

線形多自由度系の動特性の推定

ESTIMATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF A MULTIPLE
DEGREE OF FREEDOM LINEAR SYSTEM

星 谷 勝*・斉 藤 悦 郎**

By Masaru HOSHIYA and Etsuro SAITO

This paper studies an efficient method of estimation of dynamic properties such as natural frequencies, modal damping coefficients and participation factors, of multiple degree of freedom linear system. The EK-WGI method which was previously proposed by the present authors is used for the solution of a system identification problem. To solve a multiple degree of freedom linear system, the modal analysis technique is incorporated into the formulation of the state space equation. It is found that dynamic properties can be estimated even if an excitation and a single response time history at any point of mass are available. It is also found that if observed response at each mass are available for the identification, they can be used for the verification of estimated dynamic properties.

1. はじめに

本研究は、入力および線形多自由度系フィルタを通過した出力の観測波形を用い、その多自由度系に対する各モード次数の固有円振動数 ($\omega^{(j)}$)、モード減衰 ($\beta^{(j)}$) および刺激係数 ($p_i^{(j)}$) の推定を試みたものである。

従来から多く用いられている動特性の推定法には、観測波形を周波数領域に変換するスペクトル解析法がある。この方法は、そのスペクトル曲線の傾向から動特性を推定するものであり、特に減衰の推定や、高次の固有円振動数の推定は、非常に困難であるといっても過言ではない。本方法は、観測波形を周波数領域に変換せず、直接時間領域で解析を行い、動特性を求める方法である。ここでは、この時間領域による解析法として、シーケンシャルに順次観測データを取り込み、順次修正を行いながら動特性を推定する制御理論の拡張カルマンフィルタ¹⁾を用いた。同様な時間領域の解析法としては、観測波形を AR, ARMA モデルによりモデル化し、その係数と動特性との関係式を用いて動特性を間接的に推定する方法²⁾がある。

拡張カルマンフィルタの特徴としては、運動方程式をアルゴリズム中に直接組み込むことができ、この運動方程式中に含まれるパラメータの推定が可能であることから、直接動特性を推定できる点にある。このことは、各種のシステムに対して、運動方程式が得られていればパラメータの推定が可能であることになる。著者らは、バイリニア系およびバイリニア系の等価線形化など^{3),4)}に対して、本方法を用いてパラメータの推定を行った。また動的問題のみならず、静的問題⁵⁾に対しても支配方程式が得られれば、パラメータの推定が可能であり、多くのシステムに対するパラメータ推定問題（同定問題）に対して拡張カルマンフィルタは非常に応用範囲が広いものと思われる。一方 AR モデル等による方法では、パラメータと係数との関係を前もって明らかにしなければならない点に複雑さが残る。

拡張カルマンフィルタアルゴリズムの直接応用では、同定結果に対する安定性の判断が明確でない。このため初期条件の与え方により、不安定な同定結果が生じ、精度のよい結果が得られない場合がある。そこで本研究では、著者らが提案した、拡張カルマンフィルタアルゴリズムに重み付きグローバルな繰り返し法 (WGI 法)³⁾を併用した EK-WGI 法を用いた。

さて、実波形のように複雑なフィルタを通過した観

* 正会員 Ph. D. 武蔵工業大学教授 土木工学科
(〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

** 正会員 工修 フジタ工業(株)技術研究所(現・武蔵工業大学土木工学科応用力学研究室研究生) (同上)

測波形に対して、どのような運動方程式の定式化を行えばよいであろうか。たとえば 10 自由度系のフィルターを通った観測波形が得られたとする。1 自由度系の運動方程式から動特性を推定した場合には、等価 1 自由度系化、2 自由度系で定式化を行えば、等価 2 自由度系化、といったように、用いた運動方程式の型により等価化といった解釈が正確な表現である。

次に拡張カルマンフィルターアルゴリズム中に運動方程式を組み込むためには、いかに効率よく問題に応じて組み込むかがある。多自由度系の運動方程式を組み込む方法としては、2 種類ある。観測波形がすべての質点で得られる問題に対しては、文献 3) の定式化が適した方法であり、観測波形が 1 質点のみしか得られない場合には、本論文の定式化が適している。この 2 つの方法は、それぞれ応答計算の直接積分法とモーダル解析法に対応している。

本研究に用いる観測波形は、同定結果に対する精度の検証のため、あらかじめ与えられた動特性を用いて数値シミュレーションにより作成した。そして、まず多自由度系の拡張カルマンフィルターアルゴリズムへの定式化法を示し、入力および出力の観測波形から EK-WGI 法を用いて各モード次数に対する動特性推定の可能性を数値的に検討を加え、その有効性を明らかにした。

2. EK-WGI 法³⁾

(1) 拡張カルマンフィルターによる同定法

拡張カルマンフィルターの詳細は文献 1) に委ねることとし、ここでは概略を示す。拡張カルマンフィルターは、非線形連続型状態方程式 (1) と非線形離散型観測方程式 (2) を基本式としている。

$$d\mathbf{X}_t/dt = \mathbf{f}(\mathbf{X}_t, t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_{tk} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{tk}, t_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{X}_t , \mathbf{X}_{tk} : それぞれ連続型、離散型の状態ベクトル、 \mathbf{v}_k : ガウス白色雑音、 $E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_l^T] = \mathbf{R}(k) \delta_{kl}$, δ_{kl} : クロネッカーのデルタ関数、 $E[\cdot]$: 期待値である。

そして、初期の状態推定値 \mathbf{X}_0 および初期の真の値と誤差の共分散値 \mathbf{P}_0 を与えて、漸次的に状態ベクトルの最適推定値 $\hat{\mathbf{X}}(t_k|t_k)$ を求めるアルゴリズムである。

次に拡張カルマンフィルターを同定問題に応用^{5), 6)}するためには、推定するパラメーターをシステム状態変数と直列に組み込む。このように拡張した状態方程式を用いれば、システム状態変数の最適推定値と、パラメーターの最適推定値を同時に求めることができる。

(2) WGI 法³⁾

重み付きグローバルな繰り返し法 (WGI 法) は、同定結果が初期条件の影響を受けなければ安定した同定結果であるという考えから導かれたアルゴリズムである

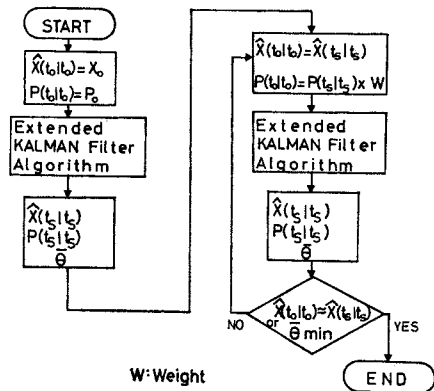


図-1 EK-WGI 法

(図-1). そして各グローバルな繰り返し時に安定性評価基準として用いられる $\bar{\theta}$ は、以下のように示される。

$$q_{ik} = y_{ik} - h_i(\hat{\mathbf{X}}(t_k|t_k), t_k)$$

$$\tau_i = \left(\sum_{k=1}^S q_{ik}^2 \right) / \left(\sum_{k=1}^S y_{ik}^2 \right) \quad (3)$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{\alpha'} \sum_{i=1}^{\alpha'} \tau_i$$

$$\bar{\theta} = \left\{ \sum_{i=1}^{\alpha'} (\tau_i - \bar{\beta})^2 \right\}^{1/2} \quad (4)$$

