

平坦な底面を有する物体の着水衝撃力に関する研究

STUDY ON THE WATER LANDING LOAD OF FLAT BOTTOM BODY

山野邦明*・大同淳之**

By Kuniaki YAMANO and Atsuyuki DAIDO

In this study, the impact force when the body with flat bottom runs into flat water surface is treated. In this case, the compressibility of fluid must be always regarded. When approaching velocity is low, the impact force on the body is equal to the momentum given to fluid within area given by the wave equation. On the other hand, when approaching velocity is high, the impact force is equal to compressive stress of fluid just under the body. Under these considerations, two impact force equations are obtained respectively, and the boundary of two states can be defined. And then, parameters $\epsilon(x)$ which is defined by the compressibility of fluid and elasticity of the body, and M_e which is defined by the ratio of approaching velocity to the velocity of sound in fluid are substantial quantities which dominate the impact phenomena.

1. 序論

流体と固体が衝突する現象は数多くあり、両者の物理的性質、物体と流体の相対的大きさ、衝突面の形状、衝突速度により、現象および問題となる側面が異なり、それぞれの条件に応じて研究されている。水工学の分野においても、たとえば、段波・碎波により堤体が受ける衝撃力・雨滴が地面に衝突するときの衝撃力等、数多くの研究がなされている。前者に関する研究についていえば、段波、碎波が進んできて、固定された固体に衝突するという性質上、水面形が不安定であり衝突時の条件が複雑でモデル化が困難であるということから、どうしても実験的・経験的な研究が多い。

本論文では、物体の衝突面より広い自由表面をもつ流体が物体に衝突するようなとき、流体が物体に与える衝撃力について取り扱っている。衝突時に物体が受ける力は、力学的には自由表面をもつ流体に物体回りの非定常流れを生じさせる力の反作用としてとらえられる。この観点からみると、現象は物体と自由表面との相対速度で説明できることになり、本質的には物体に座標を固定し

ても自由表面に固定してもよいことになる。単純化して、自由表面は平面であるとする。そして、物体は自由表面に垂直に衝突するものとする。座標系を自由表面に固定すると、物体が静水面に衝突することになり、問題は固体の着水問題となる。自由表面を示す関数形は流体のもつエネルギーを表現する重要な要素であるが、着水問題についての従来の研究¹⁾が、その実際の水面形とは関係なく、衝突前は平面であると仮定していることも考えると、研究の第1段階としては、衝突前は平面として十分であり、少なくとも、そのように仮定しても定性的性質以上に現象を解明できると思われる。

従来の着水衝撃に関する研究は、理論的には、①剛体からなる二次元くさび形物体、円錐形、球形物体の非圧縮性理想流体への着水^{2)~4)}、②弾性くさび形、球形物体の非圧縮性理想流体への着水⁵⁾、③剛体からなる二次元くさび形物体の圧縮性流体への着水⁶⁾、について行われている。しかし、底面が平坦な場合については、まだあまり行われていないようである。一方、水工学上問題となる流体の衝突は、着水問題でいえば、くさび形や円錐または球形の物体についてだけでなく、平坦な底面をもつ物体の着水問題に相当する場合も十分あり得る。

そこで、本論文では、着水問題のうち、ほとんど明らかとなっていない平坦な底面をもつ物体の着水問題につ

* 学生会員 工修 立命館大学大学院理工学研究科
(〒603 京都市北区等持院北町)

** 正会員 工博 立命館大学理工学部(同上)

いて、従来の着水問題についての考え方、方法論を参考にしながら明らかにしてゆく。

2. 従来の研究

着水衝撃力に関する研究は、von Kármán²⁾によって始められ、その後の研究の基本となっている。von Kármánは、二次元くさび形物体の着水問題について付録に示すような理論的な考察を行い、結局、着水後の物体に図-1に示すような仮想質量を考慮することで現象が説明できることを示した。von Kármánの研究以後、よりよい仮想質量の表現を求めて、理論的、および実験的研究が続けられた³⁾(図-2および表-1)。また、著

