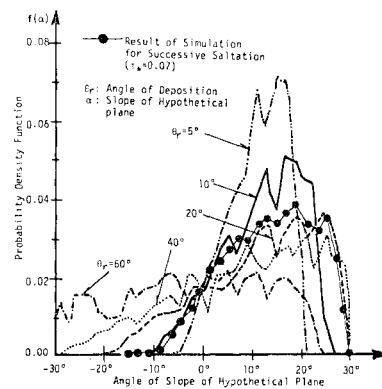


Fig. 6 Conditional probability of hypothetical plane angle.

注5) 詳細な説明は文献 5) を参照されたい。

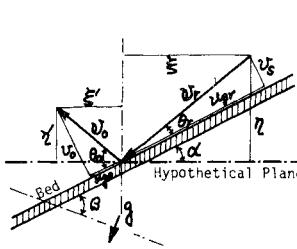


Fig. 7 Definition sketch.

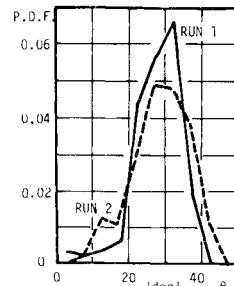
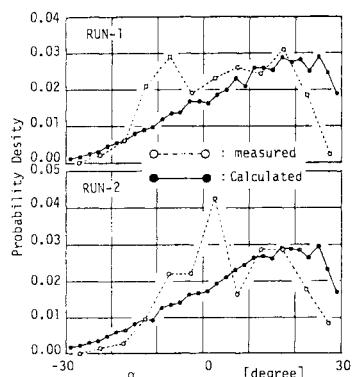
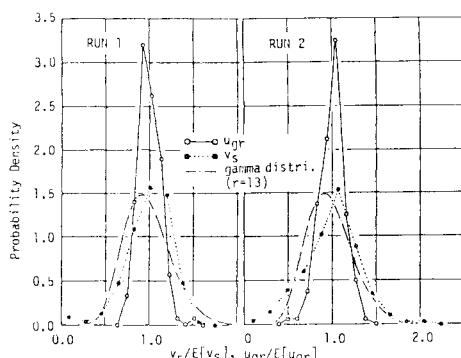
Fig. 8 Distribution of  $\theta_r$ .Fig. 9 Distribution of  $\alpha$ .

Fig. 10 Distributions of particle speeds just before repulsion.

が難しいので、ガラス円柱を敷きつめた2次元凹凸路床で、斜面を落す粒子についてのフィルム解析を行うこととした。すなわち、静水中に直径1.25 cmのガラス円柱を敷きつめた斜面を設置し、ほぼ同直径のガラス球を転動落下させてこれを跳躍粒子とみなした (Fig. 7 参照)。この実験では  $e=f$  とみなせる。Fig. 8 には150回以上の試行によって得られた入射角の分布でRunの1と2では斜面の傾斜角が異なる。一方、仮想反発面の傾斜角  $\alpha$  の分布についての実測結果は Fig. 9 に破線で示される。本章のモデルで得られた  $\alpha$  の条件付分布 (Fig. 6) を実測された入射角  $\theta_r$  の分布 (Fig. 8) で開放すると Fig. 9 の実線のようになり、実測結果とよく一致していることがわかる。また、Fig. 10 には実測された入射速度の分布が示され、Fig. 11 にこれをもとに本モデルで推定される反射速度の分布を実測結果と比較している。図中●印は  $u_{gr}, v_s$  とも shape parameter が13のgamma分布に従う、▲印は  $v_s$  は shape parameter が13のgamma分布に従うが  $u_{gr}$  は一定として計算した推定分布である。Fig. 10 によると  $v_s$  は shape parameter が13、 $u_{gr}$  は25程度のgamma分布に適合しており、Fig. 11 の2ケースの計算結果の中間に現象に即したものと考えられ、これら推定と実測結果の対応はよい。

このように本章で展開したモデルで不規則反発事象の本質は十分記述できるものと判断され、これによって水流による saltation の特徴である不規則な successive saltation が説明できるものと思われる。