ここで、 y_{ik} : \mathbf{y}_{tk} の要素、 $h_i(\hat{\mathbf{X}}(t_k|t_k), t_k)$; $\mathbf{h}(\mathbf{X}_{tk}, t_k)$ の要素

S : 観測波形に対して離散化したデータ総数

α' : 観測波形として用いた波形数

3. モーダル解析法の定式化

式 (2) の観測方程式に対しては、応答解析のモーダル解析法を直接用いて、定式化することができない。ここでは、観測方程式に組み込むことのできるモーダル解析法の定式化を示した。

線形多自由度系 (図-2) の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}\mathbf{z} = -\mathbf{M}\mathbf{J}\ddot{\mathbf{x}}_0 \quad (5)$$

ここで

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ & \ddots & \ddots \\ & & -c_{n-1} & c_{n-1} + c_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ & \ddots & \ddots \\ & & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_n \end{bmatrix}$$

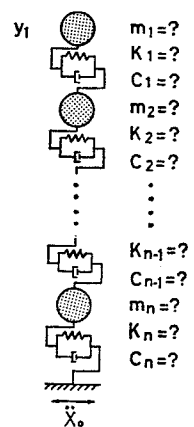


図-2 多自由度系モデル

\ddot{x}_0 : 入力加速度, z : 応答変位ベクトル,

$J=[1, 1, \dots, 1]^T$

C : 粘性減衰マトリックス, K : 剛性マトリックスとして表わされる. 次に z をモード u に展開する.

$$z=U\eta \dots\dots\dots (6)$$

式 (6), 式 (5) から

$$U^T M U \ddot{\eta} + U^T C U \dot{\eta} + U^T K U \eta = -U^T M J \ddot{x}_0 \dots\dots\dots (7)$$

ここで, $U^T M U = I$, $U^T M J = \begin{bmatrix} \delta^{(j)} \\ \vdots \end{bmatrix}$, $(j): j$ 次モード

また, C 行列が M 行列または K 行列と比例するものとする

$$U^T C U = \begin{bmatrix} 2\beta^{(j)}\omega^{(j)} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad U^T K U = \begin{bmatrix} (\omega^{(j)})^2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$\delta^{(j)}$: j 次の刺激係数, $\omega^{(j)}$: j 次の固有円振動数,

$\beta^{(j)}$: j 次のモード減衰

以上より, 各モード次数に対する運動方程式は,

$$\ddot{\eta}^{(j)} + 2\beta^{(j)}\omega^{(j)}\dot{\eta}^{(j)} + (\omega^{(j)})^2\eta^{(j)} = -\delta^{(j)}\ddot{x}_0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\delta^{(j)} = \sum_{i=1}^n m_i u_i^{(j)} = m_1 u_1^{(j)} + m_2 u_2^{(j)} + \dots + m_n u_n^{(j)} \dots\dots\dots (9)$$

$$z_i = \sum_{j=1}^n u_i^{(j)} \eta^{(j)} = u_i^{(1)} \eta^{(1)} + u_i^{(2)} \eta^{(2)} + \dots + u_i^{(j)} \eta^{(j)} \dots\dots\dots (10)$$

として表わされる. この式 (8)~式 (10) は, モーダル解析法による応答計算に用いる基本式である. 次に

$$\left. \begin{aligned} u_i^{(j)} \eta^{(j)} &= \xi_i^{(j)}, \quad u_j^{(j)} \dot{\eta}^{(j)} = \dot{\xi}_i^{(j)}, \quad u_i^{(j)} \ddot{\eta}^{(j)} = \ddot{\xi}_i^{(j)} \\ u_i^{(j)} \delta^{(j)} &= p_i^{(j)} \quad (i \text{ 質点の } j \text{ 次の刺激係数}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

とおくと, 式 (11) を式 (8)~式 (10) に代入して

$$\ddot{\xi}_i^{(j)} + 2\beta^{(j)}\omega^{(j)}\dot{\xi}_i^{(j)} + (\omega^{(j)})^2\xi_i^{(j)} = -p_i^{(j)}\ddot{x}_0 \dots\dots\dots (12)$$

$$p_i^{(j)} = u_i^{(j)} \sum_{i=1}^n m_i u_i^{(j)} = u_i^{(j)} (m_1 u_1^{(j)} + m_2 u_2^{(j)} + \dots + m_n u_n^{(j)}) \dots\dots\dots (13)$$

$$z_i = \sum_{j=1}^n u_i^{(j)} \eta^{(j)} = \sum_{j=1}^n \xi_i^{(j)} = \xi_i^{(1)} + \xi_i^{(2)} + \dots + \xi_i^{(n)} \dots\dots\dots (14)$$

が得られる. 以上の式 (12), 式 (14) は, それぞれ状態方程式, 観測方程式に簡単に組み込むことができる.

4. (j) 次の運動方程式の定式化

(1) 状態方程式への定式化

a) 変位, 速度およびパラメーターを状態変数とした場合: 式 (12) より

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \xi_i^{(j)}, \quad x_2 = \dot{\xi}_i^{(j)}, \quad x_3 = \beta^{(j)} \\ x_4 &= \omega^{(j)}, \quad x_5 = p_i^{(j)}, \quad u = \ddot{x}_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

と状態空間表示し, またパラメーターが定常であるものとする

$$\dot{X}_{(t)}^{(j)} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -2x_3x_4x_2 - x_4^2x_1 - x_5u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

の式 (1) に対応する非線形連続型状態方程式が得られる. 次に一般には, 加速度波形として観測される場合が多く, 状態変数に加速度を含めておくと便利である.

b) 速度, 加速度およびパラメーターを状態変数とした場合: 式 (12) を微分して

$$\ddot{\xi}_i^{(j)} + 2\beta^{(j)}\omega^{(j)}\dot{\xi}_i^{(j)} + (\omega^{(j)})^2\xi_i^{(j)} = -p_i^{(j)}\ddot{x}_0 \dots\dots\dots (17)$$

となる. 状態空間表示を

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \dot{\xi}_i^{(j)}, \quad x_2 = \ddot{\xi}_i^{(j)}, \quad x_3 = \beta^{(j)} \\ x_4 &= \omega^{(j)}, \quad x_5 = p_i^{(j)}, \quad \dot{u} = \ddot{x}_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

とすると

$$\dot{X}_{(t)}^{(j)} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -2x_3x_4x_2 - x_4^2x_1 - x_5\dot{u} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