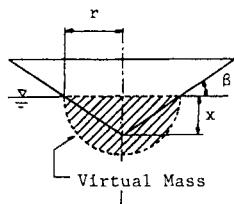


図-1 von Kármán の二次元くさび形物体の着水モデル

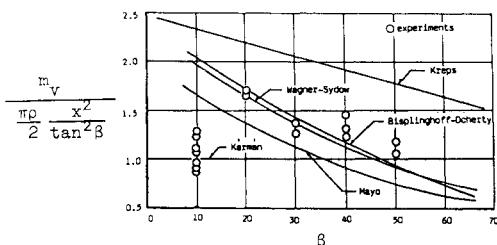


図-2 仮想質量の比較

表-1 いろいろな仮想質量

Wagner and Sydow	$m_v = \left(\frac{\pi}{2\beta} - 1\right)^2 \tan^2 \beta \left(\frac{\pi \rho c^2}{2}\right)$ $= \left(\frac{\pi}{2\beta} - 1\right)^2 \left(\frac{\pi \rho}{2} z^2\right)$
Kreps	$m_v = \frac{\pi^2}{4} \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) \left(\frac{\pi \rho c^2}{2}\right)$ $- \frac{\pi^2}{4} \cos^2 \beta \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) \left(\frac{\pi \rho}{2} z^2\right)$
Mayo	$m_v = 0.82 \left(\frac{\pi}{2\beta} - 1\right)^2 \tan^2 \beta \left(\frac{\pi \rho c^2}{2}\right)$ $= 0.82 \left(\frac{\pi}{2\beta} - 1\right)^2 \left(\frac{\pi \rho}{2} z^2\right)$
Bislinghoff and Doherty	$m_v = K_1 \left(\frac{\pi \rho c^2}{2}\right) = K_1 \cot^2 \beta \left(\frac{\pi \rho}{2} z^2\right)$ $K_1 = \frac{2 \tan \beta}{\pi} \left[\frac{\pi^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi}\right)}{\sin \beta \cos \beta \Gamma^2 \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) \Gamma^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{\pi}\right)} \right]$

者の一大大同⁹⁾は、球形および円筒形物体の着水衝撃の実験を行い、仮想質量の考え方について考察を行った。その結果、球形物体の着水衝撃力は、物体が排除した流体の質量を仮想質量に用いるとほぼ現象を説明できるが、円筒形の場合は、従来の仮想質量の考え方ではいずれも十分に説明し得ないことを明らかにした。大同の考え方とは、球形物体に関する実験をもとに考察されているので、他の考え方または実験から求めた仮想質量に比べ、比較的鈍頭な物体についてよく合うようである。しかし、円筒形物体の着水衝撃力となると、この考え方でも十分に現象を説明し得ないことを示した。

R. Skalak, D. Feit⁽¹⁾ らは、鈍頭物体の着水衝撃において接水幅の広がる速度 V_e と流体中の音速 c の比 M_e なるパラメーターを導入し

であれば、流体の圧縮性は必ずしも無視し得ないことを示した。底面が平坦な物体の場合、 M_e は着水速度によらず無限大となり、流体の圧縮性は無視し得ないことになる。

次章では、以上の知識をもとに、平坦な底面をもつ物体の着水衝撃力について考察する。

3. 円筒形物体の着水衝撃力

(1) 着水現象の考え方

R. Skalak, D. Feit らに従って、流体は圧縮性を仮定する。実際、圧縮性の仮定は、von Kármán 流の仮想質量の考え方をより一般化したことになる。流体は理想流体であると仮定すると、 ρ_0 を着水前または着水後の時間平均の密度、 ρ を着水後のある時刻における密度とし、 $|\rho_0 - \rho| \ll \rho_0$ が成り立つとして、

$$\text{運動方程式} \quad p = p_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$\text{状態方程式} \quad dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s d\rho \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

が得られる。ただし、 ϕ は速度ポテンシャルで、

で定義される。式(2), (3), (4)より、線形波動方程式(6)が $v \leq c$ なる仮定から得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \operatorname{div}(\operatorname{grad} \phi) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

七

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_s}$$

で、 c は流体中の音速である

式(6)より、着水の影響は、波動方程式が示す領域

の外には、伝わらないことになる。このことは、仮想質量を考える場合、流体に運動量が与えられる領域が、von Kármán すなわち H. Lamb⁷⁾が計算した無限の領域ではなく、有限な領域、波動方程式が示す領域に限られることを考慮しなければならないことを示す。すなわち、H. Lamb が求めた仮想質量は、無限流体中を運動する物体に対して与えられており、鈍頭物体の場合、H. Lamb の仮想質量をもとに着水衝撃力を求めるとき、過大な値を示すのは(図-2)、運動量が与えられる領域よりはるかに広い空間にわたって積分した結果であるといえる。さらに着水速度が大きくなると、衝撃力は、流体に与えられた運動量としてではなく、接水面近傍での流体の圧縮性によって決定されるようになる。以下、このような考え方方に立って、衝撃力を求めていく。

(2) 衝撃力が流体の圧縮性による場合

まず、衝撃力が接水面近傍での流体の圧縮応力による場合を考える。この場合、衝撃力の最大値は、着水後微小時間内に生じると考えられるから、流体の運動は、一次元運動で十分近似し得ると考えられる。

