

波・流れ共存場の抵抗則と境界層の領域区分

FRICTION LAWS AND FLOW REGIMES UNDER WAVE
AND CURRENT MOTIONS

田 中 仁*・首 藤 伸 夫**

By Hitoshi TANAKA and Nobuo SHUTO

1. 序 論

海浜における砂移動形態は、大きく分けて、その移動方向により沿岸漂砂と岸沖漂砂に分けられる。このうち、前者は入射波の沿岸方向エネルギーフラックスと結び付けられて定式化されており、すでに、海浜変形予測に応用されている。一方、後者については、実用に供し得る漂砂量公式がまだ提案されていないが、従来、底面に作用するせん断応力と関連付けようとする研究例が多い¹⁾。波のみの場合の底面せん断応力については、Jonsson²⁾、Kajiura^{3), 4)}、Riedel, Kamphuis and Brebner⁵⁾等により摩擦係数の算定式が提案されており、これらの研究に力を得て、先の岸沖漂砂量定式化の試みがなされてきたといえる。

一方、河口や砕波帯のように波と流れが共存する場における砂移動については、その重要性にもかかわらず、波のみ・流れのみの場合に比べて、研究例がきわめて少ない。この原因の一つとして、砂移動の外力となる底面摩擦力に関する情報がほとんど未知であり、定常流における対数則、振動流における Jonsson の式に比肩する抵抗則が存在しないことが挙げられる。

波・流れ共存時の底面せん断応力に関する研究例としては、理論的に扱った Bakker⁶⁾、Bakker and van Doorn⁷⁾、Grant and Madsen⁸⁾等の研究、波高減衰率から検討を行った Brevik and Aas⁹⁾、Brevik¹⁰⁾の研究があるが、いずれも、実用的な抵抗則を得るには至っていない。

本論文においては以上の事実を踏まえ、波・流れ共存時の抵抗則に関する研究を行った。2. では、Kajiura³⁾と同様な渦動粘性モデルにより、粗面乱流・滑面乱流の摩擦係数が導かれている。3. では、層流・乱流、粗面・

滑面の遷移条件を過去の研究成果、および新たに行われた実験により求めた。以上により、波・流れ共存時の抵抗則が体系的にまとめられ、ある水理条件・底質条件のもとでの底面せん断応力が容易に算定できる。

2. に記した乱流モデルはすでに文献 11), 13) に発表されたものであるが、3. (1), 3. (2) の境界層の領域区分条件とあわせて波・流れ共存時の抵抗則が統一的にまとめられたことを強調する意味で、2. に概要のみを記した。

なお、本論文中で乱流解を得る際に用いられたモデルの妥当性の検証については、文献 11), 12), 13) に詳述されているので、ここでは触れないこととする。

2. 抵 抗 則

以下では簡単のために現象を二次元的であるとし、波の進行方向と流れの方向とのなす角 φ が 0° 、あるいは 180° のケースのみを対象とする。波と流れが任意の角度で交差する場合については文献 13) に記されている。

(1) 層 流 解

層流の場合、定常成分の解は二次元ポワズイユ流れとなる。

$$u_c = 3 \bar{u}_c \left(1 - \frac{z}{2z_h} \right) \frac{z}{z_h} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 u_c : 定常流成分の水平方向流速、 \bar{u}_c : 定常流成分の断面平均流速、 z_h : 開水路の場合は水深、平行壁間流れの場合は壁間距離の 1/2 であり、 z 軸は底面に原点をとり上向きを正とする。

一方、振動流成分の解は次式で与えられる。

$$u_w = \hat{U}_w \text{Real} \left[\left\{ 1 - \frac{e^{\gamma(z-z_h)} + e^{-\gamma(z-z_h)}}{e^{\gamma z_h} + e^{-\gamma z_h}} \right\} e^{i\omega t} \right] \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 u_w : 振動成分の水平流速、 \hat{U}_w : 境界層外縁流速 (\wedge は振幅を表わす)、 $\gamma = \sqrt{i\omega/\nu}$ 、 ν : 動粘性係数、

* 学生会員 工修 東北大学大学院 工学研究科

** 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

σ : 角振動数であり, Real は [] 内の実数部を取ること
を意味する. 式 (2) を導くにあたり, 境界条件として,
 $z=0$ で $u_w=0$, $z=z_h$ で速度勾配がゼロ, の 2 つ
を用いている. 表面波の場合, 微小振幅波理論を用い
れば \hat{U}_w は次式により求まる.

$$\hat{U}_w = \frac{\pi H/L \cdot (L/T \pm \bar{u}_c)}{\sinh(2\pi z_h/L)} \dots\dots\dots (3)$$

ここで, H : 波高, L : 波長, T : 周期であり, 複号
は順流時 ($\varphi=0^\circ$) に負, 逆流時 ($\varphi=180^\circ$) を正をとる.

式 (1), (2) より, 底面せん断応力の最大値 τ_{om} は

$$\tau_{om} = \rho \hat{u}^*_{cw}{}^2 = 3\rho\nu \frac{\bar{u}_c}{z_h} + \rho\nu \hat{U}_w \left[r \frac{e^{r z_h} - e^{-r z_h}}{e^{r z_h} + e^{-r z_h}} \right] \dots\dots\dots (4)$$

となる. ここで, ρ : 流体の密度, \hat{u}^*_{cw} : 波・流れ共存
時の底面摩擦速度の最大値である.