の (1) に対応する非線形連続型状態方程式が得られる. 次に拡張カルマンフィルタアルゴリズム中の予測ルーチンの数値積分は, 式 (16), 式 (19) に対して線形加速度法やルンゲクッタ法等の数値積分を用いて求めることができる. また以下のように式 (16), 式 (19) を行列指数関数の展開から離散化してもよい⁷⁾.

$$\dot{X}(t) = A_1 X(t) + B_1 u(t) \dots\dots\dots (20)$$

の連続型状態方程式を離散化すると,

$$X(k+1) = A_2 X(k) + B_2 u(k+1) \dots\dots\dots (21)$$

$$\text{ここで, } A_2 = I + A_1 \Delta + \frac{1}{2!} A_1^2 \Delta^2 + \dots$$

$$B_2 = \Delta \left[I + \frac{1}{2!} A_1 \Delta + \frac{1}{3!} A_1^2 \Delta^2 + \dots \right] B_1$$

となる. 式 (16) に対して式 (20) の形に変換し, Δ に対して 1 次の項まで考慮すると,

$$\begin{aligned} X_{(k+1)}^{(j)} &= \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_1(k) + \Delta x_2(k) \\ -\Delta x_4^2(k)x_1(k) \\ + (1 - 2x_3(k)x_4(k)\Delta) - \Delta x_5(k)u(k+1) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

の非線形離散型状態方程式が得られる. この定式化は文

献 5) と一致するが、後述の数値計算から明らかなように Δ に対して 1 次の項のみでは精度のよい同定結果が得られない。一方線形加速度法を用いて、直接非線形離散型状態方程式を導くこともできる。

c) 変位、速度、加速度およびパラメーターを状態変

$$\mathbf{X}_{(k+1)}^{(j)} = \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\Delta^2}{6} D_2\right) x_1(k) + \Delta \left(1 + \frac{\Delta}{6} D_3\right) x_2(k) + \frac{\Delta^2}{3} \left(1 + \frac{1}{2} D_4\right) x_3(k) + \frac{\Delta^2}{6} D_1 x_6(k) u(k+1) \\ \frac{\Delta}{2} D_2 x_1(k) + \left(1 + \frac{\Delta}{2} D_3\right) x_2(k) + \frac{\Delta}{2} (1 + D_4) x_3(k) + \frac{\Delta}{2} D_1 x_6(k) u(k+1) \\ D_2 x_1(k) + D_3 x_2(k) + D_4 x_3(k) + D_1 x_6(k) u(k+1) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\text{ただし, } D_1 = -\left\{1 + \Delta x_4(k) x_5(k) + \frac{\Delta^2}{6} x_5^2(k)\right\}^{-1}$$

$$D_2 = D_1 x_5^2(k)$$

$$D_3 = D_1 \{2 x_4(k) x_5(k) + \Delta x_5^2(k)\}$$

$$D_4 = D_1 \left\{ \Delta x_4(k) x_5(k) + \frac{\Delta^2}{3} x_5^2(k) \right\}$$

の非線形離散型状態方程式が得られる。この定式化では、観測波形として変位、速度、加速度を任意に選ぶことができ、実際の同定問題に対して使いやすい形となっている。

(2) 遷移行列の定式化

次に拡張カルマンフィルタに必要な遷移行列を示す。

式 (16) の遷移行列は、

$$\Phi^{(j)} = \Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{X}}(t_k|t_k)^{(j)}] \\ = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & \phi_{15} & \phi_{16} \\ \frac{3}{\Delta}(-1 + \phi_{11}) & 1 - \frac{3}{\Delta}(\Delta - \phi_{12}) & \frac{\Delta}{2} - \frac{3}{\Delta} \left(\frac{\Delta^2}{3} - \phi_{13} \right) & \frac{3}{\Delta} \phi_{14} & \frac{3}{\Delta} \phi_{15} & \frac{3}{\Delta} \phi_{16} \\ \frac{6}{\Delta^2}(-1 + \phi_{11}) & \frac{6}{\Delta^2}(-\Delta + \phi_{12}) & \frac{6}{\Delta^2} \left(-\frac{\Delta^2}{3} + \phi_{13} \right) & \frac{6}{\Delta^2} \phi_{14} & \frac{6}{\Delta^2} \phi_{15} & \frac{6}{\Delta^2} \phi_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}(k)^{(j)} = \hat{\mathbf{X}}(t_k|t_k)^{(j)} \quad (26)$$

ここで、

$$H_1 = 1 + \Delta x_4(k) x_5(k) + \frac{\Delta^2}{6} x_5^2(k)$$

$$H_2 = x_1(k) x_5^2(k) + 2 x_2(k) x_4(k) x_5(k) \\ + \Delta x_2(k) x_5^2(k) + \Delta x_3(k) x_4(k) x_5(k) \\ + \frac{\Delta^2}{3} x_5^2(k) x_3(k) + x_6(k) u(k+1)$$

$$H_3 = 2[x_1(k) x_5(k) + x_2(k) x_4(k) + \Delta x_2(k) x_5(k) \\ + \Delta x_3(k) x_4(k) + \frac{2}{3} \Delta^2 x_3(k) x_5(k)]$$

$$\phi_{11} = 1 - \frac{\Delta^2}{6} \left[\frac{x_5^2(k)}{H_1} \right]$$

数とした場合：式 (12) に対して、まず線形加速度法を用いて離散化を行う。次に

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \xi_i^{(j)}, \quad x_2 = \dot{\xi}_i^{(j)}, \quad x_3 = \ddot{\xi}_i^{(j)}, \quad u = \ddot{x}_0 \\ x_4 &= \beta^{(j)}, \quad x_5 = \omega^{(j)}, \quad x_6 = p_i^{(j)} \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

と状態空間表示すると、

$$\Phi^{(j)} = \Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{X}}(t_k|t_k)^{(j)}] \\ = \begin{bmatrix} 1 & \Delta & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & \phi_{25} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}(k)^{(j)} = \hat{\mathbf{X}}(t_k|t_k)^{(j)} \quad (25)$$

ここで、 $\phi_{21} = -\Delta x_4^2(k)$, $\phi_{22} = 1 - 2 \Delta x_3(k) x_4(k)$

$$\phi_{23} = -2 \Delta x_4(k) x_2(k)$$

$$\phi_{24} = -2 \Delta [x_3(k) x_2(k) + x_4(k) x_1(k)]$$

$$\phi_{25} = -\Delta u(k+1)$$

また式 (19) の遷移行列は、式 (25) の ϕ_{25} 要素のみを次のように置き換えればよい。

$$\phi_{25} = -\Delta \dot{u}(k+1)$$

次に式 (24) に対する遷移行列は、

$$\phi_{12} = \Delta - \frac{\Delta^2}{6} \left[\frac{2 x_4(k) x_5(k) + \Delta x_5^2(k)}{H_1} \right] \\ \phi_{13} = \frac{\Delta^2}{3} - \frac{\Delta^2}{6} \left[\frac{\Delta x_4(k) x_5(k) + \frac{\Delta^2}{3} x_5^2(k)}{H_1} \right] \\ \phi_{14} = -\frac{\Delta^2}{6} \\ \cdot \left[\frac{\{2 x_2(k) x_5(k) + \Delta x_3(k) x_5(k)\} H_1 - \Delta x_5(k) H_2}{H_1^2} \right] \\ \phi_{15} = -\frac{\Delta^2}{6} \left[\frac{H_3 H_1 - \left\{ \Delta x_4(k) + \frac{\Delta^2}{3} x_5(k) \right\} H_2}{H_1^2} \right] \\ \phi_{16} = -\frac{\Delta^2}{6} \left[\frac{u(k+1)}{H_1} \right]$$

