

## 道路網容量による道路網の感度分析について

ON THE SENSITIVITY ANALYSIS OF ROAD NETWORK BY THE  
ROAD NETWORK CAPACITY

梶谷 有三\*・加来 照俊\*\*

By Yuzo MASUYA and Terutoshi KAKU

## 1. ま え が き

道路網の感度分析とは、道路網を評価する要因に影響を与える条件が変化したとき、評価要因がどのような影響を受けるかという影響度を把握することと考えられる。したがって、道路網を評価し得る要因に対しての各種の感度分析が考えられるが、本研究においては道路網の交通処理能力を表わす道路網容量を通して行う。道路網容量は、リンク（道路区間）の交通容量が与えられたとき OD 構成比（OD 交通量の相対比）一定のもとで道路網全体で処理できる交通量であるが、各種の道路網計画を行うときの量的評価要因として、また道路網の運用効率を表わす要因として重要な要因である。特に、近年交通需要が増加しているうえでも、次のような各種の道路交通問題を道路網容量の面から考察することは基本的に重要な課題である。① 道路網容量を越えるような交通需要の増加に伴って生じる交通混雑や渋滞あるいは道路環境の悪化などに対して、道路交通の面からはどのような対策を講ずることができるのか。② 降・積雪あるいは風水害などの各種の災害、交通事故の発生、消化活動、道路工事あるいは各種の交通規制の導入などに伴って生ずる幅員減少、車線閉塞などが道路網の運用上どのような影響を与えるのか。③ 住宅地開発、工業団地開発あるいは都市活動の変化に伴う OD 構成比の変化が、道路網容量にどのような影響を与えるのか。④ さらに、②、③の問題に対してどのような対策を講ずることができるのか、などである。

道路網容量は、一般にネットワーク特性あるいはフロー特性などによって規定されるので、本研究ではネットワーク特性として各リンクの交通容量、フロー特性として OD 交通を取り上げ、これらの要因がそれぞれ変化

したとき道路網容量がどのような影響を受けるかを定量的に分析することによって道路網の感度分析を行うものである。

この感度分析に関する従来の研究は、わずかに単種流（single commodity flow）を扱った研究<sup>1)</sup>と単種流と多種流（multi-commodity flow）の両者を扱った研究<sup>2)</sup>がある程度である。カットに基礎をおいた後者の研究は、すべてのカットを対象に、各カットのフロー水準（カット容量とカットを通過する OD 構成比の和との比）を小大順に並べ変えたカット行列を作り、このカット行列を通してリンク容量の変化が道路網容量に及ぼす影響範囲と限度などを考察している。しかし、この研究は単種流を基礎にしているため、OD 交通のような多種流に対する議論は十分でなく、また OD 交通の変化についても考察していない。

本研究においては、対象とするフローが多種流であること、道路網容量に関する研究<sup>3)</sup>でも指摘されているようにこの種の分析は交通量配分ときわめて関連が深いこと、さらに最小カット（すべてのカットのうちでフロー水準が最小のカットで、道路網容量を規定するカット）を含めてよりフロー水準の大きいカットを逐次探索しなければならぬことなどを考慮して、まず道路網容量増強問題を線形計画問題（以下 LP 問題という）として定式化した。そうすると、LP 問題の相補性定理から最小カットよりフロー水準の大きいカットが探索できるとともに、各 OD 交通がいずれのカットを通過するかも同時に求めることができる。また、グラフ理論の定理を応用して、探索されたカットから感度分析に必要なカット行列（カットとリンクの接続行列）を作成する方法も考察した。そして、作成されたカット行列を通して道路網容量を規定する要因の感度分析を行い、さらに規定する要因間の関係を示す 4 つの感度行列を作成して、道路網容量が減少するような問題の対策についても考えた。

\* 正会員 苫小牧工業高等専門学校助教授 土木工学科

\*\* 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

## 2. 道路網容量と感度分析について

道路網容量による感度分析は各リンクの交通容量あるいは OD 交通が変化したときの道路網容量を求めて、既存道路網の容量との差から各要因の影響度を考察するものである。したがって、種々の道路網容量に関する研究<sup>3)</sup>を利用して感度分析を行うこともある範囲内では可能であるが、実際リンク容量の変化を通して考えると次のような問題点が指摘される。① 最小カットに含まれているリンクは、容量の変化（減少および増加）が道路網容量に及ぼす影響度合を求めることができる。しかし、容量増加の場合、どの程度までの増加が影響を与えるかという点までは言及できない。② 一方、最小カットに含まれていない他の多くのリンクについては、これらのリンクの容量を単独に増加させても道路網容量にはなら影響しないので、容量増加に伴う感度分析はできない。また、減少の場合、影響しない範囲が必ずしも各リンクの交通容量から配分交通量を引いた値ではなく、さらに容量減少が可能な場合もある。これらの点については、各 OD 交通が最小カットを通過するかどうかによって、OD 交通に対しても同様の議論ができる。したがって、感度分析を行うためには、前述の多種流を扱った研究でも述べられているように、各リンクがいずれのフロー水準のカットに含まれているかを求めなければならない。すなわち、最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索しなければならない。

