

地盤凍結工法施工時に凍土に接して打設した
コンクリート壁内温度分布TEMPERATURE DISTRIBUTION WITHIN THE CONCRETE
WALL PLACED ADJACENT TO FROZEN SOIL, UNDER
EXECUTION OF FREEZING WORK

戸 部 暢*

By Noburu TOBE

1. 緒 言

コンクリート打設後の養生温度は、コンクリート構造物を構築するうえにおいて、重要な要素であって、構造物が、ダム壁体のようなマスコンクリートである場合には、コンクリートの温度上昇を抑制して、温度ひび割れの発生を防止する必要があるし、また、寒中コンクリートや地盤凍結工法を行う現場の場所打ちコンクリートの場合には、凍害を防ぐために、逆に、コンクリートの保温を考慮しなければならない。コンクリートの発熱は、硬化時のセメントの水和熱によるものであるが、各種セメントについての水和熱の熱量的な解明は、実験を中心に進んでおり、他のコンクリートの熱的定数とともに豊富なデータと実験式が発表されているので、施工上大変便利となっている^{1),2)}。

しかしながら、養生温度の事前予測については、現在のところ、電算機による数値計算以外には、あまり進歩の跡はうかがえないようである。

養生温度の予測計算法として一般に使用されている手法を挙げると、

- ① シュミットの方法
- ② 電算機による FEM その他の数値計算の方法
- ③ 理論計算式による方法

がある。

①の方法は、コンクリートの計算領域と、経過時間とを分割して、それぞれの時点におけるコンクリート壁中の温度を作図によるか、または、電算機を使用して求める方法で、計算の労を嫌わなければ、二次元、三次元の問題に拡張することができる³⁾。しかし、この方法は、簡便ではあるが、打設コンクリートの表面が、空気中で冷却されている場合等で、境界面に熱抵抗が存在するときは、この熱抵抗値に等価なコンクリートの厚みを増加さ

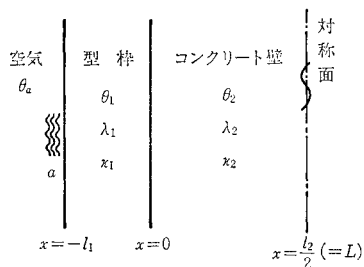
せて計算するため、場合によっては、少なからざる誤差の発生を伴う。

②は、近代電算機の発達により開拓された方法で、複雑な境界条件のものについて、あるいはまた、二次元、三次元問題に対しても処理できる利点をもつが、大型の電算機が必要である。

③は解析モデルを選定し、これについて、求められた理論計算式を利用して養生温度を計算するものである。

この方法は、計算定数相互間の関係が明確で、数値計算も比較的容易であるが、解析モデルについての厳密解を求めることの困難さが難点となっている。

本研究は、③の方法に属するものであるが、過去の研究実績をみるに、文献 4) では、種々のケースを取り扱っているが、残念なことには、コンクリートの発熱過程が除外されている。コンクリートの発熱を考慮したもので、5) と 6) がある。両者とも、一次元問題を取り扱っているが、5) は、コンクリート壁の端面温度が一定に保たれる場合の解を紹介している。6) はコンクリート壁の表面に型枠のような、熱媒体が接しておかれており、型枠の外表面は、温度一定の空気にさらされて、熱伝達が行われる。この場合の解析条件としては、コンクリート壁の中心を対称面として、両側の熱的条件は対



添字 1 は型枠、2 はコンクリートを表わし
記号は本文のものと同じ。

図一 西田の式の解析モデル

称形であるとしている（図一1 参照）。したがって、6) の計算式（以下、西田の式とよぶ）は、コンクリートが、型枠中に打設されて、型枠の両面が同じ条件の空気にさらされる場合には、よく適合しているといえる。しかしながら、地盤凍結工法施工時に凍土に接してコンクリートを打設する場合のように、コンクリート壁の両面の熱的条件が異なる場合には、利用しがたいうらみがある。

本研究は、図一2 の計算モデルに示すような、主とし

て地盤凍結工法における場所打ちコンクリート壁または、これに類する一次元の解析問題についての理論解を求めたもので、本解析の特色は、境界条件として、コンクリート壁の両端面が、それぞれ異なる熱抵抗を介して、異なる定温度に保持されるとしている点である。したがって、コンクリートの養生温度の計算が、一次元の熱伝導問題とみなし得るものについては、計算定数を適宜選定することにより、広範囲のケースが本計算式によって、処理できるものと思う。解析を進めるにあたって、下記の記号を定めておく。