ここで, 波・流れ共存時の摩擦係数 f_{cw} を次式で定
義する.

$$\tau_{om} = \frac{\rho}{2} f_{cw} \hat{U}_w^2 \dots\dots\dots (5)$$

摩擦係数を定義する際に, 代表流速として振動流成分
のみを用いている点が若干不自然に感じられるかもしれ
ないが, 底面せん断応力はすでに式 (4) で表わされて
いるので, 代表流速の選び方は随意である. 本論文で
は f_{cw} の無次元表示が容易となるように, \hat{U}_w を代表流
速として選んだ. 式 (4), (5) より, 層流時の f_{cw} は
 $\hat{U}_w a_m/\nu$, z_h/a_m , \bar{u}_c/\hat{U}_w の関数として表示されること
がわかる. ここに, $a_m = \hat{U}_w/\sigma$ であり, 振動流成分の境界
層外縁での流体粒子の軌道振幅である.

(2) 乱流解

渦動粘性係数を用いることにより, 乱流時の摩擦係数
が得られる.

一層モデルでは渦動粘性係数 K_z を次式のように置
く¹³⁾.

$$K_z = \kappa \hat{u}^*_{cw} z \quad 0 < z < z_h \dots\dots\dots (6)$$

ここで, κ : カルマン定数 (=0.4) である.

二層モデルにおいては, 内層と外層に分けて渦動粘性
係数を与える¹¹⁾.

$$K_z = \begin{cases} \kappa \hat{u}^*_{cw} z & 0 < z < d \dots\dots (7) \\ K \cdot \text{Max} \left\{ \int_0^{z_h} (U_\infty - u) dz \right\} = \kappa \hat{u}^*_{cw} d & d < z < z_h \dots\dots (8) \end{cases}$$

ここに, d : 内層の上端の高さ, u , U_∞ : 境界層内お
よび外縁での水平方向流速, K : 定数 (=0.016), Max
は { } 中の関数の最大値をとることを表わす.

式 (6), あるいは式 (7), (8) を二次元境界層方程
式に代入して解けば, 波・流れ共存時の摩擦係数が得ら
れる. 解法の詳述は参考文献 11), 13) になされているの

で, ここでは, 一層モデルにより得られる抵抗則につい
て簡単に記す. なお, 摩擦係数については, 一層モデル,
二層モデルのいずれを用いても差異は小さい¹¹⁾ので, 近
似式が得られている一層モデルの方が, より実用的であ
る.

a) 粗 面

粗面乱流時の摩擦係数 f_{cw} は次式で与えられる¹³⁾.

$$\sqrt{\frac{f_{cw}}{2}} = \frac{\kappa}{\ln(z_h/z_0) - 1} \cdot \frac{\bar{u}_c}{\hat{U}_w} + \left(\frac{2}{f_{cw}} \right)^{1/4} \cdot \sqrt{\kappa \frac{\sigma z_0}{\hat{U}_w}} \cdot A \dots\dots\dots (9)$$

ここで, z_0 : 粗度長さ (ニクラゼの相当粗度 $k_s = 30 z_0$)
であり, 上式中の A が次式で与えられる.

$$A = \left| \frac{N_1(\xi_h) J_1(\xi_0) - J_1(\xi_h) N_1(\xi_0)}{N_1(\xi_h) J_0(\xi_0) - J_1(\xi_h) N_0(\xi_0)} \cdot e^{-i\pi/4} \right| \dots\dots\dots (10)$$

ここで,

$$\xi_h = 2 e^{-i\pi/4} (2/f_{cw})^{1/4} \sqrt{\frac{1}{\kappa} \cdot \frac{\sigma z_0}{\hat{U}_w} \cdot \frac{z_h}{z_0}} \dots\dots (11)$$

$$\xi_0 = 2 e^{-i\pi/4} (2/f_{cw})^{1/4} \sqrt{\frac{1}{\kappa} \cdot \frac{\sigma z_0}{\hat{U}_w}} \dots\dots\dots (12)$$

J_0, J_1 : 0 次, 1 次のベッセル関数,

N_0, N_1 : 0 次, 1 次のノイマン関数

である. 式 (9) より粗面の摩擦係数は 3 つのパラメー
ター $\hat{U}_w/\sigma z_0$, z_h/z_0 , \bar{u}_c/\hat{U}_w に支配されることがわかる.
ただし, 式 (9) は f_{cw} に関する陰関数表示式であり,
また式中に複素ベッセル関数, 複素ノイマン関数を含ん
でおり実用的な式とはいえない. そこで式 (10) 中の
 ξ_h , および ξ_0 を引数とする関数を, それぞれ漸近展開
および級数近似することにより, 式 (9) にかわり次の
近似式を得る.