しかし、最小カットよりフロー水準の大きいカットは、そのフロー水準を処理できるような問題でなければカットとして発生することができない。すなわち、最小カットも含めて当該フロー水準より小さいカットを構成するいずれかのリンクの容量を増加させることができる問題でなければならない。そこで、本研究では各リンクの容量増強に関する変数（以下増強変数という）と各 OD 交通の配分交通量に関する変数を各リンクの交通容量制限式に組み込んだ道路網容量増強問題を LP 問題として定式化した。そして、この LP 問題の定式化によって、OD 交通の走行特性を考慮した感度分析、同じカットを2度以上通過する OD 交通のチェック、あるいは道路網容量に及ぼす影響度合からリンクあるいは OD 交通を分類することなど多種流に伴う問題についても考慮することができる。しかし、増強変数を導入しているため、感度分析に必要なすべてのカットを探索することができないが、この点については前述のようにグラフ理論の定理を応用して系統的にカットを求める方法について考察した。

## 3. カット行列の作成手法について

### (1) 道路網容量増強によるカットの探索について<sup>3)</sup>

いま、道路網上に  $q$  個の OD 交通が存在するものとし、 $k$  番目の OD 構成比を  $p_k$  とする。このとき、各 OD 交通の配分交通量の変数としてはルート交通量を用いる。そして、 $k$  番目の OD 交通の走行可能な経路の本数を  $n_k$ 、そのうちあるルート  $r$  に配分される交通量を  $Y_r^k$  とする。さらに、需要交通量を  $F$  とする。まず、制約条件としては式 (1) の OD 交通量に関する連続条件、式 (2) の各リンクの容量増強に関する変数  $x_i$  と配分交通量  $Y_r^k$  を組み込んだ交通容量制限に関する条件、さらに、式 (3)、(4) の各変数に関する条件もある。

$$\sum_{r=1}^{n_k} Y_r^k = p_k \cdot F \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{n_k} i \delta_r^k \cdot Y_r^k \leq C_i + c_i \cdot x_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$Y_r^k \geq 0 \quad \left( \begin{matrix} k=1, 2, \dots, q \\ r=1, 2, \dots, n_k \end{matrix} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $i \delta_r^k$  :  $k$  番目の OD 交通の  $r$  番目のルート交通量がリンク  $i$  を通過するとき 1、そうでないとき 0 をとる定数

$C_i$  : リンク  $i$  の交通容量

$c_i$  : リンク  $i$  の単位幅員当たりの交通容量

$m$  : リンク数

目的関数としては、道路網を評価し得る要因であればいずれの要因でもよいが、ここでは式 (5) の総建設距離を定式化する。

$$TL = \sum_{i=1}^m d_i \cdot x_i \quad (\text{最小化}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $d_i$  : リンク  $i$  の建設距離

そうすると、式 (1) の交通需要  $F$  をパラメーターとして、 $F$  を逐次増加させるパラメトリック LP を行うと、逐次式 (5) の目的関数を最適化するように各 OD 交通の配分交通量と各リンクの容量増加が求められて道路網容量の増強を行うことができる。そして、道路網容量の増強に伴って、最小カットも含めフロー水準のより大きいカットが発生する。このとき、 $F$  の初期値としては既存道路網の容量をわずかに超える値を設定すればよいが、上限値あるいはパラメーターの増加値については明確な設定値はない。したがって、当初は上限値として既存道路網容量の 2~3 倍程度、増加値としては 10 分の 1~20 分の 1 程度を設定して、カットの発生状況を見極めて適宜設定値を変更すればよい。

カットの探索方法としては、パラメトリック LP の解

から得られる各リンクの配分交通量を利用して、配分交通量が交通容量に達しているかどうかの比較から求める方法も考えられる。しかし、この方法は1つの配分結果を参考に探索するもので、配分のされ方によっては容量に達しないリンクも生じるため必ずしも正確な探索はできない。そこで、容量増強問題（主問題）の双対問題を定式化して、双対変数からカットを探索する方法を考えた。いま、 $y_k$  を式 (1)、 $w_i$  を式 (2) に対するそれぞれの双対変数とすると、双対問題は式 (6)~(8) の制約条件のもとで、式 (9) の目的関数を最大化する問題として定式化できる。

$$y_k - \sum_{i=1}^m \delta_{r^k} \cdot w_i \leq 0 \quad \left( \begin{matrix} k=1, 2, \dots, q \\ r=1, 2, \dots, n_k \end{matrix} \right) \dots (6)$$

$$c_i \cdot w_i \leq d_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots (7)$$

$$w_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots (8)$$

$$DL = \sum_{k=1}^q p_k \cdot F \cdot y_k - \sum_{i=1}^m C_i \cdot w_i \quad (\text{最大化}) \dots (9)$$

ここで、 $y_k$  は、正、負いずれも取り得る自由変数である。そして、式 (2) の余裕変数 (slack variable) を  $\lambda_i$  とすると、相補性定理より双対変数  $w_i$  との間に式 (10) の関係式を得る<sup>7), 9)</sup>。

$$\lambda_i \cdot w_i = 0 \dots (10)$$

この式より、 $\lambda_i$  と  $w_i$  のうちいずれか一方は必ず0を取らなければならないが、各リンクの  $\lambda_i$  と  $w_i$  の取り方としては、式 (11) の3つの組合せが考えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i)} \quad \lambda_i = 0 \quad w_i > 0 \\ \text{(ii)} \quad \lambda_i > 0 \quad w_i = 0 \\ \text{(iii)} \quad \lambda_i = w_i = 0 \end{array} \right\} \dots (11)$$