として表わされる。

(3) 観測方程式の定式化

式(14)の定式化を用いれば、式(2)の観測方程式は線形離散型となる。観測波形として速度波形が得られている場合

式(16)に対しては

$$y_{tk} = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] X_{tk}^{(j)} + v_k \dots\dots\dots (27)$$

式(19)に対しては

$$y_{tk} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] X_{tk}^{(j)} + v_k \dots\dots\dots (28)$$

また式(24)に対しては

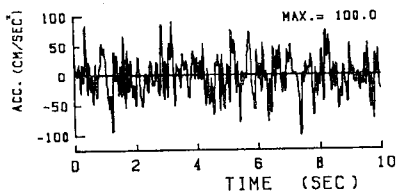
$$y_{tk} = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] X_{tk}^{(j)} + v_k \dots\dots\dots (29)$$

として表わされる。

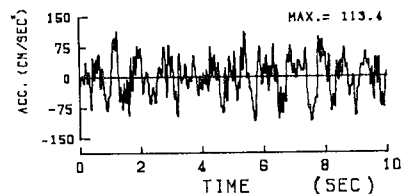
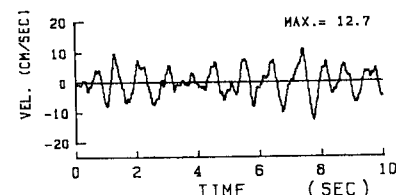
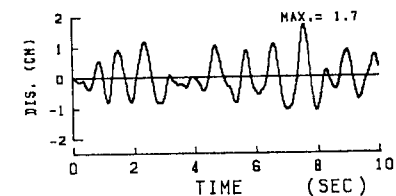
5. 観測波形の条件および状態方程式の各定式化による同定結果の比較

(1) 計算モデル

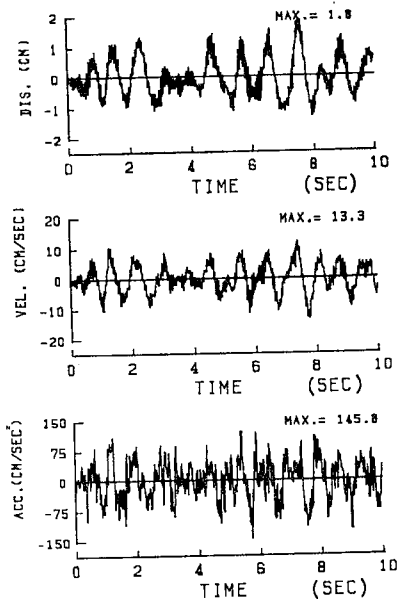
観測波形の条件による同定結果への影響を明らかにするため、ここでは最も単純な1自由度系モデルを用いた。 $\omega^{(1)}$, $\beta^{(1)}$ および $p_1^{(1)}$ はそれぞれ、7.07 rad/s, 0.1, 1.0 とした。観測波形の条件としては、① 加速度、速度または変位のいずれかを観測波形とした場合、② 継続時



図—3 入力加速度波形



図—4 応答波形 (ノイズ 0.0%)



図—5 応答波形 (ノイズ 10.0%)

間をそれぞれ 1 s, 5 s, 10 s とした場合、③ 観測波形にノイズが含まれない場合と、5%、10% のノイズが含まれている場合とした。入力波形特性は、最大加速度 100 cm/s², 0.1~10 s⁻¹ の周波数帯域をもつホワイトノイズ⁹⁾で、サンプリング間隔は 0.01 s とした (図—3)。またノイズの特性は、10~20 s⁻¹ の周波数帯域をもつホワイトノイズとした。図—4, 5 には、ノイズの含まれていない場合の観測波形と、ノイズを 10% 含んだ場合の観測波形を示した。

(2) 同定結果

初期条件は、すべての計算において同じ値を用いた (表—1)。4. (1) a), b) の状態方程式に対する直接積分法による計算および c) の状態方程式の定式化では、本文中に数値として示されないが、各観測波形の条件に対してほぼ同様な結果を得ている。a) の定式化に対する行列指数関数による展開法では、 Δ の 1 次の項のみでは、特に $\beta^{(1)}$ に対して精度が悪い。また Δ に対して 3 次以上を考慮すれば、上述の計算法とほぼ同様な結果が得られる (表—2)。ここでは c) による定式化の同定結果のみを表—3 に示した。観測波形にノイズを含んでい

表—1 初期条件

初期条件	$x_1(t_0/t_0)$	$x_2(t_0/t_0)$	$x_3(t_0/t_0)$	$x_4(t_0/t_0)$	$x_5(t_0/t_0)$	$x_6(t_0/t_0)$
状態方程式						
a), b)	0.0	0.0	1.0	10.0	2.0	—
c)	0.0	0.0	0.0	1.0	10.0	2.0
	$P_{11}(t_0/t_0)$	$P_{22}(t_0/t_0)$	$P_{33}(t_0/t_0)$	$P_{44}(t_0/t_0)$	$P_{55}(t_0/t_0)$	$P_{66}(t_0/t_0)$
a), b)	1.0	1.0	100.0	100.0	100.0	—
c)	1.0	1.0	1.0	100.0	100.0	100.0

$R=0.01$, $W=100.0$

表-2 行列指数関数の展開次数による同定結果の精度

展開次数 パラメーター	1	2	3	4
$\hat{\omega}^*$	7.0950	7.0897	7.0957	7.0957
$\hat{\beta}$	0.13792	0.10151	0.10166	0.10166
\hat{p}	1.0053	1.0054	1.0072	1.0072
r_1^{**}	3.26×10^{-1}	7.79×10^{-2}	7.85×10^{-2}	7.85×10^{-2}