$$\sqrt{\frac{f_{cw}}{2}} = \frac{\kappa}{\ln(z_h/z_0) - 1} \cdot \frac{\bar{u}_c}{\hat{U}_w} + \frac{\kappa}{\pi} \left\{ 0.25 + 0.101 \left(\ln \frac{\sigma z_0}{\hat{U}_w} - \frac{1}{2} \ln f_{cw} + 2.42 \right)^2 \right\}^{-1/2} \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) もやはり f_{cw} に関する陰関数表示式である
が, 初等関数のみで表現されているので, f_{cw} の計算
は容易である.

b) 滑 面

波・流れ共存場における粘性底層厚 δ_l は時間的に不
変であるとし, 次式で表わされるものと仮定する.

$$\delta_l = 11.6 \frac{\nu}{\hat{u}^*_{cw}} \dots\dots\dots (14)$$

滑面の抵抗則は, 式 (9) 中の z_0 を粘性底層厚に置
き換えることにより得られる. すなわち, 式 (9)~(13)
において

$$z_0 = \frac{\delta_l}{105} \left(= 0.111 \frac{\nu}{\hat{u}_{cw}^*} = 0.111 \frac{\nu}{\hat{U}_w} \cdot \frac{1}{\sqrt{f_{cw}/2}} \right) \dots\dots\dots(15)$$

を代入する。式(14),(15)中の係数は、定常流においてすでに得られているものをそのまま準用しており、定常流場では本来、時間的に不変である摩擦速度を、共存時の最大値に置き換えている。

共存場において流れが卓越する場合には、式(14)がほぼ成立するものと考えられるが、 $\bar{u}_c \hat{U}_w$ がゼロに近い場合の妥当性については疑問が残る。振動流のみのケースでの粘性底層厚を調べた研究としては、日野・柏柳・中山・原¹⁴⁾のものがある。彼らの実験によれば、断面平均流速の経時変化を $\bar{U} = \hat{U} \sin \alpha t'$ (\hat{U} : \bar{U} の振幅) としたとき、 δ_l は $0 < \alpha t' < \pi/2$ で $\sqrt{\nu t'}$ に比例し、 $\alpha t' > \pi/2$ で厚さが激減する。一方、日野らの実験ケースについて著者らの一層モデルをもとに式(14)から粘性底層厚を算出したところ、実測された δ_l の経時変化の一周期間にわたる平均値と近い値が得られた。したがって、 $\bar{u}_c \hat{U}_w$ がほぼゼロの場合でも、式(14)が平均的には妥当な値を与えると判断された。よって、本論文では、波・流れ共存時の粘性底層厚が式(14)で表わされるものとする。

以上より、滑面乱流時の摩擦係数は $\hat{U}_w a_m / \nu$, z_h / a_m , $\bar{u}_c \hat{U}_w$ の3つのパラメーターにより表示できる。これらのパラメーターは、先述の層流摩擦係数の支配パラメーターとまったく同じものである。

3. 境界層の領域区分と抵抗則

(1) 層流・乱流の分類条件

一方向流を伴う振動流の乱流遷移条件を実験的に求めた。実験装置を図-1に示す。装置は上下面がアルミニウム製、側面がアクリル製で全長4m, 5.0cm×1.45cmの矩形断面を有する。作業流体は空気である。下流端にはピストンが取り付けられており、正弦的な運動を行う。ピストン駆動部には、図に示した15cm×10cmの

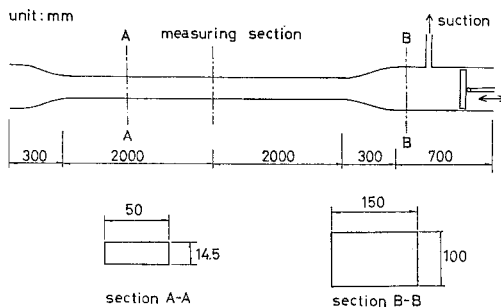


図-1 実験装置

断面のもの、5cm×5cmのいずれかを適宜用いて実験を行った。一方向流は、同じく下流端のサクシオンにより発生させた。予備実験において、定常流のみ、および振動流のみの層流時の流速分布を調べた。結果を

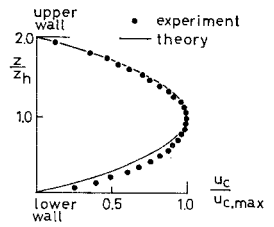


図-2 定常流のみのときの流速分布 ($\bar{u}_c = 95 \text{ cm/s}$)

図-2(定常流のみ)、図-3(振動流のみ)に示した。後述するように流速測定には熱線流速計を用いており、これを風洞上壁の小孔から挿入した。したがって、下側の壁面近くまでセンサーを入れると、プローブが風洞断面内に占める割合を無視できなくなる。このために、図-2, 3で $0 < z/z_h < 1.0$ において実測値が理論値から離れてしまう。 $1.0 < z/z_h < 2.0$ の範囲に限れば、実験値と層流解との一致度は良好である。

以上より、ピストンおよびサクシオンの性能は満足のいくものであると判断された。

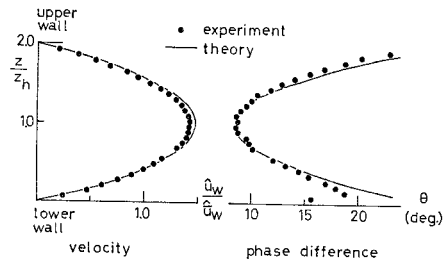


図-3 振動流のみのときの流速分布と位相差 ($T = 5.3 \text{ s}$, $\hat{u}_w = 100 \text{ cm/s}$)