そして、双対変数は経済的な意味においては潜在価格 (shadow price) とよばれるが、この変数の持つ意味から交通需要の増加に伴って隘路区間として選定されるリンクは双対変数が正値を得る式 (11) の (i) の場合であり、これらのリンクの集合がノードを排他的な2つの集合に切断するカット・セットを形成する。また、双対変数の値は式 (2) の右辺を1単位変化させたときの目的関数値の増減量を表わすので<sup>9)</sup>、目的関数に同じ影響を与えるリンクごとにリンクを分類すると、既存道路網容量よりフロー水準の大きいカットを探索することができる。(ii) と (iii) のリンクは、いずれのカットにも含まれていないリンクで、特に (iii) のリンクは主問題だけからでは判断できないリンクである。すなわち、この (iii) のリンクは配分交通量の一部を他のルートに配分することが可能であり、前述のように容量以下に抑えられるリンクである。したがって、これらのリンクは交通需要の増加に対してもほとんど問題とならないリンクであり、またリンク容量の変化が道路網容量にはほとんど影響しないリンクでもある。このように、双対変数は道

路網容量に対する影響度合からリンクを分類することができるとともに、交通需要の増加に対して隘路区間の面的広がりを追うこともできる。

また、各 OD 交通が探索されたいずれのカットを通過するか、あるいは同じカットを2度以上通過する OD 交通があるかなどについても、式 (1) の余裕変数と双対変数  $y_k$  の間に式 (10)、(11) と同様の議論ができるので、双対変数  $y_k$  から考察することができる。

しかし、最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索するために容量増強問題を定式化したのが、この問題の場合には増強変数を導入しているため次の点から感度分析に必要なすべてのカットを探索することができない。すなわち、交通需要を増加させたときに発生するカットにおいては、当該カットを構成するリンクのいずれかの容量を増強しなければならない。そうすると、容量増強されたリンクを含む他のカットは、フロー水準がより大きくなってカットとして発生することができない。そこで、この点を考慮した感度分析に必要なカットの探索とカット行列の作成については次節にて述べる。

## (2) カット行列の作成<sup>7), 8)</sup>

容量増強問題を通してのカット探索は、多種流に伴う種々の問題を解決するうえでも有効である。しかし、 $n$  個のノードからなるネットワークのカット行列の階数 (rank) は  $n-1$  なので、LP 問題を通したカット探索においても  $(n-1)$  本の独立なカット (お互いに他のカットに含まれていないリンクをもっているので互いに独立である) しか探索できない。そこで、対象とするカットが極小カット (カットの中にカットを含まないもの、すなわちネットワークを3つ以上に分割しないもの) であること、あるいはいずれのカットにも含まれないリンクも考えられることなどを考慮して、次の手順でカット探索およびカット行列の作成を行った。

(1) 交通需要  $F$  をパラメーターとするパラメトリック LP 問題を解いて、双対問題の双対変数の変化から  $(n-1)$  本の基本的なカット (ネットワークのツリーに対して定義される基本カットとは異なる) を逐次探索する。

(2) パラメトリック LP 問題を解く過程で、いずれのカットにも含まれていないリンクが存在するかどうかを調べる。もし、存在すれば (3) へ、存在しなければ (4) へ移る。

(3) 該当リンクの交通容量を0にした LP 問題を解いて道路網容量に影響を与えるリンクとなら影響を与えないリンクに分類する。前者のリンクにおいては、新しいカットが発生する。一方、後者のリンクは、そのリンクを除去しても道路網容量に影響を与えないので、



表-2 各リンク容量制限式に対する双対変数の値

リンク番号	1	2	3	4	6	7	8	9	10	14
交通需要										
70 000	0.025					0.025				
82 500	0.042	0.017	0.017			0.025				0.017
85 000	0.042	0.042	0.042		0.025	0.025				0.042
92 500	0.042	0.059	0.042		0.042	0.025		0.017	0.017	0.042
107 500	0.042	0.059	0.042		0.042	0.025	0.012	0.017	0.029	0.042
115 000	0.042	0.059	0.046	0.004	0.042	0.025	0.012	0.021	0.033	0.042
140 000	0.042	0.059	0.046	0.004	0.042	0.025	0.012	0.021	0.033	0.042

表-3 OD 交通の連続条件式に対する双対変数の値

OD交通	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8
交通需要							
70 000	0.025	0.025					
82 500	0.042	0.042	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017
85 000	0.042	0.067	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
92 500	0.042	0.084	0.059	0.059	0.042	0.042	0.042
107 500	0.042	0.084	0.059	0.071	0.042	0.042	0.042
115 000	0.042	0.084	0.059	0.071	0.046	0.046	0.046
140 000	0.042	0.084	0.059	0.071	0.046	0.046	0.046