記 号

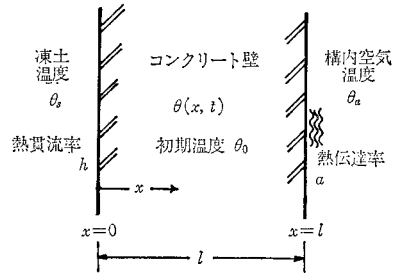
	慣用単位系	SI 単位系
$\theta(x, t)$: コンクリート壁内温度分布	°C	K
θ_0 : コンクリートの初期温度 (打込温度)	°C	K
θ_a : 構内空気温度	°C	K
θ_s : 凍土温度	°C	K
x : コンクリート壁の凍土側端面よりの内方向への距離	m	m
l : コンクリート壁の厚み	m	m
t : 経過時間	h	S
w_c : コンクリートの単位体積中に含まれるセメント量	kg/m ³	kg·m ⁻³
ρ : コンクリートの単位体積重量	kg/m ³	kg·m ⁻³
c : コンクリートの比熱	kcal/kg·°C	J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹
λ : コンクリートの熱伝導率	kcal/m·h·°C	W·m ⁻¹ ·K ⁻¹
κ : コンクリートの温度伝播率	m ² /h	m ² ·S ⁻¹
$Q(t)$: コンクリートの打設後 t 時点までの発熱量の合計値	kcal/kg	J·kg ⁻¹
Q' : セメントの固化発熱量	kcal/kg	J·kg ⁻¹
Q_0 : コンクリートの全固化発熱量 (= $w_c \cdot Q' / \rho$)	kcal/kg	J·kg ⁻¹
r : セメントの発熱減衰率	1/h	S ⁻¹
a : コンクリート壁の端面と構内空気との間の境膜熱伝達率	kcal/m ² ·h·°C	W·m ⁻² ·K ⁻¹
h : コンクリート壁の端面と凍土表面との間の熱貫流率	kcal/m ² ·h·°C	W·m ⁻² ·K ⁻¹
α_n : 式 (7) を満足する正根 ($n=1, 2, 3, \dots$)	1/m	m ⁻¹

上記以外の記号の使用にあたっては、その都度説明を加えることにする。なお、以下の解析計算においては、実用面の便宜を考慮して、慣用単位系を使用し、結果の数値に限り SI 単位によるものを併記することとした。

2. 解析モデルと仮定条件

図一2 に示すのが、本解析のモデルであって、厚み l をもつコンクリート壁が片面が、熱貫流率 h を介して、温度 θ_s の凍土に接し、他の面が、熱伝達率 a を介して温度 θ_a の構内空気に接するもので、コンクリートの初期温度 (打込温度) を θ_0 とする。ここで、本解析の仮定条件として、下記のものを設定する。

仮定条件



図一2 本研究の解析モデル

- [1] 熱解析は、一次元問題とする。
- [2] コンクリートの打設後、 t 時点までに発生した水和熱の合計値 $Q(t)$ は、下記の式 (1) で表わされる。

$$Q(t) = Q_0(1 - e^{-rt}) \dots\dots\dots (1)$$

[3] コンクリート壁の内部では、両端面から、伝導によってのみ冷却が行われるものとし、表面からの水分の蒸発による冷却、あるいは、日射を受ける場合の輻射による加熱は、これを考慮しない。

[4] 凍土温度 θ_s ならびに、構内空気温度 θ_a の値は不変とする。

上記の条件において、[1] は、対象とするコンクリート壁は、無限の広さをもつものとしており、これによって解析は単純化されるものである。条件 [2] での、式 (1) で表わされる水和熱の発生過程は、他にも表式が提案⁷⁾されているが、実際の運用面では大差がないので、一般的に使用されており、比較的に表示の簡単な式 (1) を採用したものである。条件 [3] の中の水分の蒸発による冷却や、日射による加熱等の影響は、現場の施工状況によっては、無視できない場合もあるが、解析の便宜上、これらは考慮しないものとする。条件 [4] は、実施工に適用した場合、厳密にこれを満足させることは困難であろう。凍土に接して、コンクリートを打設した場合、その間に、土留板や断熱材が介在したとしても凍土の端面温度は、その影響を受けて温度上昇をきたすであろうし、場合によっては、凍土は一部解凍するかもしれない。また、構内空気温度も常に変動している。このように、端面温度 θ_s および θ_a 不変の条件は、成立しがたい。しかしながら、われわれは、打設後の短期間を計算対象としているので、この期間の平均温度を、これにあてれば、実用上は差し支えなからうと考えるのである。

これら θ_s , θ_a の値の選定方法と、両者の変動が θ の計算値に及ぼす誤差については後述したい。

さて、解析モデルについて、コンクリート壁内の温度分布を支配する微分方程式および初期ならびに境界条件は、下記のとおりである。

微分方程式

$$\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial x^2} + \frac{Q_0 r}{c} \cdot e^{-\gamma t} \dots (2)$$

$$\begin{aligned} \theta(x, t) = & \theta_0 + (A+B+l)^{-1} \cdot \{(\theta_s - \theta_0)(A+l) + (\theta_a - \theta_s)x + (\theta_a - \theta_0)B\} \\ & - \sum_{\alpha_n} D^{-1} \cdot e^{-\kappa \alpha_n^2 t} [A(\theta_s - \theta_0) \cos \alpha_n(l-x) + B(\theta_a - \theta_0) \cos \alpha_n x + \alpha_n^{-1} \{(\theta_s - \theta_0) \sin \alpha_n(l-x) \\ & + (\theta_a - \theta_0) \sin \alpha_n x\} + Q_0 r \cdot c^{-1} (\gamma - \kappa \alpha_n^2)^{-1} [A \{ \cos \alpha_n l - \cos \alpha_n(l-x) \} \\ & + B \{ \cos \alpha_n l - \cos \alpha_n x \} - AB \alpha_n \sin \alpha_n l + \alpha_n^{-1} \cdot \{ \sin \alpha_n l - \sin \alpha_n(l-x) - \sin \alpha_n x \}]] \\ & + Q_0 (cE)^{-1} \cdot e^{-\gamma t} [AB \sqrt{\gamma/\kappa} \cdot \sin l \sqrt{\gamma/\kappa} - B \{ \cos l \sqrt{\gamma/\kappa} - \cos x \sqrt{\gamma/\kappa} \} \\ & - (\sqrt{\gamma/\kappa})^{-1} \cdot \{ \sin l \sqrt{\gamma/\kappa} - \sin(l-x) \sqrt{\gamma/\kappa} - \sin x \sqrt{\gamma/\kappa} \} \\ & - A \{ \cos l \sqrt{\gamma/\kappa} - \cos(l-x) \sqrt{\gamma/\kappa} \}] \dots (6) \end{aligned}$$