流速測定には、熱線流速計(日本科学工業製)のI型センサーを用いた。測点数は上壁面近傍から断面中央まで計7点である。流速データは、ピストンに取り付けた変位計の出力電圧とともに磁気テープに記録した。これをAD変換し、大型計算機で処理した。今回の実験では、乱れ強度等に関する考察は行わないので、サンプリング波数は7波とした。サンプリング周波数は100Hzである。実験は合計で62ケース行われた。

層流・乱流の判定は、日野・沢本・高須¹⁵⁾と同様に流速計の出力波形をもとに行われた。

平行壁間定常流の乱流遷移は、従来、レイノルズ数 $R_c = \bar{u}_c z_h / \nu$ により表わされる。一方、振動流のみのケースにおいては、 $R_w = \hat{u}_w \sqrt{2\nu/\sigma} / \nu$ を用いて表示されている。ここで、 \hat{u}_w は振動流の断面平均流速の振幅である。今回の実験においても、 R_c , R_w のいずれかを増すにつれて層流から乱流へ遷移した。典型的な流速波形の2周期分を、図-4, 5, 6に示した。これらの図は、各測点で別々に得られた流速波形を、位相を合わせて図

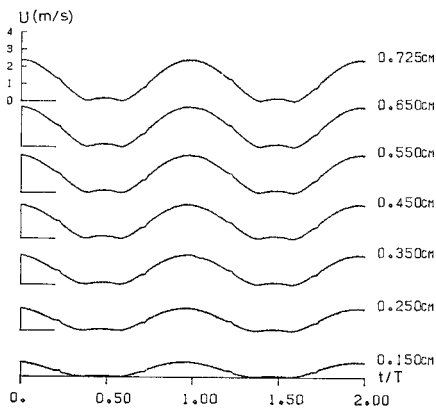


図-4 流速波形 (層流, $T=5.6$ s, $\bar{u}_c=69$ cm/s, $\hat{u}_w=86$ cm/s)

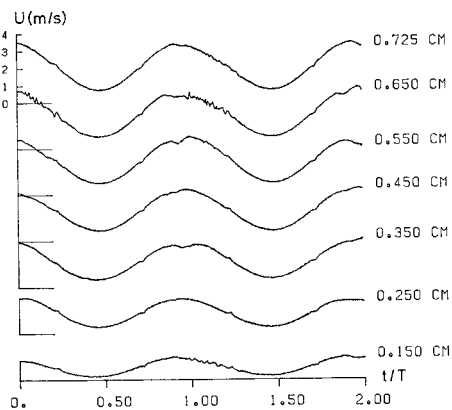


図-5 流速波形 (低周波乱れ, $T=5.6$ s, $\bar{u}_c=138$ cm/s, $\hat{u}_w=90$ cm/s)

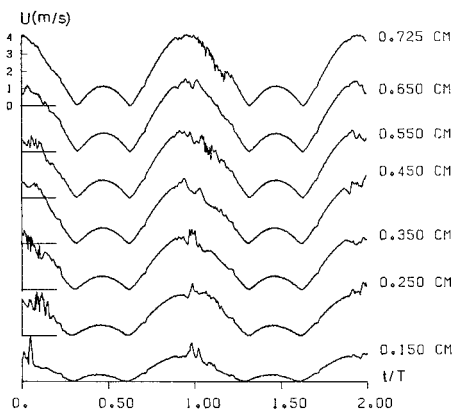


図-6 流速波形 (高周波乱れ, $T=5.6$ s, $\bar{u}_c=100$ cm/s, $\hat{u}_w=173$ cm/s)

示したものであり、全測点で同時に測定したのではない。横軸の位相は、図-1 のピストンが移動区間の中央点を右側に横切るときを $t/T=0$ として定めたものである。数字は壁面からの距離を表わしている。

図-4 は層流状態であり、乱れはまったく入っていない。

い。流速分布は層流理論とよく一致している。壁面近傍においては位相の進みが認められ、振動流特有の先走り現象がみられる。図-4 の実験条件よりも定常流速を 70 cm/s ほど増したのが、図-5 のケースである。減速期に低周波の乱れが発生している。卓越周波数は 10 Hz 程度である。ただし、この乱れによる運動量輸送は顕著ではなく、層流解からのズレは小さい。一方、図-4 の条件よりも \bar{u}_c , \hat{u}_w をそれぞれ、約 1.5 倍、2 倍に増したときの波形が図-6 であり、減速期に高周波の乱れが発生している。高周波乱れの周波数は 100 Hz 程度であり、低周波乱れのそれに比べ、オーダーが一桁高い。高周波乱れと低周波乱れの根本的相違点は、それぞれによる運動量輸送効果の大小にある。すなわち、図-5 では攪乱が表われても主流はあまり変化せず、平均流速の経時変化は層流時のそれにほぼ等しい。一方、図-6 では乱れが発生すると同時に断面中央付近の流速は層流時に比べ減速し、逆に壁面付近では増速している。定常管内流の乱流遷移点付近では放物型の流速分布と対数則型の分布とが間欠的に現われる¹⁸⁾ことはよく知られており、図-6 ではこの現象が周期的に繰り返されている。以上のように、速度変動が大別して 2 種類存在する点、および減速期に乱れが爆発的に発生する点、日野・沢本・高須¹⁹⁾によって振動流のみのケースで得られた知見と一致している。ただし、著者らの実験では一方向流を伴うために、乱れの発生は流速値の大きい方のピークのみに限られていることが日野らの実験結果と異なる。