対変数の値を得た。なお、各 OD 交通の連続条件に対しても同様な双対変数を得たが、ここではノード1を中心とした OD 交通のみに対して表-3 に示した。この表-2 の双対変数の変化からカットを探索すると、図-1 の6本の基本的なカットが得られた。このとき、いずれのカットにも含まれていないリンクが5本あるので、これらのリンクを短絡除去（リンクの両端点を1点にまとめたのち、そのリンクを除去すること）すると、7個のノードからなるネットワークに縮約できるので6本のカットしか得られなかった。なお、カット8、16のように実際のフロー水準（表-4 参照）より小さい交通需要でカットが発生しているが、これは同じカットを2度通過する OD 交通が出現したためである。しかし、このような場合には他のリンクの容量増強によって、当該の OD 交通が他のルートを行走することが可能かどうかを検討すればよい。すなわち本研究においては、いずれのリンクが容量増強されているかが問題の本質ではなく、

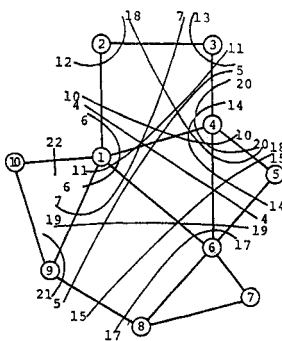


図-2 極小カットを求める計算過程から得られたカットとカット 22

1つの容量増強の方法を利用してカット探索を行っているからである。

いずれのカットにも含まれなかったリンク5、11、12、13、15の5本のそれぞれの交通容量を0にして、道路網容量への影響を調べると、リンク5以外はなら影響を与えないのでカット行列からは除

く、リンク5のときには、図-2 に示されるカット22が発生して道路網容量を0にした。このカット22にしても、また図-1のリンク4を通過するカットにしてもいわゆるノードを排他的な2つの集合に切断していないが、この

ようなカットが発生したのは各 OD 交通の走行可能な経路を考慮しているためである。したがって、各 OD 交通に迂回を強いるような相当過酷な経路を選定した場合には、完全に2つの集合に切断するカットが得られる。

次に、探索された6本の基本的なカットによるカット行列を作り極小カットを求めると、図-3 に示される計

表-4 各カットの容量、通過する OD 構成比の和とその逆数、フロー水準、容量減少可能量

カット	$C_i$	$P_i$	$1/P_i$	$F_i$	$D_i$
1	24 000	0.344	2.91	69 767	0
2	48 000	0.598	1.67	80 267	6 279
3	48 000	0.569	1.76	84 358	8 302
4	48 000	0.561	1.78	85 561	8 860
5	48 000	0.542	1.85	88 561	10 186
6	48 000	0.525	1.90	91 428	11 372
7	48 000	0.521	1.92	92 130	11 651
8	48 000	0.494	2.02	97 166	13 535
9	24 000	0.225	4.44	106 667	8 302
10	48 000	0.450	2.22	106 667	16 605
11	48 000	0.442	2.26	108 597	17 163
12	24 000	0.211	4.74	113 744	9 279
13	24 000	0.209	4.78	114 833	9 419
14	48 000	0.417	2.40	115 108	18 907
15	48 000	0.416	2.40	115 385	18 977
16	48 000	0.412	2.43	116 505	19 256
17	48 000	0.359	2.79	133 705	22 954
18	48 000	0.359	2.78	133 705	22 954
19	48 000	0.355	2.82	135 211	23 233
20	48 000	0.250	4.00	192 000	30 558
21	24 000	0.040	25.0	600 000	21 209
22	12 000	0.004	25.0	$3 \times 10^6$	11 721

リンク

ステップ	1	2	3	4	6	7	8	9	10	14
ステップ1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
カ	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0
ッ	3	0	1	1	0	0	0	0	0	0
ト	8	0	1	0	0	0	0	1	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16	0	0	1	1	0	0	0	1	0
ステップ2	5	0	1	1	0	0	1	0	0	0
(1+2)	17	0	0	1	0	0	0	0	1	1
(3+8)	18	0	0	1	0	0	0	0	1	1
(9+16)	19	0	0	1	1	0	0	0	1	1
(8+9)	20	0	1	0	0	0	0	0	1	0
(2+3)	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ステップ3	13	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(1+12)	14	0	0	1	0	0	0	0	1	0
(3+16)	15	0	0	1	0	0	0	0	1	0
(8+12)	4	1	1	0	0	0	0	0	1	0
(16+18)	11	1	1	1	0	0	0	0	0	0
ステップ4	14	0	1	0	0	0	1	0	1	1
(1+4)	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1
(3+7)	7	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(9+4)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
ステップ5	20	0	1	0	0	0	1	1	1	0
(1+10)	10	1	1	1	0	0	0	0	0	0
(16+10)	6	1	1	1	0	0	0	0	0	0
ステップ6	11	0	1	1	1	0	1	0	0	0
(1+8)	8	0	1	1	1	0	0	0	0	0

図-3 極小カットを求める計算過程

算過程から 15 本のカットが得られた。それぞれのカットは、図中の行列の 1 の要素に □印を付けたベクトル同士を mod 2 の演算で行うことによって求められる。図中のリンク番号に ○印を付けたリンクがいわゆる外部リンクである。なお、この例においてはカットの発生状況からリンク 4 も外部リンクとした。また、内部リンクだけしか連結していないノードはなかった。カット 5 のリンク 7 の要素のように □印を付けていないものもあるが、これは同じカットが再度 mod 2 で加えられる、あるいは既出のカットが求められるなどから演算の対象外とした要素である。