* rad/s ** per cent

ない場合には、1 s の継続時間でも非常に精度で動特性の推定ができることがわかった。このことは、周波数領域による解析よりも時間領域での解析が優れた特徴を有することを示すものである。変位・速度、加速度のどの波形を観測波形として用いても同様な結果が得られる。また観測波形にノイズが 5%, 10% と含まれていても 5 s の継続時間があれば十分よい精度の動特性の推定が可能であることがわかる。ここで表中の r_i は、安定性評価基準 $\bar{\theta}$ の計算途中で得られる式 (3) の値である。観測波形が 1 波である場合には、 $\bar{\theta}$ は常に 0 であり、 r_i からその安定性を評価することになるが、 r_i は式 (3) から明らかなように、観測波形とそれに対応する最適推定値との差が何%程度であることを示す量で、観測波形に付加したノイズ 0%, 5%, 10% とよい対応がつく。なお、各状態方程式の定式化による同定結果の差がほとんどないことから、多自由度系の同定では、観測波形の種類を自由に選べる c) による定式化を用いるものとした。

6. 多自由度系への定式化

(1) 方法 1

本方法は、1 自由度系の定式化のみを用いて、多自由度系の動特性の推定を行うものである。まず、3. の定式化を用い、 $\hat{\xi}_1^{(1)}$, $\hat{\xi}_1^{(1)}$, $\hat{\xi}_1^{(1)}$, $\hat{p}_1^{(1)}$, $\hat{\omega}^{(1)}$, $\hat{\beta}^{(1)}$ を求める。次に高次モードの動特性を推定するために観測波形から対応する観測波形の最適推定値を引き去る。観測波形が変位であるとする

$$y_1'(t) = y_1(t) - \hat{\xi}_1^{(1)}(t)$$

となる。この引き去られた観測波形 $y_1'(t)$ と入力を用い、再び 3. の定式化から $\hat{\xi}_1^{(2)}$, $\hat{\xi}_1^{(2)}$, $\hat{\xi}_1^{(2)}$, $\hat{p}_1^{(2)}$, $\hat{\omega}^{(2)}$, $\hat{\beta}^{(2)}$ を求める。以上の繰り返しにより順次、各次数の固有円振動数、モード減衰、刺激係数を求める方法である。なお、初期に得られる最適推定値を 1 次として記してあるが、便宜上記したもので、必ずしも 1 次が推定されるとはかぎらない。

(2) 方法 2

本方法は、1 次、2 次、3 次、…と順次状態方程式の拡張を行い、多自由度系の動特性の推定を行うものである。多自由度系に対する状態方程式は、式 (16), (17), (22) および (24) の j 次の状態方程式を直列に重ね合わせるにより求められる。多自由度系に対する状態ベクトルを示すと、

$$X_{(t)} = [X_{(t)}^{(1)}, X_{(t)}^{(2)}, \dots, X_{(t)}^{(j)}]^T \dots\dots\dots (30)$$

$$X_{(k+1)} = [X_{(k+1)}^{(1)}, X_{(k+1)}^{(2)}, \dots, X_{(k+1)}^{(j)}]^T \dots\dots\dots (31)$$

となる。ここで式 (24) に対する多自由度系の状態ベクトルの要素を示すと、

$$X_{(k+1)} = [\xi_i^{(1)}, \dot{\xi}_i^{(1)}, \ddot{\xi}_i^{(1)}, \beta^{(1)}, \omega^{(1)}, p_i^{(1)}, \xi_i^{(2)}, \dot{\xi}_i^{(2)}, \ddot{\xi}_i^{(2)}, \beta^{(2)}, \omega^{(2)}, p_i^{(2)}, \dots]^T$$

となる。次に式 (25), (26) に対する多自由度系の遷移行列は、

$$\Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{X}(t_k|t_k)] = \begin{bmatrix} \Phi^{(1)} & & & \\ & \Phi^{(2)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \Phi^{(j)} \end{bmatrix} X(k) = \hat{X}(t_k|t_k) \dots\dots\dots (32)$$

として示される。また対応する観測方程式であるが、たとえば、変位・速度を観測波形とした場合には、

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}_{t_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \dots \end{bmatrix} X_{t_k} + v_k \dots\dots\dots (33)$$

表-3 同定結果の比較

ノイズ	パラメーター	10 s			5 s			1 s		
		観測波形			観測波形			観測波形		
		変 位	速 度	加 速 度	変 位	速 度	加 速 度	変 位	速 度	加 速 度
0.0%	$\hat{\beta}$	0.10006	0.10006	0.10005	0.10007	0.10007	0.10006	0.10005	0.10012	0.10006
	$\hat{\omega}$	7.0713	7.0714	7.0713	7.0713	7.0714	7.0713	7.0715	7.0718	7.0714
	\hat{p}	1.0003	1.0002	0.99996	1.0003	1.0003	0.99998	1.0006	1.0005	0.99998
	r_1	1.96×10^{-6}	3.35×10^{-6}	2.59×10^{-7}	6.41×10^{-7}	1.37×10^{-6}	3.74×10^{-8}	1.71×10^{-6}	1.06×10^{-6}	3.03×10^{-10}
5.0%	$\hat{\beta}$	0.10003	0.10006	0.10022	0.10015	0.10004	0.10013	0.090494	0.091511	0.10529
	$\hat{\omega}$	7.0709	7.0708	7.0713	7.0713	7.0707	7.0665	7.1121	7.1364	7.0074
	\hat{p}	1.0002	0.99984	1.0003	1.0007	1.0018	0.99874	0.99874	0.97364	1.0061
	r_1	4.70×10^0	4.71×10^0	4.70×10^0	5.41×10^0	5.41×10^0	4.82×10^0	1.77×10^1	1.26×10^1	6.86×10^0
10.0%	$\hat{\beta}$	0.10008	0.10006	0.10032	0.10019	0.10003	0.10023	-0.02835	0.09071	0.12234
	$\hat{\omega}$	7.0707	7.0706	7.0712	7.0713	7.0705	7.0648	6.5375	7.1403	6.9216
	\hat{p}	1.0002	0.99971	1.0005	0.99976	1.0008	1.0025	0.5888	0.97302	1.0122
	r_1	8.97×10^0	8.99×10^0	8.97×10^0	1.04×10^1	1.03×10^1	9.18×10^0	3.30×10^1	2.21×10^1	1.28×10^1

 $\hat{\omega}$: rad/s, r_1 : per cent

として求められる。

7. 数値計算

(1) 計算モデル

多自由度系モデルは、4 自由度系 (図—6) とした。このモデルに対する各次数の動特性値を表—4 に示した。入力加速度特性は、最大加速度 100 cm/s^2 、継続時間 10 s 、サンプリング間隔 0.01 s の $0.1 \sim 10 \text{ Hz}$ の周波数帯域をもつホワイトノイズ⁹⁾とした。出力の観測波形は、応答波形を用いた。図—7 に入力および質点 1 の応答波形を示した。

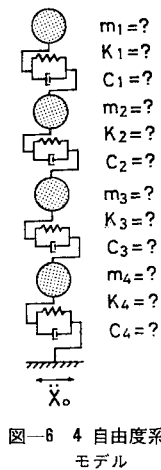
(2) 同定結果

初期条件は、各計算においてすべて同じ値 (表—1) を用いた。表—5 は、観測波形として質点 1 の変位および速度を同時に用いた場合の同定結果を示したものである。