ただし、

$$D = \frac{1}{2} \cdot (AB \alpha_n^2 - 1)^{-1} \cdot \alpha_n^2 \cos \alpha_n l \cdot [A^2(B+l) + B^2(A+l) + (A+B+l) \cdot \alpha_n^{-2} + A^2 B^2 \alpha_n^2 l]$$

$$E = (A+B) \cos l \sqrt{\gamma/\kappa} - \{AB \sqrt{\gamma/\kappa} - (\sqrt{\gamma/\kappa})^{-1}\} \cdot \sin l \sqrt{\gamma/\kappa}$$

また、 α_n は、

$$\alpha_n^{-1} \cdot (AB \alpha_n^2 - 1) \cdot \tan \alpha_n l = (A+B) \dots (7)$$

初期条件

$$t=0; \theta(x, 0) = \theta_0 \dots (3)$$

境界条件

$$x=0; \theta(0, t) = \theta_s + B \cdot \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} \dots (4)$$

$$x=l; \theta(l, t) = \theta_a - A \cdot \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l} \dots (5)$$

ここに、 $A = \lambda/a$, $B = \lambda/h$

の各数値を表わすものとする。

3. 温度分布計算式と吟味

式 (2) の微分方程式を、式 (3)~(5) の初期ならびに境界条件で解けば、求める温度分布を表わす解が得られる。著者は、Laplace 変換による演算子法で、これを解いたが、演算過程の概略を述べると次のとおりである。

まず、微分方程式 (2) および、初期条件式 (3) と境界条件式 (4) を、 $t \rightarrow s$ に \mathcal{L} 変換を行う。ここに、 s は、変換変数とし、 $\theta(x, t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(x, s)$ の記号を用いるものとする。次に、 $x \rightarrow \sigma$ に \mathcal{L} 変換を行う、 σ は変換変数とし、 $F(x, s) \xrightarrow{\mathcal{L}} G(\sigma, s)$ の記号を用いるものとする。この変換された式を、 $G(\sigma, s)$ に関して解く。 $G(\sigma, s)$ には、まだ一つの未定定数が入っているが、そのまま、 $\sigma \rightarrow x$ に逆変換を行い、 $F(x, s)$ を求める。この $F(x, s)$ には、一つの未定定数が入っているが、ここで境界条件の式 (5) を、 $t \rightarrow s$ に \mathcal{L} 変換を行い、これと上記の $F(x, s)$ とより未定定数を決定する。こうして求められた $F(x, s)$ を、 $s \rightarrow t$ に逆変換を行えば、求める $\theta(x, t)$ が得られる。著者は、この逆変換に、ヘビサイドの展開定理を用い、留数計算によって下記の解を得た。

(1) 解

を満足する正根とする ($n=1, 2, 3 \dots$),

(2) コンクリート壁の平均温度 $\bar{\theta}(t)$

この場合の温度は、下記の演算により求められる。

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(t) = & l^{-1} \cdot \int_0^l \theta(x, t) dx = \theta_0 + (A+B+l)^{-1} \cdot \{(\theta_s - \theta_0)(A+l) + (\theta_a - \theta_s)(l/2) + (\theta_a - \theta_0)B\} \\ & - \sum_{\alpha_n} D^{-1} \cdot e^{-\epsilon \alpha_n^2 t} [\{A(\theta_s - \theta_0) + B(\theta_a - \theta_0)\} (\alpha_n l)^{-1} \cdot \sin \alpha_n l + (\theta_a + \theta_s - 2\theta_0) (\alpha_n^2 l)^{-1} \cdot (1 - \cos \alpha_n l) \\ & + Q_0 r \cdot c^{-1} \cdot (r - \kappa \alpha_n^2)^{-1} \cdot [(A+B) \{\cos \alpha_n l - (\alpha_n l)^{-1} \cdot \sin \alpha_n l\} - AB \alpha_n \sin \alpha_n l \\ & + \alpha_n^{-1} \cdot \sin \alpha_n l - 2(\alpha_n^2 l)^{-1} \cdot \{1 - \cos \alpha_n l\}] + Q_0 (cE)^{-1} \cdot e^{-\gamma t} [AB \sqrt{\gamma/\kappa} \sin l \sqrt{\gamma/\kappa} \\ & - (A+B) \{\cos l \sqrt{\gamma/\kappa} - (l \sqrt{\gamma/\kappa})^{-1} \sin l \sqrt{\gamma/\kappa}\} - (\sqrt{\gamma/\kappa})^{-1} \sin l \sqrt{\gamma/\kappa} + 2(l \cdot \sqrt{\gamma/\kappa})^{-1} \cdot (1 - \cos l \sqrt{\gamma/\kappa})] \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、 α_n は式 (7) に同じ。