図一、2 の各カット  $l$  のカット容量  $C_l$ 、通過する OD 構成比の和  $P_l$  およびフロー水準  $F_l$  をそれぞれ求めると表一 4 の結果となる。そうすると、カット行列  $C$  は各カットのフロー水準を小大順に並べると式 (14) となる。

		リンク													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	14			
$C =$	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	} \dots\dots(14)		
	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1			
	3	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0		1	
	4	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0			
	5	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1			
	6	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0			
	7	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0			
	8	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0			
	9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0			
	10	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0			
	11	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0			
	12	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0			
	13	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0			
	14	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0			
	15	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1			
	16	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0			
	17	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1			
	18	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0			
	19	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0			
	20	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0			
	21	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1			
	22	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0			

4. 道路網の感度分析

道路網容量を規定する要因としてリンク交通容量および OD 交通を取り上げ、これらの要因がそれぞれ変化したとき道路網容量がどのような影響を受けるかということについて 3.(3) の計算例を通して考察する。

(1) リンク交通容量が増加する場合

この場合の具体的な例としては、車線数の増加、車線幅員の拡幅あるいは沿道の整備による交通容量を減少させる種々の要因の改善などによってリンク交通容量が増加する場合が考えられる。そして、各リンクの容量増加

が直接的に道路網容量に影響を与えるかどうかは、それぞれのリンクが最小カット（カット 1）に含まれているかどうかによる。すなわち、カット 1 を構成するリンクの容量増加は、式 (15) で求められる値  $U_i$  の範囲で道路網容量に影響を与えるとともに、式 (16) に示される値  $F_i'$  に道路網容量は増強される。

$$U_i = (F_i' - F_i) \times P_i \quad (i \in R_1) \dots\dots\dots(15)$$

$$F_i' = F_i + \Delta C_i / P_i \dots\dots\dots(16)$$

ここで、 $F_i'$ ：リンク  $i$  の容量を増加させることによって達成可能なカット  $l$  のフロー水準

$\Delta C_i$ ：リンク  $i$  の容量増加量 ( $\leq U_i$ )

したがって、道路網容量は容量増加量 1 台当たりカット 1 を通過する OD 構成比の和の逆数の割合で増強される。また、 $F_i'$  の値は式 (14) のカット行列および表一 4 の各カットのフロー水準から求めることができる。

カット 1 に含まれているリンク 1 は式 (14) のカット行列からカット 2 にも含まれているため、このリンクを単独で容量増加させた場合の達成可能なフロー水準はカット 3 のフロー水準となり、 $F_1^*$  は 84 358 台となる。一方、同じカット 1 に含まれているリンク 7 はカット 2 に含まれていないためカット 2 のフロー水準となり、 $F_7^*$  は 80 267 台となる。そして、道路網容量に影響を与える容量増加の範囲は式 (15) からそれぞれ 5 019、3 612 台となる。道路網容量は表一 4 に示されているカット 1 の 2.91 台の割合で増強される。したがって、それぞれのリンクを 12 000 台（1 車線）容量増加してもリンク 1 はカット 3、リンク 7 はカット 2 のフロー水準までしか容量増強は可能でない。

一方、カット 1 に含まれていない他の多くのリンクは単独で容量増加しても道路網容量にはなんら影響しない。したがって、これらのリンクはカット 1 を含めたフロー水準のより小さいカットに含まれているリンクとの組合せで初めて道路網容量に影響を及ぼすので、その可能性については前述のようにカット行列および各カットのフロー水準から調べる必要がある。たとえば、リンク 3 と 14 の容量増加はリンク 1 あるいは 7 の容量を同時に増加させることによって、カット 3 のフロー水準まで容量増強が可能であり、さらに同じカット 2 に含まれているリンク 2 はカット 9 まで可能である。また、リンク 6 はカット 1 とカット 2 に含まれているリンクとの組合せで容量増強が可能である。このような数本のリンクの容量を同時に増加させる問題の応用としては、交通需要の増加に対して道路交通の面から対処するための道路網容量増強問題がある。この問題の場合は、ある交通需要  $F$  よりフロー水準の小さい各カット（容量不足カット）の必要な容量増強量  $I_l$  を式 (17) で求めて、カット行列からカット条件式（容量不足カットにおいて、カット

の容量を  $I_i$  の値以上さらに増強しなければならないという条件式)を作成することによって各種の数理計画問題として定式化することも可能である。

$$I_i = (F - F_i) \times P_i \dots\dots\dots(17)$$

(2) リンク交通容量が減少する場合

この場合の具体的な例としては、1. で述べたような種々の原因によって幅員減少あるいは車線閉塞が生じる場合が考えられる。この容量減少を考えると、多種流の場合は式(14)のカット行列を直接的に利用することができない。そこで、各カットが最小カットのフロー水準に達するまで減少可能なカット容量  $D_i$  を式(18)で求め、さらにカット行列をこの  $D_i$  の値によって小大順に並べ変えた式(19)の行列  $D$  を作成しなければならない。

$$D_i = (F_i - F_1) \times P_i \dots\dots\dots(18)$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	14	
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	) .....(19)
2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	
4	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
12	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
13	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	
5	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	
6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
22	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	