方法 1 は、荒っぽい方法であるが、計算時間、容量とも少なく、よい特徴がある。この方法では、1 次、2 次の低次数に対してよい精度で動特性の推定ができる。しかしながら高次数になるに従い、低次数での誤差が累積され、また高次数では刺激係数が小さく、モード減衰が大きくなることから、3 次、4 次に対しては、動特性の推定ができなかった。

方法 2 では、初期条件の与え方が問題となる。多自由度系に拡張した状態方程式に対して、同じ初期条件を各次のモードに用いると、モードごとの各パラメータがそれぞれ同じ値として推定されてしまう。このことは、多自由度系に拡張した状態方程式が、直列に同じ 1 自由度系の状態方程式を単純に重ね合わせた方程式であるためである。

そこで次に示す、順次高次の動特性を推定する手法を用いれば、初期条件の問題は解決できる。まず 1 自由度系の状態



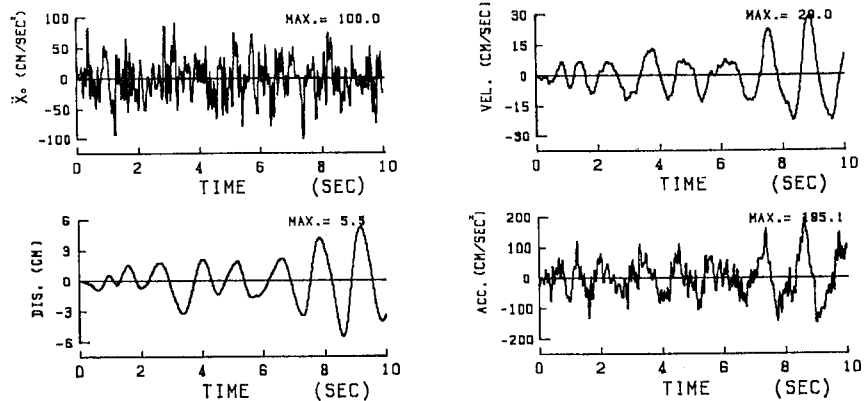
図—6 4 自由度系モデル

方程式等において、任意の初期条件から、動特性を推定する (表—5, 1 自由度系での同定結果)。次に状態方程式等を 2 自由度系に拡張する。そして 1 次の動特性の初期条件としては、同定結果を用い、2 次に対しては任意の初期条件を用いる。これらの初期条件下で 2 自由度系に対して同定を行う (表—5, 2 自由度系の同定結果)。このような手順により順次高次の動特性を求める。この方法 2 は、方法 1 と比較して非常に精度ですべての

表—4 4 自由度系モデルの動特性

モード次数 パラメーター	1	2	3	4
$\beta^{(j)}$	0.0578	0.1348	0.2175	0.3821
$\omega^{(j)*}$	4.625	10.780	17.40	30.57
$p_1^{(j)}$	1.350	-0.4182	0.07013	-0.0016
$p_2^{(j)}$	0.7723	0.5538	-0.3543	0.02816
$p_3^{(j)}$	0.3185	0.3962	0.5055	-0.2202
$p_4^{(j)}$	0.08648	0.1215	0.2078	0.5842

* rad/s



図—7 入力および応答波形 (質点 1)

表—5 同定結果 (観測波形として、変位、速度を用いた場合)

モード次数 と r_1, r_2	真 値	方法 1	方 法 2			
			1 自由度系	2 自由度系	3 自由度系	4 自由度系
1 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1	4.625	4.621	4.621	4.624	4.625	4.625
	0.05781	0.05624	0.05624	0.05772	0.05781	0.05781
	1.350	1.317	1.317	1.347	1.350	1.350
2 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1	10.78	10.90		10.76	10.78	10.78
	0.1348	0.1230		0.1292	0.1348	0.1348
	-0.4182	-0.3820		-0.4036	-0.4181	-0.4182
3 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1	17.40	—			17.38	17.38
	0.2175	—			0.2150	0.2173
	0.07013	—			0.06927	0.07001
4 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1	30.57	—				30.81
	0.3821	—				0.3840
	-0.00159	—				-0.00152
r_1		4.50×10^{-2}	3.67×10^{-1}	1.32×10^{-3}	2.72×10^{-4}	1.25×10^{-4}
r_2		6.40×10^{-2}	1.89	9.34×10^{-3}	2.58×10^{-4}	1.18×10^{-4}

$\hat{\omega}$: rad/s r_1, r_2 : percent

表—6 同定結果（観測波形として変位を用いた場合）

モード次数 と r_1	1 自由度系		2 自由度系		3 自由度系	
1 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1	10.0*	4.624	4.625		4.625	
	1.0	0.05494	0.05777		0.05784	
	2.0	1.322	1.349		1.350	
2 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1			10.0*	10.77	10.79	
			1.0	0.1290	0.1349	
			2.0	-0.4029	-0.4181	
3 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1					10.0*	17.45
					1.0	0.2200
					2.0	0.0709
r_1	4.91×10^{-1}		1.27×10^{-3}		2.04×10^{-3}	

 $\hat{\omega}$: rad/s, r_1 : per cent

次数に対する動特性を求めることができる。この理由としては、表—5 からも明らかのように、低次数に対する修正も同時に行われる点にある。一方 r_i も、次数を上げるに従い小さくなる。ところで、実際の観測では、加速度、速度または変位の 1 波のみを記録することがほとんどである。そこで、表—6, 7, 8 はそれぞれ変位、速度、加速度波形の 1 波と入力を用いた方法 2 による同定結果である。表中 * 印の欄は、初期条件を示した。変位の観測波形では、前述した手順により順次高次の動特性が求められる。しかしながら、速度または加速度の観測波形では、1 次に対して高次数の影響が大きく（図—8, 9, 10）精度よい推定が困難だったので次の手順を前述の手順に補って同定を行った。まず前述の手順と同様に 1 自由度系で同定を行い、2 自由度系に状態方程式等の拡張を行った後、1 次の推定された動特性を固定（相当する共分散 p を 0.0 とする）し、2 次をみの同定を行う。そしてこの 2 次の同定結果（表中 *）と 1 次の同定結果を初期条件として、再び 2 自由度系の 1 次、2 次の同定を行う。以上の手順を補うことにより、速度、加速度の観測波形からも、動特性の推定が可能となった。しかしながら、加速度、速度、変位のどの 1 波を用いても 4 次

表—7 同定結果（観測波形として速度を用いた場合）

モード次数 と r_1	1 自由度系		2 自由度系		3 自由度系	
1 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1	10.0*	4.631	4.625		4.625	
	1.0	0.04895	0.05744		0.05786	
	2.0	1.251	1.344		1.350	
2 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1			10.77*	10.77	10.79	
			0.1223	0.1266	0.1349	
			-0.3766	-0.4000	-0.4184	
3 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1					18.05*	17.40
					0.1480	0.2160
					0.0478	0.06949
r_1	2.60×10^0		1.19×10^{-2}		2.44×10^{-3}	