今回、行った実験の全データを熱線流速計の出力波形をもとに、(i) 層流、(ii) 乱流 (低周波乱れ)、(iii) 乱流 (高周波乱れ) の 3 種類に分類しプロットしたのが図-7 である。(ii)、(iii) の判別は、先に述べた周波数の相違、および主流流速に対する影響の大小をもとに行われた。図中、白抜き丸が層流、半黒丸が低周波乱れ、黒丸が高周波乱れを表わしている。横軸、縦軸の代表流速 \bar{u}_c , \hat{u}_w は次のように求めた。すなわち、各測点での平均流速から台形公式により断面平均流速の経時変化を求め、これを調和分解し、定常成分を \bar{u}_c 、基本

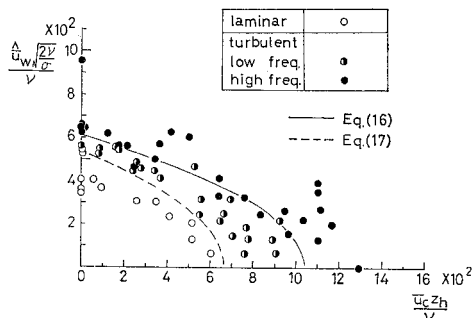


図-7 乱流への遷移限界

周波数成分の振幅を \hat{u}_w とした。ただし、本実験では熱線流速計を用いたために、本来、負値であるべき流速が正值として出力される。本研究のように正弦振動を繰り返すケースにおいては負値になるべき位相区間が判定できるので、ここでは、この位相での流速を負に折り返した後に調和分解を行った。基本周波数成分と倍周波数成分の振幅比は約 1/10 程度であり、無視できるオーダーであった。

実験データのなかには分類分けの困難なものも若干存在したが、図中のデータはほぼ3つの領域に分かれている。日野ら¹⁵⁾によれば、振動流のみのケースで、高周波乱れの発生限界は $R_w=550$ である。一方、Patel and Head⁶⁾によれば、平行壁間定常流れにおいて、 $R_c=700$ で層流抵抗則からはずれ、 $R_c=1000$ で乱流抵抗則の成立域に入る。図-7の縦軸、横軸付近のデータはこれらの既往の実験結果に漸近していくことが認められる。図-7の3つの領域を区分する実験式として次式を得る。

高周波乱れ発生限界：

$$R_w^2 + 356 R_c = 3.70 \times 10^5 \dots\dots\dots (16)$$

低周波乱れ発生限界：

$$R_w^2 + 430 R_c = 2.88 \times 10^5 \dots\dots\dots (17)$$

式(16)および式(17)を図-7中に、それぞれ実線および破線で示した。

波動境界層においてよく用いられるレイノルズ数は、

$$R_a = \frac{\hat{U}_w a_m}{\nu} = \frac{\hat{U}_w^2}{\nu \sigma} \dots\dots\dots (18)$$

である。一方、式(16)で $R_w^2 = 2 \hat{u}_w^2 / (\nu \sigma)$ であるから、 $\hat{u}_w \approx \hat{U}_w$ とおけば $R_w^2 = 2 R_a$ となり、管内流と開水路流との対応が付けられる。これに従って式(16)を変形すれば、

$$R_a + 178 R_c = 1.85 \times 10^5 \dots\dots\dots (19)$$

となる。

さらに、式(19)を前章の摩擦係数の支配パラメータを用いて表わすと、

$$\frac{\hat{U}_w a_m}{\nu} \left(1 + 178 \frac{\bar{u}_c}{\hat{U}_w} \cdot \frac{z_h}{a_m} \right) = 1.85 \times 10^5 \dots\dots (20)$$

となる。特に、 $\bar{u}_c / \hat{U}_w = 1.0$ としたとき、式(20)によって与えられる $\hat{U}_w a_m / \nu$ と z_h / a_m との関係を表-1に示した。