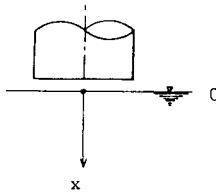


図-3 円筒形物体の着水時の座標系

座標軸を図-3のようにとり、着水時を $t=0$ とするとき式(5), 式(2), 式(6)はそれぞれ

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (9)$$

と表わされる。境界条件は、物体と流体の境界で速度が等しいことにより、

$$-\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=f(vdt)} = V \quad (10)$$

と表わされる。 V は着水後の物体の速度である。一方 V は、式(9)の有意な解が、

$$\phi = \phi_{x-ct} \quad (11)$$

であることから、式(3)を用いて、

$$V = V_0 - \int \frac{p}{m} dt = V_0 - \frac{\rho_0}{m} c \int \phi'_{x-ct} dt \quad (12)$$

と表わされる。ここで、 m は、単位面積当たりの物体の質量を、prime は $(x-ct)$ に関する微分を表わす。

いま、 $V \approx V_0$ とすると、

$$V = V_0 + \frac{\rho_0}{m} \frac{c}{c-V_0} \phi_{x-ct} \quad (13)$$

と表わされる。式(10)に代入すると、

$$\phi'_{x-ct} = V_0 + \frac{\rho_0}{m} \frac{c}{c-V_0} \phi_{x-ct} \quad (14)$$

と、表わされる。式(14)は、 t に関する恒等式であるから、 ϕ を $(x-ct)$ のべきで表現し、係数を比較することにより、速度ポテンシャル ϕ は、

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{\rho_0}{m} \right)^{n-1} \left(\frac{c}{c-V_0} \right)^{n-1} (x-ct)^n V_0 \quad (15)$$

と表わされる。式(3)に代入することにより、物体が受ける加速度は、

$$\alpha = -\frac{p}{m} = \frac{\rho_0}{m} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{x=f(vdt)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\rho_0}{m} c V_0 \\ \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!} \left(\frac{\rho_0}{m} \right)^n (ct)^n \quad (16)$$

と求まり、また、物体が受ける着水衝撃力 F は、

$$F = \rho_0 A c V_0 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\rho_0}{m} \right)^n (ct)^n \quad (17)$$

で与えられる。ここで、 A は物体の底面積である。

物体が剛体であれば、式(17)は、この場合の求める衝撃力となるが、物体が弾性体であれば、物体は流体力を受けてひずみ、みかけ上着水速度が小さくなる。物体と流体の境界で流体の圧力と物体の弾性応力が等しいとして、

$$\rho c (v - v_E) = \sqrt{\sigma \left(E + \frac{4}{3} G \right)} v_E \quad (18)$$

が成り立つ。ここで、 v_E は着水速度の減少量、 σ は物体の密度、 E , G は、それぞれ、物体のヤング率、せん断弾性係数である。式(18)は、

$$\frac{v_E}{v} = \frac{\rho c}{\rho c + \sqrt{\sigma \left(E + \frac{4}{3} G \right)}} = \chi \quad (19)$$

と書き換えられ、 χ は、物体と流体の材料により決定される定数である。式(19)より、物体を弾性体とした場合の式(17)に対応する衝撃力は、式(17)の着水速度 V_0 に式(20)で表わされる有効着水速度 V_{0e} を代入して得られる。

$$V_{0e} = (1-\chi) V_0 \quad (20)$$

(3) 衝撃力の力積が流体に与えた運動量に等しい場合

次に、衝撃力の力積が波動方程式が示す領域中の流体に与えた運動量に等しいような場合について衝撃力を求める。流体に与えられる運動量 M_0 は、

$$M_0 = \int_D \rho v dD = \int_D \rho \operatorname{grad} \phi dD \quad (21)$$

なる体積積分で表わされる。ここで、 D は、波動方程式が示す領域を示す。式(21)の積分は、境界条件の複

のとき、衝撃力は、式(34)、式(35)で表わされ、着水速度の2乗に比例する。表現を統一するため、式(16)を

式(34)を、

$$G_{\max} \frac{m}{\rho} = 0.42 \left(\frac{M}{\rho_0 \pi r^3} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{g} \cot \beta \cdot V_0^2 \dots \dots \dots \quad (41)$$

と書き直す。

衝撃力の最大値を生じる時刻は、式(31)を積分して

$$\tau = \frac{15}{14} \left(\frac{3\pi}{14} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\mu^{\frac{1}{3}}}{F_r^{\frac{2}{3}}} \cot \beta \quad \dots \dots \dots \quad (42)$$

または、

$$t = \frac{15}{14} \left(\frac{3M}{14\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{1}{V_0} \cot \beta \quad \dots \dots \dots (43)$$

と求められる.