#### 4. Successive saltation のシミュレーション<sup>注6)</sup>

successive saltation のサブシステムである個々の

注6) 第27回水理講演会論文集<sup>3)</sup>では、saltation の継続条件については何ら考慮せず、適当にパラメーターを選んだ条件でのシミュレーション例を示すにとどまっていた。ここでは若干パラメーターを吟味して用い、特に掃流力による saltation 特性の変化に言及している。

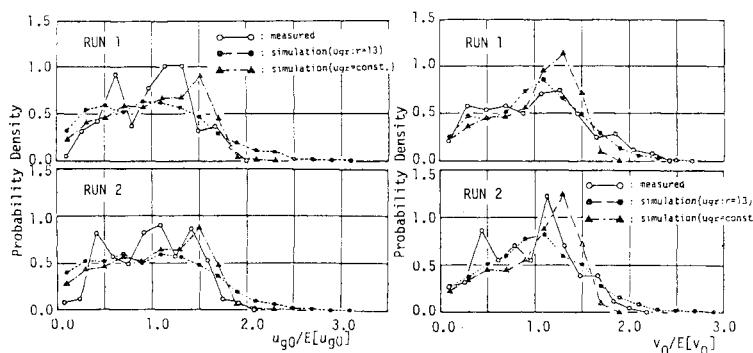


Fig. 11 Distributions of particle speeds just after repulsion.

saltation と、saltation の継続および不規則性を支配する反発事象のモデルが得られたので、これらの確率過程的集合としての successive saltation をシミュレーションによってその特性を調べることができる。すなわち、個々の saltation の特性の平均のみならず、successive saltation の特性である step length や moving period の分布を知ることができ、また、掃流砂挙動のアンサンブル的性質としての掃流砂れきの鉛直方向存在確率密度分布などもシミュレーション結果として得ることができる。

厳密なシミュレーションを行うには、saltation の継続の停止機構や、反発時における流体力の作用の重合な

どについてさらに検討すべき問題が残されているが、本論文ではむしろ saltation の力学が stochastic modeling にどう生かされるか、それによってどのようなことが明らかにされるかに焦点を絞っており、簡単な仮定で残された問題をクリアして議論を進める。すなわち、反発時に流体力による付加的な影響はなく、また saltation の継続条件として反発後の上向き速度  $v_0$  に次の条件を課した。つまりこの条件を満足しない場合は停止するものとした。

$$\rho = (\sigma/\rho + C_M) A_3 d^3 v_0^2 / 2 > \rho (\sigma/\rho - 1) g A_3 d^3 \Delta_b \cdots (20)$$

ここで  $\Delta_b$  は河床での砂粒の凹凸によって形成される平均的な障害高さである<sup>6)</sup>。さらに  $C_D = 0.4$ 、 $C_M = 0.5$ 、