(2) 粗面・滑面の分類条件

ここでは、定常流において得られている結果を準用する。すなわち、粗面・滑面の遷移域は次式で表わされるものとす

表-1 乱流への遷移条件 ($\bar{u}_c / \hat{U}_w = 1.0$)

z_h / a_m	0.01	0.1	1.0	10.0
$\hat{U}_w a_m / \nu$	6.65×10^4	9.84×10^8	1.03×10^8	1.04×10^2

$$0.4 < \frac{k_s}{\delta_l} < 5 \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 k_s は相当粗度であり、粘性底層厚は式(14)で表わされる。 $k_s = 30 z_0$ であるから、式(21)より滑面から遷移域に移行する限界は、

$$\frac{\hat{U}_w a_m}{\nu} \sqrt{\frac{f_{cw}}{2}} = 0.155 \frac{\hat{U}_w}{\sigma z_0} \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる。ただし、上式中の f_{cw} としては滑面のもを用いる。このとき、摩擦係数は $\hat{U}_w a_m / \nu$ 、 z_h / a_m 、 \bar{u}_c / \hat{U}_w の関数であるから、遷移条件式(22)は $\hat{U}_w a_m / \nu$ 、 z_h / a_m 、 \bar{u}_c / \hat{U}_w 、 $\hat{U}_w / \sigma z_0$ によって表わされる。 $\bar{u}_c / \hat{U}_w = 1.0$ と置いたとき、式(22)で与えられる各パラメータの関係を表-2に記した。

一方、粗面から遷移域へ移る条件は、

$$\frac{\hat{U}_w a_m}{\nu} \sqrt{\frac{f_{cw}}{2}} = 1.93 \frac{\hat{U}_w}{\sigma z_0} \dots\dots\dots (23)$$

である。ここで、 f_{cw} としては粗面乱流のものを用いる。粗面の摩擦係数は $\hat{U}_w / \sigma z_0$ 、 z_h / z_0 、 \bar{u}_c / \hat{U}_w の関数であるから、式(23)は $\hat{U}_w / \sigma z_0$ 、 z_h / z_0 、 \bar{u}_c / \hat{U}_w 、 $\hat{U}_w a_m / \nu$ によって表現することができる。先と同様に $\bar{u}_c / \hat{U}_w = 1.0$ としたときの各パラメータの関係を表-3に示す。

表-2 滑面領域と遷移域の境界 ($\bar{u}_c / \hat{U}_w = 1.0$)

	$z_h / a_m = 0.01$				
$\hat{U}_w a_m / \nu$	5×10^4	10^5	2×10^5	5×10^5	10^6
$\hat{U}_w / \sigma z_0$	4.19×10^4	7.79×10^4	1.45×10^5	3.32×10^5	6.22×10^5
	$z_h / a_m = 0.1$				
$\hat{U}_w a_m / \nu$	10^4	2×10^4	5×10^4	10^5	2×10^5
$\hat{U}_w / \sigma z_0$	8.92×10^3	1.63×10^4	3.64×10^4	6.72×10^4	1.25×10^5
	$z_h / a_m = 1.0$				
$\hat{U}_w a_m / \nu$	2×10^3	5×10^3	10^4	2×10^4	5×10^4
$\hat{U}_w / \sigma z_0$	1.95×10^3	4.31×10^3	7.90×10^3	1.45×10^4	3.29×10^4

表-3 粗面領域と遷移域の境界 ($\bar{u}_c / \hat{U}_w = 1.0$)

	$\ln(z_h / z_0) = 6.0$						
$\hat{U}_w / \sigma z_0$	10^3	2×10^3	5×10^3	10^4	2×10^4	5×10^4	10^5
$\hat{U}_w a_m / \nu$	1.01×10^4	2.19×10^4	5.78×10^4	1.19×10^5	2.54×10^5	7.42×10^5	1.71×10^6
	$\ln(z_h / z_0) = 8.0$						
$\hat{U}_w / \sigma z_0$	10^3	2×10^3	5×10^3	10^4	2×10^4	5×10^4	10^5
$\hat{U}_w a_m / \nu$	1.13×10^4	2.47×10^4	6.86×10^4	1.46×10^5	3.11×10^5	8.13×10^5	1.66×10^6
	$\ln(z_h / z_0) = 10.0$						
$\hat{U}_w / \sigma z_0$	10^3	2×10^3	5×10^3	10^4	2×10^4	5×10^4	10^5
$\hat{U}_w a_m / \nu$	1.21×10^4	2.66×10^4	7.46×10^4	1.61×10^5	3.43×10^5	9.26×10^5	1.95×10^6

以上より、粗面・滑面の遷移条件が定まった。

(3) 境界層の領域区分と抵抗則

式(20),(22),(23)を用いることにより、流れの領域区分図を描くことができる。

波・流れ共存時について言及する前に、まず、流れのみ ($\bar{u}_c/\hat{U}_w \rightarrow \infty$)、および波のみ ($\bar{u}_c/\hat{U}_w=0$) の2つの極端なケースについて触れておく。

まず、流れのみについて述べる。 \bar{u}_c/\hat{U}_w が非常に大きいとき、著者らの摩擦係数 f_{cw} は流れのみのそれに近づいていくことが確かめられている¹³⁾。さらに、粗面・滑面の遷移条件として式(21)を用いているので、結局、本論文に示された境界層の区分条件、および抵抗則は \bar{u}_c/\hat{U}_w が大きい場合についても適用できる。

逆に $\bar{u}_c/\hat{U}_w=0$ の場合については次のとおりである。波のみの場合、著者らの摩擦係数は Jonsson の式とほぼ近い値を与える¹³⁾。境界層の領域区分図について Jonsson²⁾ のものと比較したのが 図-8 であり、両者はほぼ近いものとなっている。