4. 円筒形物体の着水実験および理論との比較

(1) 実験方法および結果

実験は、図-4に示すような $60\text{ cm} \times 60\text{ cm} \times 100\text{ cm}$ の水槽に水を満たし、静水面に着水速度 1.40 m/s , 1.98 m/s , 2.80 m/s , 3.43 m/s , 3.96 m/s , で円筒形の試験体を水面に衝突させた。試験体はアルミニウム製で、表-2に示すように高さを等しくして、半径を3種類に変えてある。後で述べるように、3.で述べた試験体に関する諸量も一緒に記載されている。着水時に試験体が受ける衝撃力は、図-5に示すように肉厚 5 mm の試験体内に取り付けられた加速度計で着水加速度を測定し、その波形をトランジエントメモリーに記録することで得た。得られた波形の一例を図-6に示す。試験体が有限の大きさをもち、その形状が複雑であるため、弾性波の反射、重畠が生じ、複雑な波形をしている。加速度波形

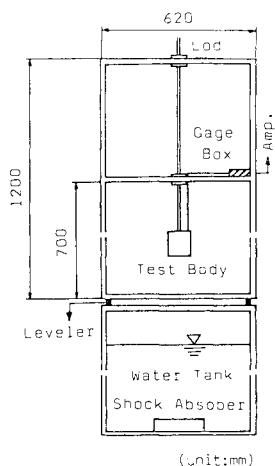


図-4 実験装置図

表一 試験体諸元

Material	κ	$\epsilon(\kappa)$ (mm)		
Alminium	0.10	0.74		
r(cm)	M(g)	m(g/cm ²)	μ	Macr
3	2531.0	89.4	8.94	0.37
4.5	2860.0	45.0	4.50	0.67
6	3369.0	29.8	2.98	0.99

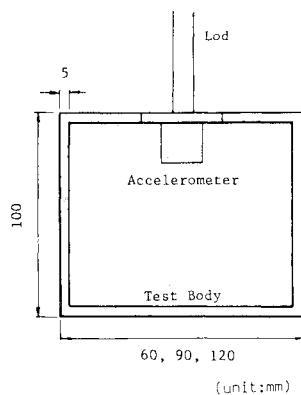


図-5 試験体

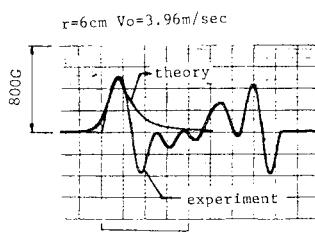
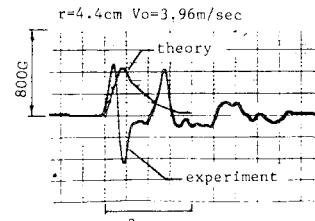
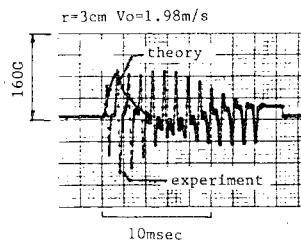


図-6 実験波形と理論曲線

中で最大の値を各実験ごとに求め、そのときの着水後の時間を求め、ともに本文末の付表に整理してある。

(2) 理論との比較

3. の議論と実験との比較を行い、理論の当否を明らかにする。

図-7は、横軸に着水速度、縦軸に式(40)、(41)の左辺 $G_{\max} m/\rho$ をとって整理したものである。実験より得られた着水加速度は、ほぼ、着水速度の2乗に比例し、式(39)で示される領域にあることが予想される。そこで、図-8に改めて、縦軸に G_{\max} 横軸に $\mu^{-1} F^2$ をとり、式(34)との比較を行う。実験値は、それぞれの試験体ごとに明らかに分類される。図中の実線は、 $\epsilon(x)=0.74$ mmとしたときの式(34)の理論値で、実験値とよく一致している。そこで、以後パラメーター $\epsilon(x)$ の値とし