 $\hat{\omega}$: rad/s, r_1 : per cent

表—8 同定結果（観測波形として加速度を用いた場合）

モード次数 と r_1	1 自由度系		2 自由度系		3 自由度系	
1 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1	10.0*	4.655	4.623		4.625	
	1.0	0.02920	0.05843		0.05783	
	2.0	1.011	1.357		1.349	
2 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1			10.86*	10.79	10.79	
			0.0931	0.1182	0.1348	
			-0.2300	-0.3830	-0.4176	
3 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_1					18.59*	17.43
					0.1274	0.2121
					0.0367	0.06840
r_1	8.64×10^0		1.15×10^{-1}		3.40×10^{-3}	

 $\hat{\omega}$: rad/s, r_1 : per cent

の動特性を推定することができなかったが、実用上この程度の高次数まで推定できれば十分であるものと思われる。

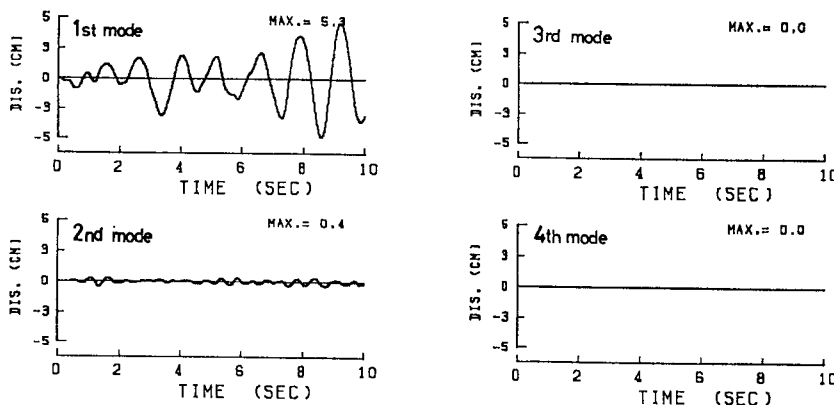
本例題では、4 自由度系モデルを取り上げたが、より高次のモデルに対しても同様な方法と手順で動特性を推定することができる。

8. 同定結果の検証システム

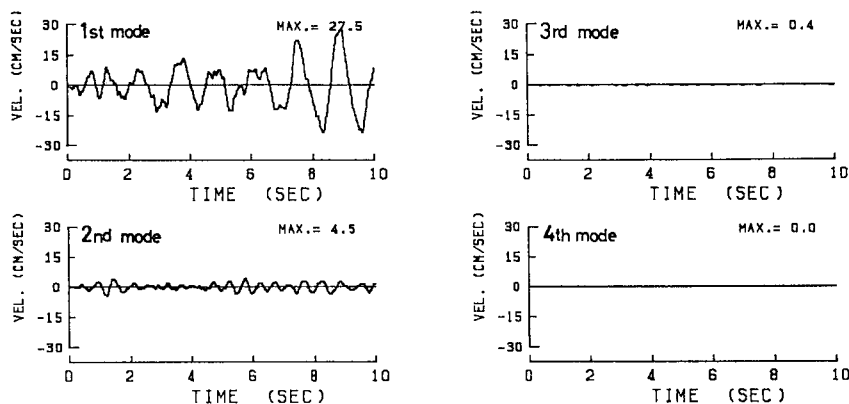
地震観測等の実観測では、何点かの位置で同時観測が

行われる場合が多い。

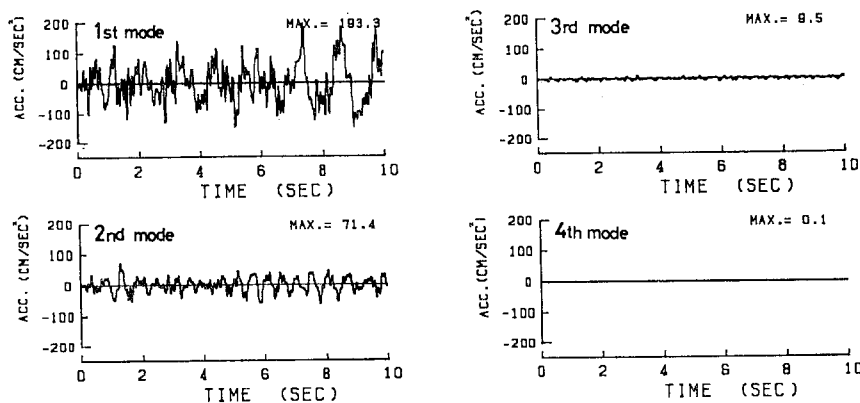
このような場合には、各位置での観測波形を用い、それぞれ動特性の推定を行い、それらの比較から、動特性の検証を行うことができる。このことは、6. の定式化が、どの質点の観測波形であってもよい点にある。ここでは 7. のモデルに対して、すべての質点で加速度観測波形が得られてい



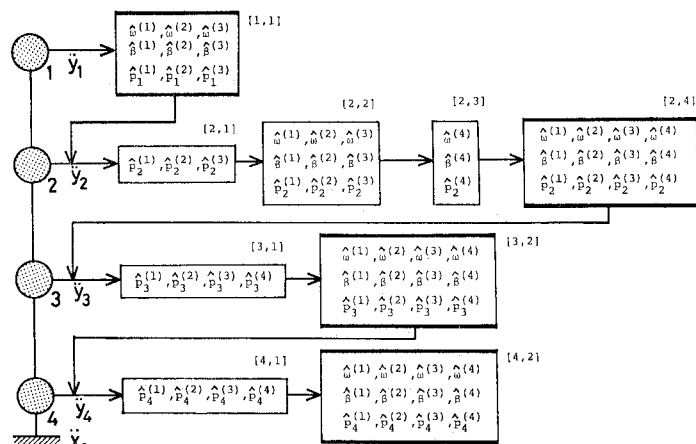
図—8 各モード次数の変位波形（質点 1）



図—9 各モード次数の速度波形 (質点1)



図—10 各モード次数の加速度波形 (質点1)



図—11 同定結果の検証アルゴリズム

るものとし、6. の同定結果との比較検証を行った。ここで用いた検証システムを図—11 に、それぞれの結果に対する数値を表—9, 10, 11 に示した。まず、質点2での加速度波形を用い、質点2に関する各次数の刺激係数 ($p_2^{(1)}$, $p_2^{(2)}$, $p_2^{(3)}$) の推定 [2, 1], (表—9) を行う