と簡単な表式となるが、この式はまた、定常熱伝導系としての別計算によっても、求めることができる。

(3) $t \rightarrow \infty$ の場合のコンクリート壁内温度分布

$\theta(x, \infty)$

この場合の温度分布は、式 (6) で、 $t \rightarrow \infty$ として求められる。すなわち、

$$\theta(x, \infty) = \theta_s + (\theta_a - \theta_s) \cdot (B+x)(A+B+l)^{-1} \quad (9)$$

(4) $\theta_s = \theta_a, h = a$ の場合の温度分布

この場合の計算モデルは、図-1 の西田の式の解析モデルで、 $l_1 \rightarrow 0$ としたものに一致している。いま、両者の式の一致を確かめるために、式 (6), (7) に上記の条件を入れ、 $l = 2L$ として、式を変形すると、下式が求められる。

$$\begin{aligned} \theta(x, t) \Big|_{\substack{\theta_s = \theta_a \\ h = a}} = & \theta_a - \sum_{\alpha_n} e^{-\epsilon \alpha_n^2 t} [2(\theta_a - \theta_0) h \lambda^{-1} \alpha_n^{-1} \{\cos \alpha_n L \cdot \cos \alpha_n x + \sin \alpha_n L \cdot \sin \alpha_n x\} \\ & \times \{(1 + h \lambda^{-1} L) \sin \alpha_n L + \alpha_n L \cdot \cos \alpha_n L\}^{-1} - Q_0 c^{-1} r (r - \kappa \alpha_n^2)^{-1} h \lambda^{-1} [\cos(2L - x) \\ & + \cos \alpha_n x + h \lambda^{-1} \alpha_n^{-1} \{\sin \alpha_n(2L - x) + \sin \alpha_n x\}] \\ & + Q_0 c^{-1} e^{-\gamma t} [(\lambda h^{-1})^2 \sqrt{\gamma/\kappa} \sin 2L \sqrt{\gamma/\kappa} - \lambda h^{-1} \{\cos 2L \sqrt{\gamma/\kappa} - \cos x \sqrt{\gamma/\kappa}\} \\ & - (\sqrt{\gamma/\kappa})^{-1} \{\sin 2L \sqrt{\gamma/\kappa} - \sin(2L - x) \sqrt{\gamma/\kappa} - \sin x \sqrt{\gamma/\kappa}\} \\ & - \lambda h^{-1} \{\cos 2L \sqrt{\gamma/\kappa} - \cos(2L - x) \sqrt{\gamma/\kappa}\}] \\ & \times [2 \lambda h^{-1} \cos 2L \sqrt{\gamma/\kappa} - \{\lambda^2 h^{-2} \sqrt{\gamma/\kappa} - (\sqrt{\gamma/\kappa})^{-1}\} \sin 2L \sqrt{\gamma/\kappa}]^{-1} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

ただし、 α_n は、

$$\alpha_n \tan \alpha_n L = h \lambda^{-1} \dots \dots \dots (11)$$

を満足する正根とする ($n=1, 2, 3 \dots$)。

西田の式と比較すると、式 (10) で、最終項の

$$+ Q_0 c^{-1} e^{-\gamma t} \times [\dots] \times [\dots]^{-1}$$

を除く他は、根の決定式の式 (11) とともに合致している。

西田の式で、上記の最終項に相当している項は、

$$\begin{aligned} & -2 Q_0 c^{-1} r h \lambda^{-1} e^{-\gamma t} \\ & \times \sum_{\alpha_n} \{\cos \alpha_n L \cdot \cos \alpha_n x + \sin \alpha_n L \cdot \sin \alpha_n x\} \\ & \times [(r - \kappa \alpha_n^2) \alpha_n \{(1 + h \lambda^{-1} L) \sin \alpha_n L \\ & + \alpha_n L \cdot \cos \alpha_n L\}^{-1}] \end{aligned}$$

であるが、両者の一致を、式の変形によって誘導することが困難であったので、著者は、数値計算によりこれを確かめた。よって、この場合の計算式 (10), (11) は西田の式で、 $l_1 = 0$ の場合に合致していることがわかる。

にあたっては、まず式 (7) を満足する根 α_n を求めなければならない。式 (7) を書き直すと、

$$\tan \alpha_n l = (A+B)(AB \alpha_n^2 - 1)^{-1} \cdot \alpha_n \dots \dots (12)$$

となるが、右辺の分母が零となる α の値 $[=1/\sqrt{AB}]$ を境として、右辺の数値は、正かまたは、負に分かれることになる。いま計算定数として、

$$\begin{aligned} \lambda &= 2 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C} \quad (2.326 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}) \\ a &= 13 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°C} \quad (15 \cdot 12 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}) \\ h &= 3 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°C} \quad (3.49 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}) \\ l &= 1.2 \text{ m} \end{aligned}$$

をとると、

$$\begin{aligned} A &= \lambda/a = 2 \div 13 = 0.1539 \text{ m} \\ B &= \lambda/h = 2 \div 3 = 0.6667 \text{ m} \end{aligned}$$