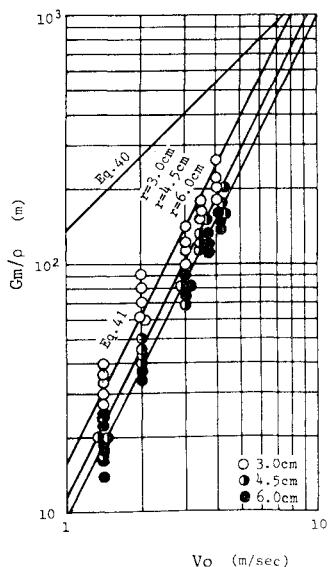


図-7 G_m/ρ と V_o の関係

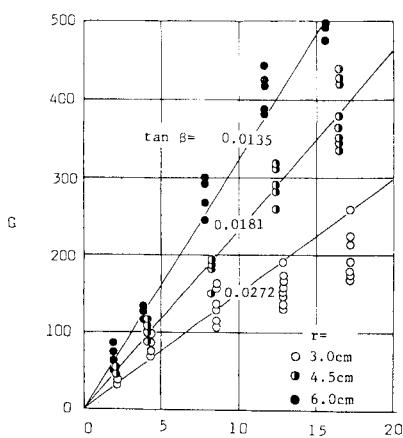


図-8 G と $\mu^{-1} F^2$ の関係

て、0.74 mm を用いる。また、式(19)の ϵ は、アルミニウムのヤング率 $E = 7.03 \times 10^{10}$ N/m²、せん断弾性係数 $G = 2.61 \times 10^{10}$ N/m²、水中の音速 1500 m/s を用いて $\epsilon = 0.10$ と求められる。これらの値は表-2にともに記載する。 $\epsilon(x)$ 、 x がわかると、着水衝撃力の領域を分ける式(37)の M_{ecr} がそれぞれの試験体に対して求められ、表-2にともに示される。各実験条件から M_e を求めると、実験の範囲を通じて $M_e < M_{ecr}$ 、すなわち式(39)を満たしており、衝撃力が波動方程式が示す領域内の流体に与えられた運動量によって決定されるような領域にあることがわかり、式(34)、(35)、(41)で求められることがわかる。図-7の実線は、式(40)、(41)の理論値を示しており、実験値と式(41)とよく一致しているのがわかる。

3. で考察してきた理論はかなり大胆な仮定・近似を行って得られたものにもかかわらず、このようにはほぼ現象を説明していると考えられる。しかし、着水衝撃におけるエネルギーの吸収と物体が失う運動エネルギーが等しいという観点からみると、単に最大衝撃力という面だけでなく、少なくともそれを生じる時刻についても理論と実験が一致する必要がある。図-9に、最大加速度を生じる時刻の実験値と理論値の比較を示す。理論から得られる加速度波形はなめらかな曲線であるが、先に述べたように実験から得られる加速度波形が振動しているため、最大加速度を示す時刻の理論値と実験値との間に最も大きいときで1周期のずれを生じるはずである。図-9のプロットを Theory 軸に平行にみると、プロットは実験値が 0.2~0.3 ms および 1.0~1.5 ms に集中しており、その間の時間、すなわち約 1 ms を 1 周期とみなせば、0.2~0.3 ms の部分は 1/4 周期に、1.0~1.5 ms の部分は、5/4 周期に相当することが予想される。また、図-9に周期を 1 ms としたときの実験値のとり得る範囲を破線ではさんだ領域で表わすと、プロットがその内部に

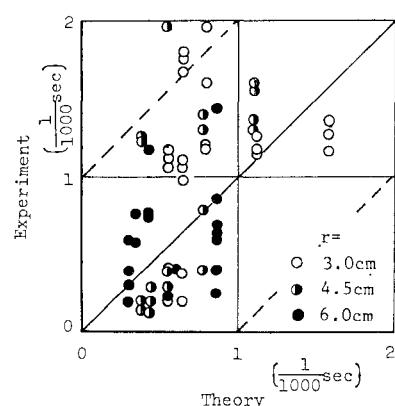


図-9 最大衝撃力を生じる時刻の実験値と理論値の比較

おさまっているのがわかる。加速度波形の理論値と実験値を直接比較すると(図-6), 実験値の周期がほぼ1msであり、最大加速度に対応する理論時刻の土1周期以内に実験値の最大値がみられることがわかる。また、理論波形は、実験値の弾性波上に重ね合わされた波形の包絡線によく一致している。このように考えてくると、図-9は、むしろ理論と実験の一一致を示しているといえる。

5. 結論

従来、着水衝撃力に関する研究は、主に二次元くさび形物体・円錐形物体の着水衝撃力に関して行われてきたが、鈍頭物体にその理論を適用したとき、過大な衝撃力を見積ってきた。著者の一人は、仮想質量として、着水物体が鈍頭である場合、物体が着水時に排除した体積をとることによって実験値とよく合うことを指摘したが、平坦な底面を有する場合は、それでも現象を説明できないことを示した。

本論文では、平坦な底面を有する物体の着水現象について、流体の圧縮性が無視できないという観点に立って解析を行った。そして、流体の圧縮性は、単に流体の圧縮応力としてのみ考慮されるだけでなく、von Kármánが用いた H. Lamb の求めた仮想質量の積分範囲を有限な領域に限定する意味をもつことを考慮に入れる必要があることを述べた。そして、それぞれの場合について着水衝撃力を求め、衝撃力が流体の圧縮性による場合、式(16)、(17)、(40)で、波動方程式が示す領域中の流体に与えた運動量による場合、式(34)、(35)、(41)で与