そして、この行列  $D$  を通して個々のリンクが単独で容量減少したときの道路網容量への影響度を求めることができる。なお、各カットの  $D_i$  の値は表-4 に示した。また行列  $D$  においては  $D_i$  が 12000 台以上のカットを除いているが、ここでは個々のリンクが単独で容量減少した場合について考えているので、各リンクの容量を超えるような値までは考慮しなくてもよいのである。

各リンクの容量が減少することは、同時に当該リンクを含むカットの容量を減少することである。したがって、リンク  $i$  がカット 1 のフロー水準に達するまで減少可能なリンク容量  $\Delta C_i'$  は、当該リンクが行列  $D$  において属するカットのうち、カットの容量減少可能量  $D_i$  が最も小さい値  $D_i'$  に等しくなる。すなわち、リンク  $i$  の容量減少量を  $\Delta C_i'$  とすると、 $\Delta C_i' \leq D_i'$  のときには道路網容量にはなんら影響しないが、 $\Delta C_i' > D_i'$  のときには一般に式(20)で求められる値  $F_1''$  に道路網容量は減少する。

$$F_1'' = F_1 - (\Delta C_i' - D_i') / P_i' \dots\dots\dots(20)$$

ここで、 $P_i'$  : リンク  $i$  が行列  $D$  において属するカットのうち、 $D_i$  が最も小さいカットを通過する OD 構成比の和

たとえば、カット 1 に含まれているリンク 1, 7 の容量減少は、すぐに 2.91 台の割合で道路網容量を減少させるが、カット 2 のリンク 2, 3, 14, カット 3 のリンク 6 はそれぞれ 6279, 8302 台まで容量が減少してもなんら影響しない。そして、それ以上の減少は容量 1 台当たり 1.67, 1.76 台の割合で道路網容量を減少させる。また、リンク 5 が完全に閉塞されたとき道路網容量は 0 になるが、他のリンクは式(20)から求められる。しかし、リンク容量の減少過程で式(20)で求められる値より道路網容量をより減少させるカットが出現する場合もある。たとえば、リンク 6 は図-4 に示されているように、通過する OD 構成比の和がカット 3 より小さいカット 12 の容量減少に伴う影響のために、容量の減少が 9856 台を境に 1.76 台から 4.74 台に道路網容量の減少割合が変わる。したがって、リンク容量減少の場合には、当該リンクを含む各カットの  $P_i$  の値にも注意しなければならない。なお、他のリンクにおいてもより小さいカットが出現する場合もあるが、道路網容量をより減少させる例はなかった。

(3) OD 交通が変化する場合

交通需要の増加に対して道路網容量の面から対策を講ずるためには、あるいは道路網の効率的な運用の面から道路網容量をより増強するためには、いずれの OD 交通に対して発生・集中の抑制、他の交通機関への転換を考えればよいか、また 1. で述べたように OD 構成比が変化する場合、道路網容量がどのような影響を受けるのかなどの問題が具体的な例として考えられる。

この感度分析を行うために、式(21)に示す OD-カット行列  $K$  を作成することを考えた。そして、この行列  $K$  の作成手順は次のとおりである。

- (1) カット行列の作成手順 (1) のパラメトリック LP 問題を解いて逐次基本的なカットを探索する過程において、式(6)の双対変数  $y_k$  の値から各 OD 交通がいずれの基本的なカットを通過するかどうかを求める (表-3 参照)。

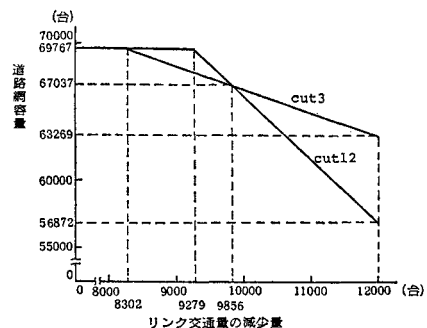


図-4 リンク交通容量の減少と道路網容量の関係(リンク6の場合)

(2) カット行列の作成手順(3)を行ったとき、新しいカットが発生した場合には手順(1)と同様に双対変数  $y_k$  から当該カットを通過する OD 交通を求める。

(3) カット行列の作成手順(4)において、各 OD 交通が新しく探索されたカットのいずれのカットを通過するかは手順(1)の基本的なカットを通過する各 OD 交通を参考に求める。

(4) カット行列の作成手順(5)と同様に、フロー水準の小大順にカットを並べ変えて OD-カット行列を作成する。

$$\begin{matrix}
 & \text{OD} & 1-2 & 1-3 & 1-4 & 1-5 & 1-6 & 1-7 & 1-8 & 1-9 & 1-10 \\
 \text{カ} & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \text{ト} & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & 3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \mathbf{K} = & 5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & 7 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & 9 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{matrix}$$

.....(21)