となり、

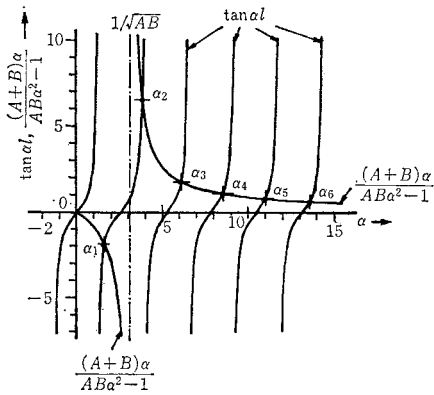
$$1/\sqrt{AB} = 3.122 \text{ m}^{-1}$$

の値が求められる。根 α_n は、式 (12) を満足する数値として決定されるが、この関係を 図-3 に示す ($\alpha=0$ は根ではないことに注意)。

数値計算の一例を下記に示す。計算定数としては、次

4. 数値計算

温度分布を表わす一般解の式 (6) の数値計算の実施



計算定数; $A=0.1539\text{m}$ $B=0.6667\text{m}$
 $l=1.2\text{m}$

根の数値;

$\alpha_1=1.699$ $\alpha_3=6.116$ $\alpha_5=11.029$
 $\alpha_2=3.800$ $\alpha_4=8.541$ $\alpha_6=13.555$

図-3 α_n の根の配列

章の実測値に合わせて、次のように選定する。なお、 λ, a, h, l, A, B の数値については、前掲の値を使用するものとする。

$c=0.2$ kcal/kg \cdot °C (837 J \cdot kg $^{-1}$ \cdot K $^{-1}$)
 $\kappa=0.00417$ m 2 /h (1.158 $\times 10^{-8}$ m 2 \cdot S $^{-1}$)
 $\rho=2400$ kg/m 3 (2400 kg \cdot m $^{-3}$)
 $w_c=331$ kg/m 3 (331 kg \cdot m $^{-3}$)
 $\theta_a=+9.6$ °C (282.75 K)
 $\theta_s=+1.2$ °C (274.35 K)
 $\theta_0=+28$ °C (301.15 K)

コンクリート発熱定数 (早強セメントの値);

$Q'=73.2$ kcal/kg (306 $\times 10^3$ J \cdot kg $^{-1}$)
 $r=0.0630$ 1/h (17.5 $\times 10^{-6}$ S $^{-1}$)
 $Q_0=Q'\cdot w_c/\rho=73.2\times 331\div 2400$
 $=10.1$ kcal/kg (42.3 $\times 10^3$ J \cdot kg $^{-1}$)

θ_s の値は、コンクリート打込後に凍土は一部解凍するとして、上記の数値をとっているが、この値の選定については、後述する。 Q' および r の値は、早強セメントの数値であるが、 c, λ, κ の値とともに、文献 1), 2),

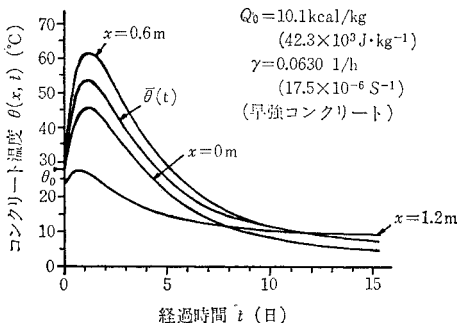


図-4 コンクリート温度の理論値

コンクリート発熱定数; $Q_0=10.1\text{kcal/kg}$
 (早強コンクリート値) (42.3 $\times 10^3$ J \cdot kg $^{-1}$)
 $\gamma=0.0630$ 1/h (17.5 $\times 10^{-6}$ S $^{-1}$)

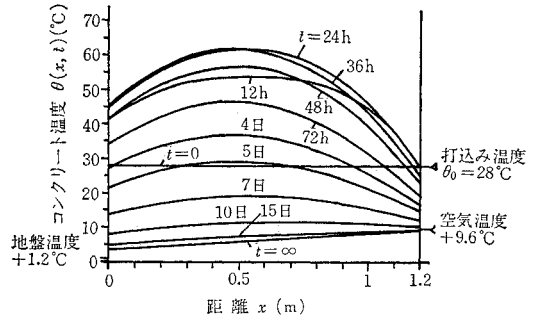


図-5 コンクリート壁内温度の理論値

表-1 θ_s, θ_a の変動が θ のピーク値に及ぼす変化量 (計算定数は [例 1] の場合)

(イ) θ_s のみ $\pm 1^\circ\text{C}$ 変化したときの θ のピーク値変化量

x (m)	θ のピーク値の変化量 ($^\circ\text{C}$)	標準温度 ($^\circ\text{C}$)	ピーク時点 t (h)
0	± 0.386	45.569	27
0.6	± 0.0568	61.774	28
1.2	$\pm 1.49 \times 10^{-4}$	27.573	16

(ロ) θ_a のみ $\pm 1^\circ\text{C}$ 変化したときの θ のピーク値変化量

x (m)	θ のピーク値の変化量 ($^\circ\text{C}$)	(注) 標準温度およびピーク時点の数値は、(イ) の場合と同じ。
0	$\pm 9.46 \times 10^{-8}$	
0.6	± 0.134	
1.2	± 0.715	