えられること、また、この両者の境界が式(37)で与えられ、パラメーター M_e が式(38)を満たせば衝撃力は前者で、式(39)を満たせば後者で与えられることを示した。また、このように、流体の圧縮性が無視できないような場合、物体の弾性的性質も無視し得るはずではなく、着水現象に及ぼすその影響を式(19)の κ 、および $\epsilon(\kappa)$ で表現した。

アルミニウムの円筒を用いて実験を行った結果、 $\epsilon(x) = 0.74 \text{ mm}$ とすると理論は現象を説明することができた。

こうして、平坦な底面をもつ物体の着水現象においては、流体の圧縮性は無視し得ず、実験定数 $\epsilon(x)$ を求めることで、図-10に示すアルゴリズムに沿って着水衝撃力を求めることができることを明らかにした。図-10は、円筒形物体の着水衝撃力の算定の手順について書かれているが、堤体のような長方形の平坦な底面を有する場合についても、3.の考え方を適用することにより、結局は、二次元くさび形物体の着水問題に帰着することができる。しかし、波動方程式の示す領域がかなり異なるため、 $\epsilon(x)$ の値は、異なった値をとると思われる。

終りに、本研究は、文部省科学研究費（一般研究C）の補助を受けてなされたことを記し、深く感謝の意を表します。

付録 von Kármán の着水衝撃力

流体は非圧縮性理想流体、物体は剛体からなる二次元くさび形物体とする。着水前の水面形は平坦であるとする。物体が水面に接した瞬間を $t=0$ とする。速度ポテンシャル ϕ を、速度を v として、

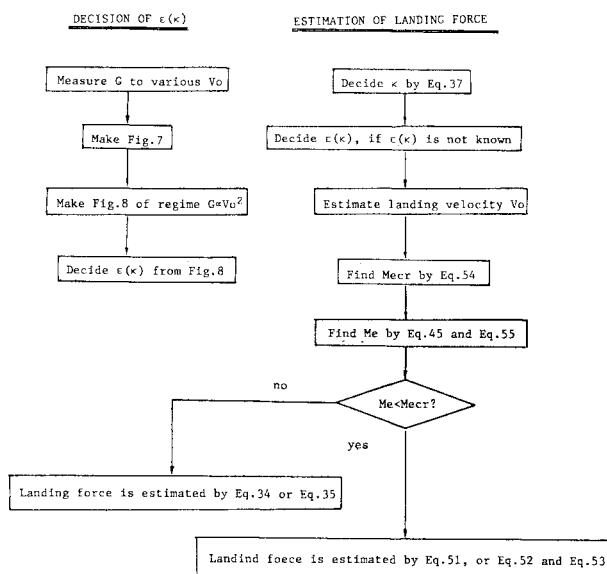


図-10 円筒形物体の着水衝撃力の計算手順

$$t > 0 \text{ で } v = -\operatorname{grad} \phi \dots \dots \dots \quad (\text{A} \cdot 2)$$

と定義する。連続式は、

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \phi) = 0 \dots \dots \dots \quad (\text{A : 3})$$

で表わされる。また、自由表面上で、 $t \geq 0$ のとき

$$\frac{1}{2}(\text{grad } \phi)^2 - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (\text{A} \cdot 4)$$

を満たさなければならない。自由表面形 $F(x, t)$ に関する保存則は、

$$\frac{dF}{dt} = 0 \dots \dots \dots \quad (\text{A} \cdot 5)$$

と表わされる。式(A・4)が非線形であるので、時間 τ についてべき級数に展開して線形化すると

$$\phi \equiv \phi_1 \tau + \phi_2 \tau^2 + O(\tau^3) \dots \quad (\text{A : 6})$$

として $0 \leq t \leq \tau$ で式 (A-4) は

$$\frac{1}{2} \{ \tau \operatorname{grad} \phi_1 + \tau^2 \operatorname{grad} \phi_2 \}^2 - \tau \frac{\partial \phi_1}{\partial t} - \tau^2 \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (\text{A-7})$$