このとき、式(21)にはノード1を中心とした OD 交通を対象に行列の一部分を示したが、以下の内容もこの行列を通して行う。

交通需要がカット1のフロー水準からカット2のフロー水準まで増加したときには、カット1を通過する OD 1-2, 1-3 を対象に、さらに交通需要がカット2の 80 267 台を超えるときには OD 1-9, 1-10 以外のすべての OD 交通を対象にそれぞれ発生・集中の抑制あるいは他の交通機関への転換を図らなければならないことが、この行列  $\mathbf{K}$  から求めることができる。そして、カット1のフロー水準を超える交通需要  $F$  のとき、それぞれのカットにおいて対策を施すべき OD 交通量は容量増強問題における各カットの容量増強量と同様式(17)で求められる。したがって、交通需要がカット2のフロー水準のときにはカット1を通過する OD 交通のうち 3 012 台に対して、カット3のときにはカット 1, 2 をそれぞれ通過する OD 交通のうち 5 019 台, 2 446 台に対してなんらかの対策をしなければならない。また、逆にカット 1, 2 あるいは3などのフロー水準の小さいカットを通過する OD 交通に対して、発生・集中の抑制あるいは他の交通機関への転換を図ることによって道路網容量の増強すなわち道路網の効率的運用を行うこともできる。

次に、都市活動の変化に伴い OD 構成比が変化する場合について考える。交通需要が 69 767 台, 80 267 台のとき、各カットで処理可能な OD 構成比の上限値  $\bar{P}_i$ ,  $\bar{P}_i$  および増加可能な値  $\Delta\bar{P}_i (= \bar{P}_i - P_i)$ ,  $\Delta\bar{P}_i$  をそれぞれ表-5 に示した。そして、この表-5 からカット1

表-5 各交通需要における各カットの処理可能な OD 構成比および増加可能な OD 構成比

カット	$P_i$	$\bar{P}_i$	$\Delta P_i$	$\bar{P}_i$	$\Delta\bar{P}_i$
1	0.344	0.344	0.0	0.299	-0.045
2	0.598	0.688	0.090	0.598	0.0
3	0.569	0.688	0.119	0.598	0.029
4	0.561	0.688	0.127	0.598	0.037
5	0.542	0.688	0.146	0.598	0.056
6	0.525	0.688	0.163	0.598	0.073
7	0.521	0.688	0.168	0.598	0.077
9	0.225	0.344	0.119	0.299	0.180
22	0.004	0.172	0.168	0.150	0.146

を通過しない OD 交通間で、 $\Delta\bar{P}_i$  の値の範囲内で OD 構成比が多少変化しても道路網容量にはなら影響しないことがわかる。また、カット1を通過する OD 構成比の和を 0.344 から 0.299 (24 000/80 267) に減少して、OD 構成比 0.045 をカット3のフロー水準以上のカットを通過する OD 交通 (たとえば OD 1-9, 1-10) に  $\Delta\bar{P}_i$  の範囲内で振り分けるように都市活動を変化させることによって、道路網容量を 80 267 台に増強することができる。逆に、カット1を通過する OD 構成比が 0.344 から増加するような変化の場合には、道路網容量は減少する。したがって、OD 構成比が変化する場合は、変化した OD 交通がいずれのカットを通過しているかを OD-カット行列から求めて、表-5 を作成することによって道路網容量への影響を分析することができる。

このように、感度分析は各種要因が変化するときの道路網容量への影響度合を求めることができるとともに、さらに種々の道路交通問題に対処するための道路網容量増強計画、道路網の防災計画、各種の交通規制導入計画、最適化交通機関分担計画、あるいは土地利用計画などの計画を行う際、道路網容量の面から計画を評価するときにも利用することができると思われる。

### 5. 感度分析の応用

前章では、道路網容量と道路網容量を規定する要因との関係について定量的分析を行ったが、本章ではさらに、道路網容量を基礎に道路網容量を規定する要因間の関係について考察する。すなわち、リンク交通容量の減少あるいは OD 交通の変化など道路網容量を減少させる要因が変化するとき、道路網容量を維持するためにはいずれのリンクあるいは OD 交通を対象に対策を施せばよいかについて考える。そこで、前章で求められた行列から、道路網容量を規定する要因間の関係を示す4つの行列を作成して、この行列を通して道路網容量を維持するための種々の対策を考える。なお、このとき作成されたそれぞれの行列を本研究では感度行列という。

式(19)の行列  $\mathbf{D}$  において、各リンクが最も小さい



$D_l$  のカットにだけ属するとした行列を式 (22) の行列  $E$  とする。

$$E = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 14 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 9 \\ 4 \\ 12 \\ 13 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 22 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \dots(22)$$

そして、この行列  $E$  の転置行列  $E^t$  を行列  $D, K$  に左側から掛けると、それぞれ式 (23) のリンク感度行列、式 (24) のリンク-OD 感度行列  $M$  を得る。

$$L = E^t \cdot D = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{リンク} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 14 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{リンク} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 14 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \dots(23)$$

$$M = E^t \cdot K$$

$$= \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{OD} & 1-2 & 1-3 & 1-4 & 1-5 & 1-6 & 1-7 & 1-8 & 1-9 & 1-10 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{リンク} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 14 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \dots(24)$$

行列  $L$  の要素  $l_{ij}$  は、リンク  $i$  の容量が減少したときリンク  $j$  の容量増加によって道路網容量を維持できるとき 1、そうでないとき 0 とする。また、行列  $M$  の要素  $m_{ij}$  も同様に、リンク  $i$  の容量が減少したとき OD 交通  $j$  の発生・集中の抑制あるいは他の交通機関への転換によって道路網容量を維持できるとき 1、そうでないとき 0 となる。したがって、これら 2 つの感度行列から、あるリンクの容量減少に伴って道路網容量を維持するために対策を施すべきリンクや OD 交通を容易に求めることができる。