7) を参考にして選定した。以上の計算定数を使用して、式 (6), (7), (8) により数値計算した結果を 図-4, 図-5 に示す。 t が、12 時間以後の計算では、 α_n は、多くても 5, 6 項も取れば、実用上は、十分な精度が得られる。図-5 よりコンクリート壁内の最高温度を示す位置は、 x が 0.5m~0.6m と、ほぼ中央位置であること、打設後 15 日を経過すれば、ほとんど定常状態となることがわかる。また、図-4 よりコンクリート壁内の温度のピークは、打設後約 30 時間の時点で現われることが知れる。次に、 θ_s, θ_a の変動が、 θ に及ぼす影響を調べてみる。上記の計算例で、 θ_s または、 θ_a のみ $\pm 1^\circ\text{C}$ 変化したときの θ のピーク値の変化量を、表-1 に示す。これより、 θ_s, θ_a の変動を直接受けるそれぞれの端面では、変化量は比較的大きいが、中央部では、その影響は減少し、他端では、無視できる量となっていることが知れる。上記の計算例では、 θ_s が 5°C 変化すると、 θ のピーク値は、端面では 2°C 、中央部では 0.3°C の変化量で、コンクリート壁の内部に入るにつれて減衰が顕著となる。これより、計算の目的によっては、 θ_s, θ_a の値の選定には、それほど精度を要求しなくともよいと考えられる。次章の実施例に示すように、 θ_s の値は、それぞれ $+1.2^\circ\text{C}, -1.6^\circ\text{C}$ と 0°C に近い温度であることから特別のケースを除けば、便宜上、凍土温度を 0°C と

において計算しても、実用上は差し支えないと考えられる。

5. 実測値との対比

本解析による計算結果を、現場実測データについて比較したものを以下に二例掲げる。

【例1】

これは、滋賀県のK現場の工事例で、掘削径 12m、掘削深度 16.5m の円形凍結立坑に、構造体としてのコンクリート側壁を打設した際のものである。コンクリートの打設状況の詳細を、図-6 に示す。x=0m と x=0.6m の測点のコンクリート温度の実測値を 図-9 に示す。x=0.6m の点のコンクリート温度は、打設後 24h で 62.5°C の最高温度に到達していることが知れる。さて、これに対する理論計算であるが、まず、計算定数を決定しなければならない。構内空気温度 θ_a の値は、コンクリート打設後 15 日間を計算期間としてその平均値をとる。次に、凍土の端面温度 θ_s の値は、次のようにして決定する。凍土側の凍結管（外径 101.6 mm、埋設ピッチ 0.75 m）および測温管の配置状況を、図-6 のとおりであるが、冷却ブライン平均温度が -23.5°C であることより、凍結管列の平均温度は、-20°C と算定される⁹⁾。また、凍土内測温点（イ）の温度実測値を 図-7 に示すが、計算に使用する値としては、計算期間の平均値をとり -8.7°C を採用する。さて、凍土内の温度分布を近似的に直線勾配とみなすと、上記の温度条件より、図-8 に示すような温度分布を決定することができる。この場合、凍土端に図のように、解冻域が生じる場合には、凍土と解冻土の熱伝導率の相違により、温度分布の勾配は異なってくることに注意しなければならない。本現場の土質（細砂）を、容積含水率 0.5 m³/m³ の飽和土とみなすと、文献 9) によれば、それぞれの熱伝導率の値は、

凍土の場合

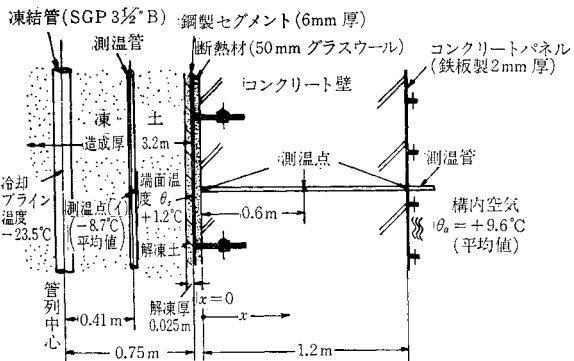


図-6 K 現場立坑側壁コンクリート打設状況

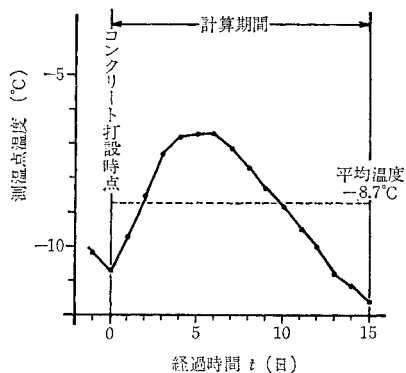


図-7 K 現場測温点（イ）の温度実測値

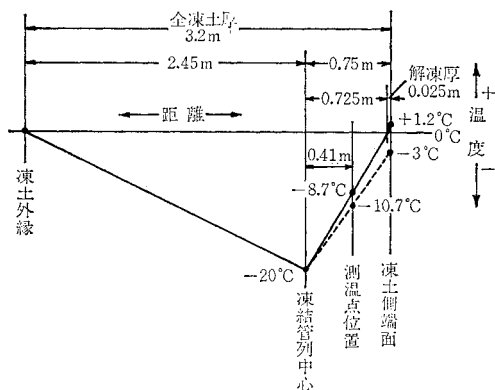


図-8 K 現場凍土内温度分布

$$2.415 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C} \quad (2.808 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$$

解冻土の場合

$$1.410 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C} \quad (1.640 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$$