(図—11)。ここでの初期条件は、 $\omega^{(j)}$, $\beta^{(j)}$ に対しては、質点1での加速度波形を用いて推定した3次までの $\omega^{(j)}$, $\beta^{(j)}$ (表—8) の値を固定 (対応する共分散 p を 0.0 とする) して用い、また $p_2^{(1)}$, $p_2^{(2)}$, $p_2^{(3)}$ に対しては任意の初期条件 (表—1 の対応する値) を用いた。 $p_i^{(j)}$ に対しては、 i 質点における (j) 次の刺激係数であるために、このような操作が必要となる。そして再び質点2での加速度波形を用いて、 $\omega^{(j)}$, $\beta^{(j)}$, $p_2^{(j)}$ の推定 [2, 2] (表—9) を行う (図—11)。ここでの初期値 $\omega^{(j)}$, $\beta^{(j)}$, $p_2^{(j)}$ は [2, 1] (表—9) の結果を用い、共分散 p は表—1 の対応した値を用いた。次に状態方程

式等を4自由度系に拡張する。1次から3次の動特性を固定し、 $\omega^{(4)}$, $\beta^{(4)}$, $p_2^{(4)}$ に任意の初期条件 (表—1) を与え、質点2の加速度波形を用い、 $\omega^{(4)}$, $\beta^{(4)}$, $p_2^{(4)}$ の推定 [2, 3] (表—9) を試みた (図—11)。そして [2, 3] (表—9) の動特性値と、表—1 の共分散値を初期条件として、1次から4次の動特性の推定を行った (図—11)。 [2, 4] (表—9) に示したように、4次に対しても安定した動特性が推定された。このことは、質点2では、4次に対する刺激係数 ($p_2^{(4)}$) が、質点1に対する刺激係数 ($p_1^{(4)}$) と比較して大きい (表—4) 点にある。質点3、質点4に対しても、それぞれの加速度波

形から、 $p_i^{(j)}$ の推定を行った後、 $\omega^{(j)}$, $\beta^{(j)}$, $p_i^{(j)}$ の推定を行う同様な手順により、動特性の推定を行った (図—11)。その結果 [3, 2] (表—10), [4, 2] (表—11) に示したように、1次から4次の安定した動特性が推定された。以上の推定された [2, 4], [3, 2], [4, 2] およ

表-9 同定結果 (観測波形として、質点2の加速度を用いた場合)

モード次数 と r_1	真 値	[2, 1]	[2, 2]	[2, 3]	[2, 4]
1 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_2	4.625	4.625	4.625	4.625	4.625
	0.05781	0.05783	0.05810	0.05810	0.05784
	0.7723	0.7735	0.7743	0.7743	0.7724
2 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_2	10.78	10.79	10.78	10.78	10.79
	0.1348	0.1348	0.1331	0.1331	0.1349
	0.5538	0.5514	0.5449	0.5449	0.5537
3 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_2	17.40	17.43	17.43	17.43	17.41
	0.2175	0.2121	0.1991	0.1991	0.2180
	-0.3543	-0.3393	-0.3280	-0.3280	-0.3537
4 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_2	30.57	—	—	30.08	30.90
	0.3821	—	—	0.2537	0.3815
	0.02816	—	—	0.009985	0.02746
r_1		1.33×10^{-2}	8.46×10^{-3}	3.95×10^{-3}	6.6×10^{-6}

 ω : rad/s, r_1 : per cent

表-10 同定結果 (観測波形として質点3の加速度を用いた場合)

モード次数 と r_1	真 値	[3, 1]	[3, 2]
1 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_3	4.625	4.625	4.625
	0.05781	0.05784	0.05795
	0.3185	0.5535	0.3187
2 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_3	17.78	10.79	10.79
	0.1348	0.1349	0.1349
	0.3962	0.2888	0.3960
3 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_3	17.40	17.41	17.41
	0.2175	0.2180	0.2183
	0.5055	0.4385	0.5056
4 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_3	30.57	30.90	30.60
	0.3821	0.3815	0.3861
	-0.2202	-0.2566	-0.2196
r_1		4.62×10^0	1.04×10^{-3}

 ω : rad/s, r_1 : per cent

び表-8の各次数の $\omega^{(j)}$, $\beta^{(j)}$ が, ほとんど一致することから, 推定された動特性値は, 信頼性の高いことが検証された. また本モデルでは, 質点2, 3, 4の加速度波形から, 4次に対する動特性も精度よく求められることが明らかになった. なお, ここでの同定には, 方法2を用いた.

9. おわりに

拡張カルマンフィルターに重み付きグローバルな繰り返し法を併用したEK-WGI法を用いて, 多自由度系の動特性($\omega^{(j)}$, $\beta^{(j)}$, $p_i^{(j)}$)の推定を行った. 数値計算から, 推定された動特性値は, 高次数に対しても非常に精度で求められることが明らかになった. また同時

表-11 同定結果 (観測波形として質点4の加速度を用いた場合)

モード次数 と r_1	真 値	[4, 1]	[4, 2]
1 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_4	4.625	4.625	4.625
	0.05781	0.05795	0.05768
	0.08648	0.1505	0.08644
2 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_4	10.78	10.79	10.79
	0.1348	0.1349	0.1350
	0.1215	0.09214	0.01215
3 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_4	17.40	17.41	17.41
	0.2175	0.2183	0.2181
	0.2078	0.1952	0.2076
4 $\hat{\omega}$ $\hat{\beta}$ \hat{p}_4	30.57	30.60	30.62
	0.3821	0.3861	0.3856
	0.5842	0.5649	0.5816
r_1		7.92×10^{-1}	6.43×10^{-6}

 ω : rad/s, r_1 : per cent

観測等で, 何点かの観測波形が得られている場合, 各波形から動特性を推定し, その結果を比較することで, 同定結果の検証にも用いることができることが明らかになった. 以上の結果から, 本方法は, β が非常に精度よく求められる等から, 工学的に非常に有用な方法であることが示された. なお今後本方法を組み込んだ計測システムを開発する予定である.

参 考 文 献

- 1) Jazwinski, A.H.: Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic press, 1970.
- 2) 土岐・佐藤・生木: 自己回帰, 移動平均法による構造物の動的パラメータの推定, 京都防災研年報, 第21号B-2, pp. 1~12, 1978.
- 3) 星谷・斎藤: 拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文報告集, No. 339, pp. 59~67, 1983-11.
- 4) 星谷・斎藤: 液状化を伴う地盤の等価線形化, 土木学会論文報告集, No. 340, pp. 59~65, 1983-12.
- 5) Carmichael, D.G.: The State Estimation Problem in Experimental Structural mechanics, Application of Statistics & Probability soil and Structural Engineering 3rd inter conf, pp. 802~815, 1979-2.
- 6) Yun, C.B. and Shinozuka, M.: Identification of non-linear structural Dynamic Systems, J. Struct. Mech., 8(2) pp. 182~203, 1980.
- 7) 高橋安人: システムと制御(上), 岩波書店, 1978.
- 8) 星谷・斎藤: 拡張カルマンフィルターを用いた振動系の同定, 第17回地震工学研究発表会, 講演概要集, pp. 187~190, 1983.
- 9) 星谷 勝: 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1974.

(1983.8.24・受付)