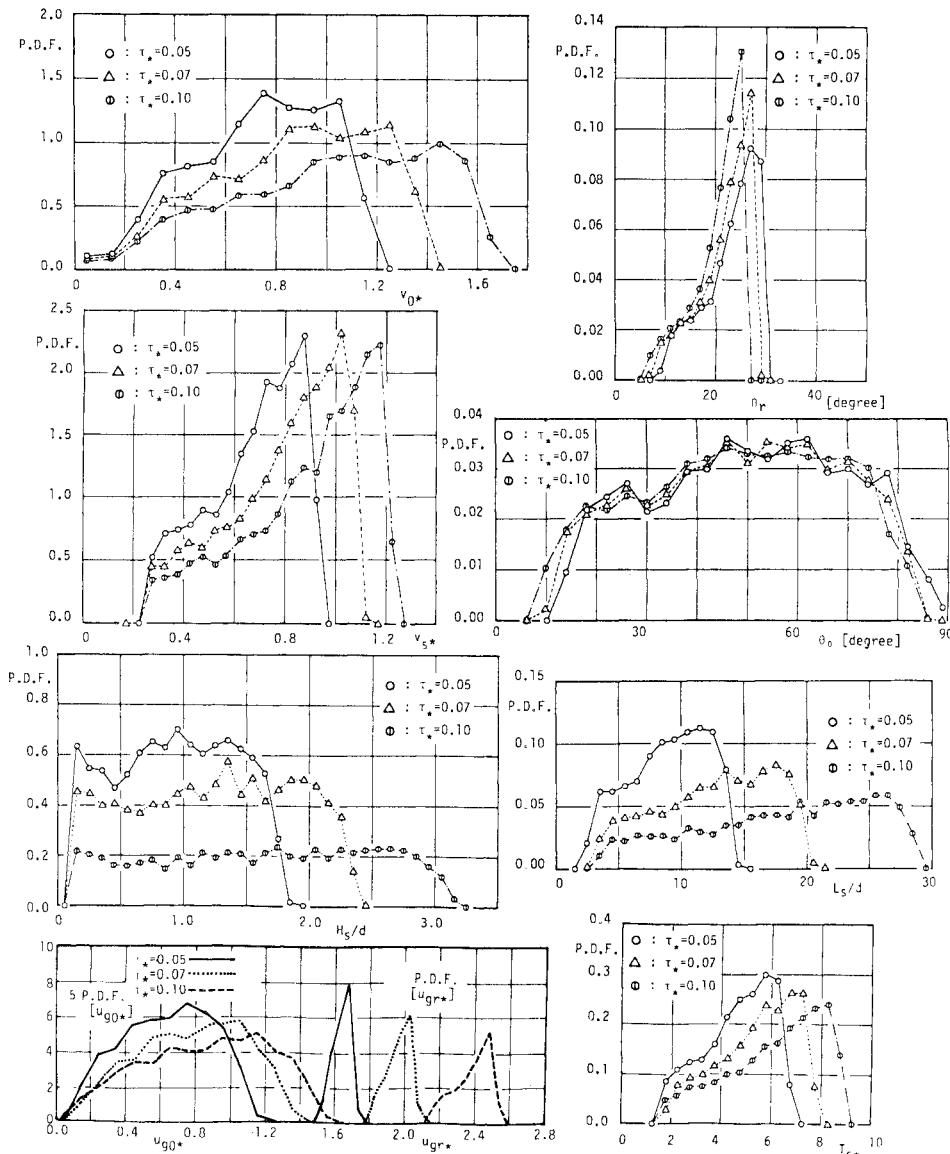


Fig. 12 Distributions of characteristic quantities of individual saltations.

$\sigma/\rho = 2.65$ ,  $e=f=0.6$ ,  $\Delta_* \equiv \Delta_b/d = 0.1$ ,  $p_0 = p_1 = p_2 = 0.5$  を仮定した。シミュレーションの初期条件は次のように設定した。すなわち観察によって知られているように一般に摩擦速度の数倍程度の速度で転動または滑動している粒子が河床に存在する粒径程度の凹凸に衝突して saltation が生起する。そこで  $u_{gr} = 2 u_*$ ,  $v_s = 0$  とし,  $\alpha = 0 \sim (\pi/2)$  (一様分布) に対する衝突事象を初期条件とし、これによって発生する saltation を第 1 番目の saltation とした。

Fig. 12 には個々の saltation 特性量の分布が示され、特に反発前後で分布がどのように変化するかが興味深い結果となっている。これらの平均値、標準偏差の無次元

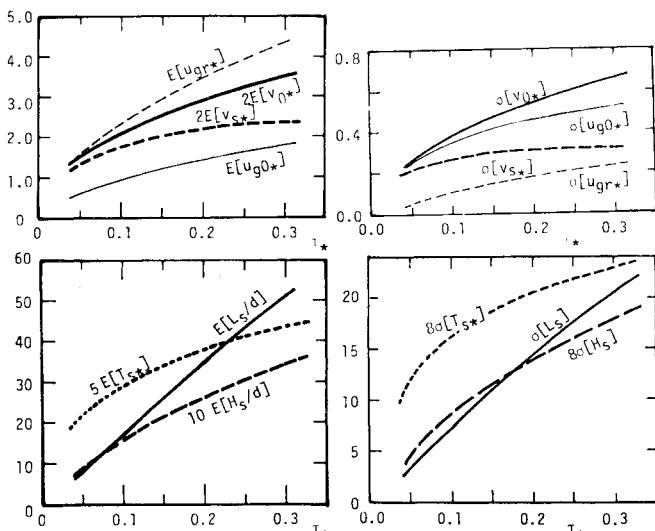


Fig. 13 Expected values and standard deviations of characteristic quantities of individual saltations.