である。したがって、温度勾配は、これら熱伝導率の値の逆数に比例することとなる。土の凍結温度を 0°C とすると、図-8 より、解冻厚みは、25 mm、端面温度 θ_s は、+1.2°C であることが知れる。凍土側のコンクリート端面に挿入されているコンクリートの凍害防止用グラスウール保温材は、厚さ 50 mm のビニール袋入りのものを使用した。コンクリート打設後の圧縮変形や、水分の侵入による断熱効果の減退を考慮して、標準の熱貫流率の数値に、施工係数 η を乗じたものを使用することとする。いま、標準厚み $\delta_i=0.05 \text{ m}$ のグラスウール保温材の実質熱伝導率 λ_i の値として、

$$\lambda_i = 0.05 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C} \quad (0.05815 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$$

をとり、 $\eta=3$ とふむと、凍土側の熱貫流率 h の値は

$$h = (\lambda_i / \delta_i) \times \eta = (0.05 \div 0.05) \times 3 = 3 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°C} \quad (3.49 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1})$$

となる。また、構内空気側端面のコンクリートパネ

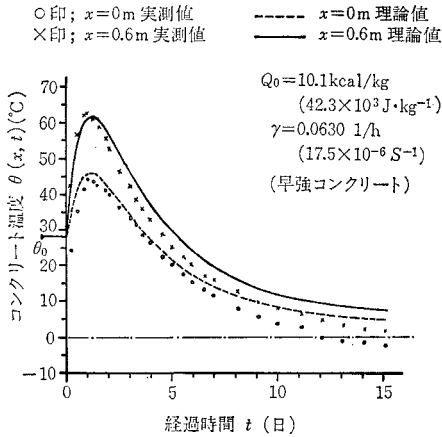


図-9 K 現場の実測値と理論値との比較

ル表面と空気との間の境膜熱伝達率 a の値を、
 $a = 13 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ ($15.12 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)
 にとる。なお、以下の計算においては、コンクリートパネル (2mm 厚鉄板製) の熱抵抗は無視するものとする。よって、計算定数 A, B の値は、4. の数値計算のところであらためたものと同じく、

$$A = 0.1539 \text{ m}$$

$$B = 0.6667 \text{ m}$$

と決定される。コンクリートの熱定数は、同じ数値をとる。これらの条件で、計算したコンクリート壁の温度 ($x=0, 0.6 \text{ m}$) を、図-9 に実測値と併記して示す。実測値と理論値とを比較してみると、 $x=0.6 \text{ m}$ の壁中心位置では、最高温度は実測値の 62.5°C に対して、理論値は 61.8°C とその差は、 0.7°C で、ピーク時点は実測値の $t=24 \text{ h}$ に対して、理論値では 28 h と、その差は 4 h の遅れとなっている。なお、コンクリート打設後の凍土側の温度状況については、補遺で述べたい。

【例 2】

これは、東京都内 S 現場の施工例である。この例も【例 1】と同じく、凍結立坑 (掘削断面 $8.4 \text{ m} \times 9.4 \text{ m}$ 、掘削深度 19 m) におけるコンクリート構築物の築造工事であって、側壁コンクリートは、凍土表面に木製土留板 (30mm 厚) と、グラスウール保温材 (50mm 厚、ビニール袋入り) を介して打設したものである。その状況を図-10 に、また、この場合の実測値を、図-11 にそれぞれ示す。理論計算時の各定数の値は下記のとおりである。

- コンクリート打設温度 $\theta_0 = 24^\circ\text{C}$ (297.15 K)
- コンクリート打設高 1.8 m
- コンクリートの熱定数 (早強セメント使用)
 $Q_0 = 10.5 \text{ kcal/kg}$ ($44.0 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$)
 $r = 0.0915 \text{ 1/h}$ ($25.42 \times 10^{-6} \text{ S}^{-1}$)

構内空気側端面の境膜熱伝達率 a の値を、

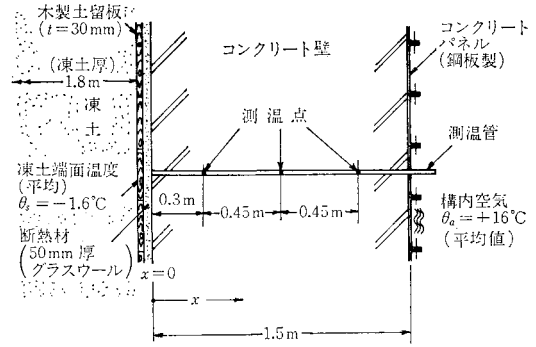


図-10 S 現場側壁コンクリート打設状況

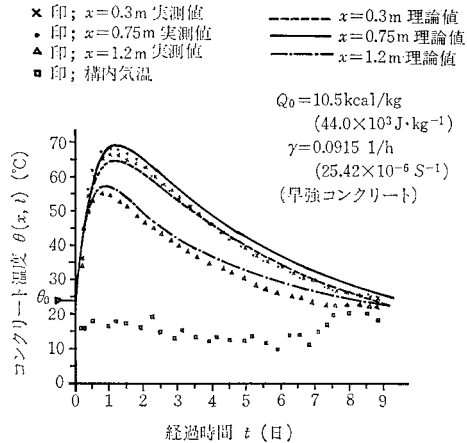


図-11 S 現場の実測値と理論値との比較

$a = 13 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ ($15.12 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)
 にとり、凍土側端面の熱貫流率 h の値としては、
 $h = \{(\delta_w/\lambda_w) + (\delta_i/\lambda_i) \div \eta\}^{-1}$
 $= \{(0.03/0.2) + (0.05/0.05) \div 3\}^{-1}$
 $= 2.07 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ ($2.407 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)