図中、滑面乱流への遷移限界に関しては、Jonsson の提案するものと、著者らのそれとがかなり離れているが、Jonsson はその後乱流遷移限界として、 $\hat{U}_w a_m/\nu = 3.0 \times 10^5$ (図-8 の一点鎖線) を再提案している¹⁷⁾。 --

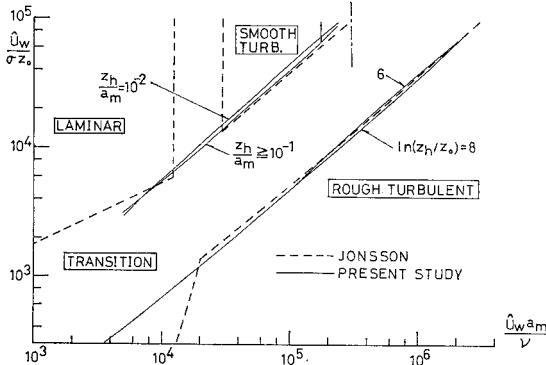


図-8 境界層の領域区分図 ($\bar{u}_c/\hat{U}_w=0.0$)

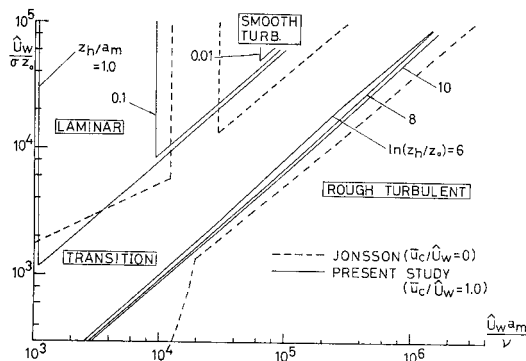


図-9 境界層の領域区分図 ($\bar{u}_c/\hat{U}_w=1.0$)

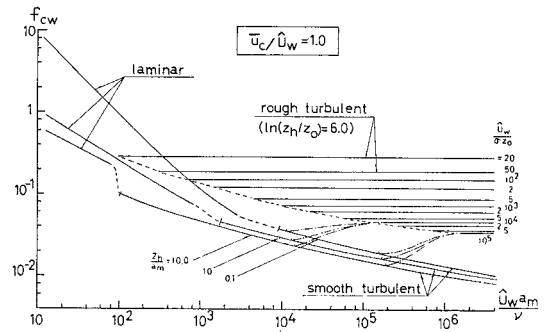


図-10 摩擦係数 ($\bar{u}_c/\hat{U}_w=1.0$)

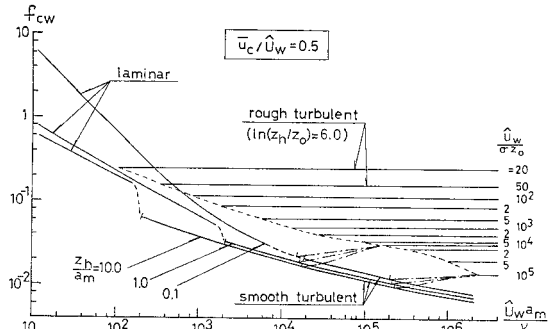


図-11 摩擦係数 ($\bar{u}_c/\hat{U}_w=0.5$)

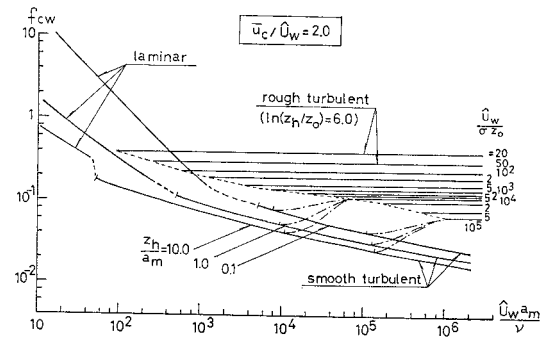


図-12 摩擦係数 ($\bar{u}_c/\hat{U}_w=2.0$)

点鎖線で表わされた限界値は著者らのものに近い。

以上より、本論文で提案された摩擦係数と境界層の領域区分判定条件は、波のみ、あるいは流れのみの場合に、従来の研究成果と矛盾しない。

$\bar{u}_c/\hat{U}_w=1.0$ のときの領域区分図を 図-9 に示した。左上の縦線が乱流遷移限界 (式(20), 表-1), 右上から左下に走る6本の直線のうち、上側が滑面から遷移域への境界 (式(22), 表-2), 下側が粗面から遷移域への境界 (式(23), 表-3) を表わしている。 $\hat{U}_w a_m/\nu$ を固定してみると、振動流のみにときに比べ遷移領域が全体的に上方に移っている。この理由は次のとおりである。振動流のみにときに比べ、共存時には重畳している一方向流の影響により底面せん断応力が増加する。その結