式 (A・7) は、 τ に関する恒等式であるから、

付表

$r = 3.0 \text{ cm}$					
$V_0(\text{m/s})$	G	G_m/p	$v^{-1} Fr^2$	experimental $t(\text{ms})$	theoretical $t(\text{ms})$
$M_e=0.03$	28.1	25.2		5.38	
	35.9	32.1		3.14	
	44.0	39.3		4.62	
	42.2	37.8		5.38	
	41.5	37.1		4.62	
	29.3	26.2		1.36	
	26.6	23.8		1.26	
	28.8	25.8		1.26	
	33.8	30.2		1.17	
	38.8	34.7		1.26	
$M_e=0.05$	76.8	68.7		4.40	
	99.0	88.6		1.17	
	87.9	78.8		5.49	
	98.1	87.8		1.15	
	87.9	78.7		1.18	
	74.6	66.8		3.30	
	70.2	62.8		1.17	
	66.0	59.1		1.26	
	68.5	61.3		1.18	
	65.4	58.5		1.18	
$M_e=0.07$	63.3	56.6		1.18	
	62.6	56.0		2.33	
	66.8	59.8		2.33	
	70.3	62.8		1.17	
	71.0	63.6		2.33	
	164.0	147.0		1.96	
	156.0	139.0		3.30	
	136.0	122.0		2.86	
	158.0	142.0		1.96	
	156.0	140.0		2.35	
$M_e=0.07$	131.0	117.0		1.40	
	114.0	102.0		1.60	
	117.0	105.0		2.20	
	107.0	96.1		1.20	
	107.0	96.2		1.20	
	128.0	114.0		1.18	
	137.0	123.0		1.18	
	128.0	114.0		1.18	
	136.0	121.0		1.18	
	137.0	123.0		1.18	
$M_e=0.08$	167.0	149.0		0.38	
	174.0	156.0		0.98	
	158.0	142.0		1.06	
	166.0	148.0		1.11	
	192.0	172.0		0.19	
	158.0	142.0		0.20	
	154.0	138.0		1.67	
	133.0	119.0		1.76	
	148.0	132.0		1.80	
	137.0	123.0		0.19	
$M_e=0.10$	214.0	192.0		0.22	
	225.0	201.0		1.12	
	193.0	173.0		1.96	
	216.0	194.0		1.06	
	281.0	252.0		1.18	
	170.0	152.0		0.40	
	226.0	202.0		0.24	
	176.0	158.0		0.24	
	180.0	161.0		1.18	
	177.0	159.0		0.20	
$r = 4.5 \text{ cm}$					
$M_e=0.05$	37.3	16.8		1.60	
	43.3	19.5		1.37	
	47.8	21.5		1.37	
	44.8	20.2		1.60	
	45.5	20.4		1.60	
	45.4	20.4		1.55	
	44.8	20.1		1.55	
	43.9	19.7		1.55	
	56.3	25.3		1.54	
	45.2	20.3		1.30	
$M_e=0.07$	90.4	40.7		0.39	
	98.0	44.1		0.39	
	102.0	45.9		0.79	
	86.6	39.0		0.39	
	86.6	39.0		0.39	
	101.0	45.6		1.40	
	106.0	47.5		1.30	
	98.9	44.5		1.30	
	104.0	46.7		1.30	
	117.0	52.7		1.30	
$M_e=0.10$	194.0	87.3		1.96	
	187.0	84.2		0.29	
	151.0	68.0		0.39	
	190.0	85.5		0.39	
	180.0	82.8		0.29	
$M_e=0.13$	260.0	117.0		0.29	
	293.0	132.0		0.19	
	314.0	141.0		0.29	
	282.0	127.0		0.20	
	319.0	144.0		0.12	

$V_0(\text{m/s})$	G	G_m/p	$v^{-1} Fr^2$	experimental $t(\text{ms})$	theoretical $t(\text{ms})$
$M_e=0.15$	366.0	165.0		0.24	
	352.0	158.0		0.24	
	366.0	165.0		0.30	
	346.0	156.0		0.30	
	337.0	152.0		0.20	
	389.0	175.0		0.20	
	441.0	198.0		0.20	
	429.0	193.0		1.26	
	379.0	170.0		1.23	
					$r = 6.0 \text{ cm}$
$M_e=0.07$	58.9	17.5		0.42	
	60.3	18.0		0.60	
	62.9	18.7		0.60	
	52.9	15.8		0.69	
	75.1	22.4		1.95	
	58.6	17.5		0.40	
	86.4	25.7		0.25	
	45.6	13.6		0.64	
	55.0	16.4		0.39	
	46.7	13.9		1.44	
$M_e=0.10$	130.0	38.8		0.39	
	127.0	37.8		0.39	
	127.0	37.8		0.39	
	131.0	39.1		0.39	
	116.0	34.5		0.39	
	268.0	79.8		0.74	
	293.0	87.2		1.18	
	246.0	73.1		0.77	
	301.0	89.6		0.77	
	301.0	89.6		0.77	
$M_e=0.17$	385.0	115.0		0.78	
	426.0	127.0		0.58	
	418.0	125.0		11.72	
	443.0	132.0		0.77	
	399.0	116.0		0.77	
	507.0	151.0		0.39	
	477.0	142.0		0.59	
	534.0	158.0		0.19	
	499.0	149.0		0.19	
	501.0	149.0		0.31	