にとった。

- ここに、 δ_w : 木製土留板の厚み 0.03 m
- λ_w : 木製土留板の熱伝導率

$$0.2 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C} \text{ (} 0.2326 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$$

δ_i : グラスウール保温材の標準厚み 0.05 m

λ_i : グラスウール保温材の実質熱伝導率

$$0.05 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C} \text{ (} 0.05815 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$$

η : 施工係数 3

である。

数値計算の結果を、図-11 に実測値と併記して示す。

6. 結 言

凍結工法の施工時に、凍土に接して、コンクリートを打設する場合において、該コンクリートの凍害を防止し、かつまた、適正な養生温度を確保することは“コン

クリート建造物の構築”という最終目的からいって、重要なファクターである。本研究は、その場合のコンクリート壁の養生温度を予測する理論計算の一方法を提案したものであって、以下に本研究の成果を要約して示す。

(1) 新しく解析条件を設けて、その理論解を求めた。すなわち、コンクリート壁表面に、それぞれ熱抵抗を付加し、その外側は、異なる定温度に保持されるものとして解析を行った。また、コンクリートの水和熱の発生は、式(1)で表わされるとの仮定に基づいて、コンクリート壁内の温度分布を表わす理論計算式として、式(6)を、壁内平均温度を表わすものとして、式(8)を導出した。

(2) 理論計算値を、二例の現場実測値と比較したところ、良好な一致をみた。

謝 辞：本研究の解析の遂行にあたり、適切な示唆と指導をいただいた(株)精研・専務取締役故高志勤博士、数値計算を担当された技術部渡辺恒方君、データの採集に協力された工事部の諸氏に厚く感謝の意を表す。

補 遺

コンクリート打設後の凍土端の温度状況を、熱的に分析してみよう。コンクリート打設時点の(イ)点の温度は、 -10.7°C であるから、これより凍土端面温度は、 -3°C であることが知れる(図-8、破線)。

図-9で、 $x=0\text{ m}$ の点の実測値で、 $t=0\sim 120\text{ h}$ (5日)の間の平均値は、 35.1°C であるが、いまこの温度によって、コンクリートより凍土端への熱流が発生すると考える。一方、凍土端へは、凍結管列より、冷却熱量が供給される、コンクリート側よりの加熱量が勝てば、その差の熱量が凍土温度を上昇させ、また、凍土の解凍を起こさせることとなる。文献9)によって、凍土の熱容量は、 $528.4\text{ kcal/m}^3\cdot^{\circ}\text{C}$ ($2.2123\text{ J}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$)、未凍土の熱容量は、 $808.0\text{ kcal/m}^3\cdot^{\circ}\text{C}$ ($3.383\text{ J}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$)、凍土の解凍潜熱は、 39750 kcal/m^3 ($166.43\text{ J}\cdot\text{m}^{-3}$)が求められるので、この数値を使って試算すると、凍土端が、

0°C になる時点は、 $t=12\text{ h}$ と計算される。図-7の測温データより、 $t=120\text{ h}$ (5日)の時点が、温度のピークとなっており、これより、解凍厚もこの時点で最大となっていることが予想される。ここで、上記の差の加熱量が、120 hの間、凍土端に供給されるとして計算すると、最大解凍厚みは97 mmで、凍土端面温度は、 $+5.1^{\circ}\text{C}$ となる。さて、冷却熱量と加熱量が、 0°C の凍土端でバランスするときの $x=0\text{ m}$ のコンクリート温度は、計算により 21.5°C が求められ、この時点は、図-9で $t=120\text{ h}$ である。また、この時点は、解凍の進行が停止する時点でもあって、先の(イ)の測温点より求めた日数に合致している。この時点以後、冷却熱量の方が勝って、解凍部分は再凍結していくことになるが、コンクリート端面温度を $+12^{\circ}\text{C}$ ($t=5\sim 11$ 日間の平均値)として、上記の熱計算を行えば、再凍結に110 h(4.6日)を要することになる。すなわち、凍土端部は、打設後5日で最大解凍厚(0.097 m)となり、9.6日後には再凍結し終わる。

参 考 文 献

- 1) 岡田 清・六車 照編：コンクリート工学ハンドブック，朝倉書店，p. 556, 1981.
- 2) コンクリート工学協会編：コンクリート便覧，p. 176.
- 3) Ross, A.D. and J.W. : The prediction of temperatures in mass concrete by numerical computation, Mag of conc, Res (Jan., 1949).
- 4) Yoshida, T. : Studies on cooling of fresh concrete in freezing weather, 吉田徳次郎博士 論文集，土木学会，1961.
- 5) McHenry, D. : Measured and computed temperatures of concrete at Norris Dam, Journal of the American Concrete Institute, Nov., Dec., 1957.
- 6) 西田正之：場所打ち 張出し式 PC 鉄道橋の打継目付近に生ずるひびわれに関する研究，鉄道技術研究報告 No. 1110, (施設編第 493号)，p. 50, 1979年3月.
- 7) 塚山隆一：マシブな鉄筋コンクリートの温度上昇ならびに温度ひびわれに関する基礎研究，東大学位論文，p. 82, 1974.
- 8) 戸部 暢・秋元 攻：凍土内温度分布計算式とその応用，冷凍第54巻，第622号，p. 7, 1979.
- 9) 高志 勤・和田正八郎：土壌凍結工法，冷凍第36巻，第408号，p. 5, 1961.

(1983.1.7・受付)