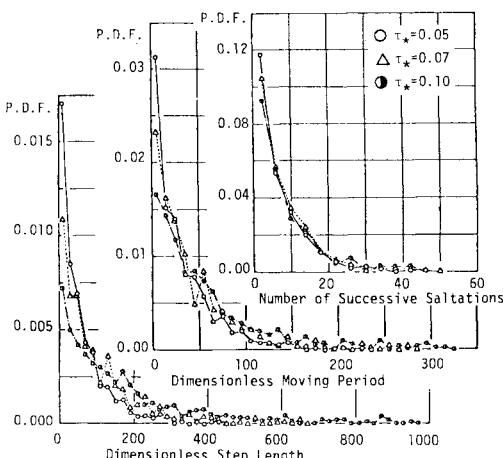


Fig. 14 Distributions of characteristic quantities of successive saltations.

掃流力  $\tau_*$  ( $\equiv u_*^2/(\sigma/\rho - 1)gd$ ) に対する変化は Fig. 13 にまとめて示した。

一方、successive saltation の特性量としては（流体力による）初期移動から河床に停止するまでの saltation の継続回数、移動距離 (step length)，その間の運動時間 (moving period) が挙げられる。step length は非平衡流砂過程において重要な役割を果たすし<sup>7)</sup>、moving period は pick-up rate とともに砂粒子の存在確率密度を掃流砂濃度に変換する際に不可欠の量である。Fig. 14 はシミュレーションの結果として得られたこれらの分布で、いずれも指指数分布に近い性状を示している。step length については確率過程論的に、また

は実験的に指指数分布することが知られているが、ここでは saltation の運動方程式を基礎にそれが誘導された。なお、Fig. 15 には平均 step length と無次元掃流力の関係を示した（図中太実線）。ここでは、 $e$ ,  $f$ ,  $\Delta_*$  を若干変化させてみたが必ずしも適切にこれらの値を決定するのは難しいようである。また、図中にはトレーサー実験で別途測定された実験データも併示したが、本論文のシミュレーション結果は掃流力の大きいところで過大評価となっている。こ

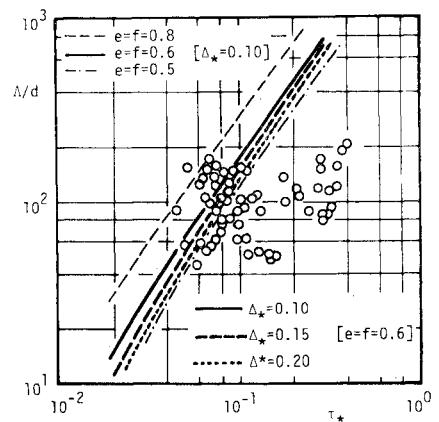


Fig. 15 Mean step length.

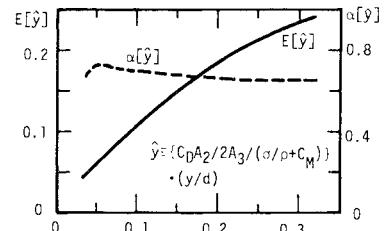


Fig. 16 Expected value and variation coefficient of existence height of saltation particles.

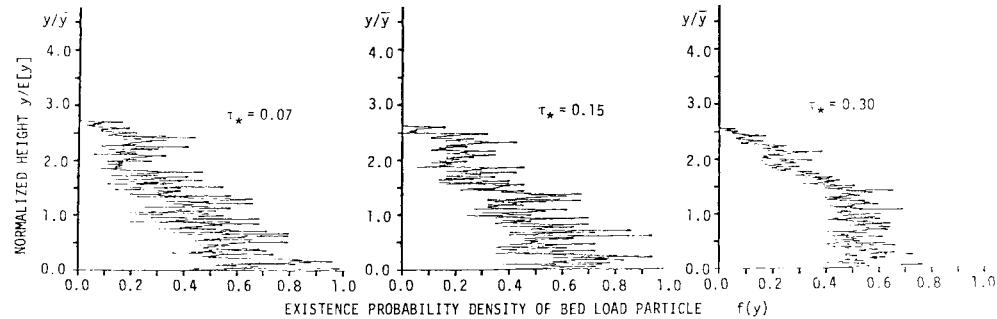


Fig. 17 Existence probability distribution of saltation particle.