また、式 (21) の行列  $K$  において、各 OD 交通が最

も小さい  $F_l$  のカットにだけ属するとした行列を  $F$  とすると、式 (23), (24) 同様、行列  $F$  の転置行列  $F^t$  を行列  $D, K$  に左側から掛けて、それぞれ式 (26) の OD-リンク感度行列  $N$ , 式 (27) の OD 感度行列  $O$  を得る。

$$N = F^t \cdot D \dots(25)$$

$$O = F^t \cdot K \dots(26)$$

これら 2 つの行列  $N, O$  の要素  $n_{ij}, o_{ij}$  は、OD 交通  $i$  が増加したときリンク  $j$  の容量増加によって、あるいは OD 交通  $j$  の発生・集中の抑制、他の交通機関への転換によって道路網容量を維持できるとき 1、そうでないとき 0 となる。そして、これらの行列は OD 交通の増加に伴って対策を施すときに用いられる。

このように、各種の感度行列は道路網容量が減少するような道路交通問題に対して種々の対策を施すときに有用である。特に、抜本的な対策というよりは既存施設の有効適切な利用を図るために短期的（あるいは瞬時的）に実施し得る各種の交通管理的な手段を考えるうえでも有用であると思われる。しかし、これらの感度行列を用いるときには、前述のように道路網容量への影響度合がリンクや OD 交通によってそれぞれ異なるので、前章での定量的分析を十分に踏まえる必要がある。

## 6. あとがき

以上、本研究は道路網容量を通して道路網の感度分析とその応用について考察したが、本研究をまとめると以下ようになる。

(1) LP 問題として定式化した道路網容量増強問題を通して感度分析に必要なカットの探索を行ったため、OD 交通のように多種流として扱わなければならないときに生ずる種々の問題点について配慮することができる。

(2) パラメトリック LP 問題を行うとき、各パラメーターの設定値はカットの発生状況を見極めて適宜設定しなければならないが、LP 問題の相補性定理から最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索できるとともに、各 OD 交通がいずれのカットを通過するかも求めることができる。

(3) また、LP 問題の相補性定理から探索できない他のカットはグラフ理論の定理を応用して、相補性定理から探索された基本的なカットを用いて系統的に求めることができる。そして、カット行列は各カットのフロー水準を計算することによって容易に作成することができる。

(4) したがって、道路網の感度分析はこのカット行列を基礎に行うことができる。しかし、リンク交通容量

が減少する場合には、各カットが最小カットのフロー水準に達するまで減少可能なカット容量を考慮して、カット行列の行変換を行う必要がある。また、OD 交通の場合は各カットを通過する OD 交通を考慮した OD-カット行列の作成によって行うことができる。

(5) また、カット行列および OD-カット行列から求められる4つの感度行列は、道路網容量を規定する要因間の関係を把握できるとともに、各種の道路交通問題の対策を考えるうえでも有用であると思われる。

本研究における感度分析は、おもに個々のリンクあるいは OD 交通が単独でそれぞれ変化した場合について考察したが、実際には多くのリンクおよび OD 交通がそれぞれ同時に変化する場合が考えられるので、この点を踏まえた感度分析についてはさらに研究を進めていかなければならない。また、道路網の規模が大きくなるとともに、対象とするカットが増大して演算上種々の困難を伴うので、この点についてはさらに今後検討を行っていく。

最後に、本論文の査読過程で適切なご指摘、ご助言をいただいた査読者の方々に感謝いたします。

なお、計算には北海道大学大型計算機センター HI-TAC M-180/200 H を用いたことを付記する。

#### 参 考 文 献

- 1) Elmaghraby, S.E.: Sensitivity Analysis of Multiterminal Flow Networks, O.R.S.A., Vol. 12, No. 5, pp. 680~688, 1964.
- 2) 西村 昂: 区間容量変化が道路網容量に与える影響について, 交通工学, Vol. 11, No. 6, pp. 31~37, 1976.
- 3) 梶谷有三・加来照俊: 道路網容量増強問題に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第323号, pp. 141~148, 1982.
- 4) 刀根 薫: 数値計画, 朝倉書店, 1978.
- 5) Bazaraa, M.S. and J.J. Jarvis: Linear Programming and Network Flows, John Wiley & Sons, 1977.
- 6) Black, J.A. and W.R. Blunden: Mathematical programming constraints in strategic land use/transport planning, Seventh International Symposium on transportation and Traffic Flow, Kyoto, Japan, pp. 649~671, 1978.
- 7) 小野寺力男: グラフ理論の基礎, 森北出版, 1968.
- 8) 前田 渡・伊東正安: 現代グラフ理論の基礎, オーム社 1978.
- 9) 梶谷有三・加来照俊: 道路網の感度分析について, 第4回土木計画学研究発表会講演集, pp. 426~429, 土木学会, 1982.
- 10) 梶谷有三・加来照俊: 道路網感度分析の応用について, 第6回交通工学研究発表会論文集, 交通工学研究会, 1982.

(1982.10.25・受付)