果、粘性底層厚が薄くなり、底面の粗度要素の感知が早まることとなる。

図-9 および前章の摩擦係数を用いることにより、管路流における Moody 図表に対応する図を描くことができる。グラフを 図-10 に示す。遷移域における一点鎖線の左端が式 (22) である。粗面乱流の摩擦係数を表わす直線の左端の破線が式 (23) に対応する。図中の一点鎖線は、式 (22) と式 (23) とから定まる二点の間を滑らかに結んで得られたものである。図中では $\hat{U}_w/\sigma z_0 = 10^4, 10^5$ についてのみ一点鎖線を記入しているが、他の値についても、同様な線が得られる。滑面乱流摩擦係数の左端が式 (20) を表わしている。全体的な形としては、Moody 図表、Jonsson のグラフと同様のものが得られる。図中、一部で層流領域と粗面乱流領域とが重なり合ってしまう部分が見られる。この点については、今後、実験により検討する必要がある。

$\bar{u}_c/\hat{U}_w = 0.5$, および 2.0 として、図-10 と同様な図を描いた結果が 図-11, および 図-12 である。 \bar{u}_c/\hat{U}_w が大きいほど、曲線群が上方に移っており、一方向流の効果を読み取ることができる。

なお、本論文では、話の流れが繁雑になることを避けるために、波・流れが同方向、あるいは逆方向に進む場合のみを扱った。任意の交差角を有するケースでは、内部パラメーターとして角度が加わるが、図-9, 10, 11, 12 と同様なグラフを得ることができる。

4. 結 論

本論文では、実用的な波・流れ共存時の抵抗則を提案した。主要な結論は次のとおりである。

(1) 簡単な渦粘性モデルを用いることにより、波・流れ共存場の摩擦係数が得られた。式は幾分複雑なものであるが、漸近展開、級数近似により式を変形し、実用的な近似式が得られた。

(2) 乱流遷移限界を表わす式として式 (16), (17) を得た。

(3) 風洞実験、および過去の実験成果をもとに、波・流れ共存時の境界層領域区分図を得た。これと、摩擦係数の近似式を併用することにより、任意条件での底面摩擦力を算定できる。

謝 辞：本研究の装置製作、実験にあたり、東北大学工学部 山路弘人技官には多大な助力を得た。また、本

研究の一部は文部省科学研究費（代表者：東工大 日野幹雄教授）により行われた。ここに記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) たとえば Madsen, O.S. and W.D. Grant : Quantitative description of sediment transport by waves, Proc. 15th Conf. on Coastal Engng., pp. 1093~1112, 1976.
または Shibayama, T. and K. Horikawa : Laboratory study on sediment transport mechanism due to wave action, Proc. J.S.C.E., No. 296, pp. 131~142, 1980.
- 2) Jonsson, I.G. : Wave boundary layer and friction factors, Proc. 10th Conf. on Coastal Engng., pp. 127~148, 1966.
- 3) Kajiura, K. : On the bottom friction in an oscillatory current, Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 42, pp. 147~174, 1964.
- 4) Kajiura, K. : A model of bottom boundary layer in water waves, Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 46, pp. 75~123, 1968.
- 5) Riedel, H.P., J.W. Kamphuis and A. Brebner : Measurement of bed shear under waves, Proc. 13th Conf. on Coastal Engng., pp. 587~603, 1972.
- 6) Bakker, W.T. : Sand concentration in an oscillatory flow, Proc. 14th Conf. on Coastal Engng., pp. 1129~1148, 1974.
- 7) Bakker, W.T. and Th. van Doorn : Near-bottom velocities in waves with a current, Proc. 16th Conf. on Coastal Engng., pp. 1394~1413, 1978.
- 8) Grant, W.D. and O.S. Madsen : Combined waves and current interaction with rough bottom, J. Geophys. Res., Vol. 84 (C4), pp. 1797~1808, 1979.
- 9) Brevik, I. and B. Aas : Flume experiment on waves and currents I. Rippled bed, Coastal Engng., 3, pp. 149~177, 1980.
- 10) Brevik, I. : Flume experiment on waves and currents II. Smooth bed, Coastal Engng., 4, pp. 89~110, 1980.
- 11) 田中 仁・首藤伸夫：一方向流を伴う振動流に関する実験，第29回海岸工学講演会論文集，pp. 259~263, 1982.
- 12) 田中 仁・首藤伸夫：一方向流を伴う振動流中の渦動粘性係数，第30回海岸工学講演会論文集，1983.
- 13) Tanaka, H. and N. Shuto : Friction coefficient for a wave-current coexisting system, Coastal Engng. in Japan, Vol. 24, pp. 105~128, 1981.
- 14) 日野幹雄・柏柳正之・中山哲敏・原 輝彦：交番振動流の乱流構造に関する実験的研究 (1) 乱れの統計量について，ながれ，Vol. 1, pp. 181~196, 1982.
- 15) 日野幹雄・沢本正樹・高須修二：円管内振動流の乱流遷移に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第237号，pp. 75~86, 1975.
- 16) Patel, V.C. and M.R. Head : Reversion of turbulent to laminar flow, J.F.M., Vol. 34, pp. 371~392, 1968.
- 17) Jonsson, I.G. : A new approach to oscillatory rough turbulent boundary layers, Ocean Engng., Vol. 7, No. 1, pp. 109~152, 1980.
- 18) Schlichting, H. : Boundary-Layer Theory, 1968.

(1983. 4. 16・受付)