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \frac{1}{2} (\text{grad } \phi_1)^2 \quad \dots \quad (\text{A} \cdot 8)$$

でなければならない。
式 (A・1) の初期条件のもとで式 (A・8) を解くと、自由表面上で、

$$\phi \equiv 0 \quad \dots \quad (\text{A} \cdot 9)$$

であることがわかり、また、 F を式 (A・6) と同様に線形化することにより、

$$F = F|_{t=0} \quad \dots \quad (\text{A} \cdot 10)$$

が得られ、着水前の水面形が、着水後微小時間 τ の間、保存されることがわかる。したがって、着水前に平坦であった自由水面は、着水後も、微小時間 τ の間は、平坦である。そこで、自由水面に対する鏡像を、重ね合わせることによって、衝撃力を、流体中を物体が幅を拡大しながら運動するときに物体が受ける流体力の $1/2$ として求めることができる。運動量保存則は、

$$MV_0 = Mv(t) + Q_w(t) \quad \dots \quad (\text{A} \cdot 11)$$

と表わされる。ただし、 M は物体の質量、 V_0 は、着水速度、 $v(t)$ は、着水後の物体の速度、 $Q_w(t)$ は、衝突後、流体に与えられた運動量である。 $Q_w(t)$ を、仮想質量 m_v を用いて、

$$Q_w(t) = m_v(t) \cdot v(t) \quad \dots \quad (\text{A} \cdot 12)$$

と表わすと、式 (A・11) は、

$$MV_0 = (M + m_v) \cdot v \quad \dots \quad (\text{A} \cdot 13)$$

と書き直される。von Kármán は、 m_v に、平板に対する仮想質量⁷⁾を用いて二次元くさび形物体の着水衝撃力を求めた。座標を図-1 のように固定すると、式(A・13)は、単位幅当たり

$$\frac{dx}{dt} = \frac{MV_0}{M + \frac{1}{2}\rho_0\pi(x \cot \beta)^2} \quad (\text{A} \cdot 14)$$

と表わされる。ここで、 ρ_0 は流体の密度である。式(A・14)を t で微分することにより、物体の受ける加速度 α が、

$$\alpha = \frac{(MV_0)^2 \rho_0 \pi x \cot^2 \beta}{\left(M + \frac{1}{2}\rho_0\pi x^2 \cot^2 \beta\right)^3} \quad (\text{A} \cdot 15)$$

として求まり、また、その最大値は、 $d\alpha/dt=0$ により

$$x = \left(\frac{2}{5} \frac{M}{\rho_0\pi \cot^2 \beta}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A} \cdot 16)$$

のとき、

$$\alpha_{\max} = -\left(\frac{5}{6}\right)^3 \left(\frac{2}{5} \frac{\rho_0\pi}{M}\right)^{\frac{1}{2}} \cot \beta V_0^2 \quad (\text{A} \cdot 17)$$

と求まる。したがって、単位幅当たりの着水衝撃力 F は、

$$F = \frac{1}{2} \rho_0 C_M \left(\frac{M}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}} V_0^2 \quad (\text{A} \cdot 18)$$

$$C_M = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \sqrt{\frac{\pi}{10}} \cot \beta \quad (\text{A} \cdot 19)$$

で与えられる。

参考文献

- 1) 平野陽一：着水衝撃について、日本航空宇宙学会誌、Vol. 19, No. 214, pp. 520～530, 1971.
- 2) von Kármán T. : The impact on seaplane float during landing, NACA Technical Note 321, 1929.
- 3) Wagner, H. : Über die Landung von Seeflugzeugen, ZFM, 22 Jahrg., 1 Heft, pp. 1～12, 1931.
- 4) Hirano, Y. and Miura, K. : Water impact accelerations of axially symmetric bodies, J. of Spacecraft and Rockets, Vol. 7, No. 6, pp. 762～764, 1970.
- 5) Stubbs, S. M. and Hathaway, M. E. : Effects of bottom-structure flexibility on water landing load of Apollo spacecraft models, the NASA TND-5108, 1969.
- 6) Skalak, R. and Feit, D. : Impact on the surface of compressible fluid, J. of Eng. for Industry, Vol. 88, No. 3, pp. 325～331, 1966.
- 7) Lamb, H. : Hydrodynamics, Cambridge U. P. 6th ed., 1932.
- 8) Bislinghoff, R. L. and Doherty, C. S. : Some studies of the impact vee wedges on a water surface, J. Fr. Inst., Vol. 253, pp. 541～561, 1952.
- 9) 大同淳之：固体の作用する水面衝撃力、第23回水理講演会論文集, pp. 289～299, 1979.

(1983.8.30・受付)