れは、床面への衝突の際、河床表面の loose さによって saltation 粒子の運動量の一部が奪われるためと考えられる<sup>6)</sup>。

さらに、Fig. 16 には saltation 粒子の存在高さの期待値および変動係数の無次元掃流力との関係を示した。また、Fig. 17 には存在確率密度分布の計算例を示している。Fig. 16 より Fig. 17 より、いわゆる掃流層の上限 (ceiling of bed load layer<sup>8)</sup>) は  $\tau_* = 0.1 \sim 0.3$  で、粒径の 4~8 倍に変化していることがわかる。

## 5. 結 論

本論文では流砂力学のより深い理解を目的とし、個々の粒子の運動に対する確定論的力学と、それらの stochastic な集合の構成という観点から、新たな流砂モデルを提示した。流砂モデルとしては、流砂の絶対濃度の評価や、流砂量式の提示に至ってはいないが、移動床現象の説明にはそうした完成された形が必ずしも必要でないということを考えると、本論文で十分な完成度は保たれているものと思われる。何よりも、本論文では従来離反的でさえあった流砂現象に対する確定論的力学の立場と、stochastic model の立場の融合が図られている点に意義がある。すなわち、現象の素過程である局所的、瞬間的な粒子の挙動にこそ力学が適用され、その stochastic model による総合化によって、よりよく現象が説明され、また現象の深い理解が得られる。移動床現象にはこうした考え方の適用が待たれるケースが多い。

今後、浮遊砂の挙動についても同様な立場での議論を行いたいと考える。また浮遊砂といえども床面近傍では反発事象が卓越し、ここで扱った successive saltation と同じような様式で規準面濃度が決められるであろうし、これらを含め掃流砂・浮遊砂の遷移機構の明確化と流砂モデルの統一を目指して研究を進めてゆきたい。

なお、本研究は昭和 56・57 年度文部省科学研究費総合研究 (A) 「ストカスティックハイドローリックスの手法の確立と応用の研究」(代表：林泰造中央大学教授) の補助を受けたこと、また本研究の考え方については、吉川秀夫早稲田大学教授、福岡捷二東京工業大学助教授ほか多くの先生方にご討議をいただく機会を得たことを付記し、謝意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) Einstein, H. A. : Der Geschiebetrieb als Wahrscheinlichkeitsproblem, Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau an der Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich, 1937.
- 2) Kikkawa, H. and Yamada, T. : Transport Rate of Bed Load Based on "the Existence Probability" of a Sand Particle, Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Japan, pp. 277~288, 1980.
- 3) 中川博次・辻本哲郎・赤尾恒博：Saltation 運動の確率的性質、第 27 回水理講演会論文集、pp. 291~298, 1983.
- 4) 中川博次・辻本哲郎・加賀田健司：流砂の運動形態に関する実験的考察、土木学会関西支部昭和 57 年度年次学術講演会講演概要、II-21, 1982.
- 5) 中川博次・辻本哲郎・赤尾恒博：水流による Successive Saltation に関する研究、京都大学防災研究所年報、第 26 号 B-2, pp. 379~394, 1983.
- 6) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第 244 号、pp. 71~80, 1975.
- 7) Yalin, M. S. and Krishnappan, B. G. : Stochastic Aspects of Saltation Paths of Cohesionless Sediment, Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Japan, pp. 325~336, 1980.
- 8) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. : Sand Bed Instability Due to Bed Load Motion, Proc. ASCE, J. Hydraulics Division, Vol. 106, HY 12, pp. 2029~2051, 1980.

(1983.10.5・受付)